The background of the cover features a repeating pattern of light-colored circular arrows on a purple and yellow background. The arrows are arranged in a grid-like fashion, pointing in various directions, creating a sense of movement and flow.

LESSON STUDY **EM AÇÃO:** **Trajetórias de um aprender a ensinar juntos**

Organizadores

Aluska Dias Ramos de Macedo Silva

Regina da Silva Pina Neves

Alex Henrique Alves Honorato

Ak@demý
EDITORA

***Lesson Study* em Ação:**
trajetórias de um aprender a
ensinar juntos

**Aluska Dias Ramos de Macedo Silva
Regina da Silva Pina Neves
Alex Henrique Alves Honorato
(organizadores)**

***Lesson Study* em Ação:
trajetórias de um aprender a
ensinar juntos**

Ak**demy**
EDITORA

2025

Copyright © 2025 Editora Akademy
Editor-chefe: Celso Ribeiro Campos
Diagramação e capa: Editora Akademy
Revisão: Cassio Cristiano Giordano

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

M1411

Macedo Silva, Aluska Dias Ramos de; Pina Neves,
Regina da Silva; Honorato, Alex Henrique Alves.
(organizadores)

Lesson study em ação: trajetórias de um
aprender a ensinar juntos. São Paulo: Editora
Akademy

Vários autores
Bibliografia

ISBN e-book 978-65-80008-76-6

ISBN impresso 978-65-80008-77-3

1. Estudo de aula 2. Ação formativa 3. Estágio
supervisionado 4. Ensino médio 5. Colaboração
I. Título

CDD: 370

Índice para catálogo sistemático:
1. Área 370 - Educação

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida por qualquer meio sem a prévia autorização da Editora Akademy. A violação dos direitos autorais é crime estabelecido na Lei n. 9.610/98 e punido pelo artigo 184 do Código Penal.

Os autores e a editora empenham-se para citar adequadamente e dar o devido crédito a todos os detentores dos direitos autorais de qualquer material utilizado neste livro, dispondo-se a possíveis acertos caso, inadvertidamente, a identificação de algum deles tenha sido omitida.

Editora Akademy – São Paulo, SP

Corpo editorial

Alessandra Mollo (UNIFESP-CETRUS)
Ana Hutz (PUC-SP)
Ana Lucia Manrique (PUC-SP)
André Galhardo Fernandes (UNIP)
Andréa Pavan Perin (FATEC)
Antonio Correa de Lacerda (PUC-SP)
Aurélio Hess (FOC)
Camila Bernardes de Souza (UNIFESP/EORTC/WHO)
Carlos Ricardo Bifi (FATEC)
Cassio Cristiano Giordano (FURG)
Cileda Queiroz e Silva Coutinho (PUC-SP)
Claudio Rafael Bifi (PUC-SP)
Daniel José Machado (PUC-SP)
Fernanda Sevarolli Creston Faria Kistemann (UFJF)
Francisco Carlos Gomes (PUC-SP)
Freda M. D. Vasse (Groningen/HOLANDA)
Heloisa de Sá Nobriga (ECA/USP)
Ivy Judensnaider (UNICAMP)
Jayr Figueiredo de Oliveira (FATEC)
José Nicolau Pompeo (PUC-SP)
Marcelo José Ranieri Cardoso (PUC-SP)
Marco Aurelio Kistemann Junior (UFJF)
Maria Cristina Kanobel (UTN – ARGENTINA)
Maria Lucia Lorenzetti Wodewotzki (UNESP)
Mario Mollo Neto (UNESP)
Mauro Maia Laruccia (PUC-SP)
Michael Adelowotan (University of JOHANNESBURG)
Océlio de Jesus Carneiro Morais (UNAMA)
Paula Gonçalves Sauer (ESPM)
Roberta Soares da Silva (PUC-SP)
Tankiso Moloi (University of JOHANNESBURG)

Este livro foi avaliado e aprovado por pareceristas ad hoc.

Lista de Siglas

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEMEB	Centro de Ensino Médio Elefante Branco
CoP	Comunidade de Prática
CRE	Coordenações Regionais de Ensino
DA	Deficiência Auditiva
Dapli	Diretoria de Planejamento e Acompanhamento Pedagógico das Licenciaturas
DEG	Decanato de Ensino de Graduação
DF	Distrito Federal
DI	Deficiência Intelectual
ECSM	Estágio Curricular Supervisionado em Matemática
EE	Ensino Exploratório
EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
FAPDF	Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal
FP	Futuro Professor
GdS	Grupo de Sábado
GIEM	Grupos de Pesquisa Investigação em Ensino de Matemática
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
IES	Instituição de Ensino Superior
LS	<i>Lesson Study</i>
PAS	Programa de Avaliação Seriada
PO	Professor Orientador
PraPeM	Prática Pedagógica em Matemática
PS	Professor Supervisor
SEEDF	Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal
TDAH	Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade
TEA	Transtorno do Espectro Autista

TM	Tarefa Matemática
UFMG	Universidade Federal de Campina Grande
UFOB	Universidade Federal do Oeste da Bahia
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UNB	Universidade de Brasília

Lista de Figuras

Figura 1 - Organização usual das turmas e dos grupos	34
Figura 2 - Elementos centrais da Ação Formativa.....	46
Figura 3 – Live sobre Ensino Exploratório	48
Figura 4 - Momentos de um dos Seminários no âmbito do Estudo Teórico ..	49
Figura 5 - Momentos de um dos Seminários no âmbito do Estudo Teórico ..	49
Figura 6 - Momentos de um dos Seminários no âmbito do Estudo Teórico ..	50
Figura 7 - Momentos de um dos Seminários no âmbito do Estudo Teórico ..	50
Figura 8 - Informações quanto aos objetivos de aprendizagem e aula.....	51
Figura 9 - Imagens que ilustram as reuniões dos Subgrupos	52
Figura 10 - Imagens que ilustram as reuniões dos Subgrupos	52
Figura 11 -Escola 1 Asa Sul.....	62
Figura 12 - Escola 1 Asa Sul.....	62
Figura 13 - Momentos do desenvolvimento das aulas nas turmas.....	65
Figura 14 - Momentos do desenvolvimento das aulas nas turmas.....	65
Figura 15 - Escola 2 Asa Norte	66
Figura 16 - Escola 2 Asa Norte	66
Figura 17 - Momentos do desenvolvimento das aulas nas turmas.....	68
Figura 18 - Momentos do desenvolvimento das aulas nas turmas.....	68
Figura 19 - Sala de Matemática.....	70
Figura 20 - Sala de Matemática.....	70
Figura 21 - Registro de uma reunião on-line para elaboração do Plano de Aula	79

Figura 22 - Versão 1 do plano: Tarefa Matemática - Primeira possibilidade.	80
Figura 23 - Simulação do jogo Construtor de Área	82
Figura 24 - Tarefa Matemática 1 - Construtor de área.....	83
Figura 25 - Planta Baixa	84
Figura 26 - O sofá.....	85
Figura 27 - Tarefa Matemática 2	86
Figura 28 - Antecipação das possíveis resoluções da Tarefa 1	91
Figura 29 - Antecipação das possíveis resoluções da Tarefa 2	92
Figura 30 - Registros da Tarefa 1	94
Figura 31 - Registro da Tarefa 2.....	95
Figura 32 - Registro da Tarefa 2.....	96
Figura 33 - Registro da Tarefa 2. Item c	97
Figura 34 - Registro da Tarefa 2. Item c	98
Figura 35 - TM1 para possível adaptação	112
Figura 36 - TM2 para possível adaptação	112
Figura 37 - Tarefa 3 e 4 para possíveis adaptações	113
Figura 38 - Tarefa 5 para possível adaptação	114
Figura 39 - Regente apresentando a TM.....	121
Figura 40 - Regente esclarecendo dúvidas no quadro.....	122
Figura 41 - Exemplo de sobreposição.....	123
Figura 42 - Estudantes apresentando suas resoluções.....	123
Figura 43 - Estudantes apresentando suas resoluções.....	125
Figura 44 - Resolução.....	125
Figura 45 - Exemplo de sobreposição.....	126
Figura 46 - Exemplo de sobreposição.....	126
Figura 47 - Tarefa do material de apoio.....	133
Figura 48 - Resolução com quadrados partindo as diagonais dos quadrados menores.....	151
Figura 49 - Desenho dos quadrados.....	151
Figura 50 - desenho dos quadrados relacionados ao perímetro.....	152

Figura 51 - Resolução da tabela	154
Figura 52 - Resposta de um estudante a questão 3	155
Figura 53 - Respostas do item 3 da turma 1º E	156
Figura 54 - Resolução explicativa	157
Figura 55 - Resolução pelo cálculo	157
Figura 56 - Resposta item 3 do 2º E	157
Figura 57 - Resposta de outro grupo do 2º E.....	158
Figura 58 - Slides que reúnem momentos da etapa de estudo e planejamento.	168
Figura 59 - Slides que reúnem momentos da etapa de estudo e planejamento.	169
Figura 60 - Uso da folha quadriculada à esquerda e resolução das primeiras questões à direita	178
Figura 61 - Uso da folha quadriculada à esquerda e resolução das primeiras questões à direita	179
Figura 62 - Produção dos estudantes.	179
Figura 63 - Produção dos estudantes.	180
Figura 64 - Produção dos estudantes.	181
Figura 65 - Produção dos estudantes.	181
Figura 66 - Imagens do momento da sistematização.	182
Figura 67 - Produção de estudantes durante este momento da aula	183
Figura 68 - Produção de estudantes durante este momento da aula	183
Figura 69 - Produção dos estudantes.	184
Figura 70 - Produção dos estudantes.	185
Figura 71 - Produção dos estudantes	185
Figura 72 - Produção dos estudantes	186
Figura 73 - Resoluções possíveis.....	186
Figura 74 - Resoluções possíveis usando o <i>GeoGebra</i>	187

Lista de Quadros

Quadro 1 – Desenvolvimento nas dezesseis semanas	32
Quadro 2 - Etapas do LS adotado no âmbito dos ECSM da UnB e UFCG ...	33
Quadro 3 - Estrutura de plano de aula baseada no Ensino Exploratório adotada na Ação Formativa.....	35
Quadro 4 - Experiências dos participantes com o ECSM em processo de LS e função no projeto.....	43
Quadro 5 - Elementos para a sistematização da experiência	55
Quadro 6 - Perfil das turmas da Escola 1.....	63
Quadro 7 - Informações sobre o desenvolvimento das aulas.	64
Quadro 8 - Perfil das turmas da Escola 2.....	67
Quadro 9 - Informações sobre as turmas.	69
Quadro 10 - Perfil das turmas da Escola 3.....	71
Quadro 11 - Informações sobre as turmas.	72
Quadro 12 - Mudanças ocorridas entre a primeira versão e a versão final do plano	87
Quadro 13 - Recorte dos slides: Distribuição do tempo	99
Quadro 14 - Tarefa do Tangram adaptada	115
Quadro 15 - Áreas e perímetros nas plantações de ingás.....	116
Quadro 16 - Possíveis resoluções dos estudantes.....	117
Quadro 17 - Estrutura da aula conforme o planejamento colaborativo	118
Quadro 18 - Primeira versão da Tarefa - Subgrupo 3.....	135
Quadro 19 - Tarefa 3.	140
Quadro 20 - Ideias para a Tarefa de Construção de Quadrados	144
Quadro 21 - Plano de aula da tarefa final	145
Quadro 22 - Orientações ao professor regente	147
Quadro 23 - Antecipações e possíveis resoluções.....	148
Quadro 24 - Questão 2 e Questão 3 com possíveis respostas	155
Quadro 25 - TM adaptada versão número 1.....	170

Quadro 26 - Análise crítica registrada no plano de aula compartilhado no Drive	174
Quadro 27 - Decisões tomadas pelo subgrupo depois da simulação da TM.	175
Quadro 28 - TM adaptada versão número 2.....	175

Sumário

Apresentação15

Prefácio19

Capítulo 1 – O *Lesson Study* e a formação de Professores de Matemática.... 25

Regina da Silva Pina Neves

Aluska Dias Ramos de Macedo Silva

Janaína Mendes Pereira da Silva

Capítulo 2 – *Lesson Study* no Ensino Médio: uma experiência integrando formadores, professores em serviço e futuros professores de matemática.....41

Regina da Silva Pina Neves

Aluska Dias Ramos de Macedo Silva

Ana Maria Porto Nascimento

Capítulo 3 – O contexto das aulas de investigação no Distrito Federal.....59

Danielly Souza Figueiredo

Rodrigo Oliveira de Souza

Capítulo 4 – Investigando Conceitos de Medida com Apoio Digital e Plantas Baixas..... 75

Maria das Vitórias Guimarães da Silva

Ana Maria Porto Nascimento

Janaína Mendes Pereira da Silva

Raquel Carneiro Dörr

Capítulo 5 – Aprendendo sobre Área e Perímetro com Tangram e Malha Quadriculada.....109

Eduarda de Maria Costa

Alex Henrique Alves Honorato

Aluska Dias Ramos de Macedo Silva

Murilo da Silva Jacinto

Natália de Carvalho Borges

Capítulo 6 – Área e perímetro de polígonos regulares: Um Estudo por meio da Transformação de Tarefas.....	131
--	------------

Emilly Joyce Alcântara da Silva

Ana Maria Porto Nascimento

Josyane Santos Azevedo

Rodrigo Oliveira de Souza

Capítulo 7 – Relações Entre Área e Perímetro em Polígonos Regulares por Representações Visuais.	165
---	------------

Lucas Cotrim Aguiar

Regina da Silva Pina Neves

Ivanilma Santos de Souza

Izabella Sabino da Silva

Rodrigo Oliveira de Souza

Tiago Almeida de Araújo

Capítulo 8 – Reflexões, aprendizados e encaminhamentos.....	193
--	------------

Alex Henrique Alves Honorato

Regina da Silva Pina Neves

Aluska Dias Ramos de Macedo Silva

Sobre os(as) Autores(as).....	211
--------------------------------------	------------

Sobre os Leitores Críticos.....	221
--	------------

Apresentação

“a simple idea. If you want to improve instruction, what could be more obvious than collaborating with fellow teachers to plan instruction and examine its impact on students? Although the idea may be simple, Lesson Study is a complex process.” (Lewis & Hurd, 2011, p. 3).

O processo de desenvolvimento profissional conhecido como *Lesson Study* (LS), originário do Japão, estrutura-se em etapas de planejamento, implementação, reflexão e aprimoramento de uma ou mais aulas, realizadas de forma colaborativa e reflexiva entre facilitadores, professores em serviço, futuros professores e especialistas em LS — os *koshi*, formadores de professores vinculados às universidades ou à Educação Básica (Takahashi & Yoshida, 2004). Os professores em serviço podem estar no início da carreira ou com vasta experiência na docência, e os futuros professores podem integrar estágios profissionais ou outros componentes curriculares que envolvem teoria e prática ou ainda programas de iniciação à prática profissional. Desenvolvido no ambiente escolar, esse trabalho contínuo ao longo dos anos gera um repertório de aulas e práticas que busca promover a aprendizagem dos estudantes, respeitando suas necessidades educativas e o contexto sociocultural da escola (Pina Neves *et al.*, 2022).

A consolidação do LS no Japão inspirou sua adaptação a diferentes realidades culturais, tanto em países orientais quanto ocidentais. No Brasil, esse processo vem sendo incorporado tanto na formação continuada quanto na inicial, como no Estágio Curricular Supervisionado em Matemática (ECSM), além de outros componentes curriculares e projetos. Essas vivências registram informações valiosas sobre as contribuições do LS, especialmente por expandirem as oportunidades de aprendizado dos participantes em relação aos conhecimentos didáticos e matemáticos, apesar da escola ainda não desempenhar papel central no desenvolvimento dos ciclos (Macedo *et al.*, 2023).

No âmbito do ECSM, a Universidade de Brasília (UnB) e a Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) desenvolvem, desde 2020,

um trabalho colaborativo sustentado por um processo de aprendizagem contínua. As duas primeiras autoras deste livro, formadoras de professores, vêm adaptando o LS às especificidades da formação inicial, às particularidades do ECSM, às características dos sistemas educativos e às demandas tecnológicas necessárias para integrar momentos síncronos e assíncronos. Dessa experiência, tem emergido um modelo teórico-metodológico em constante aperfeiçoamento, que articula as ações de estudantes, professores supervisores, futuros professores e formadores da universidade e da escola, como discutido em Silva (2020), Pina Neves e Fiorentini (2021), Pina Neves *et al.* (2022a), Pina Neves *et al.* (2022b), Macedo *et al.* (2023) e Quaresma *et al.* (2024). Para a realização desse trabalho, as formadoras contam com o apoio institucional da UnB e da UFCG, além da colaboração do Grupo de Investigação em Ensino de Matemática (GIEM/UnB), do Grupo de Pesquisa Prática Pedagógica em Matemática (PraPeM/Unicamp), de parceiros de outras Instituições de Ensino Superior (IES), no Brasil e no exterior.

Nos anos de 2023 e 2024, o ECSM em processo de LS contou ainda com o suporte da Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAPDF), por meio do projeto “*Lesson Study* na Formação Inicial e Continuada do(a) Professor(a) de Matemática: reflexão e colaboração em prol do desenvolvimento profissional”, executado pela UnB em parceria com a UFCG, a Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB) e a Secretaria de Educação do Distrito Federal (SEDF). A presente publicação tem como objetivo compartilhar uma Ação Formativa resultante desse projeto, realizada no segundo semestre de 2024. Essa ação envolveu formadores, professores em serviço, futuros professores e colaboradores, contemplando estudos teóricos, análises críticas de ciclos de LS desenvolvidos no ECSM e a elaboração conjunta de novos ciclos. O propósito foi estimular o desenvolvimento profissional dos participantes por meio do engajamento em todas as etapas do LS, colaborando para a criação de aulas de matemática destinadas à Educação Básica.

A troca de experiências e os resultados dessa Ação Formativa ampliam as oportunidades de desenvolvimento tanto para futuros professores quanto para docentes da Educação Básica e para formadores atuantes em cursos de licenciatura em matemática de instituições públicas e privadas. O esforço colaborativo entre UnB, UFCG, UFOB e Unicamp busca consolidar uma rede de pesquisa em LS voltada à formação inicial de professores de

matemática, com vistas à sua implementação em outros componentes curriculares da licenciatura.

Em termos de organização, este livro está estruturado em oito capítulos: o primeiro apresenta uma discussão sobre *Lesson Study* e a formação de professores de matemática; o segundo descreve a Ação Formativa desenvolvida; o terceiro contextualiza o ambiente educativo que acolheu a prática; os quatro capítulos seguintes narram a experiência vivenciada por cada subgrupo, detalhando o desenvolvimento das etapas do LS e os modos de apropriação do processo; e, por fim, o último capítulo apresenta os resultados alcançados, tanto em termos de aprendizagens sobre e para a docência em matemática quanto de reflexões que orientam os próximos passos da equipe.

Desejamos que esta leitura enriqueça sua trajetória profissional e o convidamos a compartilhar este livro com docentes da Educação Básica, promovendo diálogos sobre as percepções construídas a partir da experiência relatada.

Os organizadores

Aluska Dias Ramos de Macedo Silva
Regina da Silva Pina Neves
Alex Henrique Alves Honorato

Prefácio

A escrita deste livro resulta de um percurso coletivo que entrelaça trajetórias, instituições, saberes e afetos. Ele nasce de uma experiência compartilhada entre a Universidade de Brasília (UnB) e a Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), que, desde 2020, desenvolvem, no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado em Matemática (ECSM), um trabalho colaborativo sustentado por um processo de aprendizagem contínua. O que se apresenta nas páginas seguintes não é apenas o registro de uma experiência educativa, mas o testemunho de uma construção teórico-metodológica em movimento — uma práxis formativa que busca compreender e transformar as formas de aprender e ensinar matemática na escola e na universidade.

Desde as primeiras aproximações entre as equipes formadoras, Regina Pina (UnB) e Aluska Macedo (UFCG) sabiam que o desafio não seria pequeno. O ECSM, na formação inicial de professores, é um espaço privilegiado e, ao mesmo tempo, tensionado por diferentes expectativas: o da universidade, que procura promover o pensamento crítico e investigativo sobre a docência; e o da escola, que convoca o futuro professor à concretude do chão da sala de aula, com seus ritmos, incertezas e singularidades. Nesse entrelugar — híbrido, fecundo e, por vezes, conflituoso — encontraram no *Lesson Study* (LS) um caminho promissor para interrelacionar dialeticamente teoria e prática, pesquisa e formação, universidade e escola.

O *Lesson Study*, ao ser apropriado no contexto brasileiro, especialmente no campo da Educação Matemática, precisou ser reinterpretado. As formadoras, tendo por base outras experiências brasileiras, sabiam que não era possível transpor o modelo japonês em sua forma original; era preciso recriá-lo à luz das condições históricas, institucionais e culturais locais. Foi nesse contexto que pude colaborar, durante o pós-doutoramento de Regina Pina na Unicamp, na concepção da primeira versão de um modelo de práxis formativa de ECSM em processo de LS (ECSM-LS) — um processo em que a aprendizagem da docência emerge do engajamento coletivo, da investigação compartilhada e da reflexão crítica sobre a própria prática de

ensinar e aprender matemática, tendo a aula como foco central de estudo (Pina Neves & Fiorentini, 2021; Pina Neves, Fiorentini & Silva, 2022).

Essa ressignificação implicou reconhecer o ECSM-LS como mais do que um método: ele vem se constituindo como um modelo teórico-metodológico que sustenta uma concepção de docência como prática investigativa, situada e socialmente mediada. O aprender docente não se reduz à execução de tarefas planejadas, mas se realiza nas interações e relações que constroem as comunidades de prática docente. Nessa perspectiva, o ECSM-LS passou a ser compreendido como um processo desenvolvido por uma comunidade híbrida entre universidade e escola, em que professores em serviço, futuros professores e formadores problematizam e negociam significados, compartilham repertórios e modificam seus modos de atuar (Pina Neves, Fiorentini, Silva & Silva, 2022).

Ao longo dos últimos anos, esse trabalho coletivo evoluiu, envolvendo formadores, docentes da Educação Básica, licenciandos, pós-graduandos e colaboradores de diferentes instituições — UnB, UFCG, Unicamp e UFOB, além de universidades parceiras no Brasil e em Portugal. Essa rede de colaboração configurou uma comunidade investigativa, que se consolidou como espaço de formação mútua: além de formar professores, formou formadores e pesquisadores, que, ao analisarem sua prática, aprenderam a ensinar matemática de outro modo.

A Ação Formativa que dá origem a este livro, realizada no segundo semestre de 2024, marcou um ponto de inflexão nesse percurso. Foram meses de estudo, planejamento, observação, reflexão e escrita colaborativa. O processo envolveu encontros síncronos e assíncronos, leituras orientadas, seminários e ciclos de LS vivenciados por subgrupos, cada um responsável por planejar, implementar e analisar aulas de matemática na perspectiva do Ensino Exploratório. Essa experiência revelou que o LS é, antes de tudo, um dispositivo de aprendizagem colaborativa, um espaço de diálogo e negociação de sentidos sobre o que significa ensinar e aprender matemática.

Durante a Ação Formativa, emergiram aprendizagens de diversas naturezas — matemáticas, didáticas, pedagógicas, tecnológicas e éticas. Em especial, destacou-se o valor da fase de planejamento, momento em que os subgrupos se debruçaram sobre a elaboração e o refinamento das tarefas matemáticas (TM). As discussões sobre tipologias de tarefas, mediação docente e potencial exploratório dos conceitos evidenciaram que planejar, no

LS, é um ato investigativo: trata-se de interrogar o ensino, prever desafios e criar condições para o desenvolvimento do pensamento e do letramento matemático dos estudantes. Entretanto, isso requer planejar e desenvolver TM abertas e não alinhadas ao Paradigma do Exercício (Skovsmose, 2000).

Essas tarefas, em sua maioria de natureza exploratório-investigativa, demandaram tempo, debate e colaboração. Foram continuamente revisadas em encontros, drives e simulações de aula, constituindo momentos de reflexão sobre a própria prática. Cada reelaboração configurava o que Wenger (1998) denominou de reificação — a projeção de significados no mundo, que dá forma às aprendizagens coletivas e materializa os sentidos construídos no grupo.

Nas etapas de implementação e reflexão, a Ação Formativa se mostrou ainda mais transformadora. Professores experientes e futuros professores compartilharam a condução das aulas, observaram-se mutuamente, registraram interações e reconfiguraram compreensões sobre o papel do professor em um ensino menos diretivo e mais dialógico. O docente, nesse contexto, deixa de ser mero transmissor de conteúdos e se torna um inquiridor — alguém que provoca, escuta e acolhe o erro como parte do processo de aprender.

Esse processo revelou a Ação Formativa também como um espaço de aprendizagem genuína — não apenas para os futuros professores, mas também para professores supervisores e formadores. A Ação Formativa, que partiu do ECSM-LS, promoveu um movimento de descentralização do saber, desafiando hierarquias entre universidade e escola, e reforçando a ideia de que todos são aprendizes. A docência, quando vivida em colaboração, transforma-se em um campo de investigação compartilhada e desenvolvimento coletivo.

Essa perspectiva dialoga com a noção de aprendizagem situada: o conhecimento se constrói nas práticas e interações concretas de uma comunidade. Assim, a Ação Formativa não se limitou a aplicar teorias sobre formação docente; ela as reinventou a partir da experiência, produzindo conhecimentos e teorias locais da prática (Cochran-Smith; Lytle, 1999) — compreensões geradas pelos próprios futuros professores, professores e formadoras sobre o ensinar e o aprender em contextos reais. A Ação Formativa se tornou, assim, um espaço privilegiado de produção de conhecimento profissional docente.

Os desafios também foram significativos. O uso intensivo de tecnologias digitais, o trabalho remoto e o distanciamento geográfico exigiram novas formas de colaboração. Se, por um lado, as limitações técnicas impuseram obstáculos, por outro, as plataformas virtuais permitiram ampliar a participação, reduzir barreiras e fortalecer a rede de formadores e professores distribuídos por diferentes regiões. A Ação Formativa, mediada digitalmente, mostrou-se capaz de integrar momentos síncronos e assíncronos, consolidando uma comunidade híbrida pautada na cooperação e na confiança.

A confiança e o apoio mútuo, como ressaltado em Fiorentini (2004), foi um dos pilares dessa experiência. A colaboração genuína exige ambientes seguros, nos quais as incertezas e os erros possam ser partilhados. Ao longo do processo, a equipe construiu uma cultura de apoio mútuo e feedback construtivo. Aprendeu a negociar ideias e a acolher divergências, reconhecendo a riqueza das múltiplas perspectivas e significações. Essa convivência fortaleceu os vínculos entre universidade e escola e deu origem a uma ética da colaboração, entendida como disposição para o diálogo e para o trabalho conjunto.

A experiência levou também à redefinição do papel do formador de professores. Longe de uma posição hierárquica, o formador, na Ação Formativa, atua como mediador e parceiro investigativo. Seu papel é provocar, desafiar e sustentar a reflexão, ajudando o grupo a transformar experiências em conhecimento. Formar, nesse sentido, é também aprender com o outro, em um movimento de escuta e reconstrução mútua.

O que emerge deste livro é a consolidação de um modelo de formação ancorado na práxis, compreendida como unidade entre teoria e prática. A Ação Formativa, que surgiu de demandas e interesses no próprio ECSM-LS, assume a docência como campo de pesquisa e de produção de conhecimento, reconhecendo que a reflexão teórica só ganha sentido quando enraizada na prática concreta de ensinar e aprender matemática. Essa abordagem rompe com a dicotomia teoria–prática e propõe uma concepção investigativa em que pensar e agir constituem momentos de um mesmo processo.

Nessa direção, o LS é mais do que um instrumento organizador de ações (planejar, implementar, refletir, replanejar): é um quadro conceitual para compreender o desenvolvimento profissional docente como processo coletivo, situado e reflexivo. Ao articular fundamentos teóricos e procedimentos metodológicos, revela-se um potente dispositivo de formação e pesquisa,

capaz de integrar dimensões epistemológicas, pedagógicas e éticas da docência.

Os capítulos desta obra testemunham a vitalidade desse processo. Cada narrativa traz a marca das experiências vividas pelos subgrupos — descobertas, dificuldades, aprendizados e reinterpretções — compondo um mosaico dinâmico que traz implicações para o ECSM-LS, de modo que ele possa ser entendido como um espaço de formação, investigação e humanização, no qual os sujeitos se reconhecem como aprendizes e cocriadores de saberes.

Ao olhar diacronicamente o percurso trilhado, é possível reconhecer o quanto se aprendeu — e o quanto ainda há a aprender. Cada ciclo da Ação Formativa, cada aula planejada e refletida, cada narrativa escrita ampliou a compreensão sobre o que significa formar professores de matemática comprometidos com a escola pública e com a transformação social.

Este livro é, portanto, mais do que um produto final: é um convite à continuidade. Convida formadores, professores, futuros professores e pesquisadores que atuam em cursos de licenciatura, a experienciar o ECSM-LS e Ações Formativas e a se engajarem à rede colaborativa que vem se constituindo - UnB, UFCG, Unicamp e UFOB. Convida, também, à reflexão sobre o papel político da formação docente, em tempos em que a educação pública precisa resistir e se reinventar.

A experiência narrada neste livro renova a convicção de que ensinar é sempre aprender com o outro, e que a esperança — como nos ensinou Paulo Freire — é força histórica alimentada pela prática transformadora. Assim, reafirma-se a aposta na colaboração, na reflexão e na pesquisa como caminhos para reinventar a formação de professores de matemática no Brasil: uma formação crítica, criativa, solidária e comprometida com o direito de todos a aprender.

Prof. Dr. Dario Fiorentini
Professor aposentado da FE/Unicamp
Pesquisador PQ/CNPq-Ed/1A

Referências do prefácio

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationships of Knowledge and Practice: teacher learning in communities. **Review of Research in Education**, v. 24, p. 249-305, 1999. Disponível em: <https://doi.org/10.3102/0091732X024001249>.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, L.A. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004, v. 1, p. 47-76.

LEWIS, C.; HURD, J. **Lesson Study step by step**: how teacher learning communities improve instruction. Portsmouth: Heinemann, 2011.

PINA NEVES, R. da S. ., FIORENTINI,, D., & SILVA, J. M. P. da. (2022). *Lesson Study* presencial e o estágio curricular supervisionado em Matemática: contribuições à aprendizagem docente. *PARADIGMA*, 43(1), 409–442. Disponível em: <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2022.p409-442.id1178>

PINA NEVES, R. da S.; FIORENTINI, D. Aprendizagens de futuros professores de matemática em um estágio curricular supervisionado em processo de *Lesson Study*. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 34, p. 1-30, 2021. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.46312/pem.v14i34.12676>.

PINA NEVES, R. S. *et al.* Uma experiência de *Lesson Study* no Estágio Curricular Supervisado em Matemática: construção e análise colaborativa de um Plano de Aula. In: RICHIT, A.; PONTE, J. P.; GÓMEZ, E. S. (org.). **Estudos de aula na formação inicial e continuada de professores**. São Paulo, SP: Livraria da Física, 2022.

PINA NEVES, R. S.; FIORENTINI, D.; SILVA, A. D. R. M.; SILVA, J. M. P. . Uma experiência de *Lesson Study* no Estágio 918 Curricular Supervisionado em Matemática: construção e análise colaborativa de um Plano de Aula. In: ADRIANA RICHIT; JOÃO PEDRO DA PONTE ; ENCARNACIÓN SOTO GÓMEZ. (Org.). *Estudos de Aula na Formação Inicial e Continuidade de Professores*. 1ed. São Paulo: Livraria da Física, 2022, v. 1, p. 1-376.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação**. *Bolema*, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

WENGER, E. **Communities of Practice: learning, meaning, and identity**. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

1 - O *Lesson Study* e a formação de Professores de Matemática

Regina da Silva Pina Neves¹

Aluska Dias Ramos de Macedo Silva²

Janaina Mendes Pereira da Silva³

A formação inicial do professor de Matemática é um marco significativo no seu processo formativo que reverbera, principalmente, na constituição de sua identidade profissional e no seu crescimento na carreira (Melo; Silva; Sousa, 2018). Portanto, é crucial que os futuros professores (FP) se envolvam em formações investigativas que os habilitem a interpretar e desenvolver práticas relevantes, atuais e transformadoras para as diversas realidades escolares. Diante disso, o *Lesson Study*⁴ (LS) engendrado na reflexão e na colaboração tem se fortalecido no cenário mundial, ganhando cada vez mais adeptos no Brasil.

O *Lesson Study* (*Jugyou Kenkyuu* em japonês, Pesquisa de Aula - um dos termos adotados no Brasil (Baldin, 2009), e Estudo de Aula - nome

¹ Pós-doutorado em Educação em Ciências, Matemática e Tecnologias. Departamento de Matemática, Universidade de Brasília (UnB). E-mail: reginapina@mat.unb.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7952-9665>.

² Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica. Unidade Acadêmica de Física e Matemática, Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). E-mail: aluska.dias@professor.ufcg.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0398-1097>

³ Doutora em Ensino e História das Ciências e Matemática Instituição: Universidade Federal do ABC. E-mail: janaina.mendes.ps@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6540-1521>.

⁴ Caso deseje aprofundar seus conhecimentos, sugerimos as seguintes referências: (Cochran-Smith; Lytle, 1999; Crecci; Fiorentini, 2018; Martins; Mata-Pereira; Ponte 2021; Takahashi; Yoshida, 2004; Murata; Takahashi, 2002; Stigler; Hiebert, 1999; Silva, 2020; Lewis, 2002; Ponte; Quaresma; Mata-Pereira, 2023; Bezerra, 2017; Pina Neves; Fiorentini; Silva, 2022; Wanderley; Souza, 2020).

utilizado em Portugal (Quaresma *et al.*, 2024), originário no Japão, constitui-se em um processo de desenvolvimento profissional do professor que tem como foco a aprendizagem dos estudantes (Isoda *et al.*, 2009), integrando escolas e universidades em iniciativas e estudos que abrangem as formações inicial e contínua de professores de variados campos do saber. Em geral, ocorre por meio de estudo, planejamento, execução e observação, análise e aprimoramento de uma aula ou conjunto de aulas, de forma colaborativa e reflexiva, por formadores de professores, professores em exercício e/ou futuros professores. Sua história no sistema educacional japonês mostra que ele aprimora a capacidade de ensinar dos professores, ao mesmo tempo que melhora a aprendizagem dos estudantes.

O LS japonês integra professores em serviço (iniciantes e experientes) e futuros professores no ambiente escolar, como parte do trabalho cotidiano, criando oportunidades para que um repertório de aulas seja construído, colaborativamente, unindo docentes da mesma área e de áreas afins à coordenação e direção da escola. Ao longo desse processo, é comum ter a presença de *koshi* (termo em japonês que designa os conhecedores de LS) que atuam como professores em escolas e/ou em universidades. Nota-se que a implementação do LS no sistema educativo japonês produziu resultados notáveis, dentre os quais se destacam: o crescimento profissional, a evolução curricular da educação básica, a elaboração de uma abordagem didática para o ensino de matemática, focada no estudante e fundamentada na solução de problemas (Yoshida, 1999).

Tudo isso tem demonstrado que o LS se opõe a abordagens tradicionais de formação de professores, particularmente, de matemática. Especialmente, aquelas nas quais o processo de formação se inicia em resposta a uma necessidade elaborada geralmente por um especialista, fora da instituição escolar, com o objetivo de capacitar os docentes, mantendo uma comunicação hierárquica entre quem forma e quem é formado, sem proporcionar muitos espaços para questionamentos, trocas ou aprendizado recíproco. No LS, as ações começam em resposta a uma necessidade ou desafio que a prática pedagógica apresenta, que é listada, de forma colaborativa, pelos professores de uma escola ou ano letivo específico. Como resultado desse processo, a prática se transforma em pesquisa, pois atende às demandas de um grupo de professores, podendo ser compartilhada com outros profissionais da educação, seja na mesma escola seja entre escolas diferentes.

Essas oportunidades atraíram a atenção de nações orientais e ocidentais, resultando, atualmente, em experiências bem-sucedidas de desenvolvimento de LS em nações como China, Estados Unidos, Portugal, Dinamarca, Chile, Brasil, entre outras, as quais revelam que o LS tem se adaptado e se transformado. Em Portugal, por exemplo, a maioria dos Estudos de Aula são desenvolvidos a partir de iniciativas das universidades, proporcionando aos docentes em exercício e/ou futuros professores a oportunidade de integrar os ciclos de estudo (Quaresma *et al.*, 2017).

Vários esforços têm sido feitos na formação continuada e inicial de professores, obtendo resultados que atestam o avanço do conhecimento dos envolvidos sobre a Matemática para o ensino, os estudantes e a própria prática de ensino. A experiência Dinamarquesa nos mostra que o LS iniciado em uma escola da cidade de *Lyngby Taarbæk* alcançou melhorias no ensino centrado no estudante a partir da resolução de problemas - e motivou sua expansão, integrando, cada vez mais, professores em serviço e formadores de professores (Winsløw *et al.*, 2018), registrando que é crescente o interesse dos professores em aprimorar o ensino com base em ciclos de LS.

No Brasil, as primeiras iniciativas com LS ocorreram aproximadamente em 2009, na região Sudeste do país, graças à iniciativa pioneira de Yuriko Baldin, resultando na elaboração de dissertações, como: Félix (2010) e Carrijo Neto (2014) bem como em ciclos de LS em parceria com a rede pública de ensino do estado de São Paulo (Baldin, Silva e Felix, 2023). Desde então, nota-se um crescimento progressivo no número de pesquisadores, grupos de pesquisa e instituições envolvidas, evidenciando especificidades, como a predominância de estudos voltados para a formação continuada de professores, particularmente no ensino fundamental, originados de iniciativas universitárias; com menor número de pesquisas que envolvem professores em exercício e futuros professores; e pesquisas ainda muito localizadas nas regiões sudeste e sul do país, entre outros aspectos.

Em termos de resultados, tem-se registrado o LS como importante elemento de desenvolvimento profissional e de promoção da cultura colaborativa entre professores, formadores de professores e futuros professores, em ambientes de formação inicial e continuada. Assim como, elemento de problematização e de superação de obstáculos persistentes no ensino de matemática no Brasil, como a abordagem didática focada no

professor, com escassa ou nenhuma oportunidade para a interação dos estudantes entre si e com o próprio saber matemático (Fiorentini *et al.*, 2018).

Além disso, pesquisas brasileiras (Richit; Ponte; Tomkelski, 2019; Curi, 2021) indicam que os professores que participam de ciclos de LS fortalecem suas relações profissionais (nas escolas, universidades e entre elas), expandem seu conhecimento profissional (currículo, conteúdos, metodologias, aprendizado dos estudantes, comunicação em sala de aula, instrumentos de avaliação), entre outros elementos da prática docente. Igualmente, os resultados indicam que os participantes se sentem mais capacitados para o exercício profissional, mesmo em situações desfavoráveis (grande quantidade de estudantes em sala, escolas com histórico de violência, escassez de recursos, etc.), pois encontram no coletivo formado durante a realização dos ciclos de LS o suporte necessário para refletir e aprimorar a escola em sua totalidade. Ainda, indicam que a presença de um ou mais especialistas em LS tem aprimorado as decisões e escolhas durante o processo.

Em relação à formação inicial e ao aprimoramento de LS em componentes curriculares de prática profissional, a Universidade de Brasília (UnB) e a Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) integram ações de ensino e pesquisa no contexto do Estágio Curricular Supervisionado em Matemática (ECSM), desde 2019, sendo pioneiras no Brasil (Pina Neves; Fiorentini, 2021).

Os resultados sugerem que a perspectiva sobre a docência tem mudado por meio do estudo do conteúdo, da análise dos documentos curriculares, da elaboração do plano de aula e da reflexão sobre as ações dos docentes e possíveis reações dos estudantes durante a aula. Tudo isso tem auxiliado no crescimento profissional dos futuros professores, especialmente, por fomentar análises entre o planejado e o que é realizado na sala de aula durante as reflexões pós aulas (Pina Neves; Fiorentini; Silva; 2022). Similarmente, a pesquisa tem mostrado resultados relevantes na prática profissional dos professores em serviço que recebem os FP em suas aulas, bem como das formadoras, demonstrando que todos têm se beneficiado das etapas do LS, expandindo seus conhecimentos profissionais (Pina Neves; Fiorentini; Silva; 2022; Macedo *et al.*, 2023).

A intensificação do trabalho entre UnB e UFCG na estruturação do ECSM em processo de LS ilustra a expansão do emprego de tecnologias digitais na educação do Brasil, particularmente, na formação inicial de

professores, como um efeito positivo do período de pandemia. Além disso, a colaboração entre instituições de ensino superior em regiões geograficamente distantes se mostrou possível para a realização deste componente curricular nesse formato. Assim, nota-se a utilização extensa e eficiente de momentos síncronos e assíncronos em plataformas digitais que permitem videoconferências, encontros virtuais, bate-papos, colaboração em dispositivos móveis, entre outros.

Ademais, cresce a utilização de drives compartilhados para a criação, análise e compartilhamento de recursos pedagógicos, reduzindo as barreiras geográficas entre escolas e universidades, entre professores e formadores de professores, entre pesquisadores de diversas regiões e países.

Com base em tudo isso, fica clara a relevância do LS na formação inicial, em componentes curriculares de prática profissional, como nas disciplinas de Estágio Curricular Supervisionado e/ou Residência Pedagógica, estruturados para estimular ações de natureza colaborativa e reflexiva. Isso possibilita a compreensão das aprendizagens dos futuros professores, dos professores em serviço, dos estudantes, das diretrizes curriculares e das estratégias didáticas. Outrossim, a integração de formadores de professores, professores em serviço, futuros professores e colaboradores em ciclos regulares auxilia na melhoria do projeto pedagógico do curso de graduação. De posse desses conhecimentos, na próxima seção, descrevemos as ações e decisões para adaptação do ECSM em processo de *Lesson Study*.⁵

1.1 O *Lesson Study* na Formação Inicial do Professor de Matemática: adaptações no Estágio Curricular Supervisionado em Matemática (ECSM)

O processo de *Lesson Study* desenvolvido no contexto do Estágio Curricular Supervisionado em Matemática (ECSM), foco do presente item, foi elaborado em consonância com sólidas iniciativas, tanto nacionais quanto internacionais, de apropriação cultural desse processo de desenvolvimento profissional. No Brasil, as primeiras iniciativas foram realizadas pela Universidade Federal de São Carlos em colaboração com a rede pública do

⁵ Essa caminhada de estruturação do ECSM em processo de LS, ocorreu junto ao espaço de pesquisa do Grupo de Investigação em Ensino de Matemática da UnB, tendo o fomento da Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal por meio de projetos no âmbito dos Editais de Demanda Espontânea.

estado de São Paulo, como discutidas em Baldin (2009) e Baldin *et al.*, (2023); e, igualmente, por intermédio das ações do Grupo de Sábado (GdS) da Universidade Estadual de Campinas, em colaboração com a Secretaria de Educação de Campinas e municípios adjacentes, promovendo formação continuada de professores que lecionam matemática, discutidas em Fiorentini *et al.* (2018), Crecci, De Paula e Fiorentini (2019), Losano *et al.* (2021), entre outras.

No exterior, esse diálogo foi realizado por meio de conversas com proeminentes pesquisadores portugueses do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, com ampla experiência em Estudos de Aula, em colaboração com escolas públicas da região metropolitana de Lisboa e de outras partes do país. Tais interlocuções permitiram uma melhor compreensão da Resolução de Problemas implementada no Japão e sua relação com a abordagem do Ensino Exploratório (EE)⁶, a relevância de aprimorar a fase de estudo que precede o planejamento e das tarefas matemáticas exploratórias ou investigativas para expandir a atividade matemática dos estudantes durante a aula, entre outros aspectos (Ponte, 2012; Quaresma & Ponte, 2019; Ponte *et al.* 2023; Macedo *et al.*, 2023). O Paradigma do Exercício (PE) impõe uma gestão do trabalho pedagógico na aula de matemática por meio da apresentação do conteúdo pelo docente, seguida de ações e procedimentos mais repetitivos pelos estudantes, limitando o espaço para diálogo entre os estudantes e entre estes e o professor (Skovsmose, 2000).

Em contraste com essa estrutura estabelecida na atuação dos professores de matemática, discutimos o EE e como ele permite aos estudantes entenderem os conhecimentos e os procedimentos matemáticos de maneira significativa, contribuindo para o desenvolvimento de suas habilidades matemáticas por meio do trabalho do professor, que é orientado por tarefas matemáticas adequadas aos estudantes e aos seus contextos culturais e cognitivos. Assim, a aula baseada no EE é dividida de três a quatro fases. Conforme Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), as quatro fases são chamadas de: 1) Introdução da tarefa; 2) Desenvolvimento da tarefa; 3) Discussão da Tarefa e 4) Sistematização das aprendizagens matemáticas. Por outro lado, de acordo com Ponte (2024), as três fases são descritas como: 1)

⁶ O Ensino Exploratório é entendido enquanto abordagem didática (Canavarro, 2011), sendo debatido como uma alternativa ao Paradigma do Exercício (PE) que ainda prevalece na maioria das escolas brasileiras.

Apresentação e interpretação da tarefa; 2) Realização da tarefa e 3) Apresentação e discussão das resoluções e síntese final. Com o intuito de melhor abordar as fases do EE junto aos FP, optamos por trabalhar com a aula em 4 fases:

(i) a primeira fase, denominada *Introdução da Tarefa*, está relacionada à organização da aula, em que o professor(a) explica a Tarefa Matemática (TM) que será abordada a partir de sua leitura, podendo organizar os estudantes em grupo ou deixar individualmente, para assim estabelecer objetivos da aula;

(ii) a segunda fase, *Desenvolvimento da Tarefa*, corresponde ao trabalho autônomo dos estudantes que atuam na resolução da tarefa proposta conforme os seus conhecimentos e a partir das interações que estabelecem com os colegas de grupo ou com o professor. Nessa fase, a proposta é que o professor seja um mediador, fazendo uma espécie de monitoramento com questionamentos, para que os estudantes desenvolvam a tarefa, sem dar respostas prontas;

(iii) na terceira fase, *Discussão da Tarefa*, o professor selecionará quais grupos ou quais estudantes vão explicar suas resoluções, podendo organizar essa fase de acordo com as diferentes estratégias utilizadas, por exemplo: representação pictórica, cálculos, textos etc., e

(iv) por fim, na última etapa, *Sistematização das Aprendizagens Matemáticas*, o professor busca observar se o seu objetivo da aula foi atingido e quais assuntos matemáticos foram abordados, conforme a resolução dos estudantes em sala de aula, e fazendo conexões com assuntos que eles já tenham visto nos anos anteriores como uma espécie de resumo.

Tudo isso resultou na formulação de uma proposta de LS para a formação inicial de professores de matemática, no âmbito dos componentes curriculares⁷ de ECSM, ministrados na UnB e na UFCG, instituições localizadas nas regiões Centro-Oeste e Nordeste, respectivamente (Pina Neves & Fiorentini, 2021; Pina Neves, Fiorentini & Silva, 2022).

§ 6º O estágio curricular supervisionado é componente obrigatório da

⁷ A Licenciatura em Matemática da UnB e da UFCG contam com três componentes curriculares de estágio, todos estes desenvolvidos nos semestres finais do curso. Na UnB tal situação passou a vigorar no ano de 2025 depois de reestruturação no Projeto Pedagógico do Curso (Pina Neves *et al.*, 2022; Silva, Macedo, Pina Neves, 2024).

organização curricular das licenciaturas, sendo uma atividade específica intrinsecamente articulada com a prática e com as demais atividades de trabalho acadêmico (Brasil, 2015, p. 13).

Desse modo, espera-se que as dimensões teórica e prática sejam interligadas ao longo de todo o curso de formação inicial, sendo o estágio aprimorado a partir de experiências construídas em outros momentos formativos, como projetos de extensão, grupos de estudo e pesquisas, programas de iniciação à docência, entre outros. Na UnB e na UFCG, esses componentes ainda são desenvolvidos na segunda metade do curso⁸, ao longo de um semestre letivo, que possui em média dezesseis semanas, organizadas em módulos, como descrito abaixo.

Quadro 1. Desenvolvimento nas dezesseis semanas

Semanas	De 1 a 4	De 5 a 8	De 9 a 12	De 13 a 16
Ações	Apresentação da proposta; Organização da documentação; Leituras e estudos (LS, Ensino Exploratório, Resolução de Problemas, Documentos Curriculares, Livros Didáticos); visitas iniciais à escola, Definição do(s) tópico(s) curricular(es).	Observação de aulas nas escolas pelos FP; Leituras e estudos sobre o Tópico Curricular; Discussão sobre prática profissional e planejamento de aulas a partir da experiência de outros professores de Matemática (egressos e não egressos das IES); Elaboração e socialização de planos de aulas.	Colaboração em aulas; Análise crítica e validação dos planos de aulas - FP (UnB e UFCG), professoras orientadoras e professores supervisores; Desenvolvimento e reflexão pós-aulas (Regência);	Melhoria dos planos de aulas (sugestões advindas do desenvolvimento das aulas); Reaplicação ou não em novas turmas; Escrita de Relatos pessoais e dos grupos de FP sobre a experiência vivenciada.

Fonte: Elaborado a partir de Pina Neves, Fiorentini e Silva (2022) e Ponte *et al.* 2023.

Para a realização desse ECSM em processo de LS, fez-se uma

⁸ Vale salientar que o estágio será redistribuído ao longo do curso como preconiza a resolução CNE/CP 04/2024. No entanto, é importante registrar que até o segundo semestre de 2025 tal adequação não foi realizada nessas duas IES.

adaptação às três etapas do LS japonês - planejamento, desenvolvimento e reflexão pós-aula, que são usualmente descritas nos estudos. Essa adaptação foi construída em diálogo com as experiências em LS desenvolvidas pelo Grupo de Sábado (GDs) e pelo grupo de pesquisa e Prática Pedagógica em Matemática (PraPeM), como discutido em Crecci, De Paula e Fiorentini (2019) e a partir das experiências anteriores vivenciadas no ECSM. Como resultado dessa adaptação, construiu-se sete etapas, cujas informações estão reunidas no Quadro 2, sendo estas realizadas tanto no ambiente da universidade, quanto na escola. Neste texto, serão adotados os termos futuro professor (FP), professor supervisor (PS) e professor orientador (PO).

Quadro 2. Etapas do LS adotado no âmbito dos ECSM da UnB e UFCG

Etapas	Ambiente	Características
1. Definição do tema	Realizado na escola juntamente com o professor supervisor.	Realizado na escola de acordo com o calendário escolar, de modo consensual com o professor supervisor.
2. Estudo e Planejamento	Realizado na universidade no espaço do componente curricular ECSM e no Drive no espaço de interação entre os FP e formadores.	Artigos científicos, documentos curriculares, livros didáticos, revisar conceitos matemáticos, Tarefas Matemáticas/Abordagem didática, estratégias de resolução, escrita da versão 1 do plano de aula
3. Socialização do planejamento e simulação das aulas (Plenária 1)	Realizado na universidade no espaço do componente curricular ECSM.	Experiência de aproximação à sala de aula (quadro, voz, gestão do tempo, novas estratégias de resolução, análise crítica/sugestões dos colegas, etc)
4. Desenvolvimento e observação das aulas	Realizado na escola com a presença do professor Supervisor e, ocasionalmente, das formadoras.	Experiência de regência e de observação; o plano, os estudantes e as ações do regente em foco. Estratégias/dificuldades antecipadas etc.
5. Reflexão pós-aula(s) na escola (Plenária 2)	Realizado na escola com a presença do professor Supervisor e, ocasionalmente, das formadoras.	Espaço de reflexão e análise na companhia do professor supervisor; o plano de aula, as ações dos estudantes.

6. Reflexão pós-aula(s) na universidade e replanejamento (Plenária 3)	Realizado na universidade no espaço do componente curricular ECSM.	Espaço de reflexão e análise na companhia dos colegas de componente e professor orientador. Melhorias na tarefa e no plano já são postas, possível replicação etc.
7. Sistematização da experiência	Construído, coletivamente, ao longo do semestre no Drive e socializado no espaço do componente curricular na Universidade.	Relatos escritos, orais do processo de planejar, desenvolver e analisar; Planos de aulas, vídeos, Relatos de Experiência.

Fonte: Adaptado de Pina Neves, Fiorentini e Silva (2022).

Os FP se organizam em grupos com três ou quatro pessoas, alinhando-se em termos de afinidades pessoais, interesses por escolas, por ano escolar, disponibilidade de tempo, compatibilidade de agendas, entre outros aspectos.

Figura 1. Organização usual das turmas e dos grupos



Fonte: Produção das autoras.

Essa proposta tem sido constantemente avaliada por meio de encontros de trabalho para apoiar a execução de ações conjuntas que integrem os FP e promovam a colaboração em relação às fases do LS adotado e aos produtos resultantes, incluindo: (i) Tarefas Matemáticas (adaptação, construção e desenvolvimento); (ii) Planos de Aulas (versões com comentários dos FP, PS, PO e integrantes do projeto); (iii) Discussão/reflexão oral e escrita da versão final dos planos de aula. Com base nesses entendimentos, o quadro a seguir foi construído para melhor orientar os FP durante o planejamento e demais etapas.

Quadro 3. Estrutura de plano de aula baseada no Ensino Exploratório adotada na Ação Formativa⁹

Distribuição do Tempo de acordo com as etapas do Ensino Exploratório	Possíveis mediações do(a) professor(a) [Perguntas, comentários, provocações, etc]	Observações
Etapa 1: Introdução da TM XX min	O(a) professor(a) apresenta a TM, assegurando que todos os estudantes compreendem o seu funcionamento. O(a) professor(a) pode organizar questionamentos aos estudantes para verificar a compreensão inicial e despertar o interesse, porém sem fornecer soluções ou facilitar caminhos.	Esta etapa é importante para garantir que os estudantes se sintam mobilizados e compreendam o desafio. O tempo deve ser suficiente para a apresentação clara da TM e para que os estudantes possam fazer perguntas iniciais. O(a) professor(a) deve evitar dar muitas indicações para não reduzir o desafio cognitivo.
Etapa 2: Desenvolvimento da TM XX min	O(a) professor(a) monitora os trabalhos dos grupos circulando pela sala. Deve-se observar as estratégias utilizadas, identificar dificuldades e erros comuns, e tomar nota das abordagens promissoras. Quanto às mediações, devem ser em forma de perguntas que incentivem a reflexão e o aprofundamento do raciocínio, sem apresentar respostas.	O foco é o trabalho autônomo dos estudantes. O tempo deve ser suficiente para que os estudantes explorem e registrem suas respostas. O(a) professor(a) atua como facilitador, colhendo as observações dos avanços dos grupos para a etapa de discussão coletivas.
Etapa 3: Discussão coletiva da TM XX min	O(a) professor(a) orquestra a discussão, selecionando e sequenciando as resoluções dos grupos para apresentar à turma. Deve guiar a conversa para que os estudantes comparem e contrastem as diferentes estratégias, visando que identifiquem a validade matemática das ideias e estabeleçam conexões entre elas.	Esta etapa é importante para a construção do conhecimento. O(a) professor(a) pode considerar apresentar o registro de prática que vise a construção desse conhecimento, seja a respostas corretas ou não. A sequenciação deve focar ao máximo o potencial das aprendizagens.
Etapa 4: Sistematização das aprendizagens matemáticas XX min	O(a) professor(a) conduz a síntese das aprendizagens, formalizando os conhecimentos matemáticos surgidos na discussão. Auxilia os estudantes na organização das ideias e consolidar o conhecimento adquirido	O(a) deve observar e assegurar que os estudantes compreendam os conceitos formalizados.

Fonte: Acervo da pesquisa.

⁹ A versão do plano de aula adotado no ECSM em processo de LS é discutida em publicações como: Pina Neves e Fiorentini (2021), Pina Neves *et al.* (2022a), Pina Neves *et al.* (2022b); Ponte *et al.* (2023).

Conforme ilustrado no quadro, é imprescindível definir a duração para a execução de cada fase da aula, levando em conta a gestão da sala de aula e eventuais problemas que possam ocorrer. Há, também, um espaço para incluir possíveis mediações a serem implementadas durante a aula. A terceira coluna, denominada observações, deve ser preenchida durante ou imediatamente após a realização da aula por um observador. Finalmente, a última linha, Reflexões, é preenchida após o debate da aula por todos que contribuíram com o planejamento.

1.2 Considerações finais

Essa caminhada de estruturação do ECSM em processo de LS, ocorreu junto ao espaço de pesquisa do Grupo de Investigação em Ensino de Matemática da UnB, tendo o fomento da Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal por meio de projetos no âmbito dos Editais de Demanda Espontânea. As adaptações foram feitas de acordo com os regulamentos dos ECSM em cada IES, ou seja, é necessário levar em consideração o que cada resolução de estágio preconiza, e, com a mesma importância, ter em conta as demandas das escolas que recebem os futuros professores. Evidencia-se, assim, o valor e a centralidade do estágio nos cursos de licenciatura, sendo componente obrigatório vital na aproximação e na preparação do FP à sua prática profissional de atuação (Silva, 2020). Igualmente, destaca-se que o aprofundamento de uma estrutura de plano de aula baseada no EE adotada na Ação Formativa foi realizada ao longo dos encontros realizados. Para isto, por meio da utilização das tecnologias, foi possível compartilhar os planos de aula para realizar análise crítica, realizar aulas síncronas entre as turmas de ECSM, seja sobre planejamento, reflexão pós-aula com a participação dos PS e de colaboradores de outras instituições.

Diante de tudo isso, descrevemos, nos capítulos seguintes, como a experiência do ECSM em processo de LS expande-se, fomentando a realização da Ação Formativa que integrou formadores, professores em serviço e FP vinculados ou não ao ECSM da UnB e da UFCG, durante os anos de 2023 e 2024.

Referências

- BALDIN, Y. Y. O significado da introdução da metodologia japonesa de *Lesson Study* nos cursos de capacitação de professores de matemática no Brasil. In: ENCONTRO ANUAL DA SBPN; SIMPÓSIO BRASIL-JAPÃO, 18., 2009. **Anais [...]**. [S.l.]: Associação Brasil-Japão de Pesquisadores (SBPN), 2009.
- BALDIN, Y. Y.; SILVA, A. F.; FELIX, T. F. Introducción de los Principios del Estudio de Clases en Brasil: primeros pasos y grupos de estudio. **Paradigma**, Maracay, v. 44, n. 2, p. 131-158, 2023. DOI: 10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p131-158.id1415. Disponível em: <https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/1415>. Acesso em: 16 jun. 2025.
- BEZERRA, R. C. **Aprendizagens e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental no contexto da Lesson Study**. 2017. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Conselho Pleno. **Resolução CNE/CP n.º 2, de 1 de julho de 2015**. [Brasília, DF: CNE/CP, 2015]. Disponível em: <https://portal.mec.gov.br/docman/agosto-2017-pdf/70431-res-cne-cp-002-03072015-pdf/file>. Acesso em: 10 set. 2025.
- BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Conselho Pleno. **Resolução CNE/CP n.º 4, de 29 de maio de 2024**. [Brasília, DF: CNE/CP, 2024]. Disponível em: https://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=258171-rcp004-24&category_slug=junho-2024&Itemid=30192. Acesso em: 10 set. 2025.
- CANAVARRO, A. P. Ensino Exploratório de Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.
- CANAVARRO, P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2012, Portalegre. **Actas...**: Práticas de Ensino da Matemática. Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática, 2012. p. 255-266.
- CARRIJO NETO, L. A. **A pesquisa de aula (Lesson Study) no aperfeiçoamento da aprendizagem em Matemática no 6º ano segundo o currículo do Estado de São Paulo**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.
- COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. Relationships of knowledge and practice: Teacher learning in communities. In: IRAN-NEJAD, A.; PEARSON, C. D. (ed.). **Review of Research in Education**, [S.l.], v. 24, p. 251-307, 1999.

CRECCI, V. M.; FIORENTINI, D. Desenvolvimento Profissional em comunidades de aprendizagem docente. **Educação em Revista**, [Belo Horizonte], v. 34, p. 1-18, 2018.

CRECCI, V. M.; PAULA, A. de; FIORENTINI, D. Desenvolvimento profissional de uma professora dos anos iniciais que participa de um *Lesson Study* Híbrido. **Educere et Educare**, [Cascavel], v. 14, p. 1-21, 2019.

CURI, E. *Lesson Study*: contribuições para formação de professores que ensinam matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, [Campo Grande], v. 14, n. 34, p. 1-19, 2021.

FELIX, T. F. **Pesquisando a melhoria de aulas de Matemática seguindo a proposta curricular do Estado de São Paulo, com a metodologia da Pesquisa de Aula (*Lesson Study*)**. 2010. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.

FIORENTINI, D. *et al.* Estudo de uma experiência de *Lesson Study* Híbrido na formação docente em matemática: contribuições de/para uma didática em ação. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO (ENDIPE), 19., 2018. **Anais [...]**. [S.l.], v. 1, p. 1-38, 2018. Disponível em: <https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/1178/1045>. Acesso em: 29 maio 2025.

ISODA, M.; OLFOS, R. **El enfoque de resolución de problemas**: en la enseñanza de la matemática. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso, 2009.

LEWIS, C. ***Lesson study*: a handbook of teacher-led instructional change**. Philadelphia: Research for Better Schools, 2002.

LEWIS, C.; HURD, J. ***Lesson study step by step*: how teacher learning communities improve instruction**. Portsmouth: Heinemann, 2011.

LOSANO, A. L.; FERRASSO, T. O.; MEYER, C. (org.). **Narrativas de aulas de matemática no ensino médio**: aprendizagens docentes no contexto de *Lesson Study* híbrido. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), 2021. v. 18. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/ebook/ebook5.html>. Acesso em: 29 maio 2025.

MACEDO, A. D. R.; PINA NEVES, R. S.; SILVA, J. M. P. Desenvolvimento Profissional de uma professora de Matemática: oportunidades no contexto do Estágio Curricular Supervisionado e do Programa de Residência Pedagógica em processo de *Lesson Study*. **Revista Paradigma**, [Maracay], v. 44, ed. tem., p. 398-424, 2023. DOI: 10.37618.

MARTINS, M.; MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Os desafios da abordagem exploratória no ensino da matemática: Aprendizagens de duas futuras professoras através do estudo de aula. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, [Rio Claro], v. 35, n. 69, p. 343-364, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a16>. Acesso em: 29 maio 2025.

MURATA, A.; TAKAHASHI, A. Vehicle to connect theory, research, and practice: How teacher thinking changes in district-level *Lesson Study* in Japan. In: ANNUAL MEETING OF THE NORTH AMERICAN CHAPTER OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 2002. **Anais [...]**. [S.l.]: U.S. Department of Education, 2002.

PINA NEVES, R. da S.; FIORENTINI, D. Aprendizagens de futuros professores de matemática em um estágio curricular supervisionado em processo de *Lesson Study*. **Perspectivas da Educação Matemática**, [Campo Grande], v. 14, n. 34, p. 1-30, 2021. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.46312/pem.v14i34.12676>. Acesso em: 29 maio 2025.

PINA NEVES, R. da S.; FIORENTINI, D.; SILVA, J. M. P. da. *Lesson Study* Presencial e o Estágio Curricular Supervisionado em Matemática: contribuições à aprendizagem docente. **Paradigma**, [Maracay], v. 43, n. 1, p. 409-442, 2022.

PONTE, J. P. Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In: PLANAS, N. (ed.). **Teoría, crítica y práctica de la educación matemática**. Barcelona: Graó, 2012. p. 83-98.

PONTE, João Pedro da. Leonor Santos: Estudos sobre o professor de Matemática. **Quadrante**, [S. l.], v. 33, n. 1, p. 217-226, 2024. DOI: 10.48489/quadrante.36895. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/36895>. Acesso em: 20 set. 2025.

PONTE, J. P. da *et al.* Fitting *Lesson Study* to the Portuguese context. In: QUARESMA, M. *et al.* (ed.). **Mathematics Lesson Study around the world: theoretical and methodological issues**. Cham: Springer, 2017. p. 87-103.

PONTE, J. P. da *et al.* Formación inicial de profesores de Matemáticas: una experiencia de intercambio internacional a partir de los estudios de aula. **Paradigma**, Maracay, v. 44, n. 2, p. 213-240, 2023. DOI: 10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p213-240.id1418. Disponível em: <https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/1418>. Acesso em: 10 set. 2025.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J. Prospective mathematics teachers' views of their learning in a *Lesson Study*. **PNA Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática**, [Granada], v. 17, n. 2, p. 117-136, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.30827/pna.v17i2.23896>. Acesso em: 29 maio 2025.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. da. Dinâmicas de reflexão e colaboração entre professores do 1º ciclo num estudo de aula em matemática. **Bolema**, [Rio Claro], v. 33, n. 63, p. 368-388, 2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a18>. Acesso em: 29 maio 2025.

QUARESMA, M. *et al.* (ed.). **Mathematics Lesson Study around the world: theoretical and methodological issues**. Cham: Springer, 2017.

RICHT, A.; PONTE, J. P. da; TOMKELSKI, M. Estudos de aula na formação de professores de matemática do ensino médio. **Revista Brasileira de Estudos**

Pedagógicos, Brasília, DF, v. 100, n. 254, p. 54-81, 2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.100i254.3961>. Acesso em: 29 maio 2025.

SILVA, A. D. R. M. **Contribuições da *Jugyou Kenkyuu* e da engenharia didática para a formação e o desenvolvimento profissional de professores de matemática no âmbito do estágio curricular supervisionado**. 2020. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

SILVA, E. J. A. da; MACEDO, A. D. R. de; PINA NEVES, R. da S. Uma experiência no Programa de Residência Pedagógica em processo de *Lesson Study*: o caso do jogo Criminal Math. **Revista Baiana de Educação Matemática**, [S.l.], v. 5, n. 1, e202404, 2024. DOI: 10.47207/rbem.v5i1.18562. Disponível em: <https://www.revistas.uneb.br/baeducmatematica/article/view/18562>. Acesso em: 20 set. 2025.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, [Rio Claro], v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

STIGLER, J.; HIEBERT, J. **The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom**. New York: The Free Press, 1999.

TAKAHASHI, A.; YOSHIDA, M. How can we start *Lesson Study*? Ideas for establishing *Lesson Study* communities. **Teaching Children Mathematics**, [Reston, VA], v. 10, n. 9, p. 436-443, 2004.

WANDERLEY, R. A. J.; SOUZA, M. A. V. F. de. *Lesson Study* como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática sobre o conceito de volume. **Perspectivas da Educação Matemática**, [Campo Grande], v. 13, n. 33, p. 1-20, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.46312/pem.v13i33.10302>.

WINSLOW, C. *et al.* Theorizing *Lesson Study*: two related frameworks and two Danish case-studies. In: QUARESMA, M. *et al.* (ed.). **Mathematics Lesson Study around the world: theoretical and methodological issues**. Cham: Springer, 2018. p. 123-142.

YOSHIDA, M. ***Lesson Study*: a case study of a Japanese approach to improving instruction through school-based teacher development**. 1999. Tese (Doutorado) - The University of Chicago, Chicago, 1999.

2 - *Lesson Study* no Ensino Médio: uma experiência integrando formadores, professores em serviço e futuros professores de Matemática

*Regina da Silva Pina Neves*¹⁰

*Aluska Dias Ramos de Macedo Silva*¹¹

*Ana Maria Porto Nascimento*¹²

Como descrito no *capítulo 1, item 1.1* o ECSM, na Universidade de Brasília (UnB) e na Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), quando ministrado pelas formadoras, primeira e segunda autora deste texto, tem sido desenvolvido em processo de LS, de forma colaborativa, desde 2020, a partir de sua adaptação às singularidades do ECSM enquanto componente obrigatório da formação inicial, atentando-se às características dos sistemas educativos e às demandas tecnológicas para a realização de momentos comuns das turmas (síncronos e assíncronos). Mais recentemente, no ano de 2024, a terceira autora deste texto integrou-se à proposta no desenvolvimento do componente curricular de ECSM da Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB). Logo, esse percurso de apropriação do LS nos contextos supracitados tem produzido um modelo teórico-metodológico, sintetizado no Quadro 2 (Etapas do LS adotado no âmbito dos ECSM da UnB e UFCG), no capítulo 1, permitindo melhor compreensão e organização das ações discentes

¹⁰ Pós-doutorado em Educação em Ciências, Matemática e Tecnologias. Departamento de Matemática, Universidade de Brasília (UnB). E-mail: reginapina@mat.unb.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7952-9665>.

¹¹ Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica. Unidade Acadêmica de Física e Matemática, Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). E-mail: aluska.dias@professor.ufcg.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0398-1097>.

¹² Doutorado em Educação Instituição: Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB). E-mail: ana.nascimento@ufob.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2048-5554>.

e docentes na universidade e na escola. Elementos desse modelo, em fase de refinamento, têm sido socializados em estudos como Pina Neves e Fiorentini (2021), Pina Neves *et al.*, (2022), Macedo *et al.*, (2023), entre outros.

Tudo isso só tem sido possível porque as formadoras contam com o apoio de suas instituições, dos Grupos de Pesquisa Investigação em Ensino de Matemática (GIEM/UnB) e Prática Pedagógica em Matemática (PraPeM/Unicamp) e de colaboradores de outras Instituições de Ensino Superior (IES) brasileiras e estrangeiras. Nos anos de 2023 e 2024, esse trabalho contou, também, com o amparo da Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAPDF) por meio do projeto de pesquisa intitulado “*Lesson Study na Formação Inicial e Continuada do (a) Professor (a) de Matemática: reflexão e colaboração em prol do desenvolvimento profissional*”, no contexto do Edital 09/2022, Demanda Espontânea, sendo a UnB a instituição executora e, a UFCG e a UFOB as instituições colaboradoras, juntamente com a Secretaria de Educação do Distrito Federal. Em termos de objetivos, o projeto atuou com o intuito de:

- 1) Compreender o *Lesson Study* e a pesquisa colaborativa como possibilidades para a formação inicial e o desenvolvimento profissional de formadores, futuros professores e professores de matemática no Distrito Federal;
- 2) Promover o pensar e o fazer matemática na perspectiva do Ensino Exploratório junto aos participantes do projeto e a comunidade atendida;
- 3) Planejar, produzir, analisar e validar aulas de matemática para a Educação Básica, em processo de *Lesson Study* de forma colaborativa, integrando licenciandos, formadores de professores e professores de matemática;
- 4) Promover melhorias no *website* da instituição executora para a socialização de recursos multimídias;
- 5) Socializar os recursos multimídias produzidos (Lives formativas sobre LS, planos de aulas, videoaulas, vídeos de formação, etc.) de modo a constituir um repositório para a formação e a prática docente em matemática para a Educação Básica;
- 6) Promover formação e discussão sobre o LS junto a formadores de professores da instituição executora e da Secretaria de Estado e Educação do Distrito Federal, de modo a ampliar as possibilidades formativas das redes.

Desse modo, os componentes de ECSM na UnB e na UFCG nos anos de 2023 e 2024 foram desenvolvidos no âmbito do referido projeto, tendo como participantes: as duas formadoras de professores, os futuros professores matriculados a cada semestre, sete bolsistas de apoio à pesquisa, três formadores de professores que atuaram como colaboradores e, em média, dezesseis professores supervisores, tendo três atuado como colaborador durante os dois anos. Destaca-se que em 2024/2 o componente curricular foi desenvolvido apenas na UFCG, visto que a formadora da UnB encontrava-se em Licença Capacitação para fins de aprofundamento teórico em temáticas vinculadas ao projeto. Igualmente, registra-se que cinco dos futuros professores, vinculados ao componente na UnB em 2024/1, atuaram como bolsistas em 2024/2 visto que o ECSM em processo de LS foi aprovado no contexto do Edital Licenciaturas em Ação, vinculado à Diretoria de Planejamento e Acompanhamento Pedagógico das Licenciaturas (Dapli) do Decanato de Ensino de Graduação (DEG). Muitos dos materiais didáticos produzidos, *lives*, relatos de experiência e artigos científicos decorrentes do projeto podem ser acessados no *website* do Departamento de Matemática, da UnB, na área do projeto < <https://mat.unb.br/index.php/outras-noticias/920-lesson-study-na-formacao-inicial-e-continuada-do-a-professor-a-de-matematica-reflexao-e-colaboracao-em-prol-do-desenvolvimento-profissional-docente>>.

Os participantes do projeto conheceram e/ou vivenciaram o ECSM em processo de LS em momentos distintos de suas experiências acadêmicas e/ou profissionais. O quadro seguinte reúne informações sobre os momentos nos quais todos vivenciaram no enquanto futuro professor, supervisor, formador ou colaborador.

Quadro 4. Experiências dos participantes com o ECSM em processo de LS e função no projeto.

Futuros professores	Nome	Função no Projeto	Experiências com o ECSM em processo de LS
	Katsumi Shimakawa	Bolsista de IC 2024.2	Estudante em 2023.2 e 2024.1
	Lucas Cotrim Aguiar	Bolsista de IC 2024.2 Colaborador em 2025.1	Estudante em 2024.1 e 2025.1

	Murilo da Silva Jacinto	Bolsista de IC 2024.2	Estudante em 2023.2 e 2024.1
	Natália de Carvalho Borges	Bolsista de IC 2024.2	Estudante em 2023.2 e 2024.1
	Pedro Henrique Sousa dos Santos	Bolsista de IC 2024.2	Estudante em 2023.2 e 2024.1
Professores em Serviço	Alex Henrique Alves Honorato	Bolsista de Apoio Técnico e Colaborador	Apoio ao desenvolvimento do ECSM desde 2020 no âmbito do PRAPEM.
	Danielly Souza Figueiredo	Colaboradora	Professora supervisora em 2024.1
	Eduarda de Maria Costa	Bolsista de Apoio Técnico e Colaboradora	Estudante em 2022.1
	Emilly Joyce Alcântara da Silva	Bolsista de Apoio Técnico e Colaboradora	Estudante em 2022.1
	Ivaniélma Santos de Souza	Colaboradora	Professora supervisora entre 2022.1 - 2024.2 e professora preceptora de Residência Pedagógica entre 2023.1 e 2024.1
	Izabella Sabino da Silva	Colaboradora	Estudante em 2021.1
	Janaína Mendes Pereira da Silva	Bolsista de Apoio Técnico e Colaboradora	Integrante da implantação do ECSM em processo de LS em 2019
	Josyane Santos Azevedo	Bolsista de Apoio Técnico	Estudante em 2020.2
	Maria das Vitórias Guimarães da Silva	Bolsista de Apoio Técnico	Estudante em 2022.1

	Rodrigo Oliveira de Souza	Colaborador	Estudante em 2019.2 e 2021.2 Professor Supervisor em 2023.2
	Tiago Almeida de Araújo	Colaborador	Observador em aulas desenvolvidas em 2024.2 e 2025.1
Formadores de Professores	Aluska Dias Ramos de Macedo Silva	Coordenadora	Idealizadora do ECSM em processo de LS desde 2020
	Ana Maria Porto Nascimento	Colaboradora	Apoio ao desenvolvimento do ECSM desde 2020 no âmbito do GIEM. Integrante do desenvolvimento do ECSM em processo de LS desde 2022
	Raquel Carneiro Dörr	Colaboradora	Apoio à implantação e desenvolvimento do ECSM desde 2020 no âmbito do GIEM.
	Regina da Silva Pina Neves	Coordenadora	Idealizadora do ECSM em processo de LS desde 2019.

Fonte: Construído pelas autoras.

À vista disso, o projeto apoiou a realização do ECSM em processo de LS nesses quatro semestres (2023.1, 2023.2, 2024.1 e 2024.2) em ações como: gravações e degravações, organização de dados em arquivos, pastas e *drives*, produção de vídeos, sistematização inicial de dados em arquivos, análise crítica de planos de aulas, seleção e adaptação de tarefas matemáticas, entre outras. Para tanto, a equipe, que era formada por pessoas do Distrito Federal (DF), Paraíba, Bahia e São Paulo, compôs frentes de trabalho de modo a apoiar a prática docente das formadoras em momentos presenciais e virtuais (síncronos e assíncronos), nos quais as duas turmas de ECSM estiveram reunidas e/ou em interação para a realização das ações.

Ao longo desse período de interação, a equipe passou a conhecer e a refletir sobre o modelo teórico-metodológico, apresentado no Quadro 2 no capítulo 1, tendo como parâmetros o Seminário Internacional de *Lesson Study*

no Ensino de Matemática¹³ e suas publicações decorrentes, produções da equipe (Silva, 2020; Pina Neves; Fiorentini, 2021; Pina Neves *et al.*, 2022; Quaresma *et al.*, 2022; Macedo *et al.*, 2023; Ponte *et al.*, 2023; Quaresma *et al.*, 2024, entre outros), como também artigos e relatos de experiências publicados em periódicos nacionais e internacionais. Tudo isso instigou a equipe a vivenciar um Estudo Teórico aprofundado sobre LS seguido da realização de um ciclo de LS, para que dúvidas, inquietações e compreensões fossem experimentadas na prática. A equipe entendia, àquela altura, que as ações já realizadas por eles no projeto eram de extrema valia para suas aprendizagens docentes e de pesquisa, todavia entendiam que permanecia latente a vontade de dar um passo à frente, com todos (juntos) vivenciando um ciclo de LS em alinhamento ao que é desenvolvido no ECSM em processo de LS. Todo esse movimento conduziu a uma **ação formativa** que foi planejada, desenvolvida e analisada de junho de 2024 a julho de 2025, englobando o estudo teórico e o desenvolvimento de ciclos de LS. A figura 2 reúne elementos centrais desta ação formativa.

Figura 2. Elementos centrais da Ação Formativa

Ação Formativa				
Demandas da equipe	Estudo teórico	Ciclo de LS		Sistematização da experiência
Aprofundar o entendimento sobre as tipologias de tarefas matemáticas; Diferenciar a abordagem didática do ensino exploratório e a de resolução de problemas; Compreender as similaridades e as diferenças entre o LS adotado no ECSM e o LS japonês.	Realizado em 12 sessões de 2h30, em média, de trabalho, às segundas-feiras, no período de 17.06 a 14.10, via plataforma Zoom. Cada sessão foi organizada a partir de material de apoio, disponibilizado com uma semana de antecedência (artigos científicos, capítulos de livros ou teses, lives, seminários com convidados especialistas em LS, etc.). Cada sessão contou com um(a) responsável pela mediação, que se ofereceu voluntariamente devido ao interesse pessoal em aprofundar uma determinada temática.	Sessões com toda a Equipe 20 sessões foram realizadas com a equipe, integrando os quatro subgrupos, no período de 06.09.2024 a 07.03.2025, para a vivência, especialmente, nas seguintes etapas do LS adotado: Etapas: Etapas 1: Definição do Tema; Etapas 3: Socialização do planejamento e simulação das aulas (Plenária 1); Etapas 6: Reflexão pós-aula(s) na universidade e replanejamento (Plenária 3); Etapas 7: Sistematização da experiência	Sessões por Subgrupo 15 sessões, em média, foram realizadas nos Subgrupos, integrando os membros, no período de 06.09.2024 a 07.03.2025, para a vivência, especialmente, nas seguintes etapas do LS adotado: Etapas: Etapas 2: Estudo e planejamento; Etapas 4: Desenvolvimento e observação das aulas; Etapas 5: Reflexão pós-aula(s) na escola (Plenária 2)	A sistematização tem sido realizada desde o início do ciclo por meio de ações como: Gravações e degravações das sessões; Registro minucioso das alterações nas diferentes versões dos planos de aula; Registro pelas lideranças dos subgrupos do percurso de trabalho de cada subgrupo, enfatizando os desafios e as estratégias de enfrentamento; Escrita colaborativa do percurso de cada subgrupo, registrando o trabalho em todas as etapas do LS adotado; Finalização com a escrita de um capítulo por cada subgrupo, para a construção de um Ebook.

Fonte: Pina Neves *et al.* (2025, p. 360) Anais III SILSEM

¹³ Para mais informações acesse: <<https://www.even3.com.br/iiisilsem/>>; <<https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/issue/view/85>>; <<https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/issue/view/405>>; <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike>>

Para tanto, a equipe foi organizada em quatro subgrupos, privilegiando em sua composição afinidades pessoais, tendo um ou dois formadores de professores, um professor supervisor, um ou dois professores em serviço e um futuro professor, totalizando 5 membros por subgrupo. Cada subgrupo vivenciou as etapas do LS adotado, planejando, desenvolvendo e refletindo sobre uma aula de matemática na perspectiva do Ensino Exploratório no Ensino Médio. Para o desenvolvimento da aula foi acordado na equipe que esta seria ministrada primeiro por um professor e, posteriormente, por um futuro professor. Esta decisão foi construída durante a fase de Estudo Teórico a partir da demanda de uma futura professora, entendendo que a aula sendo desenvolvida inicialmente por um professor experiente qualificaria a etapa 5 (reflexão pós-aula). Com o intuito de promover a formação de novos facilitadores de LS, decidiu-se coletivamente que cada subgrupo elegeria uma liderança, que se responsabilizou pelas ações em seu subgrupo, por agendar reuniões e realizar a escrita de um diário de bordo, registrando a experiência vivenciada em escolas de Ensino Médio da rede pública do DF como local de desenvolvimento das aulas investigação, sendo estas atuações de professores em serviço e futuros professores.

2.1 Estudo Teórico

As sessões de Estudo Teórico foram realizadas com o intuito de ampliar as compreensões da equipe sobre as temáticas e esclarecer dúvidas latentes. Desse modo, foram estudados temas específicos, realizadas *lives* com convidados e debates sobre: diferença na terminologia adotada no mundo (*Lesson Study*, Estudo de Aula, Pesquisa de Aula, etc.), diferença na terminologia quanto à abordagem didática (Ensino Exploratório, Resolução de Problemas como área de pesquisa no Brasil, Resolução de problemas como área de pesquisa no Japão e nos Estados Unidos), entre outras. A figura seguinte ilustra um destes momentos.

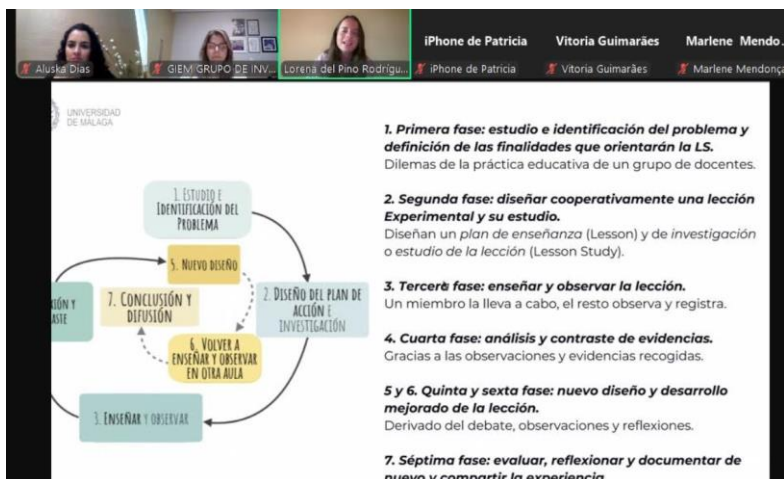
Figura 3. Live sobre Ensino Exploratório



Fonte: <https://www.youtube.com/live/M74LNWkNLKI?si=FIuec2Iv59RShIRk>

As doze sessões foram realizadas no período de 17.06 a 14.10.2024, preferencialmente, às segundas-feiras, das 18h30 às 21h, momento de maior adesão entre os integrantes. Foram realizadas via plataforma *Zoom*, gravadas e degavadas, constituindo-se, assim, em dados empíricos sobre os processos de apropriação do LS adotado entre os integrantes da equipe e convidados. As figuras seguintes ilustram momentos de um dos seminários, no qual o projeto recebeu a doutoranda Lorena del Pino Rodriguez, da *Universidad de Málaga*, Espanha, para debate em torno do objeto de pesquisa intitulado “*El tercer espacio: Interseccionar La Formación inicial de docentes en comunidad*”. O momento gerou discussões em torno de inquietações comuns às vivenciadas pela equipe do projeto, tais sejam: as clássicas dicotomias entre aprender e ensinar; escola e universidade; teoria e prática, entre outras. Igualmente, promoveu o conhecimento dos integrantes do projeto sobre a pesquisa sobre LS na Espanha e as ações de intercâmbio científico que eles têm gerado para que seus estudantes de pós-graduação conheçam e se comuniquem com a pesquisa em LS da América Latina.

Figura 4. Momentos de um dos Seminários no âmbito do Estudo Teórico



Fonte: Acervo do Projeto.

Figura 5. Momentos de um dos Seminários no âmbito do Estudo Teórico



Fonte: Acervo do Projeto.

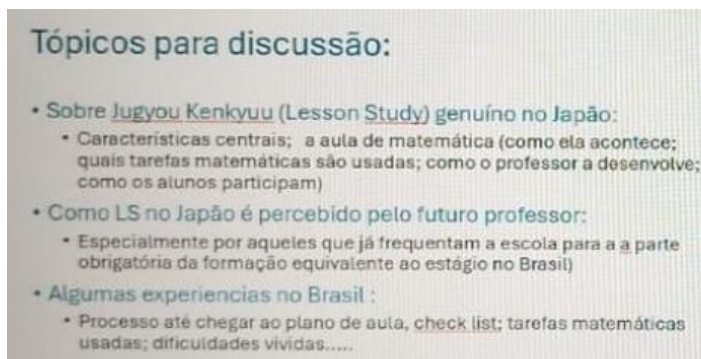
Nas figuras seguintes, registramos momentos do seminário que recebeu a professora Yuriko Yamamoto Baldin, da Universidade Federal de São Carlos, para debate em torno dos princípios do LS. A ocasião foi valiosa para a equipe, uma vez que o diálogo teve como foco as experiências vividas pela professora nas visitas técnicas já realizadas no Japão, transitando entre ações formativas em universidades japonesas e o acompanhamento diário de aulas em escolas japonesas.

Figura 6. Momentos de um dos Seminários no âmbito do Estudo Teórico



Fonte: Acervo do Projeto.

Figura 7. Momentos de um dos Seminários no âmbito do Estudo Teórico



Fonte: Acervo do Projeto.

2.2 O Ciclo de *Lesson Study*

O Ciclo de LS, integrou ações realizadas em dois momentos, foram eles: (a) momentos nos quais os membros de cada subgrupo se reuniam para a realização das etapas 2 (Estudo e Planejamento), 4 (Desenvolvimento e Observação das aulas), 5 (Reflexão pós-aula na escola) e 7 (Sistematização da Experiência) do LS e, (b) momentos nos quais todos os subgrupos (a equipe)

se reuniam para a realização das etapas 1 (Definição do Tema), 3 (Socialização do planejamento e simulação das aulas), 6 (Reflexão pós-aula na universidade e replanejamento) e 7 (Sistematização da Experiência). Nesse ciclo a etapa 2, estudo de planejamento, iniciou-se com a definição dos objetivos de aprendizagem, de acordo com o calendário escolar da SEEDF do DF, constantes no Currículo em Movimento do Ensino Médio (Distrito Federal, 2021, p. 84) de modo consensual na equipe, constituindo a etapa 1 do LS. A figura seguinte reúne dados sobre os objetivos de aprendizagem, a duração da aula e sua posição no desenvolvimento do tópico curricular.

Figura 8. Informações quanto aos objetivos de aprendizagem e aula.

Subgrupos	Informações sobre a aula	Objetivo de Aprendizagem
Subgrupo 1 e Subgrupo 2	Aula dupla (90 minutos) Será a primeira aula do referido Objetivo de Aprendizagem	MAT15FG Calcular a área de uma superfície, por meio de diferentes métodos (reconfigurações, composição, decomposição, aproximação por cortes, entre outros), aplicando as expressões de cálculo em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
Subgrupo 3 e Subgrupo 4	Aula dupla (90 minutos) Será a segunda aula do referido Objetivo de Aprendizagem	MAT16FG Representar graficamente dados de área e de perímetro de um polígono regular, organizados em uma tabela, reconhecendo o tipo de função associada a essa representação.

Fonte: Pina Neves *et al.* (2025, p. 360) Anais III SILSEM

Para essa etapa cada subgrupo ampliou suas ferramentas de interação para além do e-mail e do drive, criando um grupo no *WhatsApp*, por meio do qual se definia as reuniões *on-line* que ocorriam por meio da plataforma *Zoom*. Nesse momento, os subgrupos foram incentivados a consultarem o documento curricular do Distrito Federal, o livro didático adotado pela escola, os *websites*¹⁴ e a tese de Silva (2020) pelo fato de que esses documentos forneceriam subsídios quanto aos conhecimentos matemático e didático do tópico curricular em foco.

A etapa 3 (Socialização do planejamento e simulação das aulas) foi realizada em sessão virtual síncrona com a equipe, em data e horário definidos com antecedência para que cada subgrupo pudesse se organizar em termos de construção do plano de aula, compartilhá-lo via drive para apreciação crítica dos demais subgrupos e preparação de apresentação com apoio de slides para facilitar o debate durante a sessão. A apreciação crítica acontecia no drive do projeto, em pasta destinada a cada subgrupo a partir do uso da ferramenta -

¹⁴ <http://educacaomatematica.ufba.br/>, <https://m3.ime.unicamp.br/>,
<https://ppgedmat.ufop.br/produtos>

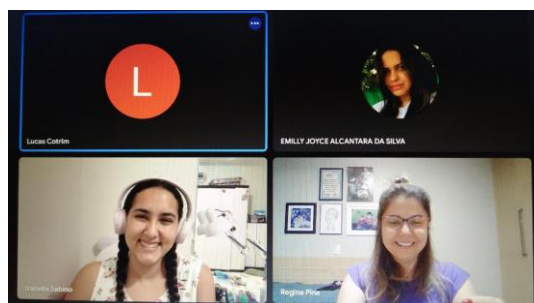
comentários -, tendo de modo geral uma semana de prazo para que o subgrupo analisasse a proposta de planejamento, realizasse uma reunião no subgrupo e definisse os pontos que seriam sugeridos. A inclusão das sugestões era realizada pela liderança do subgrupo de modo a não poluir o arquivo.

Figura 9. Imagens que ilustram as reuniões dos Subgrupos



Fonte: Acervo do Projeto.

Figura 10 - Imagens que ilustram as reuniões dos Subgrupos



Fonte: Acervo do Projeto.

Os subgrupos compartilhavam as tarefas e o planejamento e a equipe refletia sobre essas escolhas, sugerindo melhorias com base no objetivo de aprendizado de cada aula. Com todos os planejamentos das aulas discutidos e feitas as alterações, deu-se início à realização das mesmas. Elas foram desenvolvidas de acordo com uma sugestão da equipe, sendo a primeira aula ministrada pela professora da escola (integrante da equipe) e a segunda por um dos futuros professores que integravam o subgrupo.

A etapa 4, desenvolvimento e observação das aulas, foi realizada de modo presencial nas Escolas 1, 2 e 3 (contexto das aulas de investigação -

descrito no capítulo 3), em horário definido junto aos professores supervisores e futuros professores, de acordo com o calendário escolar e as rotinas da escola. Para tanto, no plano de aula já constava quem assumiria a função de regente e a de observador. Em alguns momentos, a aula contou com mais de um observador, tendo em vista a presença de colaboradores do projeto que acompanharam o desenvolvimento, entendendo-o enquanto instância formativa e de aproximação ao LS e à abordagem do Ensino Exploratório. Ressalta-se que o papel de observador foi vivenciado por ambos, tendo seus registros (notas, fotos das produções dos estudantes, gravações de momentos das aulas, gravações da análise crítica desenvolvida na escola, entre outros dados) organizados em arquivo compartilhado com todos. Este material constituiu-se em insumo para as sessões realizadas tanto nos subgrupos quanto na equipe. Logo, ao longo das aulas, foi possível abordar nessas sessões o desenvolvimento dos estudantes em relação às tarefas, as dificuldades encontradas, as estratégias não previstas no planejamento e as contribuições que eram trazidas pelos estudantes.

A etapa 5, reflexão pós-aulas na escola, aconteceu presencialmente logo depois do desenvolvimento das aulas ou, no máximo, em 24 horas depois, integrando supervisores e futuros professores. Esses momentos foram fundamentais na construção de entendimentos, reflexões e problematizações que foram organizadas em relato textual da aula desenvolvida constando produção matemática dos estudantes, impressões do regente e do observador, sugestões de melhorias para o plano de aula, entre outros elementos.

A etapa 6, reflexão pós-aula na universidade e replanejamento, foi realizada de modo virtual e síncrono integrando a equipe em sessões agendadas com antecedência para que os subgrupos pudessem organizar os materiais a serem compartilhados no drive bem como a apresentação sobre o desenvolvimento da aula já trazendo elementos discutidos no subgrupo na etapa 5. Este momento foi fundamental para a troca de experiências entre os subgrupos, o conhecimento das percepções de cada futuro professor, que expôs suas aprendizagens durante a função de regente e de observador, destacando o que foi adequado em termos de mediação da aula, de abordagem dos estudantes, de proposição de questões que instigaram o desenvolvimento de estratégias e a argumentação, a orientação durante a discussão coletiva e a sistematização. E, por sua vez, os professores supervisores expuseram, neste momento de reflexão pós-aula, o que visualizaram na aula, como foi o “assistir a aula”, na posição de observador, atentando-se a ação do futuro professor. Os

supervisores afirmaram que estar na sala de aula e ter a oportunidade de observar o desenvolvimento do plano de aula, que havia sido discutido em grupo, foi uma experiência que oportunizou muitas aprendizagens sobre a ação do professor em sala de aula, de fato aquele momento constituiu-se como formação continuada para os supervisores.

Relembra-se que a recolha dos dados aconteceu nos subgrupos e na equipe por meio de gravações e degravações das sessões, de arquivos compartilhados com análises críticas e sugestões, versões de tarefas matemáticas e de planos de aulas, versões de relato escrito do trabalho dos subgrupos, entre outros. A análise de dados foi realizada de modo a compreender quais aspectos das demandas postas pela equipe foram alcançados ao longo da experiência. Posterior a esta data, os subgrupos trabalharam na sistematização da experiência.

Assim, a etapa 7 Sistematização da experiência, constituiu-se dos momentos nos quais os subgrupos foram convidados a descreverem e analisarem todo o processo, registrando por escrito suas ações, decisões e aprendizagens. A estrutura desses textos foi debatida no coletivo de modo a permitir que todos expressassem como entendiam este momento de escrita e quais elementos consideraram mais pertinentes. O quadro seguinte reúne as decisões da equipe, construídas a partir de uma contribuição inicial posta pela liderança do subgrupo 1.

Quadro 5. Elementos para a sistematização da experiência

SISTEMATIZAÇÃO

Acesso aos dados:

Reuniões gravadas, fotos, documentos relacionados às versões das tarefas matemáticas, planos de aula e diário de Bordo.

Concepções iniciais:

Explicar as ideias principais do Projeto, qual o intuito, como ocorreu a divisão dos subgrupos, escolha e objetivos do conteúdo proposto;

Mostrar como foi realizado o estudo dos documentos que abordam o tema proposto, assim como a escolha de tarefas matemáticas que atendiam aos objetivos;

Deixar claro a estrutura que foi adotada durante a criação e desenvolvimento da aula.

Desenvolvimento do processo:

Relatar como que se deu a escolha de tarefas, o que levou o subgrupo a escolhê-las e se era preciso adaptação;

Relatar sobre a 1ª versão do plano e alterações que foram realizadas após sugestões da reunião em conjunto com todos os membros do projeto;

Focar o desenvolvimento do plano, explicando como ocorreram as divisões, construções e reuniões que por fim, resultaram na versão final, além de debater as escolhas em determinados momentos, destacando a importância da construção coletiva.

Desenvolvimento da aula:

Abordar o desenvolvimento do plano de aula, quando onde e por quem foi desenvolvido

Verificar se os objetivos da aula foram alcançados, como ocorreu o desenrolar da aula, imprevistos que aconteceram e quais antecipações foram significativas e importantes para o alcance dos resultados.

Reflexões pós-aula:

Aprofundar nos resultados obtidos, quais estratégias que os estudantes realizaram para responder a tarefa, se confirma ou refuta as antecipações;

Relatar os pontos de melhoria em relação à construção do plano de aula;

Relatar as modificações que foram realizadas após discussão com a equipe, pontos de melhoria, assim como as contribuições que realizamos para o aprendizado dos estudantes;

Refletir a experiência como um todo, da elaboração do plano em conjunto à reflexão pós-aula, evidenciando as dificuldades encontradas em trabalhar em grupo e quais estratégias criamos para superar essas dificuldades.

Fonte: Acervo do Projeto.

A produção dos subgrupos, a partir das diferentes funções que vivenciaram de elaboradores de plano de aula e das tarefas, regentes de turma, observadores, produtores dos registros escritos, organizadores dos materiais no drive, de gravadores de áudio e vídeo provocou diversas aprendizagens e, com certeza, impulsionando desenvolvimento profissional docente. As sistematizações produzidas pelos subgrupos tornaram-se os capítulos seguintes deste livro, organizados do capítulo 3 ao 6. Em cada capítulo, o líder do grupo é o primeiro autor, pois foi o responsável em manter continuamente os registros das discussões, sugestões e produções do subgrupo. Em síntese, os textos de cada subgrupo ilustram o caminhar de seus integrantes e como estes aprenderam a caminhar cada vez mais juntos. Mostram, do mesmo modo, suas dificuldades tanto em relação ao conteúdo que se estudava quanto ao relacionamento humano, desde diferenças em termos de rotinas/estilos de trabalho, aceitação das percepções e ações do outro, diferentes momentos de desenvolvimento quanto à capacidade de escrita, entre tantas outras.

Referências

MACEDO, A. D. R.; PINA NEVES, R. S.; SILVA, J. M. P. Desarrollo Profesional de una profesora de Matemática: oportunidades en el contexto de la Pasantía Curricular Supervisada y en el Programa de Residencia Pedagógica en el proceso de *Lesson Study*. **Paradigma**, [Maracay], v. 44, n. 2, p. 398-424, 2023.

PINA NEVES, R. S.; FIORENTINI, D. Aprendizagens de futuros professores de matemática em um estágio curricular supervisionado em processo de *Lesson Study*. **Perspectivas da Educação Matemática**, São Paulo, v. 14, n. 34, p. 1-30, 2021. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.46312/pem.v14i34.12676>. Acesso em: 31 maio 2025.

PINA NEVES, R. S.; FIORENTINI, D.; SILVA, J. M. P. *Lesson Study* presencial e o Estágio Curricular Supervisionado em Matemática: contribuições à aprendizagem docente. **Paradigma**, [Maracay], v. 43, n. 1, p. 409-442, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2022.p409-442.id1178>. Acesso em: 31 maio 2025.

PINA NEVES, R. S. *et al.* Ação Formativa no Processo de *Lesson Study*: da teoria à prática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE LESSON STUDY NO ENSINO DE MATEMÁTICA, 3., 2025. [Anais [...]]. [S. l.]: III SILSEM, 2025. Roda de conversa.

QUARESMA, M.; PINA NEVES, R. S.; MACEDO, A. D. R. Prática profissional e o estágio curricular supervisionado: experiências com *Lesson Study* na formação inicial

de professores de matemática. **Educação Matemática em Revista – RS**, [S. l.], v. 1, n. 23, p. 135-148, 2022. DOI: <https://doi.org/10.37001/EMR-RS.v.2.n.23.2022.p.135-148>. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/EMR-RS/article/view/3113>. Acesso em: 11 jun. 2025.

QUARESMA, M. *et al.* Apropriação pelos Futuros Professores de Matemática da abordagem do Ensino Exploratório em processo de Estudo de Aula. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 32, n. 00, p. e024005, 2024. DOI: 10.20396/zet.v32i00.8676684. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8676684>. Acesso em: 16 jan. 2025.

SILVA, A. D. R. M. **Contribuições da *Jugyou Kenkyuu* e da engenharia didática para a formação e o desenvolvimento profissional de professores de matemática no âmbito do estágio curricular supervisionado**. 2020. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

3 - O contexto das aulas de investigação no Distrito Federal

Danielly Souza Figueiredo¹⁵

Rodrigo Oliveira de Souza¹⁶

Apresenta-se, neste capítulo, o contexto das aulas de investigação, iniciando com algumas informações referentes à organização da rede de ensino no Distrito Federal e destacando algumas diretrizes do currículo para o ensino de matemática. Na sequência, mostram-se os objetivos de aprendizagem definidos para a elaboração das aulas, foco desta investigação. E para uma melhor visualização do cenário, são apresentadas as escolas parceiras e as características gerais das turmas, informando os elaboradores das aulas, os professores regentes de cada aula com os respectivos observadores.

A Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF), de acordo com o Regimento Interno, é o órgão responsável pela coordenação, implementação e avaliação das políticas públicas educacionais no âmbito do Distrito Federal (BRASIL, 2018). Vinculada ao Governo do Distrito Federal, a SEEDF atua diretamente na gestão do sistema de ensino público da capital, abrangendo a Educação Infantil, o Ensino Fundamental, o Ensino Médio, a Educação de Jovens e Adultos (EJA). Com uma estrutura organizacional descentralizada, a SEEDF é composta por diversas coordenações regionais de ensino (CRE), que facilitam a gestão administrativa e pedagógica das unidades escolares em diferentes regiões do Distrito Federal.

¹⁵ Mestre em Matemática. Universidade de Brasília (UnB). E-mail: daniellyheitor@gmail.com.

¹⁶ Mestrando em Matemática (PROFMAT) - Bolsista da CAPES – PROEB. Universidade de Brasília (UnB). E-mail: rodrigodotemplo@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0009-0001-9742-3004>.

O *Currículo em Movimento*, elaborado pela SEEDF, estabelece diretrizes para uma educação que valoriza o desenvolvimento de competências e habilidades voltadas à resolução de problemas, à construção de modelos e à investigação matemática (DISTRITO FEDERAL, 2018). Em consonância com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o currículo enfatiza que a aprendizagem em Matemática deve promover o raciocínio lógico, a argumentação e a autonomia dos estudantes. Conforme destaca o documento:

O alcance desse propósito ocorrerá quando os estudantes do Ensino Médio conseguirem atingir objetivos de aprendizagem que abordem processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Contudo, isso só será possível se os discentes forem estimulados a desenvolver o próprio modo de raciocinar, que está diretamente ligado a ser capaz de refletir e argumentar, individual e coletivamente. (DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 77)

Tais princípios orientadores se articulam de forma coerente com a proposta deste livro, uma vez que propõem o estudante como protagonista do processo de ensino e aprendizagem e buscam promover aprendizagens matemáticas por meio do raciocínio, da investigação e da argumentação. Assim, o ECSM em processo de LS, como descrito nos capítulos anteriores, conta com o apoio da SEEDF por meio da parceria com a gestão escolar e professores que atuam na rede pública, sejam no ensino fundamental ou médio. Desse modo, a cada semestre define-se a partir do interesse e disponibilidade dos professores colaboradores do projeto aqueles que receberão os grupos de futuros professores, buscando diversidade de regionais de ensino e de escolas.

De acordo com o previsto em um processo de LS, a primeira etapa – definição do tema – foi decidido de modo consensual com as escolas parceiras cujos objetivos de aprendizagem da área de Matemática e suas Tecnologias seriam referentes ao eixo de Geometria Plana do 1º ano do Ensino Médio, a saber:

MAT15FG Calcular a área de uma superfície, por meio de diferentes métodos (reconfigurações, composição, decomposição, aproximação por cortes, entre outros), aplicando as expressões de cálculo em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

MAT16FG Representar graficamente dados de área e de perímetro de um polígono regular, organizados em uma tabela, reconhecendo o tipo de função associada a essa representação.

(DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 84)

Esses objetivos orientaram a construção de quatro planos de aula, na perspectiva do Ensino Exploratório, considerando as fases: introdução da TM; desenvolvimento da TM; discussão da TM e sistematização das aprendizagens matemáticas. Essa construção ocorreu por meio da ação dos quatro subgrupos que organizaram o trabalho tendo como parâmetro o ECSM em processo de LS: Definição do tema; Estudo e Planejamento; Socialização do planejamento e simulação das aulas (Plenária 1); Desenvolvimento e observação das aulas; Reflexão pós-aula(s) na escola (Plenária 2); Reflexão pós-aula(s) na universidade e replanejamento (Plenária 3); Sistematização da experiência. Destaca-se que a explicação detalhada sobre cada uma das fases do Ensino Exploratório e das etapas do LS encontra-se no capítulo 2.

Nesse processo de construção, buscou-se assegurar a coerência com os princípios curriculares e a promoção de aprendizagens e engajamento dos estudantes e do incentivo ao diálogo matemático, tanto individual quanto coletivo. Para tanto, foram consolidadas parcerias com três escolas públicas da SEEDF, duas da regional Plano Piloto e uma da regional Santa Maria.

Uma das escolas parceiras foi um Centro de Ensino Médio, da regional Plano Piloto, localizada na Asa Sul. A escola é reconhecida como a primeira escola de Ensino Médio da capital federal, constituindo-se em um marco na história educacional de Brasília. Atualmente, ela oferece o Ensino Médio nos turnos matutino e vespertino, contando com infraestrutura ampla e diversificada, composta por biblioteca, laboratórios de ciências e de informática, auditório, pátio coberto e áreas verdes. A escola também se destaca por sua política de acessibilidade, dispondo de rampas, corrimãos, sinalização sonora e visual, além de banheiros adaptados, garantindo condições adequadas de mobilidade e inclusão para pessoas com deficiência. Com uma comunidade escolar composta por mais de 1.500 estudantes, provenientes de diversas regiões do Distrito Federal, sob a mesma direção desde 2017, a escola tem se empenhado em manter sua tradição de excelência no Ensino Médio. Embora a escola não figure entre as primeiras posições nos rankings recentes de desempenho das escolas públicas do Distrito Federal,

continua sendo uma referência importante na educação pública da região, valorizada por sua história, infraestrutura e dedicação à formação integral dos estudantes.

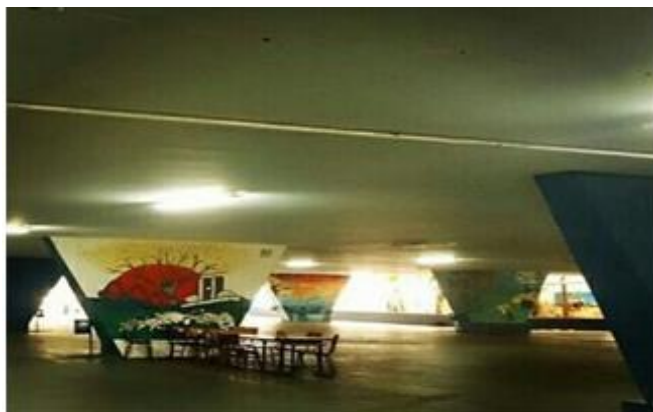
No âmbito das ações descritas neste livro, os planos de aula elaborados pelos Subgrupos 1 e 2, detalhados nos capítulos seguintes, foram desenvolvidos em cinco turmas do 1º ano do Ensino Médio desta escola.

Figura 11. Escola 1 Asa Sul



Fonte: Acervo do projeto

Figura 12. Escola 1 Asa Sul



Fonte: Acervo do projeto.

As turmas eram reduzidas, com uma média de 16 estudantes por turma, o que favoreceu sua organização em duplas e permitiu o acompanhamento mais próximo por parte do professor regente. As aulas foram desenvolvidas no quarto bimestre letivo do ano de 2024, em conformidade com o cronograma de conteúdos previstos para o período. Dessa forma, os estudantes já tinham vivenciado o estudo de funções, o que possibilitou uma melhor compreensão das propostas desenvolvidas durante as aulas. A seguir, é descrito o perfil das turmas.

Quadro 6. Perfil das turmas da Escola 1.

Turma 1	Turma com duas estudantes com deficiência auditiva, sendo uma delas acompanhada por monitor de Libras. Por ser pequena, a turma era bastante unida, embora fosse composta por estudantes agitados, comunicativos e ainda imaturos em sua maioria.
Turma 2	Os estudantes se dividiram claramente em dois grupos: o primeiro participativo, frequente e engajado nas ações; o segundo, composto por estudantes mais ausentes, com dificuldades para acompanhar o conteúdo das aulas. Demonstraram, em muitos momentos, comportamentos de desinteresse, falta de questionamentos e ações inadequadas para as aulas, como uso de celular ou sonolência.
Turma 3	Turma com menor quantidade de estudantes e alto índice de faltas. Os estudantes, embora se mostrassem esforçados, enfrentavam grandes dificuldades em Matemática devido à falta de conhecimentos de anos escolares anteriores.
Turma 4	Turma mais produtiva, era composta por estudantes que se organizavam em grupos que se ajudavam, embora conversassem em sala, eram produtivos e demonstravam interesse, fazendo perguntas e esclarecendo dúvidas. Destacavam-se alguns estudantes com perfil de liderança positiva, o que ampliava o desempenho coletivo da turma.
Turma 5	Turma com predominância de estudantes com muitas carências em conteúdos de anos anteriores, o que impactava no acompanhamento das aulas, gerando desinteresse e baixo rendimento. Apesar de alguns estudantes se esforçarem muito, a turma contava com três estudantes que demonstravam forte desinteresse e comportamento disperso, o que prejudicava a turma coletivamente.

Fonte: Construído pelos autores.

No quadro seguinte apresenta-se a estrutura geral do desenvolvimento das aulas nesta escola, informando a turma, o número de estudantes, o

subgrupo responsável pela aula, o nome do responsável pela regência e os observadores em cada turma.

Quadro 7. Informações sobre o desenvolvimento das aulas.

Turmas	N. de Estudantes	Plano de Aula	Professor Regente	Observadores
1	13	Subgrupo 1	Danielly de Souza Figueiredo	Murilo da Silva Jacinto
2	18	Subgrupo 1	Lucas Cotrim Aguiar	Pedro Henrique Sousa dos Santos; Katsumi Shimakawa
		Subgrupo 2	Danielly de Souza Figueiredo	
3	17	Subgrupo 1	Katsumi Shimakawa	Danielly de Souza Figueiredo
4	20	Subgrupo 1	Danielly de Souza Figueiredo	Murilo da Silva Jacinto; Natália Borges
		Subgrupo 2		
5	16	Subgrupo 1	Murilo da Silva Jacinto	Danielly de Souza Figueiredo; Lucas Cotrim Aguiar; Katsumi Shimakawa
		Subgrupo 2	Pedro Henrique Sousa dos Santos	

Fonte: Relatório da Pesquisa.

Figura 13. Momentos do desenvolvimento das aulas nas turmas.



Fonte: Relatório de Pesquisa

Figura 14. Momentos do desenvolvimento das aulas nas turmas.



Fonte: Relatório de Pesquisa

A segunda escola, também da regional Plano Piloto, localiza-se na Asa Norte e oferece exclusivamente o Ensino Médio, funcionando nos turnos diurno e vespertino, com uma média de 900 estudantes matriculados. Comprometida com a inclusão, a instituição conta com salas de recursos multifuncionais, banheiros adaptados e vias de circulação acessíveis. Em

termos de infraestrutura, a escola conta com laboratório de ciências, sala de leitura, auditório, pátios cobertos e descobertos, além de áreas verdes que promovem um ambiente propício ao aprendizado.

Figura 15. Escola 2 Asa Norte

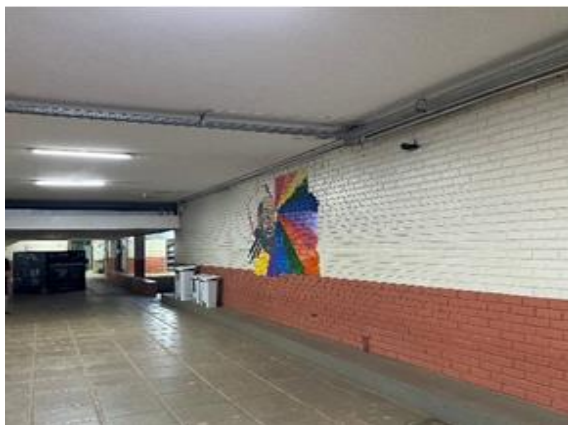
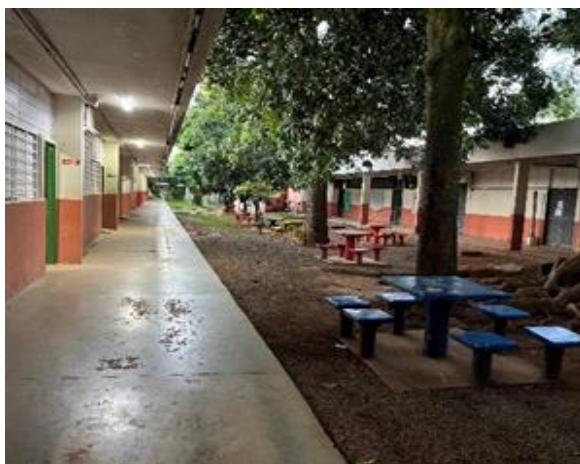


Figura 16. Escola 2 Asa Norte



Fonte: Relatório da Pesquisa.

As aulas foram desenvolvidas em quatro turmas do 1º ano do Ensino Médio. Em comparação com a escola da Asa Sul, as turmas desta escola apresentavam maior número de estudantes, com uma média de aproximadamente 24 estudantes por sala. Ainda assim, podem ser consideradas turmas com quantidade moderada de estudantes, o que contribui para um ambiente de aprendizagem relativamente tranquilo. A seguir, apresenta-se a descrição das quatro turmas do 1º ano do Ensino Médio da escola da Asa Norte, considerando aspectos comportamentais, desempenho acadêmico e necessidades específicas de aprendizagem:

Quadro 8. Perfil das turmas da Escola 2.

Turma 1	Composta por 14 meninas e 10 meninos, esta turma apresentava bom comportamento, participação ativa e bom desempenho na realização das ações propostas. Contava com uma aluna com Transtorno do Espectro Autista (TEA), que acompanhava bem os conteúdos com apoio de atividades adaptadas e em menor volume. Destacava-se por apresentar altas habilidades na área de Artes.
Turma 2	Com 19 meninas e 6 meninos, esta turma era tranquila, com estudantes participativos e motivados. Entretanto, algumas meninas enfrentavam dificuldades significativas em Matemática, principalmente devido à ausência de pré-requisitos essenciais. Apesar de serem atentas e esforçadas, tinham dificuldade em desenvolver as ações com êxito, evidenciando a necessidade de revisão e intervenções pedagógicas específicas.
Turma 3	Composta por 15 meninas e 11 meninos, esta era uma turma participativa, com bom desempenho acadêmico e relações interpessoais positivas. Apresentava um estudante com Transtorno do Espectro Autista (TEA), que acompanhava adequadamente as aulas, interagia bem com o professor e realizava as ações propostas, necessitando apenas de adaptações pontuais.
Turma 4	Formada por 10 meninas e 10 meninos, esta era uma turma com menor quantidade de estudantes, coesa e de fácil interação. Os estudantes eram participativos e demonstravam possuir conhecimentos matemáticos dos anos anteriores, o que favorecia o desenvolvimento das aulas e a realização das ações propostas.

Fonte: Acervo do Projeto.

As aulas nessa escola foram desenvolvidas no início do ano letivo de 2025, com caráter de revisão e diagnóstico. Assim, os estudantes ainda não haviam vivenciado formalmente o conteúdo de funções, o que foi considerado

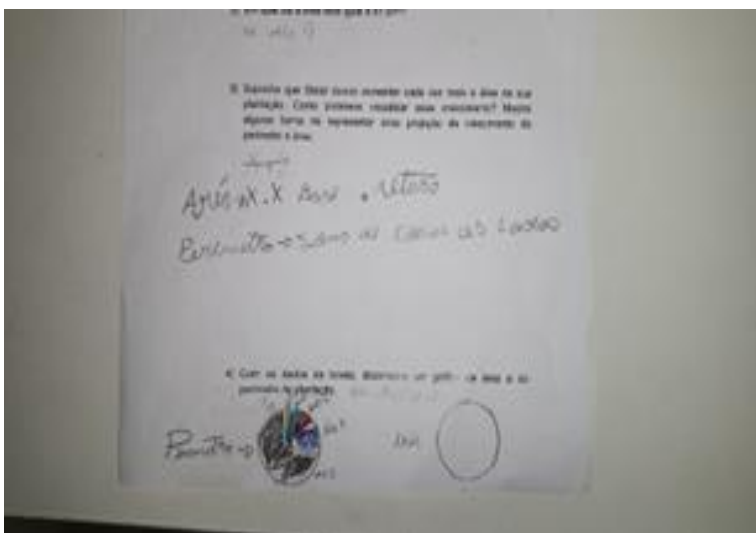
no desenvolvimento e na análise das aulas. As figuras seguintes exemplificam momentos do desenvolvimento das aulas e o quadro apresenta as informações sobre turmas, o número de estudantes, o subgrupo responsável pela aula, quem atuou como professor regente e como observador.

Figura 17. Momentos do desenvolvimento das aulas nas turmas



Fonte: Relatório de Pesquisa

Figura 18. Momentos do desenvolvimento das aulas nas turmas



Fonte: Relatório de Pesquisa

Quadro 9. Informações sobre as turmas.

Turma	N. de Estudantes	Plano de Aula	Professor Regente	Observadores
1	24	Subgrupo 3	Lucas Cotrim Aguiar	Danielly de Souza Figueiredo
2	25	Subgrupo 3	Lucas Cotrim Aguiar	Danielly de Souza Figueiredo
3	26	Subgrupo 3	Danielly de Souza Figueiredo	Lucas Cotrim Aguiar
4	20	Subgrupo 3	Danielly de Souza Figueiredo	Lucas Cotrim Aguiar
		Subgrupo 4		

Fonte: Relatório de Pesquisa.

A terceira escola parceira estava localizada na região administrativa de Santa Maria e era uma escola pública de Ensino Médio, em processo de transição para se tornar um Centro de Ensino Médio Integrado. A escola atendia estudantes das três séries do Ensino Médio nos dois horários de funcionamento, matutino e vespertino, e se destacava também por ser um polo de inclusão educacional. A escola oferecia atendimento especializado a estudantes com Deficiência Auditiva (DA), intelectual (DI) e estudantes com algum transtorno de desenvolvimento (Transtorno do Espectro Autista - TEA -, Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade - TDAH -, etc.).

Esse atendimento era realizado por profissionais especializados, em sala de recursos. A instituição atendia não somente a região de Santa Maria - DF, mas a municípios vizinhos ao Distrito Federal, no estado de Goiás. Em termos de infraestrutura, a escola possuía 18 salas de aula, com 16 delas em funcionamento. As salas eram equipadas com ventiladores, televisores e, em sua maioria, aparelhos de ar-condicionado. Além disso, a escola possuía outros espaços pedagógicos como uma biblioteca, e espaços comuns de convivência que favoreciam o trabalho colaborativo e a interação entre os estudantes.

Figura 19. Sala de Matemática.



Fonte: Relatório de Pesquisa

Figura 20. Sala de Matemática.



Fonte: Relatório de Pesquisa

Quanto às turmas participantes da pesquisa, foram contempladas três turmas da 2ª série do Ensino Médio, descritas a seguir.

Quadro 10. Perfil das turmas da Escola 3.

Turma 1	A turma 1 possuía 33 estudantes registrados, sendo 18 meninos e 15 meninas, porém, contava com uma média de apenas 27 estudantes frequentes. Era a turma que tinha o perfil mais colaborativo entre as 3 turmas, fazendo com que as tarefas propostas fluíssem com maior facilidade. A turma contava com dois estudantes diagnosticados com TEA. Ambos tinham um perfil parecido, sendo mais quietos e introvertidos, mas um deles apresentava uma maior sensibilidade a barulhos enquanto o outro apresentava uma dificuldade maior para escrever e assimilar alguns conteúdos de matemática.
Turma 2	A turma 2 também possuía 33 estudantes registrados, sendo 11 meninas e 22 meninos, mas apenas 25 estudantes frequentes. Começaram o ano com sérios problemas de comportamento que foram se diluindo conforme alguns estudantes foram transferidos de turma, turno ou de escola. Na época da aplicação das tarefas os estudantes ainda tinham um comportamento inadequado, com diversas conversas paralelas e falta de interesse com as explicações. Poucos estudantes da turma realmente se interessavam e participavam das tarefas propostas.
Turma 3	A turma 3 possuía 36 estudantes, sendo 17 meninas e 19 meninos registrados, mas apenas 31 estudantes frequentes em média. A turma 3 era apática, se recusavam a responder e participar das tarefas propostas com os professores regulares, com exceção de alguns estudantes que tinham algum interesse em participar das tarefas propostas. Mas de maneira geral era a turma que apresentava, para os professores, maior dificuldade em desenvolver as tarefas, devido à falta de interesse dos estudantes.

Fonte: Acervo do projeto.

As aulas foram desenvolvidas de acordo com o apresentado no Quadro 11 seguinte:

Quadro 11. Informações sobre as turmas.

Turma	N. de Estudantes	Plano de Aula	Professor Regente	Observador
1	27	Subgrupos 3 e 4	Lucas Cotrim Aguiar	Tiago Almeida de Araújo
2	25	Subgrupo 4	Lucas Cotrim Aguiar	Tiago Almeida de Araújo

Fonte: Relatório de Pesquisa.

Enquanto professores em serviço da SEEDF entendemos que o perfil dos estudantes, das três escolas evidencia a diversidade da sala de aula e, exemplifica, em grande parte a realidade das escolas públicas de ensino médio do Distrito Federal. As turmas reúnem estudantes em diferentes momentos de suas aprendizagens matemáticas, alguns com mais dificuldades que outros devido aos sucessos e aos insucessos já vivenciados em anos anteriores, especialmente, aqueles que, durante a pandemia de coronavírus, foram realizados em formato de Ensino Remoto Emergencial. Ao descrevermos os perfis das turmas, socializamos aspectos das nossas rotinas nas salas de aulas ao interagirmos com estudantes alegres, motivados, falantes, questionadores dos conteúdos matemáticos, da rotina da escola e do atual momento social, político e econômico do país.

Ao mesmo tempo, convivemos com estudantes mais apáticos, calados; alguns com muitas dificuldades conceituais que nem sempre conseguem expor suas dúvidas ou mesmo pedir ajuda. Muitos vivem os dilemas das famílias do Distrito Federal que buscam escolas de Ensino Médio na regional Plano Piloto devido a uma construção social que forneceu a elas o status de escolas de qualidade, que abrem portas para o ensino superior público, especialmente, via Programa de Avaliação Seriada (PAS), da UnB. Muitos estudantes dessas escolas têm dificuldades em conciliar os estudos e o trabalho, demarcando uma realidade muito presente no Ensino Médio no Brasil. Todavia, mesmo frente a estes desafios interagimos, dia após dia, com estudantes empenhados e que lutam por novas trajetórias de vidas via os estudos e já declaram que buscarão uma vaga no Ensino Superior via PAS ou Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Enquanto professores regentes que acompanharam todo o percurso de planejamento das aulas bem como enquanto observadores, entendemos que

essa variedade de perfis conceituais e de comportamentos sociais integram a escola, tornando a experiência riquíssima enquanto instância de aprendizagem da docência (para os futuros professores) e de desenvolvimento profissional docente (para nós e todos os demais professores que nos acompanharam no projeto). Assim, ao longo das aulas, presenciamos que a maioria dos estudantes foram receptivos à proposta, demonstraram vontade, dedicação e engajamento durante as aulas, participando, esclarecendo dúvidas e colaborando com os colegas. Convivemos, também, com fatores que prejudicaram o pleno aproveitamento das aulas, entre os quais se destacam: desafios relacionados à infrequência dos estudantes, a falta de conceitos matemáticos de tópicos curriculares do Ensino Fundamental, a ausência de rotina de estudos extraclasse, a pouca experiência dos estudantes em situações de ensino que demandam autonomia e discussões em grupos e na turma. Além disso, observou-se, por parte de alguns estudantes, o uso de celulares ¹⁷ durante as aulas, sem finalidade pedagógica, o que interferiu na concentração dos estudantes.

Ao encerrarmos este capítulo, reafirmamos seu objetivo de descrever o contexto das aulas de investigação, apresentando aspectos da rede de ensino - SEEDF, o currículo, as escolas e as turmas. Do mesmo modo, registramos que as etapas do LS adotado foram vivenciadas pela equipe, com os subgrupos responsáveis em conhecer a escola, estudar o documento curricular da SEEDF, estudar o conteúdo matemático atentando para os objetivos de aprendizagem; elaborar, simular e desenvolver as aulas considerando as fases do Ensino Exploratório; observar as aulas e realizar a reflexão pós-aula. Para nós, tal conhecimento é fundamental para se planejar uma aula, trata-se de uma demanda que acompanhará o trabalho do professor ao longo de sua carreira e, que precisa ser aprendido pelos futuros professores.

Por isso, o planejamento de uma aula, para ser iniciado, necessita ser direcionado a alguém - o estudante - que está situado em uma escola, que está inserida em um contexto local, num determinado bairro, com determinadas características sociais e econômicas que podem afetar o perfil do estudante e impactar em seu envolvimento com a proposta das aulas. O conhecimento da escola, do currículo, das turmas, dos estudantes que constituem as turmas em

¹⁷ Lei nº 15.100, de 13 de janeiro de 2025. Dispõe sobre a utilização, por estudantes, de aparelhos eletrônicos portáteis pessoais nos estabelecimentos públicos e privados de ensino da educação básica.

termos de engajamento com o estudo e de domínio de conteúdo é necessário para melhor elaborar a aula, principalmente pensar o nível de exigência cognitiva da tarefa matemática.

É necessário ressaltar que a equipe era constituída por membros da Universidade de Brasília, residentes no Distrito Federal, membros da Universidade Federal de Campina Grande, residentes em Campina Grande, localizada no estado da Paraíba e, ainda, um integrante que residia em São Paulo e um integrante que residia no interior do estado da Bahia, professora da Universidade Federal do Oeste da Bahia. A distância entre esses estados e mais especificamente, as diferenças regionais de linguagem, de clima, de comportamentos dos estudantes precisavam ser bem conhecidas por todos os integrantes da equipe: futuros professores, professores em serviço, professores formadores, todos esses atuando como pesquisadores. Por fim, avaliamos que conhecer as escolas, as turmas, o currículo foram essenciais para a equipe, pois uniformizou as informações considerando-as durante o planejamento.

Referências

BRASIL. Distrito Federal. Secretaria de Estado de Educação. **Regimento Interno:** Decreto n.º 38.631, de 20 de novembro de 2017. Brasília, DF: Secretaria de Estado de Educação, 2018. Disponível em: https://www.educacao.df.gov.br/wp-content/uploads/2017/08/Regimento_Interno.pdf. Acesso em: ago. 2024.

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação. **Currículo em Movimento do Distrito Federal – Ensino Fundamental:** Anos Iniciais – Anos Finais. Brasília, DF: Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal, 2018.

4 - Investigando Conceitos de Medida com Apoio Digital e Plantas Baixas

Maria das Vitórias Guimarães da Silva¹⁸

Ana Maria Porto Nascimento¹⁹

Janaina Mendes Pereira da Silva²⁰

Raquel Carneiro Dörr²¹

4.1. Introdução

Este texto relata a trajetória vivenciada pelo Subgrupo 1 ao longo do ciclo de *Lesson Study* (LS), como exposto nos capítulos anteriores, objeto de investigação no projeto de pesquisa *Lesson Study na Formação Inicial e Continuada do(a) Professor (a) de Matemática: reflexão e colaboração em prol do desenvolvimento profissional docente*.

O Subgrupo 1 foi composto por uma professora da rede pública de ensino da Paraíba, duas professoras universitárias com experiência na formação de professores de Matemática e com vivências anteriores em processos de *Lesson Study*, além de um futuro professor, estudante do curso de Licenciatura em Matemática da UnB.

Após uma consulta inicial à professora colaboradora, responsável por desenvolver a tarefa matemática em sua sala de aula, analisamos o perfil da

¹⁸ Mestranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). E-mail: v.guimaraes@aluno.uepb.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0009-0007-0800-0063>.

¹⁹ Doutorado em Educação. Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB). E-mail: ana.nascimento@ufob.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2048-5554>.

²⁰ Doutora em Ensino e História das Ciências e Matemática. Universidade Federal do ABC. E-mail: janaina.mendes.ps@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6540-1521>.

²¹ Doutora em Educação Instituição: Departamento de Matemática, Universidade de Brasília (UnB) E-mail: raqueldorr@unb.br Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6453-7032>.

turma e os conteúdos que estavam sendo trabalhados. Considerando também as subdivisões por grupos e o Currículo em Movimento da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (2021), identificamos o objetivo de aprendizagem a ser trabalhado em consonância com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), descrito como MAT15FG. Esse objetivo propõe:

Calcular a área de uma superfície, por meio de diferentes métodos (reconfigurações, composição, decomposição, aproximação por cortes, entre outros), aplicando as expressões de cálculo em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais. (Brasil, 2018, p. 511)

O subgrupo 1 optou por trabalhar com a temática de Área, considerando as vivências dos participantes com o ensino de Geometria em diferentes níveis educacionais. A motivação foi a constatação de que ainda persiste entre os estudantes da Educação Básica uma deficiência na aprendizagem de conteúdos basilares da Geometria, entre os quais se destaca o conceito de área. Foi também incluído o cálculo de perímetro, com a expectativa de que os estudantes pudessem diferenciar estes conceitos após a realização da tarefa.

Como exposto nos capítulos anteriores, a primeira etapa do processo de LS é destinada à realização de várias leituras de materiais relacionados às temáticas escolhidas para compor o ciclo de LS. Os Subgrupos 1 e 2 estavam trabalhando com o mesmo objetivo de aprendizagem e como proposta de leitura para o aprofundamento nos conteúdos matemáticos relacionados a *Grandezas e Medidas*, o subgrupo 2 recomendou o capítulo 8 sobre Grandezas e Medidas do livro *Explorando o Ensino* (CARVALHO, ALMEIDA, 2010) e parte do Capítulo 7 da tese de Silva (2020). Esses materiais compuseram parte do aporte teórico que fundamentou o planejamento e deu continuidade à proposta desenvolvida pelo grupo.

Ressaltamos a importância desse momento de resgate dos conteúdos matemáticos a serem trabalhados como forma de atualização e verificação de como têm sido trabalhados em sala de aula. Para o subgrupo 1, foi a oportunidade de juntos, discutirmos e refletirmos sobre a importância dos conteúdos matemáticos. O estudo ainda confirmou a pertinência da escolha da temática, por se tratar de assunto frequentemente presente no cotidiano dos

estudantes, recorrentes em outras áreas de conhecimento e promotor do desenvolvimento do raciocínio matemático a partir da resolução de problemas.

4.2. Desenvolvimento

Para facilitar a comunicação entre os integrantes, criamos um grupo no *WhatsApp*, por meio do qual foram organizadas as questões logísticas de reuniões, horários e disponibilidades para viabilizar o avanço para as próximas etapas, uma vez que os participantes estavam em locais distintos (Alagoinha no Estado da Paraíba e Brasília no Distrito Federal). De imediato, houve dificuldade em encontrar horários em comum entre todos, mas conseguimos nos reunir via Google Meet e as discussões foram complementadas por meio de trocas de ideias no *WhatsApp*, sendo as decisões tomadas por meio de enquetes.

A primeira reunião permitiu a compreensão coletiva das responsabilidades e o que, de fato, deveria ser desenvolvido. As demais reuniões foram destinadas à definição e à discussão das tarefas matemáticas a serem implementadas, bem como à construção, análise e avaliação do planejamento e, principalmente, à definição das estratégias de implementação.

A socialização sobre a implementação da tarefa, bem como as reflexões, aconteceu nos encontros com a equipe, como explicado no capítulo 2. Tudo o que era definido e discutido nos subgrupos, assim como as decisões tomadas, eram expostas e discutidas nas reuniões com a equipe, a fim de obter várias opiniões e pontos de vista em relação ao que estava sendo construído.

Em uma dessas reuniões, a professora responsável pela turma em que seriam desenvolvidos os planos apresentou sua visão acerca das dificuldades dos estudantes, os pré-requisitos de conhecimento esperados, o perfil das turmas e o nível de tarefa adequado para ser proposto. Isso foi de extrema importância, pois o subgrupo 1 conseguiu delimitar o que poderia ou não desenvolver, levando em consideração esses critérios pré-estabelecidos. Tendo em vista que os subgrupos 1 e 2 compartilhavam o mesmo objetivo de aprendizagem, foi sugerido que houvesse um consenso para decidir qual subgrupo introduziria e qual daria continuidade ao conteúdo proposto, resultando no subgrupo 1 para a introdução do conteúdo e no subgrupo 2 para a continuidade.

Como dito no capítulo 2, assumimos a abordagem do Ensino Exploratório, por reconhecermos que ela possibilita a formação de ambientes de aprendizagem que se apoiam em tarefas desafiadoras, por meio de ações comunicativas que acontecem entre os estudantes nos trabalhos em grupo e na produção de registros matemáticos escritos. Essa abordagem se apresenta como uma alternativa ao modelo tradicional de ensino direto, em que o professor apresenta o conteúdo e os estudantes se limitam à realização de exercícios de fixação.

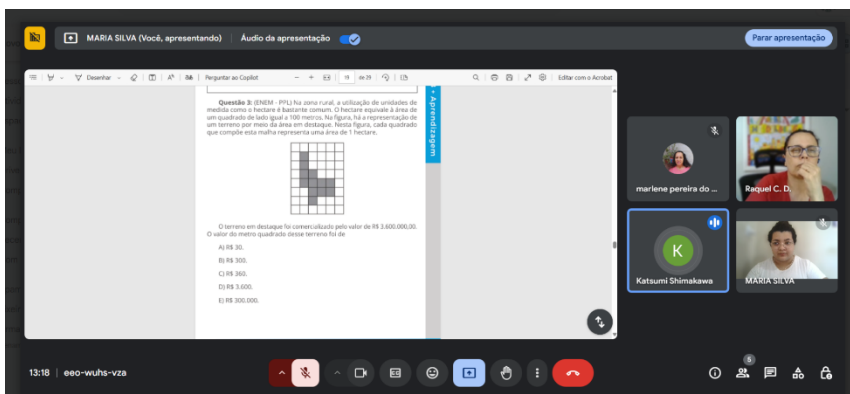
A fim de organizar todas as ideias e propostas da construção realizada, foi disponibilizado aos subgrupos um quadro indicando as quatro fases do Ensino Exploratório. À medida que as tarefas eram escolhidas, o quadro era preenchido e, ao decorrer das reuniões e debates formativos, realizamos ajustes até chegar na versão final do plano.

4.2.1 Planejamento da aula

No processo de LS, a fase de planejamento coletivo para a construção do plano de aula é fundamental para o seu sucesso. Nessa fase, os participantes de cada subgrupo tiveram o desafio de delinear cuidadosamente cada elemento desse plano, respeitando as ideias de cada componente. A escolha da tarefa matemática é um desses momentos cruciais que definirão o sucesso das etapas seguintes (Pina Neves; Fiorentini, 2021).

Com base no objetivo de aprendizagem estabelecido, foi definido que os participantes deveriam sugerir tarefas, adaptá-las ou construí-las. Foram expostas diferentes sugestões pelos integrantes do subgrupo 1 nos encontros on-line para planejamento.

Figura 21. Registro de uma reunião on-line para elaboração do Plano de Aula



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 1

A partir da experiência de uma das professoras com uma tarefa proposta no material AVANÇA IDEB²² do Estado da Paraíba, foi discutida como uma primeira possibilidade de tarefa a situação que está exposta na Figura 22. Pensamos em criar algo relacionado a área de terrenos e quantidade de hectares, a fim de que os estudantes pudessem enxergar os conceitos de área e perímetro no dia a dia, favorecendo a diferenciação entre eles. Assim, a tarefa foi apresentada ao grupo geral do projeto em uma das reuniões formativas, e, após a inserção de várias sugestões, concluímos que estava muito fácil e pouco exploratória. Sendo assim, optamos por elaborar uma nova tarefa que pudesse atender não apenas ao objetivo de aprendizagem estabelecido, mas também se aproximar da vida cotidiana dos estudantes.

²² O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) é um indicador criado pelo INEP em 2007 que combina o desempenho dos estudantes nas avaliações padronizadas com as taxas de aprovação escolar, medindo a qualidade da educação básica no Brasil. O Avança IDEB é o material que a Secretaria de Educação da Paraíba disponibiliza aos professores a fim de que possam trabalhar em consenso com suas aulas.

Figura 22. Versão 1 do plano: Tarefa Matemática - Primeira possibilidade

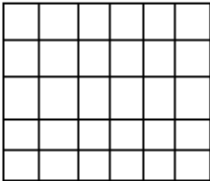
Tarefa Matemática - Primeira possibilidade

Introdução:
Vocês já ouviram falar em hectares ?
Pesquise quanto vale o hectare em nossa região.

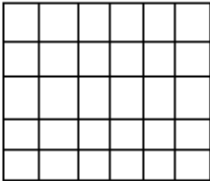
1º momento
Quais as medidas de um campo de futebol? Comparado a um hectare ele é maior ou menor? Quanto? Justifique a sua resposta
Sabendo que nesta malha quadriculada cada quadrado representa uma área de 1 hectare, represente na malha:

a) 1 hectare
b) 2 hectares

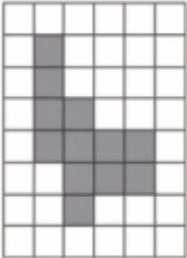
a)



b)



2º momento
(ENEM - PPL) - Adaptada- Agora consideremos que o hectare equivale à área de um quadrado de lado igual a 100 metros. Na figura, há a representação de um terreno por meio da área em destaque, calcule a área deste terreno.



Já sabendo quanto que o terreno em destaque têm de área, ele foi comercializado pelo valor de R\$ 3.600.000,00. Qual o valor, em reais, do metro quadrado desse terreno ?

Fonte: ENEM (2011) adaptada.

Como segunda possibilidade, foi sugerida a introdução de um jogo como ferramenta didática para abordagem inicial dos conceitos de área e perímetro e, em seguida, os conceitos seriam retomados por meio da análise da planta de uma casa, sendo essa a situação que de fato, se tornou uma das tarefas matemáticas escolhida pelo grupo. A nova versão da Tarefa Matemática integrou duas situações por se tratar de uma aula de 90 minutos. Considerando o conhecimento prévio dos estudantes, tentamos ao máximo transformar a tarefa em algo que de fato explorasse o seu olhar criativo e autônomo. Sendo assim, analisamos um jogo denominado Construtor de área²³, cuja descrição encontra-se no site: <https://www.coquinhos.com/jogo-construtor-de-area>:

Um "jogo construtor de área" é um jogo online que permite aos jogadores criar e manipular figuras geométricas em um espaço bidimensional, geralmente com foco em aprender e compreender conceitos matemáticos como área e perímetro. Os jogadores podem usar blocos coloridos, grades e outras ferramentas para construir figuras, explorar relações entre forma e área, e comparar diferentes formas.

Características comuns de um jogo construtor de área:

- Interface: Uma área de jogo bidimensional onde os jogadores podem criar figuras.
- Ferramentas: Blocos coloridos, grades, ferramentas para medir áreas e perímetros.
- Desafios: Questões de área, perímetros, e comparação de formas.
- Aprendizagem: Exploração de conceitos matemáticos, desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas e compreensão de formas geométricas.

²³ Construtor de área: disponível em: Construtor de Área - Área | Perímetro | Áreas fracionárias - Simulações Interativas PhET

Exemplos de jogos construtores de área:

- Construtor de Áreas – Coquinhos
- Construtor de Áreas – Noas
- 9-Patch Puzzle: Quebra-Cabeças de Áreas – Coquinhos
- Cubics Lands – Coquinhos
- Tri Puzzle – Coquinhos
- Quebra-cabeça de Cálculo de Área – Coquinhos
- Área e Perímetro: Desenhe Figuras (1-2-Jogadores) –

Coquinhos

- Jogo para trabalhar área e perímetro - Construtor de área -

Phet

O jogo foi simulado em uma das reuniões formativas com integrantes do grupo geral como mostra a imagem exposta na Figura 23:

Figura 23. Simulação do jogo Construtor de Área



Fonte: Registro das reuniões formativas. Acervo do Projeto - Subgrupo 1
https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/area-builder

Após ser estudado pelo subgrupo 1, simulado e analisado pelo grupo geral, esse jogo foi definido como Tarefa 1 (Figura 24) com o objetivo de introduzir os conceitos iniciais de área e perímetro por meio da tecnologia digital e colocar em prática o entendimento dos estudantes sobre o conteúdo.

Figura 24. Tarefa Matemática 1 - Construtor de área

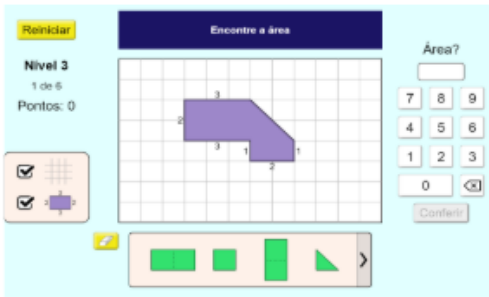
Tarefa Matemática 1 -

Lucas estava jogando **ÁREA E PERÍMETRO** em seu computador e chegou ao nível 3, o qual pede que encontre a área da figura em destaque. Após tentar de várias formas, ainda não obteve resultados.

Parte 1

Ajude-o a encontrar o valor da área da figura em para que possa avançar para o próximo nível e explique a sua resposta.

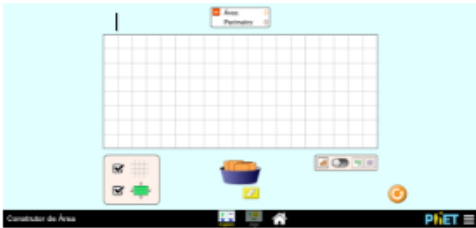
Observação: Considere 1cm para aresta da malha quadriculada.



Parte 2

Após terem chegado ao nível 4, ajudem Lucas a representar na malha quadriculada abaixo, uma figura que resulte no dobro da área total encontrada anteriormente.

Adaptação Colorado.edu, disponível em: [Construtor de Área 1.1.35 \(colorado.edu\)](http://Construtor.de.Área.1.1.35.colorado.edu) - opção: EXPLORE.

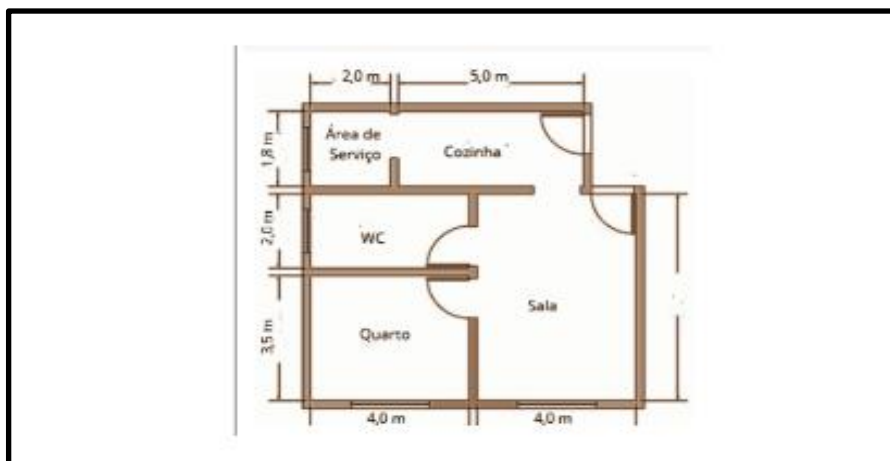


Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 1.

As discussões para definição da segunda tarefa foram encaminhadas de modo a definir por uma proposta de situação contextualizada, algo que retratasse algum contexto de medida de área e perímetro em situações do dia a dia. Assim, foi apresentada para análise a situação exposta na Figura 24, disponível como uma proposta de tarefa matemática destinada a estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA), em que se tem a planta baixa de uma

casa, informando as medidas de cada cômodo, na planta mostrava-se uma sala, cozinha, um quarto, um banheiro e uma área de serviço. A ideia era, após calcular a área total da planta baixa, avaliar em qual cômodo seria possível colocar um sofá (Figura 25). Esperava-se que os estudantes observassem que as medidas do sofá eram desproporcionais às medidas dos cômodos, assim não seria possível colocar o sofá em nenhum cômodo da casa.

Figura 25. Planta Baixa



Fonte: Matemática – Planta baixa. Conexão Escola – EJA²⁴

²⁴ Secretaria Municipal de Educação de Goiânia, [s.d.]. Disponível em: <https://sme.goiania.go.gov.br/conexaoescola/eja/matematica-planta-baixa/>. Acesso em: 09-10.2024.

Figura 26. O sofá



Fonte: Imagem criada por Inteligência artificial. Acervo do Projeto - Subgrupo 1.

A situação pensada no subgrupo 1 foi discutida em uma das reuniões formativas e os integrantes do grupo geral fizeram várias indicações:

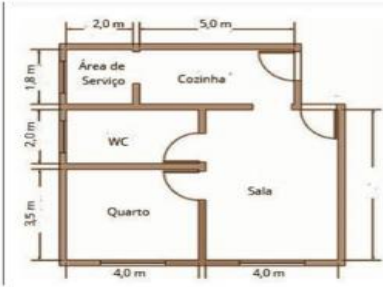
- Acrescentar mais alternativas a fim de que os estudantes pudessem explorar mais os dados das figuras;
- Analisar, de acordo com o objetivo proposto, se seria necessário deixar o tamanho e altura do sofá conforme os dados da figura ou alterá-los. Decidir se o objetivo seria gerar a discussão de que o sofá não caberia em nenhum dos cômodos ou se diminuiríamos as medidas para que ele pudesse caber em algum espaço da planta baixa.
- Alterar a Tarefa 1 a fim de que pudesse explorar mais o conceito de área através das tecnologias digitais.

Após as considerações sobre o que foi indicado durante a reunião formativa, o subgrupo 1 definiu a versão final da Tarefa 2:

Figura 27. Tarefa Matemática 2

Tarefa Matemática 2 -


Uma planta baixa é um desenho técnico que representa a vista superior de uma edificação. Ela mostra a distribuição dos cômodos, paredes, portas, janelas, e outros elementos estruturais. Além disso, inclui detalhes como medidas, escala, e nome dos ambientes, proporcionando uma compreensão detalhada do espaço. É muito utilizada por arquitetos e engenheiros para mapear espaços construídos e planejar novas estruturas. Ana acabou de consultar um arquiteto e ele desenvolveu a planta abaixo, porém, ela ficou com algumas dúvidas:



A planta baixa mostra um apartamento com as seguintes dimensões e layout:

- Dimensões totais: 7,0 m de largura (2,0 m + 5,0 m) e 7,3 m de profundidade (1,8 m + 2,0 m + 3,5 m).
- Cômodos e áreas: Área de Serviço, Cozinha, WC, Quarto, Sala.
- Dimensões internas: O quarto mede 4,0 m de largura e 3,5 m de profundidade. A sala mede 4,0 m de largura e 3,5 m de profundidade. A cozinha mede 5,0 m de largura e 2,0 m de profundidade. A área de serviço mede 2,0 m de largura e 1,8 m de profundidade.

a) É possível calcular a área total dessa planta ? Quanto seria ?
b) Qual o valor do perímetro e área do quarto?
c) Em qual cômodo seria possível colocar a figura abaixo ? Justifique a sua resposta.



A ilustração mostra um sofá de cor bege com almofadas azuis e brancas. O comprimento do sofá é indicado como 5,5 m e a largura como 3,0 m. O sofá está posicionado em um ambiente decorado com plantas, uma lâmpada de mesa e uma lâmpada pendente.

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 1.

Conforme as indicações do grupo, o subgrupo 1 optou por manter as medidas do sofá na Tarefa 2 (Figura 27), já que um dos objetivos era identificar a noção de espaço dos estudantes e instigar os seus questionamentos. Após a definição da tarefa final, o planejamento foi construído em conjunto e, em seguida, apresentado e discutido com o grupo geral. No Quadro 12, apresentamos as mudanças realizadas entre a primeira versão e a versão final do plano.

Quadro 12. Mudanças ocorridas entre a primeira versão e a versão final do plano

Distribuição do Tempo de acordo com as etapas do Ensino Exploratório	Possíveis mediações do(a) professor(a) [Perguntas, comentários, provocações, etc]	Possíveis mediações do(a) professor(a) [Perguntas, comentários, provocações, etc]
	1ª Versão do plano	2ª versão do plano
Etapa 1: Introdução da TM 01 10 min	<ul style="list-style-type: none"> • Solicitar que os estudantes se organizem em duplas; • Entregar a tarefa 1 impressa; • Fazer a leitura coletiva da tarefa com a turma e garantir que todos compreendam o que foi solicitado. 	<ul style="list-style-type: none"> • Solicitar que os estudantes se organizem em duplas; • Entregar a tarefa 1 impressa; • Fazer a leitura coletiva da tarefa com os estudantes e garantir que todos compreendam o que foi solicitado.
Etapa 2 - Desenvolvimento da TM 1 20 min	<ul style="list-style-type: none"> • Circular pela sala, observando cada dupla e como eles estão desenvolvendo a tarefa; • Verificar qual o conceito de hectare que estão atrelando a área e quais discussões estão realizando; • Anotar as principais discussões realizadas e quais as representações estão realizando na malha quadriculada; • Em caso de dúvidas na resolução da tarefa, o professor pode estimulá-los com questionamentos como: “Como podemos calcular a área de um quadrado?” “Como calculamos a área de um retângulo? Quem lembra?” 	<ul style="list-style-type: none"> • Circular pela sala, observando cada grupo e como eles estão desenvolvendo a tarefa; • Verificar qual conceito de área estão adotando e quais discussões estão realizando; • Anotar as principais discussões realizadas; • Em caso de dúvidas na resolução da tarefa, o professor pode estimulá-los com questionamentos como: “Como calculamos a área de um triângulo?” “Como calculamos a área de um retângulo? Quem lembra?” “O que acontece se eu decompor/separar essa figura?” “É necessária a utilização de fórmulas para a resolução dessa tarefa?”

<p>Etapa 2 - Introdução da TM 2 5 min</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Pedir que continuem em dupla; ● Fazer a leitura coletiva da tarefa com os estudantes, garantindo que todos compreendam o que foi solicitado. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Pedir que continuem em dupla; ● Fazer a leitura coletiva da tarefa com os estudantes, garantindo que todos compreendam o que foi solicitado. <p>Possíveis resoluções:</p> <p>1. Por reconfiguração: (a) observar que os triângulos formam um quadrado de aresta 1 (decomposição); (b) após, observar que o retângulo de (2x1), pode ser realocado, formando um retângulo (5x2), e (c) Calcula-se a área do retângulo.</p> <p>2. Por decomposição: (a) um retângulo (3x2), um triângulo retângulo base 2 e altura 2, e um retângulo (2x1); (b) calcula-se a área de cada uma das figuras decompostas e depois realiza as três somas.</p> <p>3. Soma-se a área de cada um dos quadrados (1x1): (a) 9 quadrados (1x1); (b) 2 triângulos (base 1, altura 1) - a mesma compreensão que estes dois triângulos formam um quadrado (1x1).</p>
--	---	--

<p>Etapa 2 - Desenvolvimento da TM 2</p> <p>20 min</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Ler para todos a tarefa e em seguida passear pela sala, observando cada grupo e como eles estão desenvolvendo a tarefa; • Verificar qual conceito de área estão adotando e quais discussões estão realizando; • Realizar anotações das ideias comentadas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Entregar a tarefa 2 impressa; • Ler para todos a tarefa e em seguida passear pela sala, observando cada grupo e como eles estão desenvolvendo a tarefa; • Verificar qual conceito de área estão adotando e quais discussões estão realizando; • Realizar anotações das ideias comentadas. <p>Possíveis dúvidas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Em caso de dúvidas na resolução da tarefa, o professor pode estimulá-los com questionamentos como: <i>“Conseguem verificar o perímetro de todos os cômodos?”</i> <i>“Por onde estão começando para encontrar a área? Se fosse por um outro lado, chegaríamos ao mesmo resultado?”</i> <i>“Como faríamos para encaixar um sofá menor?”</i>
<p>Etapa 3 - Discussão da TM</p> <p>20 min</p>	<p>Não foi registrada na primeira versão do plano</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Estimular os estudantes para que eles apresentem as suas resoluções e discussões em grupo. • Algumas perguntas que podem ser feitas na tarefa 1: Parte I <i>“O que vocês perceberam em relação a área das figuras?”</i> <i>“Qual o total da área que encontraram? Como fizeram?”</i> <i>“Poderíamos encontrar a área dessa figura de uma forma diferente?”</i> Parte II: <i>“Qual figura encontraram?”</i> <i>“Conseguiram encontrar o dobro da área?”</i>

		<ul style="list-style-type: none"> • Algumas perguntas que podem ser feitas na tarefa 2: <i>“Como vocês chegaram a respostas sobre quantas árvores cabem em cada figura?”</i> <i>“Alguém encontrou uma solução diferente para a mesma figura? Como isso impacta a quantidade de árvores?”</i>
Etapa 4: Sistematização das aprendizagens matemáticas 15 min	Não foi registrada na primeira versão do plano	<ul style="list-style-type: none"> • É preciso levar os estudantes a refletirem como que o conceito de área pode ser independente do formato das figuras; • Podemos questioná-los: <i>“Caso surgisse uma situação envolvendo área no seu dia-a-dia, você conseguiria resolver?”</i> <i>“Ficou nítido o que é área e o que é perímetro?”</i> <i>“Se você fosse o dono da planta da tarefa 2, com a mesma área que vocês encontraram, mudariam ou acrescentariam algum outro cômodo?”</i>

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 1.

Assim, a aula foi estruturada com duração de 90 minutos, para proposição em turmas do 1º ano do Ensino Médio que tinham em média 25 estudantes. Inicialmente, na Tarefa 1, a intenção era compreender o raciocínio dos estudantes em situações que exigissem o domínio do conteúdo trabalhado. Para isso, seria necessário instigá-los e estimulá-los a pensar, considerando que, de alguma forma, já tiveram contato direto ou indireto com o tema.

Coerente com as indicações do Ensino Exploratório, recomenda-se que o professor evite interferências no raciocínio dos estudantes ou confronte-os diretamente. Sua atuação deve se concentrar em passear pela sala com o objetivo de observar os caminhos trilhados por eles na construção do conhecimento. Essa etapa de planejamento é extremamente essencial para toda a trajetória que será percorrida, pois permite visualizar a dinâmica da sala de aula, antecipar as possíveis perguntas e respostas dos estudantes e preparar

estratégias adequadas para respondê-las. Com base nisso, foram descritas algumas possíveis resoluções que poderiam surgir durante a realização das tarefas. As figuras 28 e 29 mostram uma antecipação das possíveis resoluções dos estudantes para as duas tarefas.

Figura 28. Antecipação das possíveis resoluções da Tarefa 1

Resoluções da Tarefa 1

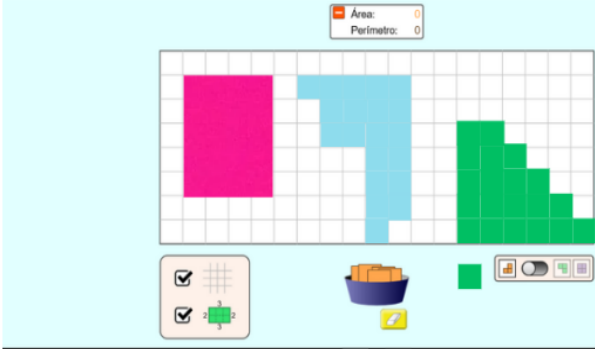
TM1

Parte 1

1. Por reconfiguração: (a) observar que os triângulos formam um quadrado de aresta 1 (decomposição); (b) após, observar que o retângulo de (2×1) , pode ser realocado, formando um retângulo (5×2) , e (c) Calcula-se a área do retângulo.
2. Por decomposição: (a) um retângulo (3×2) , um triângulo retângulo base 2 e altura 2, e um retângulo (2×1) ; (b) calcula-se a área de cada uma das figuras decompostas e depois realiza as três somas.
3. Soma-se a área de cada um dos quadrados (1×1) : (a) 9 quadrados (1×1) ; (b) 2 triângulos (base 1, altura 1) - a mesma compreensão que este dois triângulos formam um quadrado (1×1) .

Parte 2

1. Considerando que a área da figura representada é 10 cm^2 . As figuras (dentre diversas possíveis):



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 1.

Figura 29. Antecipação das possíveis resoluções da Tarefa 2

RESOLUÇÕES - TAREFA 2

Item (a) - É possível calcular a área total dessa planta? Quanto seria?

(1) Realizando os cálculos das áreas de cada cômodo da planta baixa:

$$(2 \times 1,8) + (5 \times 1,8) + (4 \times 2) + (4 \times 3,5) + (4 \times 5,5)$$
$$3,6 + 9 + 8 + 14 + 22 = 56,6 \text{ m}^2$$


(2) Realizando por reconfiguração:

- Total retirando a parte da entrada: $(8 \times 7,3) - (1 \times 1,8) \Rightarrow 58,4 - 1,8 = 56,6 \text{ m}^2$
- (Wc, quarto e sala) + (área de serviço e cozinha): $(5,5 \times 8) + (1,8 \times 7) \Rightarrow 44 + 12,6 = 56,6 \text{ m}^2$

Item (b) Qual o valor do perímetro e área do quarto?

$$p = 3,5 + 3,5 + 4 + 4 \text{ m}$$
$$\text{Área} = 3,5 \times 4 = 14 \text{ m}^2$$

Item (c) Em qual cômodo seria possível colocar a figura abaixo? Justifique a sua resposta.



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 1.

Além da antecipação das possíveis resoluções, refletimos sobre as possíveis dificuldades que os estudantes poderiam ter ao longo das tarefas. Em relação à Tarefa 1, por exemplo, eles poderiam confundir os conceitos envolvidos e realizar os cálculos de forma incorreta. Já na Tarefa 2, os estudantes poderiam ter dificuldades relacionadas à visualização dos cômodos e à compreensão do tamanho do sofá, especialmente se ele, de fato, iria caber dentro de algum cômodo ou não, caso a porta estivesse aberta, como consta na planta descrita.

4.2.2 Desenvolvimento da Aula

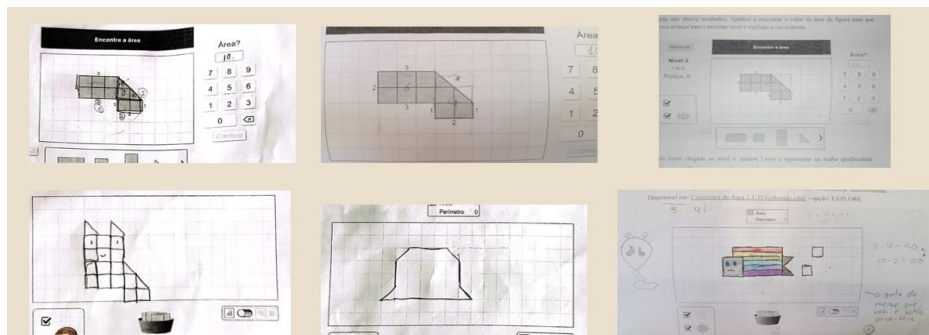
No desenvolvimento da aula, analisamos a trajetória de duas turmas distintas, conforme apresentado no Anexo 1. Considerando os critérios de tempo estabelecidos, observamos que na primeira turma, o momento da introdução da Tarefa Matemática 1 durou 19 minutos, enquanto na segunda turma, durou 15 minutos, ou seja, em ambas as turmas, ultrapassamos o tempo previsto no plano. Estavam presentes na sala um professor regente e dois observadores. Apesar do tempo excedido na introdução da tarefa, durante a resolução, ambas as turmas obtiveram êxito antes do tempo estipulado.

No desenvolvimento da Tarefa Matemática 2, os estudantes precisaram de mais tempo para a realização, uma vez que foram necessárias mais atenção e exploração. Levando em consideração os aspectos estabelecidos no plano, como o tempo, a dificuldade dos estudantes durante a exploração das tarefas e o nível de complexidade do conteúdo, nota-se que seria possível elevar o nível de complexidade das tarefas e propor explorações com maior grau de exigência em relação ao conteúdo, pois, alguns estudantes conseguiram responder rapidamente tudo o que foi proposto.

Na Tarefa 1, alguns estudantes chegaram atrasados à aula e, por isso, perderam a explicação inicial da tarefa. Ainda assim, por estarem organizados em duplas, a maioria conseguiu resolver a tarefa em menos de 10 minutos. No entanto, uma das duplas não finalizou a proposta, pois um dos integrantes demonstrava desinteresse. Diante dessa situação, o professor regente optou por não interferir diretamente, seguindo com o andamento da aula conforme o planejado. Ao propor a Tarefa 2, essa mesma dupla demonstrou interesse e, com insistência, conseguiram entender o que estava sendo solicitado, então, retornaram para responder a Tarefa 1.

A seguir apresentamos a estratégia de resolução da Tarefa 1, proposta a partir do jogo *Construtor de área*, registrada pelo observador durante o desenvolvimento da aula.

Figura 30. Registros da Tarefa 1

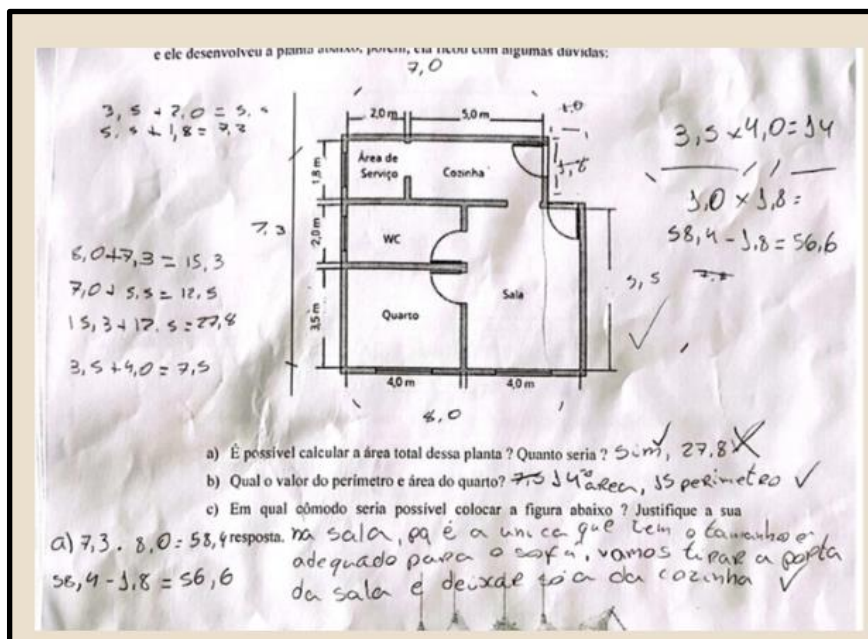


Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 1.

Nestas imagens, observa-se que os estudantes utilizaram a estratégia que foi prevista na antecipação, ou seja, optaram pela reconfiguração: (a) observar que dois triângulos formam um quadrado de aresta 1 (decomposição); (b) após, observar que o retângulo de (2×1) pode ser realocado, formando um retângulo (5×2) , e (c) calcular a área do retângulo, tomando o quadrado como unidade de área, encontraram a área total igual a 10 u.a.

No desenvolvimento da Tarefa 2, alguns estudantes demonstraram entusiasmo, chegando a comentar que se tornariam arquitetos. Esse fato evidenciou um interesse ainda maior em explorar a tarefa proposta. Nessa etapa exploratória, foi possível observar os cálculos realizados durante a resolução.

Figura 31. Registro da Tarefa 2



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 1.

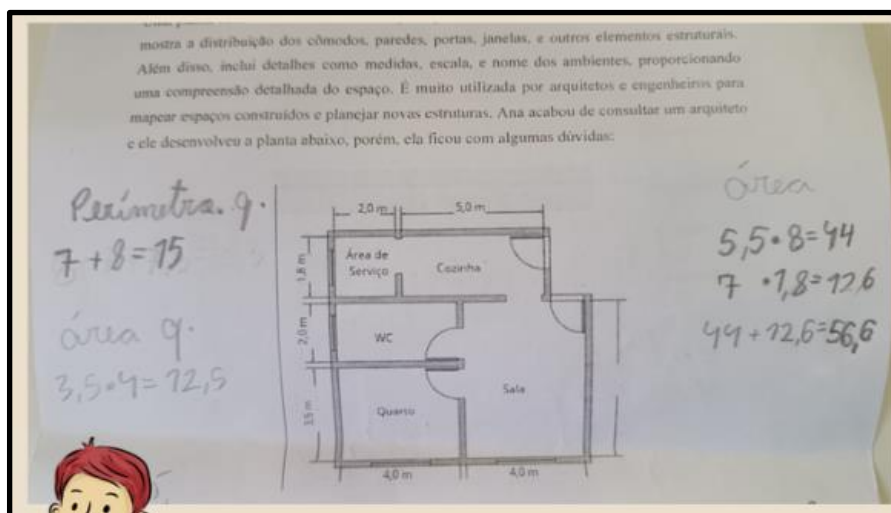
Na resposta do item (a), em que foi solicitada a área total, observamos que o registro apresentado corresponde à soma $15,3 + 12,5$, mas não considerou a soma de $1,8 + 1,0$. Ainda que na Figura 32 conste o registro desses valores — que correspondem à entrada da planta (1,0 m e 1,8 m) — tais cálculos estão, na realidade, apenas relacionados aos procedimentos de obtenção do perímetro, conforme:

- (1) $3,5 + 2,0 = 5,5$ e $5,5 + 1,8 = 7,3$
- (2) $8,0 + 7,3 = 15,3$ e $7,0 + 5,5 = 12,5$
- (3) $15,3 + 12,5 = 27,8$ (faltou a soma de $1,8 + 1,0$ para indicar o perímetro)

No item (b), a resposta registrada foi: $3,5 + 4,0 = 7,5$, referente à soma das medidas de dois lados do quarto. Na imagem, percebe-se que o perímetro do quarto foi calculado corretamente, resultando em 15. Da mesma forma, a área foi corretamente obtida: $3,5 \times 4,0 = 14$.

Observa-se que há um registro de $7,3 \times 8,0 = 58,4$ do qual se subtraiu 1,8 (referente à área de $1,0 \times 1,8$). Assim, chegou-se a Área total = $58,4 - 1,8 = 56,6$, embora essa resposta não tenha substituído a resposta anterior. Por fim, no item (c), a resposta apresentada foi: “Na sala, porque é a única que tem o tamanho adequado para o sofá. Vamos tirar a porta da sala.”

Figura 32. Registro da Tarefa 2



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 1.

Nos registros, observa-se o cálculo do perímetro do quarto: $7 + 8 = 15$, obtido a partir da soma $3,5 + 3,5 = 7$ e $4 + 4 = 8$. Quanto ao cálculo da área do quarto, foi registrado $3,5 \times 4 = 12,5$, o que corresponde a $(3 \times 4) + 0,5$ (3×4) + 0,5. Esse procedimento evidencia um erro na multiplicação com números decimais, já que o resultado correto deveria ser 14,0. Entretanto, ao calcular a área por decomposição em dois retângulos, esse erro não se repetiu. O estudante obteve: $5,5 \times 8 = 44$ $7 \times 1,8 = 12,6$ Total = $44 + 12,6 = 56,6$.

De modo geral, durante o desenvolvimento da aula foram observadas discussões produtivas entre as duplas e as principais estratégias adotadas para resolução dos itens (a) e (b) TM 2 foram:

1. Calcularam a área de cada cômodo e em seguida somaram todos as áreas para obter a área total: $(2 \times 1,8) + (5 \times 1,8) + (4 \times 2) + (4 \times 5,5)$

2. Dividiram a planta em dois retângulos e calcularam a área separadamente e depois efetuaram a soma para obter a área total.

Área 1: Retângulo 8,0 m por 5,5 m (wc, quarto e sala)

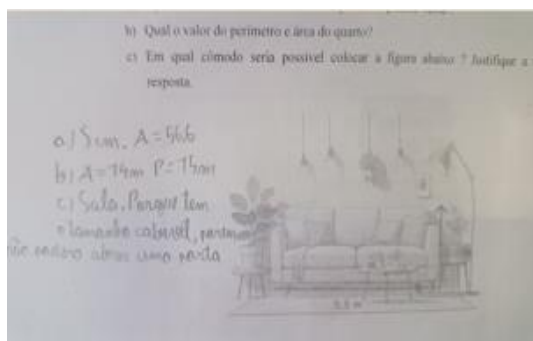
Área 2: Retângulo 7,0m por 1,8 m (área de serviço e cozinha)

(wc, quarto e sala) + (área de serviço e cozinha): $(5,5 \times 8) + (1,8 \times 7)$

3. Por reconfiguração: Total retirando a parte da entrada: $(8 \times 7,3) - (1 \times 1,8)$, ou seja, calcularam a área total, considerando a medida dos lados como 7,3 m por 8,0 m. Em seguida, subtraíram a parte localizada ao lado da cozinha: 1,8m x 1m.

Para responder o item (c): *Em qual cômodo seria possível colocar a figura abaixo?* Justifique a sua resposta, foram observadas muitas discussões sobre em qual cômodo colocar o sofá. Os estudantes se atentaram às medidas desproporcionais, observaram que aquelas medidas não correspondiam aos sofás familiares, conhecidos por eles. E afirmaram que com aquelas medidas, o sofá não poderia ser colocado em nenhum cômodo. Dois estudantes afirmaram que o sofá poderia ser colocado na sala, mas que não poderia abrir a porta.

Figura 33. Registro da Tarefa 2. Item c



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 1.

Figura 34. Registro da Tarefa 2. Item c



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 1.

Como os estudantes estavam engajados na tarefa, as duplas começaram a interagir entre si, o que contribuiu para que a resolução da tarefa demandasse mais tempo do que o previsto. Esse engajamento pode ter sido resultante da situação proposta na TM 2: calcular a área e o perímetro observando uma planta baixa, que representa os cômodos de uma casa. Esse mostrou-se como um contexto presente no cotidiano, isso pode ter remetido os estudantes a pensar em sua própria casa e em como poderiam observar a área e o perímetro de cada cômodo.

4.2.3 Reflexão pós-aula

Após o desenvolvimento da aula, os integrantes do subgrupo 1 se reuniram para a etapa de reflexão pós-aula. Um dos futuros professores preparou uma exposição dos aspectos destacados para ser apresentada na reunião formativa - Plenária 3. O primeiro aspecto considerado foi a distribuição do tempo. O quadro 13 apresenta o tempo utilizado em cada fase do Ensino Exploratório, em cada turma:

Quadro 13. Recorte dos slides: Distribuição do tempo

DESENVOLVIMENTO			
Tempo Planejado	Estrutura da aula	1 turma	2 turma
10 minutos	Introdução 1TM	19 minutos	15 minutos
20 minutos	Desenvolvimento 1 TM	11 minutos	10 minutos
5 minutos	Introdução 2TM	---	---
20 minutos	Desenvolvimento 2 TM	33 minutos	35 minutos
20 minutos	Discussão da TM	15 minutos	15 minutos
15 minutos	Sistematização	5 minutos	5 minutos

Fonte: Reunião Formativa - Plenária 3.

Observa-se que o tempo utilizado foi diferente do tempo previsto, tendo sido maior do que o previsto na fase de introdução da TM 1. O tempo de introdução da tarefa pode ter sido maior devido à necessária organização da sala no início da aula, como pode ser destacado na fala do futuro professor:

22:08:51 “Claro que a gente fez a marcação do tempo para poder ter essa visualização de como é que foi então, por exemplo, a primeira turma, esses dezenove minutos, foi porque foi o tempo de todo mundo realmente chegar em sala...”

Transcrição do vídeo. Reunião formativa - Plenária 3

Na fase de desenvolvimento da TM1, nas duas turmas, foi utilizado um tempo menor do que o previsto. Esse fato pode ser um indicativo de que a interação com o jogo potencializou a mobilização dos conceitos ou talvez o nível de exigência da TM 1 tenha sido inferior às habilidades dos estudantes. Como essa foi a primeira aula desenvolvida entre as planejadas nos quatro subgrupos e, considerando as dificuldades indicadas pela professora regente da turma, a tarefa proposta pelo subgrupo 1 se configurou como de menor complexidade.

O tempo de introdução da TM 2 não ocorreu, pois como a tarefa foi impressa no verso da outra, quando eles terminaram a TM 1, logo iniciaram a TM 2, como narrado pelo futuro professor:

22:09:27 Cinco minutos de introdução para a segunda TM ... nenhum aluno esperou isso, porque quando terminaram rápido, todos os estudantes falaram.

22:09:38 Eu já comecei a fazer aqui, porque estava no verso, a segunda tarefa foi direto começaram a desenvolver, ela a segunda tarefa, por mais que ela tenha gerado uma discussão... foi então começando a discutir...

Transcrição do vídeo. Reunião formativa - Plenária 3

Nota-se que o tempo de desenvolvimento dessa tarefa, nas duas turmas, foi maior do que o previsto, pois a realização dos cálculos de área exigiu mais tempo e os estudantes que resolveram de forma mais rápida foram convidados a contribuir com os outros e essa interação fez com que o tempo de desenvolvimento fosse ampliado. Na fase de discussão, o tempo utilizado foi menor do que o previsto. Isso pode ser justificado pelo fato de os estudantes ainda não estarem familiarizados com essa dinâmica de externalizar sua forma de pensar, expor seus argumentos, esclarecer suas estratégias de resolução, o que levou os estudantes a não participarem muito durante a discussão coletiva. E como foram explorados os conceitos mais básicos relacionados à área e ao perímetro, a fase de sistematização necessitou de um tempo bem menor do que o que foi previsto.

Além da reflexão sobre a distribuição do tempo, outro aspecto considerado foi a dificuldade que alguns estudantes mostraram ao lidar com o conceito de área.

22:10:35 (...) A grande dificuldade que apareceu foi em relação a saber o que era uma área então foram muitos estudantes perguntando: mas o que é a área?

Transcrição do vídeo. Reunião formativa - Plenária 3

Esse aspecto gerou discussão no grupo, pois trata-se de um conteúdo que está previsto no currículo desde o Ensino Fundamental e deveria ser algo bem conhecido pelos estudantes. Alguns integrantes do grupo indicaram que talvez o termo “área” pode ter sido estranho a princípio, mas quando os estudantes recordaram de que deveriam observar as dimensões de cada cômodo, e que o resultado de uma operação de multiplicação indicaria a área

de cada cômodo, houve maior propriedade em buscar a resposta aos itens (a) e (b) da TM2.

Outro ponto destacado na Plenária 3 foi as discussões geradas pelo item (c) da TM2: *Em qual cômodo seria possível colocar o sofá?*

22:12:54 [...] que você falou. Teve muita discussão, principalmente em relação à questão da porta e do sofá e de fato, a tarefa é simples, mas conseguiu gerar uma boa discussão, principalmente a segunda, e disse, eu também já trago talvez algumas sugestões, que na primeira (TM1), talvez poderia explorar o jogo, de fato, como você tem essa opção, de escolher os níveis no jogo, que eu lembro quando foi apresentado, talvez visualizarem quais os mais

22:13:24 voltados para o nosso conteúdo e só explorar os níveis do jogo. Então realmente desenvolver outros jogos com os estudantes além disso, talvez poder fazer uma dinâmica ali. Já na segunda tarefa (...) teve uma menina que falou: não (o sofá não caberia em nenhum cômodo) mas a gente tem que desconsiderar aqui a porta porque ela não é a parede, ela é a porta (...)

Transcrição do vídeo. Reunião Formativa. Plenária 3

Percebe-se que o futuro professor, ao ressaltar a discussão sobre o sofá, que havia sido geradora de muitas ideias e provocadora de muita argumentação, afirmou que isso o fez pensar sobre o nível de discussão gerado pela TM1, pois o jogo construtor de área poderia ter sido mais explorado a fim de produzir mais ideias entre os estudantes. Essa reflexão feita pelo futuro professor provocou os subgrupos a revisitar e analisar as tarefas definidas para as próximas aulas: as tarefas são geradoras de boas discussões?

Ainda refletindo sobre o item (c), referente à colocação do sofá, pode-se destacar as indicações:

22:20:37 Ele (a formadora se refere ao futuro professor) destaca que na segunda parte, que é do sofá, houve uma variedade de respostas (...) a turma ficou muito empolgada (...) com a segunda parte, que tem o sofá e o que mostra a importância de selecionar adaptar ou construir tarefas ...

22:21:06 algumas decisões mudam toda a lógica, toda a energia da aula (...) Então ali, talvez o que motivou tanto foi o fato de trazer a planta baixa.

22:21:20 É o fato de se questionar se aquele sofá cabe né? Olha quanta discussão isso gerou ao ponto dos estudantes que já

vislumbram uma carreira que tem o desenho que tem a planta baixa que tem toda essa estrutura como objeto de trabalho.

22:21:45 Então, claro. Então, gerou a discussão porque também teve ali uma conexão com a realidade com que as pessoas olham e dizem: então a tarefa ela pode fazer isso.

22:21:58 Ela deve fazer isso. E essa segunda parte, então criou ali uma discussão muito boa e precisa ser revisitada.

Transcrição do vídeo. Reunião Formativa. Plenária 3

Uma outra importante reflexão realizada pelo futuro professor foi sobre a ação do professor durante o trabalho autônomo dos estudantes. Uma postura de dar tempo para os estudantes trabalharem na fase de desenvolvimento sem ser diretivo e, dessa forma, permitir que pensem e criem estratégias. Isso exige que o professor abstraia o papel de repasse de conteúdos e explore sua capacidade de instigar as discussões. Nesse ponto, a formadora solicitou a atenção do grupo:

22:19:07 (...) teve uma fala do Katsumi no vídeo que eu trago aqui para gente ficar atento.

22:19:16 Ele fala naquele momento então, do trabalho autônomo dos estudantes, ele estava vendo que uma aluna...

22:19:21 Estava com dificuldade, mas aí ele não queria... O velho problema. Ele usou o termo “pistas vagas”

22:19:31 O que vem a ser “pistas vagas” nesse momento do trabalho autônomo dos estudantes.

22:19:38 Pensar um pouco sobre isso. Será que esse é um termo bom? (...)

22:19:43 Porque naquele momento em que os estudantes estão trabalhando de modo autônomo, o professor vai se aproximar e ele vai provocar os estudantes.

22:19:52 Ele vai questionar os estudantes para que eles avancem daquele ponto em que eles estão. Não fornecer respostas.

22:20:00 Não quero matar nenhum processo de raciocínio que está ali em pleno acontecimento, mas quero também fazer com que ele consiga avançar daquilo que ele já está conseguindo fazer ou sozinho ou na conversa

Transcrição do vídeo. Reunião Formativa. Plenária 3

Quanto aos resultados obtidos em termos de estratégias utilizadas nas resoluções, ao comparar o que foi previsto no momento de antecipações, durante o planejamento da aula, houve coerência entre o previsto e o que de

fato ocorreu, as estratégias previstas foram utilizadas pelos estudantes. As falas dos estudantes durante o desenvolvimento da tarefa evidenciaram que houve apropriação dos conteúdos. À medida que realizaram os cálculos e discutiram entre eles as estratégias, pôde -se observar que a aprendizagem estava ocorrendo.

Em relação às melhorias do plano, acreditamos que se a TM1 fosse mais exploratória, forneceria uma base maior para que os estudantes pudessem desenvolver a TM 2. Além disso, ajustar as tarefas de acordo com o tempo também surge como melhoria, já que os estudantes podem se dispersar, caso terminem antes do tempo proposto, e consequentemente, atrapalhar os colegas.

Ressalta-se que as reflexões pós-aula, realizadas na Plenária 3, trouxeram indicativos de como aperfeiçoar o plano de aula, o que se constituiu como um processo formativo relevante para os professores em serviço e para os futuros professores.

Por fim, destaca-se que a produção de um trabalho em grupo apresenta muitos desafios e a criação de muitas formas para superação desses desafios. No caso, o principal desafio foi manter o diálogo constante e produtivo, devido à distância, as diferenças regionais, o tempo de cada integrante dedicado ao trabalho e ao estudo. O uso das tecnologias de comunicação como reuniões *on-line* e discussões via mensagens pelo *WhatsApp* foi fundamental para manter a constância do trabalho coletivo.

Referências

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018.
- CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.
- CARVALHO, J. B. P. F.; ALMEIDA, A. P. A. Introdução. In: CARVALHO, J. B. P. F. (org.). **Matemática: Ensino Fundamental**. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2010. v. 17, p. 9-14.
- DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação. **Currículo em Movimento do Distrito Federal - Ensino Fundamental: Anos Iniciais**. Brasília, DF, 2021.

PINA NEVES, R. da S.; FIORENTINI, D. Aprendizagens de Futuros Professores de Matemática em um Estágio Curricular Supervisionado em Processo de *Lesson Study*. **Perspectivas da Educação Matemática**, São Paulo, v. 14, n. 34, p. 1-30, 2021.

SILVA, A. D. R. M. **Contribuições da Jugyou Kenkyuu e da engenharia didática para a formação e o desenvolvimento profissional de professores de matemática no âmbito do estágio curricular supervisionado**. 2020. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

ANEXO 1: PLANO DE AULA VERSÃO FINAL

Distribuição do Tempo de acordo com as etapas do Ensino Exploratório	Possíveis mediações do(a) professor(a) [Perguntas, comentários, provocações, etc]	Observações
Etapa 1 - Apresentação da TM 1 10 min	<ul style="list-style-type: none"> Pedir que os estudantes se organizem em duplas; Entregar a tarefa 1 impressa; Fazer a leitura coletiva da tarefa com os estudantes e garantir que todos compreendam o que foi solicitado. 	
Etapa 2 - Desenvolvimento da TM 1 20 min	<ul style="list-style-type: none"> Passear pela sala, observando cada grupo e como eles estão desenvolvendo a tarefa; Verificar qual o conceito de área está atrelando e quais discussões estão realizando; Anotar as principais discussões realizadas; Em caso de dúvidas na resolução da tarefa, o professor pode estimulá-los com questionamentos como: “Como calculamos a área de um triângulo?” “Como calculamos a área de um retângulo? Quem lembra?” “O que acontece se eu decompor/separar essa figura?” 	Possíveis resoluções: 1. Por reconfiguração: (a) observar que os triângulos formam um quadrado de aresta 1 (decomposição); (b) após, observar que o retângulo de (2x1), pode ser realocado, formando um retângulo (5x2), e (c) Calcula-se a área do retângulo. 2. Por decomposição: (a) um retângulo (3x2), um triângulo retângulo base 2 e altura 2, e um retângulo (2x1); (b) calcula-se a área de cada uma das figuras decompostas e depois realiza as três somas. 3. Soma-se a área de cada um dos quadrados (1x1): (a) 9 quadrados (1x1); (b) 2 triângulos (base 1, altura 1) - a mesma compreensão que estes dois triângulos formam um quadrado

		(1x1).
Etapa 2 - Introdução da TM 2 5 min	<ul style="list-style-type: none"> Pedir que continuem em dupla; Fazer a leitura coletiva da tarefa com os estudantes, garantindo que todos compreendam o que foi solicitado. 	
Etapa 2 - Desenvolvimento da TM 2 20 min	<ul style="list-style-type: none"> Entregar a tarefa 2 impressa; Ler para todos a tarefa e em seguida passear pela sala, observando cada grupo e como eles estão desenvolvendo a tarefa; Verificar qual o conceito de área está atrelando e quais discussões estão realizando; Realizar anotações das ideias comentadas durante a observação. 	Possíveis dúvidas: <ul style="list-style-type: none"> Em caso de dúvidas na resolução da tarefa, o professor pode estimulá-los com questionamentos como: “Conseguem verificar o perímetro de todos os cômodos?” “Por onde estão começando para encontrar a área? Se fosse por um outro lado, chegaríamos ao mesmo resultado?” “Como faríamos para encaixar um sofá menor?”
Etapa 3 - Discussão da TM 20 min	<ul style="list-style-type: none"> Estimular os estudantes para que eles apresentem as suas resoluções e discussões em grupo. Algumas perguntas que podem ser feitas na tarefa 1: Parte I “O que vocês perceberam em relação a área das figuras?” “Qual o total da área que encontraram? Como fizeram?” “Poderíamos encontrar a área dessa figura de 	

	<p>uma forma diferente? Parte II : “Qual figura encontraram ? “Conseguiram encontrar o dobro da área?”</p> <ul style="list-style-type: none"> Algumas perguntas que podem ser feitas na tarefa 2: “Como vocês chegaram a respostas sobre quantas árvores cabem em cada figura?” “Alguém encontrou uma solução diferente para a mesma figura? Como isso impacta a quantidade de árvores?” 	
<p>Etapa 4 - Sistematização das aprendizagens matemáticas</p> <p>15 min</p>	<ul style="list-style-type: none"> É preciso levar os estudantes a refletirem como que o conceito de área pode ser independente do formato das figuras. Podemos questioná-los: “Caso surgisse uma situação envolvendo área no seu dia-a-dia, você conseguiria resolver ?” “Ficou nítido o que é área e o que é perímetro?” “Se você fosse o dono da planta da tarefa 2, com a mesma área que vocês encontraram, mudariam ou acrescentariam algum outro cômodo?” 	

5 - Aprendendo sobre Área e Perímetro com Tangram e Malha Quadriculada

Eduarda de Maria Costa²⁵

Alex Henrique Alves Honorato²⁶

Aluska Dias Ramos de Macedo Silva²⁷

Murilo da Silva Jacinto²⁸

Natália de Carvalho Borges²⁹

5.1 Introdução

Neste capítulo, abordaremos o desenvolvimento das tarefas matemáticas (TM) do subgrupo 2, composto por cinco integrantes (autores do capítulo 5). O subgrupo ficou responsável por elaborar TM alinhadas ao seguinte objetivo de aprendizagem: *“MAT15FG Calcular a área de uma superfície, por meio de diferentes métodos (reconfigurações, composição, decomposição, aproximação por cortes, entre outros), aplicando as expressões de cálculo em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais”*.

²⁵ Doutoranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). E-mail: eduarda.maria.costa@aluno.uepb.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0009-0006-6963-4265>.

²⁶ Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Prefeitura Municipal de Ribeirão Preto. E-mail: rilo_unesp2010@hotmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-5455-7416>.

²⁷ Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica. Unidade Acadêmica de Física e Matemática, Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). E-mail: aluska.dias@professor.ufcg.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0398-1097>.

²⁸ Licenciado em Matemática. Universidade de Brasília (UnB). E-mail: murilo.jacinto285@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0009-0002-6922-5710>.

²⁹ Licenciada em Matemática. Universidade de Brasília (UnB). E-mail: ntusco@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0009-0002-3580-233X>.

Desde o início do planejamento, o subgrupo buscou trabalhar conforme os aspectos fundantes do processo formativo *Lesson Study* (LS), isto é, de acordo com a colaboração e a reflexão sistemática a respeito da prática pedagógica (Richit; Tomkelski, 2023). Além disso, Silva (2020) afirma que por meio do LS o professor compreenderá melhor as dificuldades de aprendizagem dos estudantes e poderá delinear possíveis estratégias que poderá utilizar para enfrentar tais dificuldades.

Nas primeiras reuniões, foram levantadas diferentes possibilidades sobre como abordar o objetivo de aprendizagem. Consideramos, inicialmente, que um aprofundamento teórico acerca do tema seria essencial para embasar a construção das tarefas matemáticas. Assim, propusemos aos integrantes do subgrupo a leitura do capítulo 8, sobre Grandezas e Medidas do livro *Explorando o Ensino* (Lima; Bellemain, 2010) e parte do capítulo 7 de Silva (2020). A leitura desses materiais foi de extrema importância para dar continuidade a busca de atingir o planejamento.

Após as leituras, durante o planejamento da aula baseada no Ensino Exploratório (Canavarro, 2011), foi discutido sobre quais TM poderiam ser utilizadas para alcançar o objetivo de aprendizagem. Diversas tarefas foram analisadas e, posteriormente, apresentadas aos demais subgrupos (1, 3 e 4) para avaliação conjunta. O propósito dessa etapa foi identificar as tarefas mais adequadas para o contexto da sala de aula, realizar ajustes necessários e garantir que elas estivessem alinhadas ao objetivo estabelecido.

Um aspecto relevante nesse processo foi a necessidade de articulação entre os subgrupos 1 e 2, pois o subgrupo 1 também ficou com o objetivo de aprendizagem MAT15FG. Dessa forma, os dois subgrupos dialogaram para definir qual aspecto ou ênfase cada um ficaria com base em tal objetivo. Uma vez que as aulas seriam consecutivas, uma aula necessitava da outra. Após as discussões em uma reunião on-line com todos os subgrupos e trocas de mensagens pelo *WhatsApp*, ficou decidido que iríamos trabalhar com materiais manipuláveis e implementar duas tarefas matemáticas, sendo uma com a utilização do Tangram e outra, com a malha triangular.

Ao longo do desenvolvimento, as tarefas passaram por revisões e aprimoramentos, sempre com o envolvimento de todos os subgrupos. Esse processo ocorreu por realizarmos ciclos de *Lesson Study*, de maneira que momentos de discussões coletivas sempre se faziam presentes durante o processo de construção da aula. Os encontros periódicos permitiram ajustes

nas tarefas antes da implementação em sala de aula, garantindo que elas atendessem aos objetivos propostos e fossem adequadas ao perfil dos estudantes.

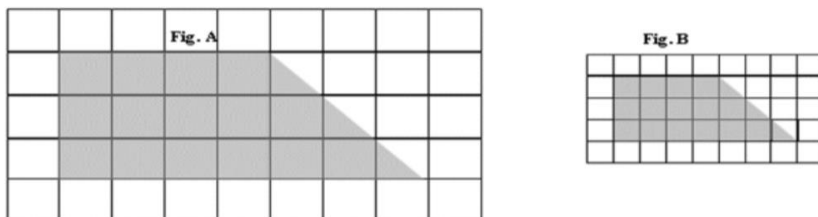
Por fim, a partir do planejamento realizado pelo nosso subgrupo, as aulas foram ministradas tanto pela professora titular da turma, Danielly, quanto por futuros professores de matemática, no Centro de Ensino Médio Elefante Branco (CEMEB), na cidade de Brasília, em turmas do 1º ano do Ensino Médio. Todos que ministraram e observaram as aulas são membros do *projeto Lesson Study na Formação Inicial e Continuada do(a) Professor(a) de Matemática: Reflexão e colaboração em prol do desenvolvimento profissional docente*. A seguir, narramos como se deu o planejamento da aula, sua implementação e algumas reflexões emergiram no subgrupo 2, após a execução da aula.

5.2 Planejamento da aula

Inicialmente, nosso subgrupo realizou o levantamento de possíveis tarefas matemáticas que poderiam atender ao objetivo de aprendizagem e que poderiam ser adaptadas para contemplar o Ensino Exploratório (EE). Para tanto, durante as reuniões de estudo e planejamento do Projeto, nós selecionamos algumas TM que haviam sido apresentadas pela terceira autora, de quando ainda estava no curso de doutorado e contribuiu com o “Encontro às terças” na Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), em 2017. Nesses encontros, foram analisadas várias tarefas, sendo que a primeira escolhida foi a seguinte:

Figura 35. TM1 para possível adaptação

1. Durante o trabalho com áreas de figuras planas, um professor de 7º ano pede aos alunos para comparar as áreas dos dois trapézios abaixo:



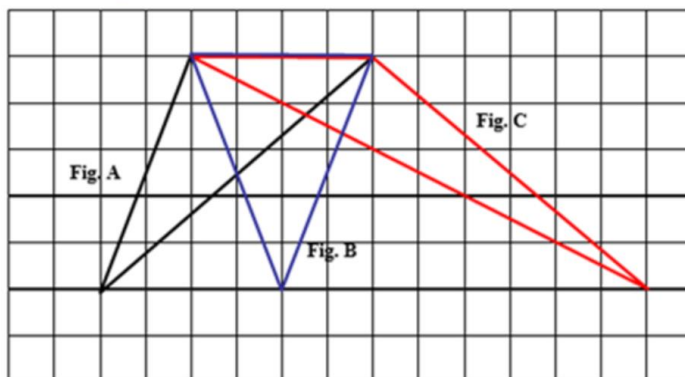
Alguns alunos afirmam que as áreas dos trapézios da figura A e B são iguais, pois em ambos os casos a medida é 16,5. Como você reagiria diante dessa afirmação?

Fonte: Oficina: O que podemos fazer com malhas na sala de aula? - Projeto - Encontro às terças.

Essa TM 1 foi levada para a reunião formativa, pois vimos o potencial em discutir sobre unidade de medida para determinar a área. Como podemos observar (Figura 36), embora as duas figuras geométricas sejam trapézios que cobrem a mesma quantidade de quadradinhos, suas áreas são diferentes, já que as unidades de área são distintas. Além disso, poderíamos promover uma discussão com os estudantes sobre a diferenciação da área e do perímetro, como também na TM 2 apresentada a seguir (Figura 37).

Figura 36. TM2 para possível adaptação

2. Observe os triângulos abaixo. Qual deles possui a maior área? E qual possui a menor área? (pode utilizar o GeoGebra)



Fonte: Oficina: O que podemos fazer com malhas na sala de aula? - Projeto - Encontro às terças.

Consideramos interessante a TM2 pelo fato de evidenciar a possibilidade de triângulos distintos, com perímetros diferentes, terem a mesma área. Mais uma vez, essa proposta permitiria dissociar a área do perímetro. Inclusive, consideramos que essa tarefa poderia ser adaptada para ser desenvolvida por meio do *GeoGebra*. Na continuidade, selecionamos também as seguintes tarefas:

Figura 37. Tarefa 3 e 4 para possíveis adaptações

3. Utilizando triângulo menor do Tangram como unidade medida, como podemos determinar a área das outras figuras?

Utilizando o quadrado do Tangram, como unidade de medida, como podemos determinar a área das outras figuras?

Utilizando o triângulo maior do Tangram, como unidade de medida, como podemos determinar a área das outras figuras?

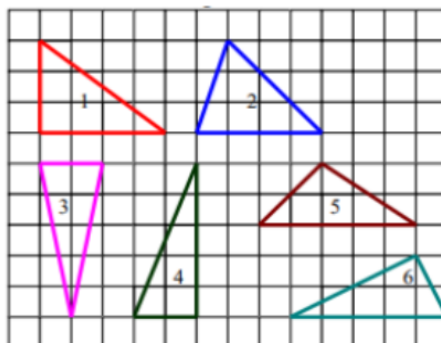
4. Utilizando o geoplano triangular ou malha triangular, construa:
- a) duas figuras com áreas iguais e perímetros diferentes;
 - b) duas figuras com perímetros iguais e áreas diferentes;
 - c) duas figuras com perímetros e áreas iguais.

Fonte: Silva (2020, p.178).

Ao analisarmos as TM 3 e 4, vimos que elas poderiam ser resolvidas por meio de materiais manipuláveis, como o Tangram e o geoplano triangular. Por essa razão, decidimos que elas fariam parte do nosso planejamento, no entanto, precisaríamos adaptá-las ao EE. Além disso, deparamo-nos ainda com a seguinte tarefa:

Figura 38. Tarefa 5 para possível adaptação

5 - Calcule a área de cada figura abaixo:



Fonte: Oficina: O que podemos fazer com malhas na sala de aula? - Projeto - Encontro às terças.

Consideramos que a TM5 também tinha o potencial para trabalhar o objetivo de aprendizagem e as mesmas questões das tarefas anteriores. Essas cinco tarefas foram discutidas em uma reunião com todos os participantes do projeto, de maneira que o subgrupo 1 também poderia aproveitar alguma delas, uma vez que as aulas deveriam ser uma subsequente a outra, quando as tarefas fossem implementadas. Ficou definido que o subgrupo 2 iria trabalhar com as TM 3 e 4. Após isso, por meio de conversas no *WhatsApp*, o subgrupo 2 organizou a estrutura do plano de aula e as possíveis adaptações nas tarefas.

A TM3, relacionada ao trabalho com o Tangram, já possuía elementos do EE, todavia, consideramos que seria interessante apresentar, inicialmente, um possível surgimento desse material, tomando como base a História da Matemática. Assim, a TM 3 foi adaptada e ficou da seguinte maneira:

Quadro 14. Tarefa do Tangram adaptada

Explorando a área das figuras por meio do Tangram

Vocês já ouviram falar no Tangram? Se sim, o que é? Se não, vamos descobrir um pouco sobre ele.



O Tangram é um antigo jogo chinês, composto por 7 figuras geométricas diferentes. Existem várias lendas em relação ao surgimento do Tangram, como a do Discípulo e o Mestre:

“Um jovem chinês despedia-se do seu mestre para fazer uma grande viagem pelo mundo. Nessa ocasião, o mestre entregou-lhe um espelho de forma quadrada e disse:

- Com esse espelho, registre tudo o que vires durante a viagem para me mostrares na volta. O discípulo, surpreso, indagou:*
- Mas mestre, como poderei mostrar-lhe com um simples espelho, tudo o que entrar durante a viagem? No momento em que fazia essa pergunta, o espelho caiu-lhe das mãos e quebrou-se em sete peças. Então o mestre disse:*
- Agora poderás, com essas sete peças, construir figuras para ilustrar o que viste durante a viagem”*

Agora, depois de saber esta lenda, vamos usar as peças do Tangram para explorar o conceito de área.

- Utilizando o triângulo menor do Tangram como unidade de medida, de que maneira podemos determinar a área das outras figuras?
- Utilizando o quadrado do Tangram como unidade de medida, de que maneira podemos determinar a área das outras figuras?
- Utilizando o triângulo maior do Tangram como unidade de medida, de que maneira podemos determinar a área das outras figuras?

Fonte: Elaborada pelos autores.

A TM4 também contemplava aspectos do EE, no entanto, consideramos pertinente adaptá-la de modo a trazer um contexto relacionado à realidade dos estudantes de Brasília, requerido pelo objetivo de aprendizagem. Assim, surgiu a ideia de pensar nas plantações de ingás, que é uma árvore muito presente na cidade. Dessa forma, a TM ficou da seguinte forma:

Quadro 15. Áreas e perímetros nas plantações de ingás

Plantações triangulares de Ingás

A árvore de ingá é uma das mais utilizadas para arborização no Distrito Federal, tanto no Plano Piloto como nas demais regiões administrativas, o ministério do meio ambiente decidiu realizar várias plantações em diferentes terrenos com o intuito de reduzir a quantidade de radiação solar que atinge esta superfície diminuindo a temperatura ambiente.



Vamos explorar diferentes formas dos terrenos que serão utilizados para o plantio utilizando a malha tria

- a) Construa duas figuras com áreas iguais e perímetros diferentes.
- b) Agora, construa duas figuras com perímetros iguais e áreas diferentes.
- c) Qual terreno caberá mais árvores? Justifique sua resposta analisando as figuras desenhadas na malha nos itens a e b.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Essas TM adaptadas, juntamente com o plano de aula, foram compartilhadas aos integrantes do projeto, para que todos lessem e pudessem sugerir adaptações. Uma sugestão de modificação foi para o *item c* da segunda tarefa. Inicialmente, constava que cada árvore ocupa 8 m^2 , porém, para que a exploração fosse mantida, retiramos essa informação e deixamos a cargo dos estudantes decidirem como fariam esses cálculos.

Após as modificações, cada subgrupo do projeto precisou simular a aula planejada com o objetivo de observar se havia a necessidade de mais algum ponto ser modificado e se as tarefas estavam legíveis para a compreensão dos estudantes. Como a simulação foi realizada por meio do Zoom³⁰, e não presencialmente, nós tivemos que pensar numa maneira de

³⁰ Uma plataforma de comunicação que oferece reuniões virtuais por vídeo e áudio, permitindo interações em tempo real, partilha de ecrã e gravação de sessões.

disponibilizar o Tangram para que os integrantes do projeto pudessem fazer a manipulação do material. Com isso, procuramos na internet algum aplicativo que nos ajudasse com essa demanda. Nessa direção, disponibilizamos o Tangram virtual ³¹e o *GeoGebra*³² triangular para a resolução das tarefas. No decorrer da simulação da aula, verificamos que as tarefas estavam prontas para serem desenvolvidas, de forma presencial, com os estudantes do 1º ano, sem ter a necessidade de mais modificações.

Em relação às possíveis resoluções dos estudantes quanto às tarefas, foram sugeridas as seguintes:

Quadro 16. Possíveis resoluções dos estudantes

Tarefa 1³³

- a) Quadrado = dois triângulos menores, Paralelogramo = dois triângulos menores, Triângulo médio = dois triângulos menores e Triângulo maior = quatro triângulos menores
- b) Triângulo menor = $\frac{1}{2}$ do quadrado, Paralelogramo = um quadrado, Triângulo médio = um quadrado e Triângulo maior = dois quadrados
- c) Quadrado = $\frac{1}{2}$ triângulo maior, Triângulo médio = $\frac{1}{2}$ triângulo maior, Triângulo menor = $\frac{1}{4}$ triângulo maior e Paralelogramo = $\frac{1}{2}$ triângulo maior.

Tarefa 2

- a) e b) Estratégias para os itens a e b: tentativa e erro - vários desenhos e contagem dos lados dos triângulos e dos triângulos em si para saber o perímetro e a área, respectivamente. Desenhar uma figura contornando e contando os triângulos e já ir formando a figura pedida.
- c) O terreno que irá caber mais árvores de ingá vai ser o que tiver a área maior. O item a figura que mais tinha triângulos caberá mais árvores, da mesma forma no item b.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Além das possíveis soluções, refletimos sobre as eventuais dificuldades que os estudantes poderiam ter ao longo das aulas. Em relação à TM 1, o Tangram seria entregue em uma folha impressa e seria solicitado aos

³¹ <https://www.hypatiamat.com/jogos/tangram/tangram.html>

³² <https://www.geogebra.org/m/u4jva2cd>

³³ Essas resoluções foram também representadas no plano com a manipulação das peças do Tangram. Por questão de espaço, foi colocado aqui apenas em formato de texto.

estudantes que fizessem o recorte das peças para que, em seguida, eles pudessem explorar a TM em si. Em razão desse primeiro encaminhamento, os estudantes poderiam recortar o Tangram de maneira errada, influenciando no tamanho das figuras e, assim, ao sobrepor as peças, a visualização das áreas poderia dar errado. Quanto à TM2, os estudantes poderiam ter dificuldades ao realizarem marcações sobre a malha triangular, pois muitas das vezes é comum os professores trabalharem mais com malha quadricular.

Para visualizarmos de uma maneira mais geral, segue abaixo a estrutura da aula preenchida conforme as modificações que fizemos e com os debates dentro do grupo do projeto:

Quadro 17. Estrutura da aula conforme o planejamento colaborativo

Distribuição do Tempo de acordo com as etapas do Ensino Exploratório	Possíveis mediações do(a) professor(a) [Perguntas, comentários, provocações, etc]	Observações
Etapa 1: Introdução da TM 01 10 min	<ul style="list-style-type: none"> • Primeiramente pedir para os estudantes se organizem em grupo de 3 ou 4 integrantes • Entregar a folha com a primeira tarefa matemática • Fazer a leitura coletiva da tarefa com os estudantes e garantir que todos compreendam o que foi solicitado. 	
Etapa 2: Desenvolvimento da TM 01 25 min	<ul style="list-style-type: none"> • Entregar um Tangram para cada grupo • Ir observando em cada grupo como eles estão realizando a manipulação e quais pequenas discussões fazem nos grupos • Realizar anotações das ideias comentadas • Em caso de dúvidas na manipulação, o professor pode fazer alguns questionamentos, como: <i>“Que formas geométricas conseguem identificar no Tangram?”</i> <i>“Quantos triângulos menores são necessários para formar cada figura do Tangram?”</i> <i>“De que maneira a área muda quando utilizamos o quadrado como unidade de medida?”</i> 	

	<i>“Qual é a relação entre as áreas das figuras quando medimos com triângulos maiores?”</i>	
Etapa 3 : Introdução da TM 02 5 min	<ul style="list-style-type: none"> • Pedir para os estudantes permanecerem nos grupos da tarefa 01. • Entregar a folha com a segunda tarefa • Fazer a leitura coletiva com os estudantes e garantir que todos compreendam o que foi solicitado. 	
Etapa 4: Desenvolvimento da TM 2 25 min	<ul style="list-style-type: none"> • Entregar a tarefa impressa e a malha triangular/geoplano • Ir observando em cada grupo como eles estão realizando as manipulações na malha triangular • Realizar anotações das ideias comentadas durante a observação • Em caso de dúvidas, o professor pode fazer alguns questionamentos, como: <i>“Como vocês estão verificando se suas construções atendem aos critérios de área e perímetro?”</i> <i>“Quais estratégias vocês acreditam que possa garantir que as figuras tenham áreas e perímetros iguais/diferentes?”</i> 	
Etapa 5: Discussão da TM 15 min	<ul style="list-style-type: none"> • Estimular os estudantes para que eles apresentem as suas resoluções e discussões em grupo. • Algumas perguntas que podem ser feitas na tarefa 1: <i>“Quais foram as descobertas mais interessantes sobre as áreas das figuras?”</i> <i>“Como as diferentes unidades de medida afetam o cálculo da área?”</i> • Algumas perguntas que podem ser feitas na tarefa 2: <i>“Como vocês chegaram a respostas sobre quantas árvores cabem em cada figura?”</i> <i>“Alguém encontrou uma solução diferente para a mesma figura? Como isso impacta a quantidade de árvores?”</i> 	
Etapa 6 Sistematização das	<ul style="list-style-type: none"> • Os estudantes devem ser estimulados a refletirem o conceito de área que independente do formato eles podem ter a mesma área. 	

aprendizagens matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> Algumas perguntas que podem ser feitas: <i>“O que vocês aprenderam sobre a relação de área, perímetro e plantio?”</i> <i>“Vocês sentiram alguma dificuldade no desenvolvimento das tarefas?”</i> <i>“Quais momentos foram mais difíceis durante a resolução?”</i> <i>“Por que é importante entender como calcular áreas em situações do dia a dia?”</i> 	
---------------------------	--	--

Fonte: Elaborada pelos autores.

5.3 Desenvolvimento da aula

Ao propor as tarefas exploratórias, utilizando o Tangram e a malha triangular em sala de aula, a professora regente tinha como objetivo de aprendizagem o *calcular a área de uma superfície, por meio de diferentes métodos (reconfigurações, composição, decomposição, aproximação por cortes, entre outros), aplicando as expressões de cálculo em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.*

O plano de aula foi desenvolvido no dia 06/11/2024 pela regente Danielly. Durante a TM, foram utilizadas estratégias metodológicas previamente definidas, visando atender aos objetivos pedagógicos e promover o engajamento dos participantes. Essa vivência se transformou em um autêntico aprendizado tanto para os estudantes quanto para a regente encarregada e os futuros professores.

O início da aula foi marcado por um atraso de 15 minutos, uma situação que não é frequente, mas que sempre constitui um desafio. A distribuição das TM, das malhas triangulares e do Tangram foi feita, e a leitura da lenda do Tangram teve início (Figura 39). A regente questionou quem já conhecia esse material e a sua lenda. Ela observou que, embora alguns já tivessem tido contato com tal material, outros nunca haviam ouvido falar acerca da sua história.

Figura 39. Regente apresentando a TM.



Fonte: Acervo do Projeto.

Esse instante inicial foi crucial para estabelecer uma ligação e estimular a curiosidade. Contudo, logo a regente percebeu que as orientações sobre como explorar o conceito de área, utilizando as peças do Tangram, não estavam claras para todos os estudantes. Muitos apresentaram dúvidas sobre como utilizar uma figura específica como unidade de medida para determinar a área das demais, especialmente quando se tratava de peças diferentes, como o triângulo menor e o triângulo maior. Além disso, alguns estudantes mostraram dificuldade em compreender a conexão entre as figuras geométricas do Tangram e os conceitos de área, o que exigiu reformulações nas explicações para facilitar o entendimento. Foi pedido a todos que cortassem as peças do Tangram. Com as peças em mãos, os estudantes começaram a visualizar o que precisavam fazer.

Um dos momentos mais significativos aconteceu quando a questão sobre os nomes das figuras geométricas foi colocada. O paralelogramo foi um obstáculo, pois ninguém conhecia nem mesmo a escrita de seu nome, sendo necessário escrevê-lo no quadro. Este também foi utilizado para ilustrar os diversos triângulos presentes no Tangram, esclarecendo que o menor deles simbolizava uma unidade de área na alternativa a (Figura 40).

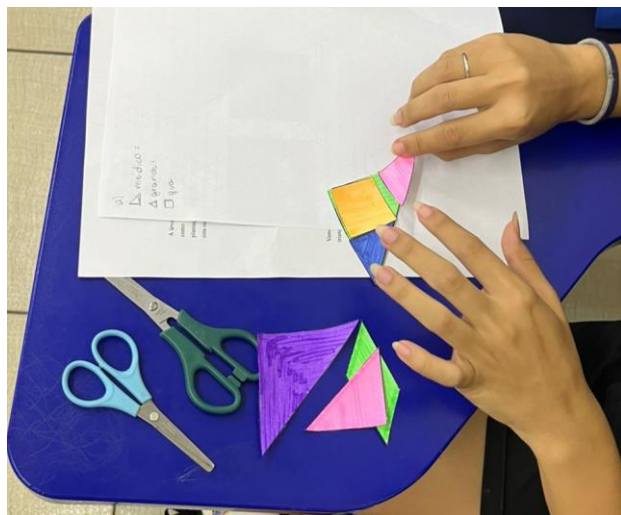
Figura 40. Regente esclarecendo dúvidas no quadro.



Fonte: Acervo do Projeto.

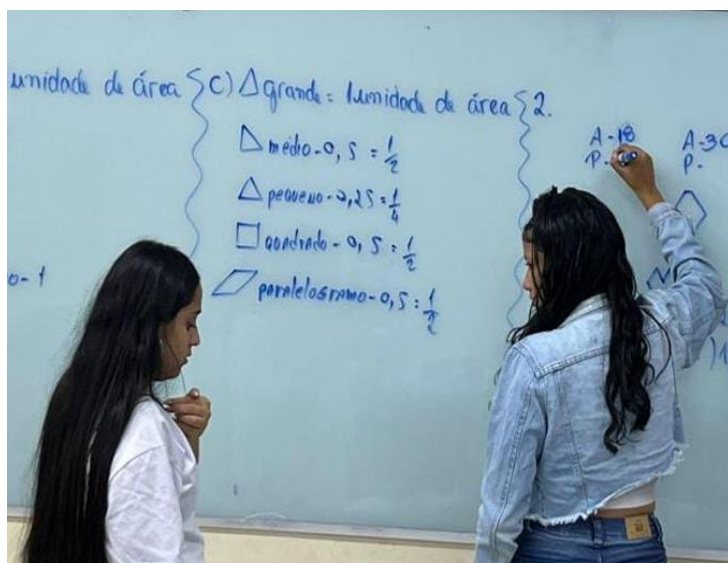
A curiosidade expressa pelos estudantes, ao comparar as peças, foi gratificante. Muitos recorreram às táticas já esperadas, como sobrepor as figuras (Figura 41) e comparar as áreas, para responder às perguntas. Ao longo das apresentações, foi interessante notar como cada dupla alcançou as respostas de formas distintas: algumas empregaram frações, outras números decimais (Figura 42). Isso destacou como a matemática pode ser variada e de fácil acesso.

Figura 41. Exemplo de sobreposição



Fonte: Acervo do Projeto.

Figura 42. Estudantes apresentando suas resoluções



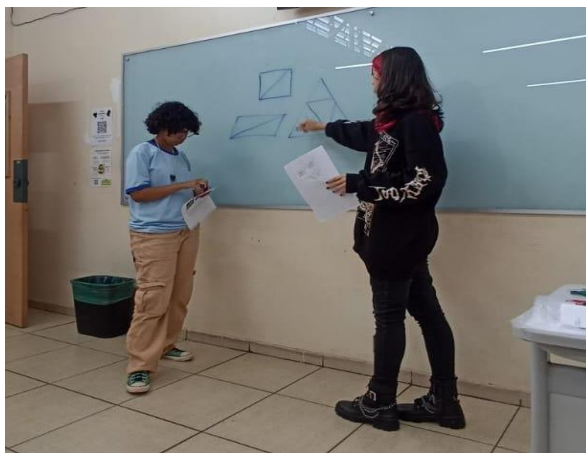
Fonte: Acervo do Projeto.

Na sistematização do conteúdo, houve um esforço para esclarecer as diferenças entre área e perímetro, uma dificuldade recorrente entre os estudantes. Exemplos foram utilizados, como garrafas de diferentes formatos, mas com o mesmo volume, para ilustrar que a forma pode mudar, mas a quantidade permanece igual. Essa analogia foi essencial para desfazer a confusão em relação ao conceito de perímetro.

Entre os principais contratempos, destacaram-se as dificuldades iniciais para compreender as orientações e a falta de familiaridade com os nomes das figuras geométricas, particularmente do paralelogramo. Algumas duplas também demonstraram confusão conceitual entre perímetro e área, alguns achavam que era a mesma coisa e outros não recordavam a diferença entre eles, o que demandou esclarecimentos adicionais. Essas dificuldades foram previstas no plano de aula. Além disso, o atraso inicial impactou parcialmente o tempo destinado aos debates e apresentações mais detalhadas.

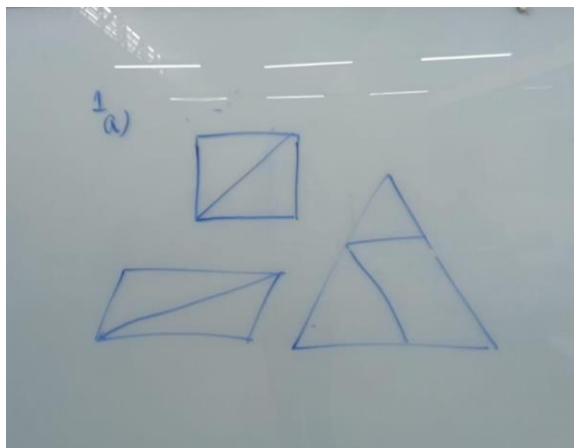
Várias ações antecipadas foram fundamentais para o êxito da aula. A oferta de materiais manipuláveis e didáticos, como Tangram e malhas triangulares, possibilitou que os estudantes visualizassem e investigassem os conceitos. A contextualização por meio da lenda do Tangram cativou os estudantes e despertou seu interesse, estabelecendo uma ligação entre o conteúdo de matemática e elementos culturais. A utilização de exemplos tangíveis, foi crucial para dissipar equívocos conceituais. Finalmente, as táticas de correção, ao escolher duplas que apresentaram soluções diferentes, aprimoraram o entendimento coletivo e incentivaram a reflexão sobre variadas estratégias (Figuras 43 e 44).

Figura 43. Estudantes apresentando suas resoluções.



Fonte: Acervo do Projeto.

Figura 44. Resolução.

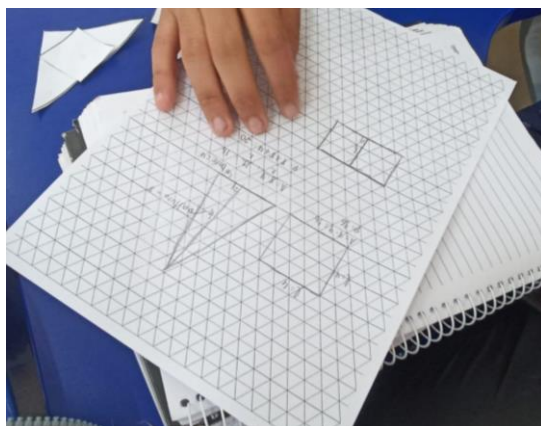


Fonte: Acervo do Projeto.

Em relação à TM2 (Quadro 15 - Áreas e perímetros nas plantações de ingás), na turma D, os estudantes foram divididos em duplas. Alguns tentaram realizar o cálculo através da fórmula da área (Figura 45), enquanto os demais foram criativos, ao fazer desenhos na malha e realizar a contagem (Figuras

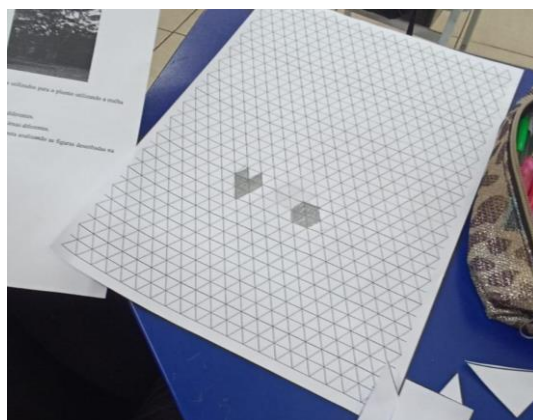
46). No *item c*, a resolução foi feita apenas com base na interpretação, pois, na concepção deles, pela lógica, o terreno que comportaria mais árvores seria aquele com a maior área.

Figura 45. Exemplo de sobreposição



Fonte: Acervo do Projeto.

Figura 46. Exemplo de sobreposição



Fonte: Acervo do Projeto.

Ao utilizar novamente o mesmo plano em uma turma diferentes, é comum notarmos que surgem modificações na tarefa, seja por sentir que ela está incompleta ou por buscar formas de torná-la mais exploratória para os estudantes. Foi exatamente isso que aconteceu durante a implementação da tarefa sobre a plantação de ingás nas turmas B e C. A regente titular dessas turmas registrou em um documento um relato da aula e enviou no grupo de *WhatsApp*, destacamos o comentário:

Regente: Pedi que o *item c* fosse dividido em dois subitens, de modo a fazer a comparação entre as áreas do *item a* e, em seguida, das áreas do *item b*. Dessa forma, percebo que a questão ficou mais completa.

Ao fazer essa adaptação, a regente notou que os estudantes conseguiram desenvolver melhor os *itens a e b* e no *item c*, começaram a escolher a figura que comportaria mais árvores com base na medida do perímetro. Ou seja, nessas turmas, comparando com a turma D, observou-se um raciocínio mais aprofundado em relação ao conceito de perímetro, e não apenas em comparação com a área em si.

Os conceitos de área e perímetro ainda geram confusão nos estudantes, considerando seus conhecimentos prévios. Em uma das duplas que realizou a Tarefa 2, os estudantes afirmavam que a quantidade de árvores seria a mesma, e que o perímetro não influencia. Para sistematizar essa colocação, a regente fez uma analogia com duas garrafas de formatos diferentes, comparando a quantidade de água que cada uma poderia conter.

De maneira geral, o objetivo do plano de aula foi alcançado. Os estudantes conseguiram *calcular a área de uma superfície, por meio de diferentes métodos (reconfigurações, composição, decomposição, aproximação por cortes, entre outros), aplicando as expressões de cálculo em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais*. A regente teve a oportunidade de aprender com os estudantes e adaptar a aula em tempo real para atender às necessidades dos mesmos. Essa experiência reforçou a importância de tornar o aprendizado uma vivência prática e criativa, na qual os estudantes possam explorar, cometer erros e crescer durante o processo.

5.4 Reflexões pós-aula

Após a aula implementada, nós, do subgrupo 2, refletimos sobre a experiência em sala de aula. Como foi mencionado antes, inicialmente, os estudantes tiveram dificuldades acerca do modo de utilizar uma figura específica do Tangram como unidade de medida para determinar a área das demais, especialmente quando se tratava de peças diferentes, como o triângulo menor e o triângulo maior. Com a intervenção da professora para esclarecer as dúvidas, os estudantes conseguiram identificar e sobrepor as figuras geométricas a fim de solucionar o problema. Dessa situação, compreendemos que não basta apenas utilizar um material concreto e manipulável para ter sucesso no aprendizado dos estudantes com a Matemática, é necessária a mediação do(a) professor(a) para que eventuais dúvidas sejam sanadas.

Por outro lado, ficou evidente que todas as duplas tiveram os mesmos pensamentos lógicos e, em geral, todos produziram suas resoluções da mesma maneira; o que se diferenciou foi o tempo de resolução de cada dupla. Nesse ponto, não houve dificuldades dos estudantes, exceto o nome do paralelogramo. Em virtude disso, constatamos que as resoluções propostas pelos estudantes não saíram do nosso planejamento, sendo assim, as dúvidas que apareceram, ou já estavam monitoradas por nós, ou eram muito fáceis de contornar. Em outras palavras, fica clara a importância de um estudo e um planejamento bem delineados para que a prática docente seja eficiente e pequenos imprevistos possam ser superados.

Agora, para a tarefa dos Ingás, percebemos uma diversificação tanto nas construções das formas geométricas como nos parâmetros utilizados. Observamos que algumas duplas alcançaram suas resoluções pelo princípio da contagem de unidades de medidas, e outras duplas decidiram ir por um caminho mais algébrico e geométrico, tendo em vista que queriam garantir a certeza do valor seja da área seja do perímetro.

Em ambas as tarefas, foi possível observar o engajamento e o esforço dos estudantes, que argumentaram por que suas resoluções estavam corretas e apresentaram as soluções de forma clara. Os estudantes dessa turma de 1º ano já se acostumaram com a aula na estrutura do Ensino Exploratório, devido a experiências anteriores, o que contribuiu para o envolvimento deles.

Esse engajamento também se deu pelo fato de a primeira TM pedir que os estudantes recortassem as peças do Tangram e a segunda TM solicitar

que eles desenhavam figuras na malha triangular. Em muitos casos, na primeira TM, eles sobrepuseram as figuras e, na segunda, desenharam e pintaram na malha. Ou seja, eles tiveram a oportunidade de ser criativos, o que mostrou um envolvimento ainda maior.

Com base nisso, podemos perceber que a utilização do Ensino Exploratório em sala de aula proporciona resultados significativos no aprendizado dos estudantes. Embora a construção do planejamento seja um processo demorado, é gratificante quando atingimos os resultados esperados. Quando os resultados não correspondem ao esperado, isso indica a necessidade de buscar melhorias no planejamento. Por isso, é essencial promover discussões durante a elaboração do plano de aula.

O planejamento da aula abordada neste texto foi realizado por meio de diversas reuniões, tanto em grupo (especificamente, no subgrupo 2) quanto coletivas (com todos os integrantes do projeto), envolvendo também os subgrupos 1, 3 e 4. Com base nessas reuniões, realizamos algumas adaptações, considerando a realidade dos estudantes e da escola, onde o plano foi implementado. Nessa direção, o trabalho colaborativo se mostrou fundamental, pois, à medida que mais pessoas buscaram analisar e contribuir com modificações, conseguimos aprimorar ainda mais o planejamento e aprender juntos.

Por fim, ao refletirmos sobre todo o ciclo do *LS* implementado e escrevermos essa narrativa, entendemos que é possível encontrar, na literatura, tarefas matemáticas promissoras, no entanto, quando se quer trabalhar na perspectiva do Ensino Exploratório, muitas delas carecem de adaptações ou complementações, como ocorreu nas escolhas do nosso subgrupo. Além disso, quando adotamos a colaboração como filosofia de trabalho e compartilhamos e discutimos nossos materiais pesquisados e estudados, como as tarefas matemáticas que foram apresentadas a todos os subgrupos, podemos inspirar e ajudar os pares.

Outra questão que ficou marcante em nossa experiência foi a necessidade de simular, de maneira remota, a aula planejada com todo o grupo do projeto. Para a Educação Básica, a projeção foi de utilizar os materiais manipuláveis Tangram e malha triangular para a resolução das tarefas matemáticas. Todavia, dentro do grupo, isso não era possível, haja vista a distância geográfica que muitos integrantes se encontravam. Diante dessa realidade, nós, do subgrupo 2, tivemos a preocupação em buscar meios para

que a simulação fosse a mais próxima do que poderia acontecer na sala de aula da professora Danielly. Assim, valemo-nos do Tangram virtual e do *GeoGebra* triangular para a resolução das tarefas. Com isso, com base nessa vivência e em tudo que foi relatado nos outros capítulos, mostramos que já existem ferramentas tecnológicas que possibilitam o ensino e a aprendizagem da Matemática na modalidade da Educação a Distância e que é possível desenvolver um ciclo do *LS* de maneira remota.

Referências

- CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e matemática**, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.
- CARVALHO, J. B. P. F.; ALMEIDA, A. P. A. Introdução. In: CARVALHO, J. B. P. F. (org.). **Matemática: Ensino Fundamental**. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2010. v. 17. (Série Explorando o Ensino).
- LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Coleção Explorando o Ensino: Grandezas e Medidas. In: CARVALHO, J. B. P. F. (org.). **Matemática: Ensino Fundamental**. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2010. v. 17, p. 167-200.
- RICHIT, A.; TOMKELSKI, M. L. (org.). **Lesson Study em Matemática**. Curitiba: CRV, 2023.
- SILVA, A. D. R. M. **Contribuições da *Jugyou Kenkyuu* e da engenharia didática para a formação e o desenvolvimento profissional de professores de matemática no âmbito do estágio curricular supervisionado**. 2020. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

6 - Área e perímetro de polígonos regulares: Um Estudo por meio da Transformação de Tarefas

*Emilly Joyce Alcântara da Silva*³⁴

*Ana Maria Porto Nascimento*³⁵

*Josyane Santos Azevedo*³⁶

*Rodrigo Oliveira de Souza*³⁷

6.1 Introdução

Na dinâmica da ação formativa, descrita no segundo capítulo, o subgrupo 3 trabalhou com o seguinte objetivo de aprendizagem: *representar graficamente dados de área e de perímetro de um polígono regular, organizados em uma tabela, reconhecendo o tipo de função associada a essa representação*. Esse subgrupo foi composto por uma mestranda em Educação Matemática, uma professora especialista em Matemática, um professor e mestrando em Matemática Profissional, uma formadora de futuros professores de Matemática e um futuro professor. No primeiro momento, foi criado um grupo no *WhatsApp* para que os integrantes do subgrupo pudessem interagir. Os encontros para planejamento ocorreram de três maneiras principais: 1)

³⁴ Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica. Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). E-mail: joyceemillysilva@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3993-1422>.

³⁵ Doutorado em Educação. Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB). E-mail: ana.nascimento@ufob.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2048-5554>.

³⁶ Especialista em Matemática. Secretaria de Educação do Distrito Federal. E-mail: josyanedsp@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-4294-8871>.

³⁷ Mestrando em Matemática (PROFMAT) - Bolsista da CAPES – PROEB. Universidade de Brasília (UnB). E-mail: rodrigodotemplo@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0009-0001-9742-3004>.

Reuniões com os cinco integrantes do subgrupo 3 e depois reuniões com o grupo geral; 2) Conversas por texto no grupo do *WhatsApp*; e, 3) O arquivo compartilhado do *Google* Documentos, no qual constavam os principais registros do planejamento.

Os estudos iniciaram com pesquisas individuais sobre materiais que poderiam ajudar a compreender melhor o objetivo proposto. Dois materiais foram compartilhados pelo grupo do *WhatsApp*: um artigo (Przybyviz *et al.*, 2018), e um material de apoio (SEDU, 2024). Algumas dúvidas surgiram sobre como poderíamos pensar em uma tarefa matemática que contemplasse os polígonos regulares, tabelas e gráficos.

Os desafios do planejamento estiveram presentes desde o início. Fatores externos, como a gestão do tempo individual dos integrantes do subgrupo 3 para contribuir com os estudos e as reuniões, tiveram de ser ajustados. Nessa direção, a seguir, é apresentado como ocorreu esse processo de discussão das diferentes propostas e a forma como as tarefas matemáticas (TM) foram transformadas. Posteriormente, é narrada a implementação das TM na Educação Básica e as reflexões pós-aulas.

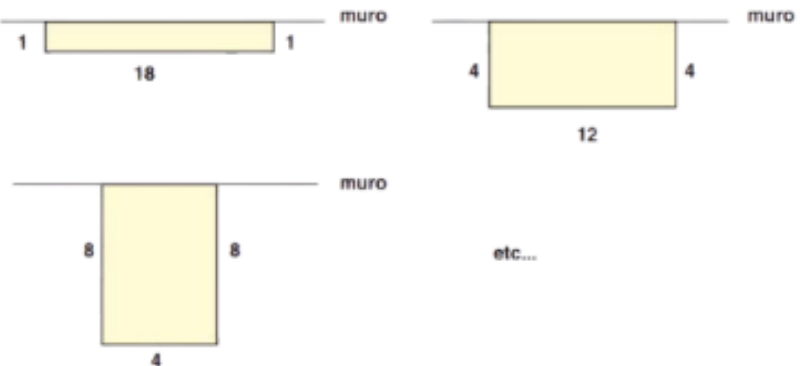
6.2 O planejamento das aulas

Ao longo dessa etapa, diferentes tarefas matemáticas foram propostas, sendo que as primeiras buscavam trabalhar a ideia de uma cerca para coelhos que se reproduzem, de modo que a cerca crescia de acordo com uma determinada variável. O material de apoio (SEDU, 2024) apresentava uma TM (Figura 47) que trata de um cercado para coelhos. Ao analisar essa TM, foi sugerido a exploração de um contexto real, mesmo que não fosse necessário, mas que poderia ser mais interessante para os estudantes.

Figura 47. Tarefa do material de apoio

Em determinadas situações, surgem problemas em que a solução é obter o valor máximo ou o valor mínimo que uma função quadrática assume. Observe a seguir um problema desse tipo.

Um pequeno fazendeiro deseja criar coelhos e para isso comprou 20 m de tela a fim de construir um cercado, em forma de retângulo, aproveitando um muro já existente. Fez desenhos representando o cercado e verificou que suas dimensões poderiam variar, sempre com a soma das medidas dos três lados com tela igual a 20 m.



Para cada um dessas opções, há uma área diferente. No primeiro desenho, a área do cercado seria $18 \times 1 = 18 \text{ m}^2$; no segundo, $12 \times 4 = 48 \text{ m}^2$; e no terceiro, $4 \times 8 = 32 \text{ m}^2$. Sabemos ainda que estes não são os únicos casos possíveis. Sem precisar imaginar todos os casos, é possível descobrir qual deles teria a área máxima? Qual seria essa área?

Fonte: SEDU (2024).

O cercado era um quadrado, pois deveríamos trabalhar com polígonos regulares. Mas, partindo da 1ª reunião do subgrupo 3, duas ideias foram esboçadas:

Ideia 1 de tarefa:

- Imagens de um cercado para coelhos em que as áreas variam a cada ano;
- Solicitar que o estudante observe as dimensões do cercado ao longo dos anos;
- Pedir que calcule a área do cercado a cada ano (2021 a 2024);
- Pedir para calcular a área do cercado em 2025.
- Ideia 2 de tarefa:

- Comparar diferentes áreas: vários cercados de áreas diferentes para que os estudantes possam comparar a área e o perímetro, através de tabelas;
- Intuito: que o fazendeiro possa descobrir a maior área com o menor perímetro possível, para gastar menos dinheiro, de maneira a colocar maior número de animais possível.

O diálogo com o subgrupo 4 era comum, pois os dois grupos tinham o mesmo objetivo de aprendizagem e precisaram alinhar suas propostas. Em uma das reuniões pelo *Google Meet* com o subgrupo 4, foi sugerido que o subgrupo 3 trabalharia apenas a parte dos polígonos regulares e o subgrupo 4, com a parte da função e tabela associada a um polígono regular. Consideramos as dificuldades dos estudantes e que seria importante relembrar o assunto. Assim, excluímos a ideia 2 e amadurecemos a ideia 1. Alguns integrantes do subgrupo 3 se mostraram mais interessados na ideia 2, contudo, aceitaram continuar com a ideia 1.

Partindo desse diálogo, novas orientações foram dadas pela líder do subgrupo 3, primeira autora deste capítulo, por meio dos seguintes questionamentos:

- Como planejar uma tarefa focando em perímetro e área dos polígonos regulares;
- Como podemos usar a malha quadriculada para desenvolver essa tarefa ou o *GeoGebra*?
- Iremos fornecer as áreas para os estudantes ou pedir para que façam a construção?
- Quais polígonos regulares iremos trabalhar?

Alguns pontos de vistas e concepções diferentes marcaram o planejamento, mostrando a diversidade e a riqueza da troca entre os pares. Assim, as tarefas passaram por diversas versões, mas quatro tarefas principais foram formuladas durante o ciclo: as duas tarefas dos coelhos, a tarefa dos bois e, por fim, a tarefa da construção de quadrados.

Na primeira tarefa, foi proposta uma abordagem inicial focada na criação de coelhos, com o intuito de criar um contexto. O subgrupo 3 fez uma pesquisa detalhada sobre as especificidades da criação de coelhos e um dos integrantes expôs um artigo sobre este tema encontrado no site *Zooplus*

Magazine. Já outros integrantes investigaram as condições mínimas de espaço necessárias para os coelhos e os métodos de construção eficazes de cercas. Propuseram que o cercado poderia ter o formato de um quadrado, de modo que fosse associado a quantidade de metros para a cerca ao perímetro, destacando que o cercado necessita de vários cortes de arame com o mesmo comprimento e, no caso, o perímetro do quadrado se refere a um destes cortes. Esse aspecto foi discutido no subgrupo. E, ainda, foi pesquisado quantos metros quadrados seriam necessários para cada coelho, a fim de definir a medida do lado do quadrado que seria informado na tarefa. Após essas discussões, finalizou-se a primeira versão da tarefa, exposta no quadro a seguir:

Quadro 18. Primeira versão da Tarefa - Subgrupo 3

Tarefa 1

Questão 01: Segundo um artigo do *site Zooplus Magazine* sobre a criação de coelhos, um cercado para coelhos deve ter no mínimo 6 m² para cada coelho. O fazendeiro optou por um cercado quadrado com lados de 8 m. Qual seria a quantidade aproximada de coelhos possíveis para a criação nesse cercado?(aqui o estudante iria calcular a área para depois calcular a quantidade aproximada de coelhos; depois perguntamos sobre o perímetro, sem falar a palavra “perímetro”, buscando que o estudante raciocine) Quantos metros de cerca seria necessário para construir esse cercado? (aqui o estudante iria calcular a área para depois calcular a quantidade aproximada de coelhos; depois perguntamos sobre o perímetro, sem falar a palavra “perímetro”, buscando que o estudante raciocine)

Questão 02: Sabendo que o fazendeiro pretende ampliar a quantidade de coelhos e tem as seguintes informações:

Os coelhos são conhecidos por sua alta taxa de reprodução, atingindo a maturidade entre três a seis meses de idade. Devido a rápida reprodução, um fazendeiro que cria coelhos precisa expandir constantemente a área cercada para acomodar a crescente população a cada 6 meses. Inicialmente, ele constrói uma cerca simples, mas com cada nova ninhada, ele aumenta a cerca utilizando materiais como madeira e arame, garantindo espaço suficiente para os coelhos se movimentarem e evitando superlotação. O fazendeiro também realiza manutenções regulares na cerca para garantir a segurança e o bem-estar dos animais. Fonte: Site Zooplus Magazine (2024)

Complete os dados na tabela que indique a quantidade aproximada de coelhos, supondo que a cada seis meses um casal de coelhos teria seis filhotes. Registre na tabela o período entre o 1º semestre de 2024 ao 2º semestre de 2026. Além disso, a quantidade de área necessária para o cercado dos coelhos em cada semestre. Observe o que ocorre a quantidade de coelhos a cada seis meses e qual será o novo tamanho do cercado.

Semestre	Número de coelhos	Número de coelhos que nasceram	Total de coelhos	Área do cercado
1º semestre de 2024	2	6	8	8x6m ² = 48m ²

2º semestre de 2024				
1º semestre de 2025				
2º semestre de 2025				
1º semestre de 2025				
2º semestre de 2025				

Questão 05: Se o fazendeiro buscasse um novo cercado quadrado para seus coelhos em que o perímetro fosse 60m, qual seria a quantidade aproximada de coelhos possíveis para criação (considerando que ela respeita o limite máximo de 6 m² para cada coelho)?

Questão 06: Supondo que o fazendeiro busque outros tipos de polígonos regulares para o formato do cercado dos coelhos, além do quadrado, um triângulo equilátero. Tanto o quadrado quanto o triângulo equilátero teriam o mesmo perímetro (30 m), qual seria a maior área ?

Questão 07: Por último, responda, qual deve ser o formato de cercado deve ser escolhido pelo fazendeiro? E porquê?

Tarefa 2

O fazendeiro precisa determinar, entre muitas ideias, qual é o formato ideal para a quantidade de coelhos. Ele decidiu que esse pasto teria o formato de um polígono regular, sendo: Um triângulo, quadrado, pentágono e hexágono. A questão que o fazendeiro quer responder é: Qual é a maior área possível com o menor perímetro, para a escolha desse formato de cercado para os coelhos?

Para ajudar o fazendeiro, responda as questões a seguir para ter maior clareza sobre essa decisão.

Questão 01: Para otimizar o espaço, ele está considerando cercar a área em quatro formatos diferentes, todos polígonos regulares:

- Quadrado
- Triângulo equilátero
- Pentágono regular
- Hexágono regular

Em uma malha quadriculada desenhe cada polígono regular que o fazendeiro está analisando.

Questão 02: Sabendo que o fazendeiro tem 60 metros de cerca para cercar o espaço, calcule o comprimento de cada lado dos polígonos que ele está considerando.

Polígonos	Comprimento dos lados

Quadrado		
Triângulo equilátero		
Pentágono regular		
Hexágono regular		

Questão 03: Depois de cercada, qual será a área de cada polígono regular que representa o formato do cercado?

Polígonos	Área dos lados
Quadrado	
Triângulo equilátero	
Pentágono regular	
Hexágono regular	

Questão 04: Comparando as áreas calculadas, qual formato de polígono oferece a maior área cercada para os coelhos?

Questão 05: Considerando que os polígonos regulares assumissem diferentes perímetros:

a) Quadrado: Lados 15 m
b) Triângulos: Lados 20 m
c) Pentágono regular: Lados 10 m
d) Hexágono regular: Lados 12 m

Observe a área e perímetro de cada polígono, qual desses tem a maior área possível com o menor perímetro? E qual deles tem o maior perímetro e a menor área possível?

Questão 06: Preencha agora quatro tabelas, uma para cada formato possível, relacionando: o lado do polígono, o perímetro e a área.

QUADRADO		
Medida do Lado	Perímetro	Área

TRIÂNGULO EQUILÁTERO		
Medida do Lado	Perímetro	Área

PENTÁGONO REGULAR		

Medida do Lado	Perímetro	Área

HEXÁGONO REGULAR		
Medida do Lado	Perímetro	Área

Questão 07: Por último, responda, qual deve ser o formato de cercado deve ser escolhido pelo fazendeiro? Aquele que tem o menor perímetro e maior área possível?

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3.

Durante o aprofundamento das pesquisas, constatamos que as cercas não podiam ser apenas laterais, haja vista que os coelhos são dotados de grande habilidade de salto e poderiam pular a cerca, o que exigiu considerar a altura desta. Além disso, levando em conta a capacidade dos coelhos para cavar em profundidade e assim tentar escapar, identificamos a necessidade de um reforço inferior. Ao prosseguir para a resolução da tabela da segunda questão, percebemos que o crescimento populacional dos coelhos seguia um padrão exponencial. No entanto, nosso objetivo, como exposto no início do capítulo, era *representar graficamente dados de área e de perímetro de um polígono regular, organizados em uma tabela, para em seguida representar esses dados graficamente (subgrupo 4)*, de modo a reconhecer o tipo de função associada a essa representação. Diante disso, decidimos adaptar a temática inicial, optando pela criação de bois, uma realidade mais familiar e significativa em nosso contexto nacional, o que poderia proporcionar maior facilidade de entendimento e associação com o objetivo proposto.

Registramos a troca de ideias entre os integrantes do subgrupo 3, alguns comentários realizados pelo *WhatsApp* e pela edição compartilhada do documento. Os diálogos, via mensagens de *WhatsApp*, ilustram a viabilidade de realização do trabalho colaborativo, mesmo a distância, visto que as tecnologias digitais aproximaram os integrantes do subgrupo. E, percebe-se nas ideias o compartilhamento de experiências de trabalho em sala de aula, uma vez que dois integrantes do subgrupo eram professores de turmas de Ensino Médio.

Joyce:

- *Algumas dificuldades dessa questão: os estudantes podem apenas dividir o perímetro por 6; os estudantes podem não encontrar o valor exato dos lados dividindo por 2; Podem não conseguir fazer a aproximação da quantidade de coelhos, pois a última divisão não é exata; Dificuldades em divisão com números grandes (caso não usam calculadora); Podem aproximar como 37 coelhos ou como 38 coelhos, mas para o conforto dos coelhos o ideal seria 37 coelhos;*
- *Sinto falta de trabalhar perímetro, porque ele também precisa saber quantos metros de cerca é preciso para que a área dos coelhos seja cercada*

Josyane:

- *Sugiro que o perímetro possa ser um valor exato para a quantidade de coelhos;*
- *A tarefa está muito bem elaborada, mas tenho uma preocupação em relação a um aspecto. Estamos guiando os estudantes na descoberta, sem incentivar suficientemente o pensamento crítico e criativo. Atualmente, estamos oferecendo a tarefa com sugestões que levam à conclusão sobre qual formato é mais vantajoso para construir a cerca na fazenda. Acredito que a parte em que os estudantes calculam as áreas dos polígonos a partir de um perímetro fixo deveria ser uma descoberta a ser feita por eles, em vez de estar explicitamente indicada na atividade;*

Rodrigo:

- *Como vamos trabalhar somente com o quadrado, não seria melhor extrapolar essa medida de área? Ou deixamos assim mesmo. Eu penso isso pensando que talvez não seja interessante trabalhar com uma medida irracional de lado desse quadrado, para depois calcular o perímetro;*

Ana:

- *Temos de pensar melhor nessas questões;*
- *Enunciado: Observem as imagens de 1 a 4, veja a medida dos lados dos cercados. A. Calcule o perímetro de cada cercado; B. Calcule a área de cada cercado;*
- *Para responder a essa pergunta será necessário informar sobre o número de coelhos que podem nascer a cada seis meses;*
- *Para cálculo da área penso que só precisamos das medidas dos lados.*

Assim, conforme discutido anteriormente, optamos por mudar o foco da tarefa para a pecuária, considerando que o Brasil é um dos líderes mundiais nesse setor. Um dos integrantes do subgrupo já havia realizado uma Tarefa Matemática semelhante e compartilhou suas experiências, o que permitiu ao grupo debater e adaptar a proposta inicial. No Quadro 19, apresentamos o resultado das discussões - Tarefa 3. Essa nova tarefa foi simulada com o grupo geral.

Quadro 19. Tarefa 3.

Tarefa 3

A pecuária tem um papel relevante para a nossa economia, geração de empregos e protagonismos em alimentar a população crescente e cada vez mais exigente em qualidade e segurança alimentar. Um dos dados que comprovam essa realidade é o fato de já termos mais bovinos do que pessoas no Brasil. Conforme levantamento do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) referente a 2018 e divulgado em setembro último, que anotou 213,5 milhões de animais em produção (o maior rebanho comercial do mundo) e 210,1 milhões de pessoas. E, pelo ritmo acelerado da evolução do setor, com investimentos em tecnologias e gestão, essa diferença deve aumentar ainda mais nos próximos anos, pois o Brasil conta com uma capacidade e recursos para crescimento do plantel de forma sustentável, ocupando a mesma área, melhorando a produtividade e preservando os recursos naturais.

GRANDO, Nivaldo. A potência da pecuária para a economia brasileira. Boehringer Ingelheim. Disponível em: <<https://www.boehringer-ingelheim.com/br/sobre-nos/potencia-da-pecuaria-para-economia-brasileira>>. Acesso em: 21 set. 2024

A pecuária é, atualmente, uma das atividades mais importantes para a economia do Brasil, especialmente a pecuária bovina de corte, que envolve a criação de bois para a exportação de carne. Com isso em mente, uma jovem fazendeira chamada Gabriele deseja iniciar seu negócio na produção de bovinos para corte. Para isso, ela precisa determinar qual será o pasto ideal para a quantidade de bovinos que pretende criar. Gabriele decidiu que o pasto terá a forma de um polígono regular.

Ela também percebeu que, para uma criação ideal de bovinos é necessária uma área de pastagem adequada, para que os bois tenham alimentação necessária durante o tempo de criação. Uma área de 2 hectares é suficiente para 5 bois pastarem livremente sem preocupação. Na imagem a seguir, podemos observar um exemplo de pasto cercado, ideal para a criação de bovinos. A disposição do espaço é fundamental para garantir o bem-estar dos animais e a eficiência na produção. (fonte: imagens do google)

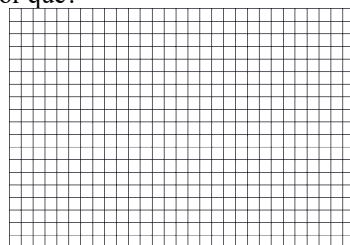


QUESTÃO 1

Para otimizar o espaço, a jovem fazendeira está considerando cercar uma a área para o pasto e para isso tem de decidir entre os três formatos, todos polígonos regulares:

- Quadrado
- Triângulo equilátero
- Hexágono regular

Em cada malha quadriculada desenhe um dos polígonos regulares que está analisando, e responda: Comparando as figuras, qual você acredita que seja a melhor escolha para Gabriele e por quê?



QUESTÃO 2

Qual seria o formato ideal para o pasto cercado que a fazendeira poderia escolher para maximizar a área disponível, utilizando 60 hm?

QUESTÃO 03

Considerando que os polígonos regulares assumissem diferentes perímetros e que a medida dos lados de cada polígono será:

- a) Triângulos: Lados 20 hm
- b) Quadrado: Lados 15 hm
- c) Hexágono regular: Lados 10 hm

Calcule o perímetro e a área de cada um desses polígonos e observe qual destes tem a menor área? Qual tem o maior perímetro? Qual tem o menor perímetro? É possível indicar qual tem o menor perímetro e a maior área?

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3

Os comentários a respeito dessa tarefa ficaram divididos. Uma parte do subgrupo acreditava que a tarefa deveria ser com um texto, semelhante aos do ENEM, mas uma das integrantes não concordava com essa ideia. Houve uma discordância entre os integrantes do subgrupo 3 na construção da tarefa, especificamente com relação ao texto. Além disso, o subgrupo 1 e 4 também trazer suas opiniões sobre a tarefa:

Subgrupo 1: Achamos que a tarefa inicia com um texto exaustivo, muito semelhante à ENEM... talvez possa ser reduzido para algo mais direto. O enunciado da tarefa não está fazendo sentido na questão. [...]Analisando o objetivo de vocês [...]notamos que não se tinha a necessidade de trazerem o contexto real, podem ir para a aplicação em um gráfico construção de tabelas etc.

Subgrupo 4: A leitura do texto está bem exaustiva sendo que quase toda informação não se associa a tarefa [...] A tarefa traz a informação de que 2 hectares comportam 5 bois, podiam explorar essa informação na tarefa, talvez desenvolver uma possível função e assim gerar o início de uma tabela que poderia ser uma boa ponte para a aula do grupo 4.

Destacamos que o subgrupo 3, em sua maioria, optou por manter o texto explicativo para a aula de simulação. Na simulação da aula, implementamos a Tarefa 3, o tempo era limitado e as dificuldades do grupo geral em resolver a tarefa ficaram evidentes. O grupo comentou sobre a tarefa não estar adequada. Entre os comentários, um dos integrantes relata sobre a necessidade de os estudantes verem os polígonos regulares antes da aula do subgrupo 4. Além das dificuldades que podem gerar, por ter hectares e hectômetros. A professora da turma comentou também sobre a questão das medidas. Uma das formadoras comentou que a questão 1 estava incoerente, pois cada área pode ser desenhada com quantidades de quadradinhos distintos, logo, a figura que o estudante desenhar com a maior área seria a escolhida. Ainda, acrescentou que a questão 2 deveria deixar claro que está se referindo ao perímetro. No entanto, a questão 3 já deixou isso mais claro. E o enunciado da 3 se mostrava contraditório ao que estava na questão 2, pois na redação afirmava que os polígonos iriam assumir perímetros diferentes, mas a soma dos lados resultaria em 60 hectômetros. Destacou também que o foco não era utilizar fórmulas. Sugeriram trabalhar apenas a questão da área e tentar deixar a tarefa mais focada no objetivo, trabalhando a função associada ao polígono regular. Além da quantidade de bois estar aparentemente incompatível com a quantidade de hectares.

Até esse ponto, notamos o quanto a construção da tarefa é difícil, as críticas indicaram a necessidade de realizar mudanças. A partir dessa reunião com o grande grupo houveram dificuldades dos integrantes do subgrupo 3 se reunirem frequentemente, o que refletiu na elaboração do plano de aula. Esse aspecto foi considerado na reflexão pós-aula. Como o *Lesson Study* é um processo colaborativo e reflexivo, as discussões do grupo geral continuaram a trazer importantes contribuições, que alinhavam as ideias e ajudavam a fazer modificações importantes para a melhoria da tarefa.

E, mesmo que nem todos conseguissem participar ativamente para a definição da tarefa final, o subgrupo 3 continuou com as discussões via *WhatsApp* e outras ideias foram surgindo para a tarefa. Em uma reunião, na qual estavam apenas dois integrantes do subgrupo 3 (Ana e Pedro), decidiram por mudar a tarefa anterior para a quarta versão da tarefa, em que não foram inseridos contextos que simulavam uma realidade e que teve como foco o perímetro e a área de um quadrado.

Quadro 20. Ideias para a Tarefa de Construção de Quadrados

Construa na malha quadriculada cinco quadrados com diferentes medidas de lados.



Calcule o perímetro e a área dos quadrados desenhados na malha e registre os valores na tabela abaixo:

	Lado	Perímetro	Área
Quadrado 1			
Quadrado 2			
Quadrado 3			
Quadrado 4			
Quadrado 5			

Observem na Tabela os cálculos realizados e registrem o que vocês observam em relação à:

A medida do lado dos quadrados:

Ao perímetro:

A área:

Discuta com seu grupo: caso o quadrado tenha lado de medida n , qual será o seu perímetro e a sua área.

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3

Essa quarta versão da tarefa, a que denominamos de “construção de quadrados”, foi analisada em uma reunião em que estavam presentes a professora formadora (que coordena o grupo geral), a professora de uma das

escolas (em que a aula seria desenvolvida), a líder do subgrupo 3 e o professor de Matemática do subgrupo 3. Foram dadas importantes indicações para que a versão final do plano de aula fosse elaborada e também auxiliaram na redação e na organização da tarefa. Essa reunião forneceu um caminho importante para o subgrupo 3 que, por fim, ficou responsável por explorar o quadrado, trabalhou com a malha quadriculada de forma que os estudantes pudessem identificar a função associada a esse polígono regular e deixou uma abertura para que o subgrupo 4 pudesse trabalhar de forma mais aprofundada. O quadro 21 apresenta a versão do plano com a tarefa final.

Quadro 21. Plano de aula da tarefa final

Distribuição do Tempo de acordo com as etapas do Ensino Exploratório	Possíveis dificuldades dos estudantes ao longo da aula	Possíveis mediações do(a) professor(a) [Perguntas, comentários, provocações, etc]
Etapla 1: Introdução da Tarefa Matemática 10 min	<ul style="list-style-type: none"> • Atraso em chegar à sala; • Dificuldade em formar os grupos; • Não compreender o enunciado da tarefa; • Não estar atentos na leitura da tarefa; • Pode indicar que se diferencia porque os lados dos polígonos regulares são iguais/têm a mesma medida; • Pode indicar que não lembra desse polígono que tem 4 lados e 4 ângulos retos 	<ul style="list-style-type: none"> • Esperar a chegada de todos os estudantes à sala de aula de maneira organizada. • Separar os estudantes em grupos, de modo a facilitar a interação, podendo ser trios ou duplas, dependendo do número total de estudantes presentes. • Realizar uma breve apresentação pessoal para criar um ambiente acolhedor e incentivar a participação ativa. • Questionar os estudantes sobre o conhecimento prévio que possuem acerca dos polígonos regulares. • Exemplo de pergunta: "Qual é o polígono regular que você conhece que tem 4 lados e 4 ângulos retos?" • Solicitar que um ou mais estudantes leiam a tarefa em voz alta para garantir que todos compreendam as instruções. • Instruir os estudantes a formarem trios ou duplas, conforme o número de participantes, para trabalharem


		<p>colaborativamente nas tarefas propostas.</p> <ul style="list-style-type: none"> Indicar que os estudantes podem resolver as questões em seus grupos e reforçar que o professor estará disponível para auxiliar em quaisquer dúvidas que surgirem durante a tarefa.
<p>Etapa 2: Desenvolvimento da Tarefa Matemática</p> <p>30 min</p>	<ul style="list-style-type: none"> dificuldade em identificar a unidade de medida saber o que é perímetro calcular área Podem confundir área e perímetro; Podem ter dificuldades nos desenhos; Podem não observar as unidades de medidas corretamente; Podem sentir dificuldades de trocar com o próximo grupo. 	<ul style="list-style-type: none"> O professor passará pelas cadeiras dos estudantes, observando as resoluções. Tirar as dúvidas dos estudantes conforme surgirem. Atentar-se às respostas dadas pelos estudantes para garantir a compreensão adequada. Caso o tempo para o desenvolvimento da tarefa esteja se esgotando, deixará a questão 5 para o momento de discussão. Esses procedimentos visam assegurar que todos os estudantes tenham suporte durante o desenvolvimento das tarefas e que haja tempo para uma discussão significativa.
<p>Etapa 3: Discussão da Tarefa Matemática</p> <p>30 min</p>	<ul style="list-style-type: none"> os estudantes podem sentir dificuldades de expressar suas ideias; Podem não ter registrado todos os resultados para perímetro e área Podem não ter respondido as questões 4 e 5 propostas; Pode ser que as questões sejam muito simples para os estudantes; 	<ul style="list-style-type: none"> O professor pode questionar os estudantes sobre quais estratégias eles utilizaram para responder. Se houverem diferentes estratégias, pedir para que os estudantes apresentem no quadro e expliquem suas ideias. Estimular os estudantes com perguntas como: quais estratégias utilizaram para calcular o perímetro, área. Compreender como os colegas resolveram.
<p>Etapa 4: Sistematização das aprendizagens Matemáticas</p>	<ul style="list-style-type: none"> os estudantes ainda podem ter dúvidas da resolução; Podem não ter dado 	<ul style="list-style-type: none"> O professor partindo das ideias dos estudantes irá buscar sintetizar as ideias e sistematizá-las no quadro.

20 min	<p>tempo de resolver todas as questões;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pode ter sobrado pouco tempo para tirar as dúvidas dos estudantes; 	<ul style="list-style-type: none"> • Caso os estudantes não tenham respondido algum problema, nesse momento o professor irá apresentar possíveis soluções para o problema e irá levantar questionamentos sobre “qual caminho devemos seguir”, instigando a participação dos estudantes. • Mostrar uma possível solução para as questões 4 e 5.
--------	--	--

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3

No quadro 22 acrescentamos, junto às perguntas destinadas aos estudantes, algumas orientações destinadas ao professor regente. Ressaltamos que a versão da tarefa entregue aos estudantes não apresentava essas orientações.

Quadro 22. Orientações ao professor regente

<p>Tarefa final</p> <p>Construção de quadrados</p> <p>Entregue a primeira questão para os grupos, e peça para que assinalem na folha qual os seus respectivos grupos: grupo 1, grupo 2, etc...</p> <p>1. Construa na malha quadriculada cinco quadrados com diferentes medidas de lados.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Quando os grupos concluírem a questão 1, peça para que eles troquem da seguinte maneira: grupo 1 passa para o grupo 2; o grupo 2 passa para o grupo 3; o grupo 3 passa para o grupo 4; e o grupo 4 passa para o grupo 1, de acordo com o número de grupos</p> <p>Neste momento, o(a) professor(a) regente entrega a tabela para todos os grupos.</p> <p>2. Calcule o perímetro e a área dos quadrados desenhados na malha e registre os valores na tabela abaixo:</p> <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <th></th> <th>Lado</th> <th>Perímetro</th> <th>Área</th> </tr> <tr> <td style="height: 40px;"></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>					Lado	Perímetro	Área				
	Lado	Perímetro	Área								

Quadrado 1			
Quadrado 2			
Quadrado 3			
Quadrado 4			
Quadrado 5			

Após concluir a questão 2, os grupos devem repassar a malha quadriculada e a tabela para o grupo que desenhou os quadrados. Logo, vão devolver para o grupo anterior.

3. Observem na Tabela os cálculos realizados e registrem o que vocês observam em relação à:

- A medida do lado dos quadrados:
- Ao perímetro:
- A área:

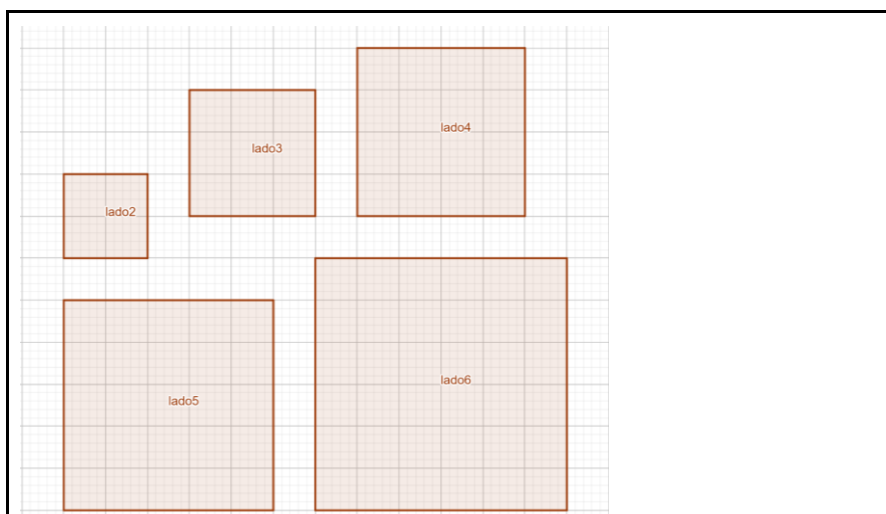
4. Discuta com seu grupo: caso o quadrado tenha lado de medida n , qual será o seu perímetro e a sua área.

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3

À medida que as tarefas foram modificadas, o plano original, juntamente com as antecipações e resoluções possíveis, também passaram por mudanças. No ciclo de LS, como momento do processo formativo, é importante pensar em possíveis soluções para a tarefa proposta. A seguir, apresentamos algumas das soluções previstas.

Quadro 23. Antecipações e possíveis resoluções

1. Construa na malha quadriculada cinco quadrados com diferentes medidas de lados.
--



2. Calcule o perímetro e a área dos quadrados desenhados na malha e registre os valores na tabela abaixo:

	Lado	Perímetro	Área
Quadrado 1	2	8	4
Quadrado 2	3	12	9
Quadrado 3	4	16	16
Quadrado 4	5	20	25
Quadrado 5	6	24	36

3. Observem na Tabela os cálculos realizados e registrem o que vocês observam em relação à:

- a medida do lado dos quadrados: *a medida dos lados dos quadrados foram aumentando de uma em uma unidade.*
- ao perímetro: *a medida do perímetro é o quádruplo da medida dos lados ou a medida do perímetro aumenta de 4 em 4 unidades.*
- a área: *é o quadrado da medida dos lados.*

4. Discuta com seu grupo: caso o quadrado tenha lado de medida n , qual será o seu perímetro e sua área.

Perímetro = $4 \cdot n$

Área = n^2

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3

Essa tarefa foi planejada no ano de 2024, mas devido a rotina de finalização do ano letivo na escola o desenvolvimento da aula não foi possível, sendo realizado somente no início do ano letivo de 2025 em duas escolas públicas, a escola 2 e a escola 3.

6.3 Desenvolvimento da aula

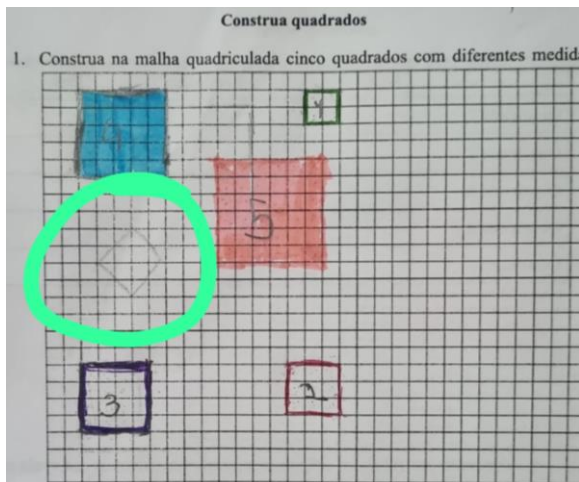
O desenvolvimento da aula ocorreu em duas escolas diferentes: na Escola 2, foram três turmas do 1º ano do Ensino Médio e na Escola 3, em uma turma do 2º ano do Ensino Médio. Em todas as turmas havia apenas um observador.

Como estava previsto, os estudantes foram organizados em duplas. Em seguida, o professor que assumiu a regência fez a leitura do primeiro item: *“Construa na malha quadriculada cinco quadrados com diferentes medidas de lados”*. Nesse momento, surgiram dúvidas comuns em todas as quatro turmas, dificuldades em caracterizar um quadrilátero e especificidades de um quadrado. A professora regente esclareceu rapidamente que, embora todo quadrado seja um quadrilátero, ele se diferencia por ter todos os lados da mesma medida.

Durante o desenho dos quadrados, alguns grupos buscaram validações tanto da professora quanto do observador para confirmar se estavam realizando a tarefa corretamente. Essa busca por validação, ocorreu em todas as turmas, ao longo de todo o desenvolvimento da tarefa.

Em uma das turmas (1º E), entre as respostas dos estudantes, uma chamou a atenção, pois a dupla tentou fazer um quadrado utilizando as diagonais dos quadrados menores, mas desistiram quando perceberam a dificuldade. Notamos que os estudantes estavam tentando fazer um quadrado, mas acabaram desenhando um losango, que é outro tipo de quadrilátero (figura 48). Devemos levar em consideração que todo quadrado é um losango, e o caminho escolhido pelo grupo não estava errado, porém poderia dificultar seus cálculos posteriormente.

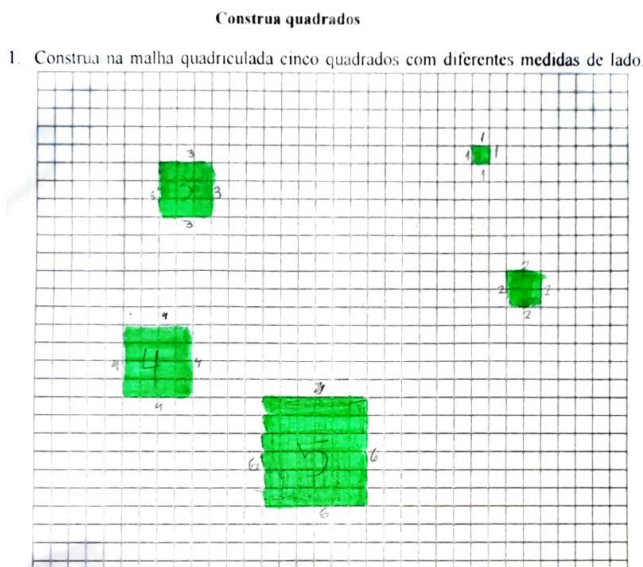
Figura 48. Resolução com quadrados partindo as diagonais dos quadrados menores



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3

Na terceira turma (1º A), durante a introdução do primeiro item, constatamos as mesmas dúvidas sobre as características dos quadriláteros e a busca por validação das respostas. A Figura 49 mostra a resposta de uma das duplas ao item 1.

Figura 49. Desenho dos quadrados

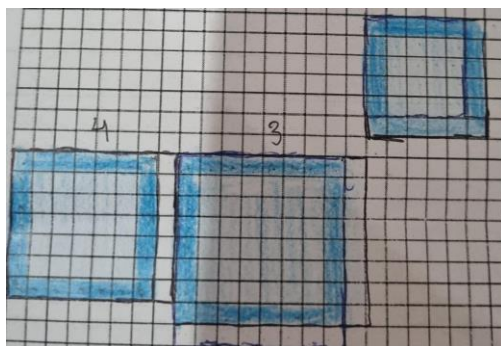


Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3

Com o item 1 concluído, o regente recolheu as folhas e as distribuiu para as duplas de forma que recebessem as folhas de papel quadriculado com os quadrados desenhados por outros colegas, de acordo com o previsto no planejamento. Em seguida realizou a leitura do item 2: *“Calcule o perímetro e a área dos quadrados desenhados na malha e registre os valores na tabela abaixo”*. Como estava previsto, os estudantes não lembravam o que era perímetro e, ao som da palavra “área”, era comum ouvir nos grupos “base vezes altura”. Em relação a dúvida sobre o perímetro, a professora regente exemplificou apontando para a mesa e dizendo que a quantidade de barbante necessária para a contornar seria o perímetro.

Em uma das turmas, na folha quadriculada, os grupos assumiram que cada quadradinho seria considerado uma unidade de área e que a medida do lado desse quadradinho seria considerada uma unidade de medida do perímetro. Porém, um dos grupos considerou que o perímetro foi dado, não pela adição do comprimento lateral dos quadrados, mas pela contagem dos quadradinhos localizados nas laterais do quadrado. Isso implicou em um quadrado desenhado pelo grupo, com lado medindo 7 unidades (tomando como unidade a medida do lado do quadradinho), e o perímetro, entendido de forma incorreta, não seria resultante de 4×7 (quatro vezes a medida do lado do quadradinho), e sim resultante da contagem dos quadradinhos que ficam nas laterais do quadrado, ou seja, 24.

Figura 50. desenho dos quadrados relacionados ao perímetro



Fonte: Acervo do projeto - Subgrupo 3.

Refletimos sobre a possibilidade de a disposição do desenho ter influenciado a maneira como o grupo pensou em calcular o perímetro.

Percebe-se aqui que há confusão entre área e perímetro, pois o quadrado representa a unidade de área e, a unidade de comprimento para encontrar o perímetro seria o lado do quadrado. Embora não tenha afetado o resultado, essas implicações conceituais podem conduzir para não dissociação entre as grandezas, conseqüentemente, para não realização ou falta de compreensão em outras tarefas. A professora não foi chamada neste grupo, mas, ao comparar sua resposta com a de outro grupo, os estudantes fizeram os ajustes para a resposta adequada.

No geral, os estudantes preencheram a tabela e, na coluna do perímetro, as primeiras células foram completadas contando os lados no desenho. No entanto, alguns grupos perceberam de imediato que bastava multiplicar a medida do lado por. Ainda assim, ocorreram erros inesperados, como o da dupla que contou os quadradinhos internos ao redor do quadrado para calcular o perímetro. Outros grupos preencheram a coluna destinada ao registro da área, antes de registrar o perímetro para aplicar a fórmula que lembravam.

Houve questionamentos sobre os valores da medida base e da altura, quando deveriam identificar as medidas dos lados, sem referência à altura, pois, no caso, a figura está representada no plano. Uma parte dos estudantes concluíram que poderiam usar a medida do lado do quadradinho como unidade, outros solicitaram ajuda da professora regente. Além disso, um grupo optou por determinar a área contando os quadradinhos que formavam o quadrado maior. A professora regente conduziu os estudantes a observarem os quadrados na malha, fazendo questionamentos sobre a medida de seus lados para orientá-los no raciocínio. Ainda na coluna da área, alguns grupos preencheram contando os quadradinhos que compunham o quadrado maior, sem utilizar a fórmula.

Em outros casos observados, na coluna do perímetro, as primeiras células foram preenchidas a partir da contagem no desenho feito na malha, mas, alguns grupos observaram que bastava multiplicar o valor da medida dos lados por 4. Na coluna da área, aplicaram a fórmula conhecida por eles de “valor da medida da base multiplicado pelo valor da medida da altura”. Na turma do 1º A, o professor regente precisou explicar sobre os quadrados e como calcular área e perímetro. Com isso, muitos questionaram: “Qual seria o lado do quadrado? Qual o tamanho do lado?”; “Como seria um quadrado de lado 1?”. Depois dos esclarecimentos, todos conseguiram preencher a tabela.

Figura 51. Preenchimento da tabela

2. Calcule o perímetro e a área dos quadrados desenhados na malha e registre os valores na tabela abaixo:

	Lado	Perímetro	Área
Quadrado 1	5	20	25
Quadrado 2	2	8	4
Quadrado 3	3	12	9
Quadrado 4	4	16	16
Quadrado 5	6	24	36

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3.

Algo que chamou a atenção foi o fato de que, mesmo na turma de segundo ano (2º E), os estudantes não lembravam o conceito de perímetro e associavam "área" automaticamente a "*base vezes altura*". Nessa turma, novamente o professor regente usou o exemplo de um barbante contornando o quadrado, e o perímetro seria a medida do comprimento desse barbante. Os grupos rapidamente adotaram cada quadradinho da malha como uma unidade de área e preencheram a tabela após a explicação.

Concluído esse item, o professor regente realizou a leitura do item 3: "*observem na Tabela os cálculos realizados e registrem o que vocês observam em relação: à medida do lado dos quadrados; ao perímetro; à área*". Durante a leitura (1º F), a professora regente e o observador não identificaram nenhum impedimento para a compreensão do que estava sendo solicitado na questão. O subgrupo 3 antecipou no plano que, após preencherem a tabela na questão 2, os estudantes iriam observar que o valor da medida dos lados dos quadrados aumenta de uma em uma unidade, que o valor do perímetro é a medida do valor do lado multiplicado por 4 e que o valor da área resulta do valor da medida do lado elevado ao quadrado - Quadro 24, no entanto, os estudantes demonstraram não compreender.

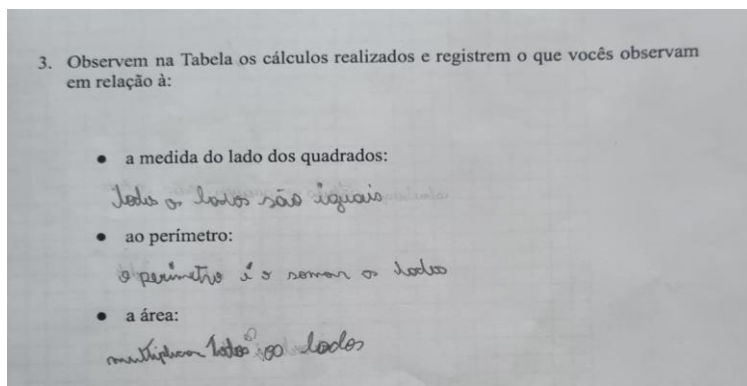
Quadro 24. Questão 2 e Questão 3 com possíveis respostas

Questão 2: Tabela				Questão 3: Observem na Tabela os cálculos realizados e registrem o que vocês observam em relação: a medida do lado dos quadrados; ao perímetro; a área Possíveis respostas: na medida do lado dos quadrados: <i>a medida dos lados dos quadrados aumenta de 1 em uma unidade.</i> ao perímetro: <i>na medida do perímetro é o quádruplo da medida dos lados ou a medida do perímetro aumenta de 4 em 4 unidades.</i> a área: <i>o quadrado da medida dos lados.</i>
	Lado	Perímetro	Área	
Quadrado 1	2	8	4	
Quadrado 2	3	12	9	
Quadrado 3	4	16	16	
Quadrado 4	5	20	25	
Quadrado 5	6	24	36	

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3.

Observamos que a resposta de um estudante da primeira turma em que a tarefa foi proposta parece não ter considerado os dados da tabela preenchida na questão 2 - Figura 52, pois o estudante responde, em relação à medida do lado dos quadrados, que “todos os lados são iguais”.

Figura 52. Resposta de um estudante a questão 3

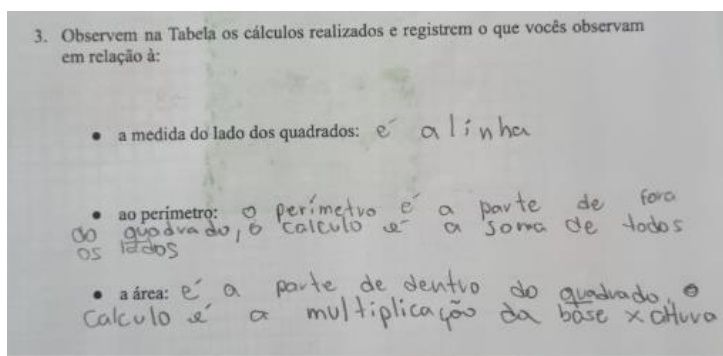


Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3.

Alguns estudantes registraram suas compreensões sobre a definição de perímetro e área, afirmando que todos os lados do quadrado têm o mesmo tamanho ou que o quadrado possui quatro lados. A hipótese é que esses equívocos, não previstos, ocorreram devido à forma como a questão estava escrita. Diante disso, a professora regente e o observador decidiram fazer os devidos esclarecimentos na próxima turma em que a tarefa fosse implementada.

Assim, na segunda turma (1º E), a mudança consistiu em retirar as pontuações sobre o que observavam em relação “à medida do lado dos quadrados; ao perímetro; e, à área”, deixando apenas a pergunta e falando diretamente para os estudantes: “observaram alguma relação entre o lado, o perímetro e a área?”. Mesmo assim, as dificuldades persistiram e os estudantes não perceberam a relação entre o lado, o perímetro e a área do quadrado. Por outro lado, responderam com maior rapidez em comparação com a primeira turma, o que agilizou o desenvolvimento da tarefa.

Figura 53. Respostas do item 3 da turma 1º E



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3.

Diante da linguagem natural dos estudantes dizer que o perímetro é a parte de fora seria na intenção de dizer que é contorno de uma região fechada - Figura 53, mas na verdade é o comprimento desse contorno. Da mesma forma ao analisar a resposta em relação à área.

Na turma do 1º A, após a modificação do enunciado do item 3, os grupos responderam de forma objetiva, registraram apenas os cálculos realizados para preenchimento da tabela, como mostram as figuras a seguir.

Figura 54. Resolução explicativa

3. Observem na Tabela os cálculos realizados e registrem como foi calculado o perímetro e a área em função do lado.

Somamos os lados de cada Quadrado para achar o Perímetro e Multiplicamos os lados para achar a área.

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3.

Figura 55. Resolução pelo cálculo

3. Observem na Tabela os cálculos realizados e registrem como foi calculado o perímetro e a área em função do lado.

Para perímetro peguei um lado e multipliquei por 4.
Área peguei um lado e multipliquei pelo outro lado.

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3.

Na turma do segundo ano (2º E), os estudantes não tiveram tantas dificuldades depois da mudança na redação do item, conforme os registros abaixo, mas não foram observadas diferenças nas respostas.

Figura 56. Resposta item 3 do 2º E

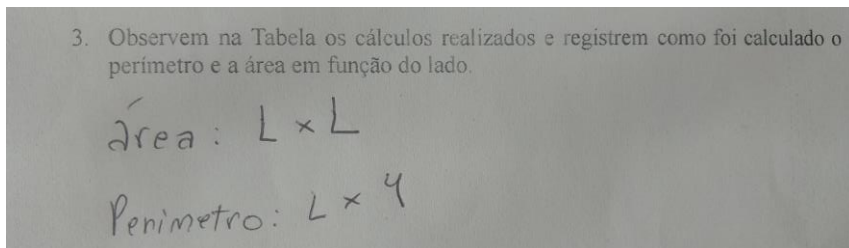
3. Observem na Tabela os cálculos realizados e registrem como foi calculado o perímetro e a área em função do lado.

Perímetro foi calculado somando todos os lados do quadrado.
A área foi calculada multiplicando o base x altura.

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3.

Outros grupos optaram por utilizar letras para identificar o valor da medida dos lados, que indica uma possível generalização, de acordo com a figura 57.

Figura 57. Resposta de outro grupo do 2º E



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 3.

Em relação ao item 4, embora alguns grupos tenham mostrado conhecer o procedimento para encontrar o valor do perímetro (1º E), utilizando o produto “quatro vezes o valor da medida do lado”, tiveram dificuldades em substituir o “lado” por “n”. Inclusive, os estudantes do 1º A expressaram muitas dúvidas sobre o que seria a variável “n”. Eles não conseguiam visualizá-la como um número que poderiam ser atribuídos a diferentes valores. Logo, esse fato provocou dificuldades sobre a maneira que poderiam calcular o perímetro e a área apenas com essa informação. Alguns desenharam o quadrado e atribuíram o valor “n” para a medida dos lados e resolveram os problemas. Para outros, foi necessário intervir com questionamentos: “*como você calculou os números na tabela?*” e “*se você calculou dessa forma, e agora que “n” é um número qualquer, como seria se eu dissesse que você tem “n” reais?*”. Observamos que, em certos casos, utilizaram a adição e a multiplicação, em outros, recorreram a multiplicação e a potenciação.

Ao contrário do 1º E, em que os 45 minutos de aula não foram suficientes para o professor selecionar, e organizar as produções dos grupos e exibi-las, exibindo-as no projetor, no 1º A, o tempo foi adequado para essa etapa. No entanto, os estudantes estavam hesitantes em ir ao quadro para explicar seus raciocínios, mas alguns aceitaram o desafio. A maioria resolveu o problema de forma semelhante, multiplicando a “base” pela “altura”, sem grandes variações nos métodos utilizados.

Os mesmos problemas foram observados na turma do segundo ano (2º E). Alguns grupos tiveram entraves para compreender que “n” agora representava a medida do lado do quadrado. Apesar de alguns grupos terem utilizado a letra “L” para representar o valor da medida do lado na resposta do item 3, como mostrado na figura 57, alguns estudantes tiveram dificuldades na transição para a nova variável “n”.

Foram selecionadas pelo professor regente algumas produções (2º E), mas os estudantes não quiseram apresentar suas soluções no quadro, optaram por explicar sem sair dos seus lugares enquanto eram questionados. Em duas turmas (1º E e F) as imagens das resoluções foram projetadas, e, partindo das explicações dos estudantes, foram deduzidos a área e o perímetro no item 4.

Dessa forma, concluiu-se a segunda etapa do processo formativo, correspondente ao desenvolvimento e à observação da aula. Na sequência, ocorreram as reflexões pós-aula, realizadas coletivamente pelo grupo, com base nas observações de um observador por aula e nos relatos e percepções de cada professor regente. Buscou-se discutir, não apenas os principais pontos da aula, mas também a pertinência da Tarefa Matemática, as adaptações necessárias, o desempenho dos estudantes, e por fim, a participação e engajamento do subgrupo 3 no planejamento.

6.4 Reflexões pós-aula

Ao longo do planejamento da aula, identificamos desafios enfrentados pelo subgrupo 3, especialmente em: 1) Compreender e desenvolver o objetivo por completo, uma vez que este objetivo necessita de diversas habilidades para ser compreendido inteiramente; 2) Atender ao objetivo proposto; 3) Encontrar materiais que ajudassem na construção do conhecimento sobre o objetivo; 4) Se reunir em grupo para socializar seus pensamentos individuais; e, 5) Integrar as diferentes ideias do subgrupo em apenas um planejamento.

Assim, inicialmente, buscamos estratégias para integrar os participantes do subgrupo 3 e avançar com os estudos e produções do ciclo formativo. Nesse aspecto, ficou evidente a importância de um grupo geral interligado, que trabalhou em conjunto para superar as dificuldades e dialogar com os integrantes dos subgrupos, principalmente o coordenador geral que conhecia o potencial de cada um e chamava ao trabalho colaborativo.

O planejamento da Tarefa Matemática passou por várias versões até chegar à versão final. Esta foi implementada no primeiro encontro com as turmas, pois era início do ano letivo e os estudantes ainda estavam se conhecendo. Logo de início, percebemos que a impressão da tarefa em uma única folha interferiu no desenvolvimento. Isso foi corrigido após ter sido observado na primeira turma. Avaliamos que esse é um cuidado que devemos

ter, ou seja, imprimir as questões da tarefa separadamente para que sejam realizadas de forma progressiva.

Durante o desenvolvimento observamos que a aula, inicialmente planejada para dois tempos de 45 minutos (duas aulas seguidas), foi concluída em apenas uma aula de 45 minutos nas turmas do 1º A, 1º F e 2º E. Por outro lado, a turma do 1º E não conseguiu ter tempo para a discussão, o que poderia indicar a necessidade de um tempo a mais. Provavelmente, por terem ocorrido poucas discussões entre as duplas, o fato de ter sido desenvolvida no início do ano letivo, os estudantes ainda não se conhecerem e não terem experiência de trabalhar em duplas, nem de resolução de tarefas abertas, pode ter sido a causa das expressões de dúvidas, da necessidade de validação, da não aceitação de questionamentos feitos pelo professor e exigência de respostas diretas, o que resultou na dificuldade de incitar a discussão coletiva, acelerando o término da aula. É uma hipótese.

Em alguns registros dos integrantes do grupo, que assumiram a regência e o papel de observadores, ficou evidenciado que os estudantes estavam bastante inquietos e pouco colaborativos, exigindo a intervenção do professor da turma em algumas ocasiões. Houve equívocos entre os conceitos de quadrado e quadrilátero e a busca constante de validação tanto do professor regente quanto do professor da turma (que assumiu o papel de observador) para confirmar se estavam seguindo o procedimento corretamente.

Após o desenvolvimento da aula na turma do primeiro ano (1º F), observaram que o tempo poderia ter sido melhor distribuído, que garantisse a seleção e a sequência das resoluções, buscando uma melhor problematização, e incentivo da socialização.

O fato de haver uma complexidade na redação do item 3, dificultou a reflexão na dinâmica e no processo de selecionar e sequenciar as produções dos estudantes. Mesmo assim, em algumas turmas (1º E e F), foi possível para as imagens dos desenhos e resoluções produzidas pelos estudantes, que se mostraram tímidos, serem projetadas e explicadas por eles (1º F).

O item inicialmente solicitava: *“Observem na Tabela os cálculos realizados e registrem o que vocês observam em relação: à medida do lado dos quadrados; ao perímetro; à área.”*. Após ter sido proposto na primeira turma (1º F), os professores regentes e observadores decidiram reescrever o enunciado da questão, deixando apenas uma pergunta: *“observem na Tabela os cálculos realizados e registrem como foi calculado o perímetro e a área*

em função do lado”, na expectativa de reduzir as dificuldades. Mesmo assim, outras turmas enfrentaram dificuldades nesse ponto. Provavelmente pela exigência de identificação de uma relação entre o valor da medida dos lados do quadrado e os valores das medidas do perímetro e da área, principalmente pela identificação das operações de multiplicação e potenciação. Mesmo tendo sido lida por diferentes membros da equipe, o enunciado do item 3 foi proposto às turmas com uma redação que se mostrou incompleta.

Entre os grupos, tivemos respostas que mostraram o desafio de reconhecer a diferença entre perímetro e área e em realizar o procedimento de cálculo do valor da medida do perímetro e do valor da medida da área. Algo previsto por nós e que de fato ocorreu, mesmo que para o desenvolvimento da tarefa esperávamos que os estudantes do 1º e 2º ano do Ensino Médio tivessem conhecimentos prévios sobre área e perímetro. Para contornar esse problema, os professores regentes utilizaram exemplos do cotidiano, como a medição dos lados do quadrado com barbante e a medição do comprimento do barbante para representar o valor da medida do perímetro ou a medição da superfície superior de uma mesa para representar a medição da área. Esses encaminhamentos ressaltam a importância de adaptações durante a aula para lidar com imprevistos. Entre os ajustes necessários nesse planejamento, observou-se que a tarefa deve ser planejada para uma única aula e que o enunciado do item 3 ainda precisa ser reformulado para facilitar a compreensão dos estudantes. Dessa forma, pode-se ganhar tempo para dedicar-se às discussões coletivas.

A busca dos estudantes pela validação da resposta evidenciou a necessidade de obter uma resposta pronta e correta, o que pode lhes custar momentos valiosos de reflexão. Estavam livres para trazer suas respostas, ideias e questionamentos, contribuindo de forma autônoma para a construção do conhecimento. Trabalhar com tarefas abertas, em que o estudante não tem uma resposta modelo para seguir pode causar inseguranças, o medo do erro pode surgir e isso faz com que busquem essa validação.

Destaca-se que no momento de socialização, em que os estudantes deveriam apresentar como resolveram, a maioria demonstrou timidez, poucos se dispuseram a compartilhar suas soluções, provavelmente por ser o primeiro contato da turma com essa dinâmica de exposição de suas estratégias.

Repensar as perguntas e o tempo da aula mostrou ser necessário. O fato do ciclo ser realizado com um grupo de diferentes lugares, dificultou a

presença de mais de um observador durante a implementação da aula. Isso reduziu o registro de maiores detalhes para o relatório de desenvolvimento da aula. Levantamos a hipótese de que se tivéssemos mais observadores poderíamos ter uma descrição da aula mais completa. Esse aspecto será levado em consideração nos futuros ciclos vivenciados pelo grupo.

Apesar dos desafios, a implementação da aula ocorreu conforme as fases previstas no planejamento. Houve a preocupação em organizar previamente as mesas em duplas antes dos estudantes chegarem na sala. Foram lidos pelos professores regentes os enunciados de cada questão e esclarecidas as dúvidas, na medida do possível. A identificação de fragilidades no conhecimento dos estudantes indicou para a possibilidade de adaptações na tarefa matemática a fim de abordar o conteúdo de forma mais adequada. A liberdade dos estudantes para pensar e refletir sobre suas respostas resultou em diferentes estratégias de resolução, que mostraram múltiplas compreensões sobre a mesma tarefa e os desafios associados à aprendizagem de área e perímetro de polígonos regulares. Esses encaminhamentos se deram a partir da valorização do raciocínio matemático promovido dentro do ciclo formativo do *Lesson Study*.

Por fim, os movimentos de mudanças ocorridos ao longo do ciclo vivenciado pelo subgrupo 3 tornou evidentes as contribuições para o desenvolvimento dos integrantes do subgrupo. As negociações e diálogos ficaram marcados por suas dimensões formativas, que integram a partilha de conhecimentos matemáticos, didáticos e pedagógicos para a aplicação de uma aula. As Tarefas Matemáticas mostraram diferentes possibilidades para um mesmo conteúdo e objetivo. Dessa forma, as dificuldades foram sendo superadas nos seios individual e coletivo, articulando os conhecimentos e ideias do subgrupo com o grupo. Finalmente, a necessidade de alinhar as ideias e chegar a uma tarefa que cumprisse com a expectativa do grupo foi cumprida para esse momento, mas destacamos que é um processo contínuo de melhorias e adaptação de acordo com o objetivo de cada professor.

Referências

COELHOS. **Zooplus Magazine**. [S.l.: s.n.], 2025. Disponível em: <https://www.zooplus.pt/magazine/roedores-e-furoes/racas-de-roedores-e-furoes/coelhos>. Acesso em: 26 mar. 2025.

POLÍGONOS E FUNÇÕES. [S.l.: s.n.]. Disponível em: [<https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/wp-content/uploads/2024/06/3a-serie-18a-semana-2024-compressed.pdf>]. Acesso em: 21 set. 2025.

PRZYBYVIZ, F. *et al.* Uma proposta para o ensino de equações do segundo grau utilizando diferentes recursos didáticos. In: ENCONTRO PARANAENSE DE TECNOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2018, Apucarana. **Anais [...]**. Apucarana: UNESPAR, 2018.

SEDU. **Orientações Curriculares para as escolas estaduais**. Vitória, ES: Secretaria de Estado da Educação, 2024. Disponível em: [<https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/>]. Acesso em: 21 set. 2025.

7 - Relações Entre Área e Perímetro em Polígonos Regulares por Representações Visuais

Lucas Cotrim Aguiar³⁸

Regina da Silva Pina Neves³⁹

Ivaniélma Santos de Souza⁴⁰

Izabella Sabino da Silva⁴¹

Rodrigo Oliveira de Souza⁴²

Tiago Almeida de Araújo⁴³

7.1 Introdução

Neste capítulo, abordamos o percurso do subgrupo 4 na construção da Tarefa Matemática (TM), elaboração do plano de aula, desenvolvimento e análise crítica de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório (EE) para o Ensino Médio. Como descrito anteriormente, o subgrupo 4 assim como o 3, assumiu o objetivo de aprendizagem: “*MAT16FG: Representar graficamente*

³⁸ Licenciando em Matemática. Universidade de Brasília - (UnB). E-mail: cotrim.lucas2000@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0009-0007-7974-9039>.

³⁹ Pós-doutorado em Educação em Ciências, Matemática e Tecnologias. Departamento de Matemática, Universidade de Brasília (UnB). E-mail: reginapina@mat.unb.br Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7952-9665>.

⁴⁰ Especialista em Educação de Jovens e Adultos com Ênfase em Economia Solidária no Semiárido Paraibano. Secretaria de Educação da Paraíba. E-mail: nielmadesousa@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0009-0006-5236-6081>.

⁴¹ Doutoranda em Currículo e Instrução. Universidade de Houston (UH). E-mail: izabellabino@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6494-7568>.

⁴² Mestrando em Matemática (PROFMAT) - Bolsista da CAPES – PROEB. Universidade de Brasília (UnB). E-mail: rodrigodotemplo@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0009-0001-9742-3004>.

⁴³ Mestrando em Matemática (Profinat). Secretaria de Educação do Distrito Federal. E-mail: jtiago.bsb@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0009-0001-7166-8855>.

dados de área e de perímetro de um polígono regular, organizados em uma tabela, reconhecendo o tipo de função associada a essa representação”, abordando-o de acordo com as especificidades das turmas de ensino médio atendidas.

O subgrupo foi composto por uma formadora de professores, três professores da rede pública de ensino, sendo dois do Distrito Federal e uma da Paraíba, dois deles com experiência como professor(a) supervisor(a), recebendo futuros professores que cursam a disciplina de ECSM em processo de LS, como descrito no capítulo 1. Igualmente, integraram o subgrupo uma professora em início da carreira docente e um futuro professor, do curso de Licenciatura em Matemática da UnB (primeiro autor deste texto), que foi líder do subgrupo por dois motivos centrais, a saber: a) pela intenção do projeto em promover a formação de facilitadores de LS, organizando experiências para que seus membros assumissem diferentes funções, e b) por sua experiência como estagiário da disciplina de ECSM.

O trabalho do subgrupo seguiu trajetória similar aos demais subgrupos, sendo os momentos iniciais destinados aos estudos, incluindo a leitura de documentos curriculares, de artigos científicos e acesso a livros didáticos. Posteriormente, por meio de reuniões via Plataforma *Zoom*, os integrantes se reuniam para debates e ações em prol da escrita do planejamento, tendo o *template* de plano de aula como referência. Além disso, participaram das sessões gerais nas quais todos os subgrupos estiveram reunidos para simulações, análises críticas e relatos de aulas, realizados via *Teams* institucional da UnB com a presença de todos os participantes do projeto, sendo estas reuniões gravadas, degravadas e compartilhadas com todos.

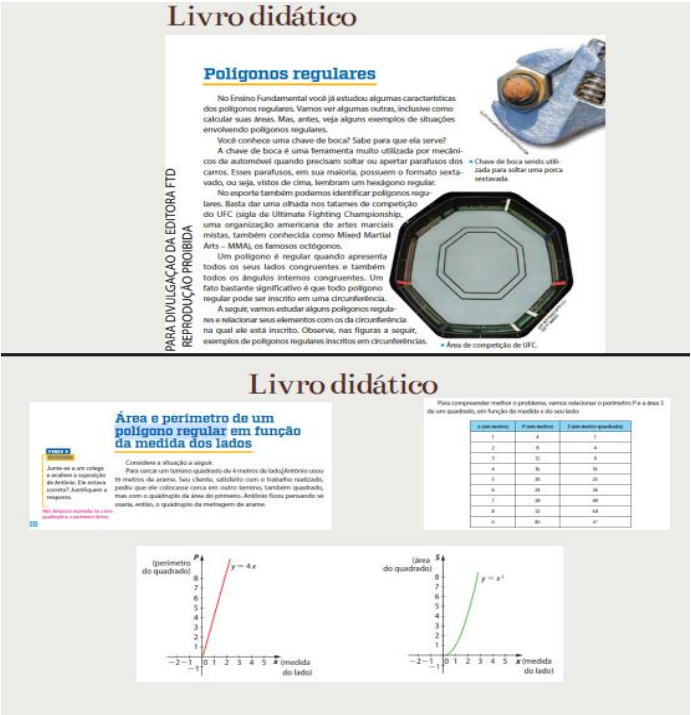
Logo, interessou-nos no exercício da escrita e da organização do vivido, conscientizarmos do processo refletindo sobre os seguintes aspectos: o que pensamos, sentimos e agimos ao longo desse período; como estamos compreendendo a Abordagem do Ensino Exploratório, as aprendizagens e as dificuldades conceituais em matemática dos estudantes; como estamos nos apropriando do LS enquanto processo de desenvolvimento profissional, entendendo-o na prática do subgrupo 4 e do grupo do projeto; como entendemos os efeitos dessa experiência coletiva em nós mesmos enquanto professores(as) de matemática da Educação Básica e do Ensino Superior. Assim, este texto se constitui em um espaço vivo de formação e reflexão para

nós autores, bem como para todos aqueles que dele usufruírem, permitindo enxergarmos melhor a *riqueza da caminhada*.

7.2 Estudo e Planejamento

Com o subgrupo 4 formado, iniciamos a etapa de estudos com vistas ao planejamento, tendo como ponto de partida a leitura do artigo “Dos números para a álgebra. Por onde vão os estudantes?” (Paiva, *et al.*, 2005), que analisa a produção de estudantes para uma TM que compõem o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA, em inglês, Programme for International Student Assessment), anexo 2. A leitura do artigo motivou o subgrupo a considerar a TM para o planejamento da aula, tendo em vista seu alinhamento ao objetivo de aprendizagem MAT16FG. Nesse contexto de debate inicial, surgiram ideias como: “Podemos fazer uma adaptação do contexto para a brincadeira garrafão”, “Teríamos que alterar a TM para polígonos regulares”, “Seria possível aproximar a TM às noções de gamificação?”, entre outras. Os slides seguintes, apresentados em uma reunião formativa do projeto, registram esses momentos iniciais.

Figura 58. Slides que reúnem momentos da etapa de estudo e planejamento.



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4.

Figura 59. Slides que reúnem momentos da etapa de estudo e planejamento.

Reunindo materiais de estudo

- “Dos números para a álgebra. Por onde vão os alunos?” de Ana Luísa Paiva, Joana Brocardo, Manuela Pires disponível em:
<https://em.apm.pt/index.php/em/issue/view/87/90> - Pg.52-53
- Currículo em Movimento do novo ensino médio
- Livro disponibilizado utilizado no colégio elefante branco
- Valorizando conhecimentos geométricos através das contribuições da pedagogia da alternância e da etnomatemática / Vanessa da Luz Vieira – 2018
- O Uso do geoplano no ensino de polígonos regulares e irregulares no 6º ano do ensino fundamental / Elias de Jesus Santos Andrade

Sugestão 1 - Tarefa Matemática - (Pisa)

Tarefa de Aprendizagem Matemática – padrões e regularidades

Um fazendeiro planta macieiras em uma área quadrada. Para protegê-las contra o vento, ele planta coníferas ao redor do pomar.

O diagrama abaixo mostra essa situação, na qual se pode ver a ilustração das macieiras e das coníferas, para um número (n) de filas de macieiras.

n = 1

```

X X X
X ● X
X X X

```

n = 2

```

X X X X
X ● X X
X X X X
X ● X X
X X X X

```

n = 3

```

X X X X X
X ● X X X
X X X X X
X ● X X X
X X X X X

```

n = 4

```

X X X X X X
X ● X X X X
X X X X X X
X ● X X X X
X X X X X X

```

X – coníferas
● – macieiras

Observe a figura e faça o que se pede:

• Complete a tabela abaixo:

n =	Número de macieiras	Número de coníferas
1	1	8
2		
3		
4		
5		

• Existem duas fórmulas que você pode usar para calcular o número de macieiras e o número de coníferas no padrão descrito acima. Escreva-as, considerando que n é o número de fileiras de macieiras.

• Existe um valor n para o qual o número de macieiras é igual ao número de coníferas. Encontre o valor de n, mostrando o método usado para a compreensão.

• Suponha que o fazendeiro queira fazer um pomar muito maior com muitas fileiras de árvores. À medida que o fazendeiro aumenta o pomar o que crescerá mais rápido: o número de macieiras ou o número de coníferas? Explique como você encontrou a sua resposta.

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4.

Vale ressaltar a quão produtiva foi essa reunião formativa para o subgrupo 4. Durante o encontro, a professora supervisora trouxe informações valiosas sobre as turmas e suas aprendizagens. De modo geral, destacou que as turmas da Escola 1 possuíam um número mínimo de estudantes, visto que muitos eram infrequentes; que apresentavam dificuldades em conteúdos matemáticos de anos anteriores, o que prejudicava, sobremaneira, o desenvolvimento dos conteúdos previstos para o primeiro ano do Ensino Médio. A professora também compartilhou sua opinião sobre a sugestão da TM proposta pelo subgrupo, alertando que os estudantes encontrariam dificuldades no momento “*de levar pro gráfico*”. Nesse momento, um integrante do subgrupo reforçou as demandas conceituais da TM, como:

“compreender e calcular a área de um polígono regular específico, representar dados em uma tabela, observar o padrão de crescimento e relacioná-lo ao conceito de função” e registrou também sua preocupação quanto às condições dos estudantes acompanharem a TM, sugerindo que adaptações fossem realizadas.

A partir dos debates promovidos na reunião e das reflexões decorrentes, decidiu-se consensualmente que, como os subgrupos 3 e 4 compartilhavam o mesmo objetivo de aprendizagem, este seria abordado como sugerido pela professora supervisora *“o primeiro subgrupo pode começar introduzindo o conteúdo, desenvolvendo até a tabela e o outro subgrupo, relacionaria o conteúdo levando para função”*. Posteriormente, em uma reunião de alinhamento integrando os subgrupos 3 e 4 foi deliberado que: o subgrupo 3 abordaria conceitos relacionados a polígonos regulares, perímetro, área e suas relações. Já o subgrupo 4 ficaria responsável por trabalhar com a construção da tabela e os gráficos decorrentes, de modo a promover o reconhecimento da função associada.

Diante desses encaminhamentos, o subgrupo 4 pensou numa possibilidade para a TM por meio da exploração da área e do perímetro em um gráfico radar hexagonal⁴⁴ e, a partir dessas informações, a construção de um gráfico. Em seguida, avançaram na intenção de adaptar a TM do PISA, comentada anteriormente, relacionando-a ao ambiente de um jogo bem conhecido pelos jovens, o Stardew Valley⁴⁵. Tudo isso, levou-nos a produzir a versão número 1 da TM adaptada, tendo a primeira e segunda partes o intuito de avançar para além do polígono regular - quadrado. O quadro seguinte apresenta a TM.

Quadro 25. TM adaptada versão número 1.

<p style="text-align: center;">PARTE I Fazenda no Stardew Valley</p>
--

⁴⁴ Representação visual que compara seis variáveis simultaneamente, dispostas em torno de um eixo central. Cada ponto no gráfico indica o valor de uma variável, formando uma área que facilita a análise de padrões, forças e deficiências relativas.

⁴⁵ Jogo RPG simulador de fazenda, para saber mais acesse o:

https://pt.stardewvalleywiki.com/Stardew_Valley_Wiki



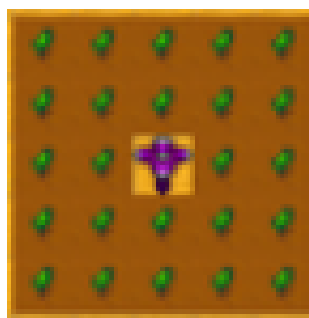
Stelar começou a jogar o famoso jogo Stardew Valley e logo começou o processo de limpar o terreno para poder plantar suas sementes que ganhava no decorrer do jogo. Ela fez a plantação em uma área quadrada que todo dia expandia, conforme as figuras abaixo:



1 dia



3 dias



5 dias

Em suas aulas de matemática, Stelar estava aprendendo sobre perímetro e área e lembrou do seu jogo. Ficou curiosa em saber como o perímetro e a área das suas plantações aumentavam conforme os dias se passavam. Para fazer essa análise, ela considerou que cada quadrado da plantação possui 1 cm de lado e organizou os dados em uma tabela, como esta a seguir:

$d = \text{dia}$	<i>Perímetro</i>	<i>Área</i>
1	4	1
2		
3		
4		
5		

- Complete a tabela acima. Existe um valor **d** em que o perímetro e a área

são iguais, aponte qual é esse valor **d**.

- Em qual dia a área será igual a 81 cm^2 ?
- Suponha que Stelar queira aumentar cada vez mais a área da sua plantação. Como podemos visualizar esse crescimento? Mostre alguma forma de usar os dados que achamos para visualizar essa projeção de crescimento da área e do perímetro.
- Que tipo de função e de gráfico estão relacionados à área da plantação? E ao perímetro?

PARTE II

Vamos verificar como ficaria no *GeoGebra*!

Passo 1 - Indagar com os estudantes se seria muito diferente o gráfico da área de outros polígonos regulares.

Passo 2 - Apresentar um slide falando da área do triângulo equilátero e do hexágono regular e convidar os estudantes a colocarem eles no *GeoGebra*.

Triângulo equilátero

Lado	Perímetro	Área = $\frac{3x^2}{4}$
1	3	$\frac{3}{4}$
2	6	3
3	9	$\frac{27}{4}$

Hexágono regular

Lado	Perímetro	Área = $\frac{3x^2 \sqrt{3}}{2}$
1	6	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$
2	12	$6\sqrt{3}$
3	18	$\frac{27\sqrt{3}}{2}$

Passo 3 - discussão sobre o gráfico. Indagar com perguntas como “E a parte negativa do gráfico? Qual a diferença entre as áreas? Existe uma relação da função associada com a unidade de medida?”

Fonte: Acervo do projeto

Como parte do trabalho, cada subgrupo compartilhou no drive do projeto suas produções. Logo, a versão número 1 da TM, já registrada no *template* de plano de aula adotado com a previsão de duração de cada fase da aula, pré-requisitos, materiais necessários e demais itens, recebeu comentários e sugestões, alargando o alcance da proposta para além do subgrupo 4. Nesse momento, muitas interações assíncronas foram geradas com base no plano de aula (documento em *Word* no Drive), promovendo discussões valiosas entre todos os participantes. É importante registrar que a interação não ficou restrita ao documento do Drive e reverberou, também, nos grupos de *WhatsApp*, tanto do subgrupo 4 quanto do grupo do projeto, provocando todos a exporem seus entendimentos, argumentos e dúvidas. O quadro abaixo reúne algumas delas.

Quadro 26. Análise crítica registrada no plano de aula compartilhado no Drive

Sobre a TM	Sobre elementos do Plano de Aula
<p><i>“Algumas perguntas parecem fazer uma transição rápida da fantasia para a matemática. Por exemplo, ao questionar se existe um valor em que o perímetro e a área são iguais, seria interessante contextualizar essa questão de maneira mais abstrata, deixando-a dentro da fantasia do jogo”</i></p> <p><i>“Acreditamos que talvez possa trazer uma exploração maior nesta parte do triângulo equilátero e hexágono”</i></p> <p><i>“No “passo 3” ficamos refletindo se seria interessante mesmo ter este questionamento sobre a relação associada com a unidade de medida”</i></p> <p><i>“Os estudantes construíram diferentes gráficos no GeoGebra, mas qual a comparação realizada entre os três gráficos?”</i></p> <p><i>“Se o aluno fizer por exemplo o gráfico de colunas vai ser possível para ele identificar a função associada?”</i></p>	<p><i>“Em relação a estrutura da aula, não é necessário colocar a parte “Possíveis dificuldades dos estudantes ao longo da aula”. E nas possíveis mediações do professor, acreditamos que talvez possam trazer mais detalhes, perguntas... na segunda fase do ensino exploratório que é o desenvolvimento da tarefa”</i></p> <p><i>“Notamos que nas estratégias de possíveis resoluções a parte do GeoGebra se encontra mostrando a parte negativa, porém convém lembrar que não existe área negativa, então tem que modificar esta parte e também para os estudantes não se confundirem nesta construção”</i></p>

Fonte: Acervo do projeto.

Após esse período de leitura e análise dos arquivos dos subgrupos compartilhados no Drive, aconteceu outra reunião formativa na qual todos os subgrupos simularam as TM com o intuito de recolher impressões, opiniões e críticas. No momento em que o subgrupo 4 simulou a aula, observou-se como os membros do projeto estavam resolvendo a TM, como estavam entendendo seus enunciados e comandos, eles reforçaram sugestões quanto à unidade de medida e à organização da tabela, tendo como parâmetro as dificuldades que viveram no momento de resolvê-la. Esse momento foi crucial, tendo em vista a convergência das sugestões quanto à organização das imagens, à escrita das questões e ao conteúdo do plano de aula. O quadro seguinte reúne as principais decisões tomadas pelo subgrupo a partir das discussões geradas neste momento.

Quadro 27. Decisões tomadas pelo subgrupo depois da simulação da TM.

- Retirar a parte 2, visto que apenas a parte 1 ocupará o tempo da aula.
- Refazer a imagem do primeiro dia de modo que seja um quadrado.
- Retirar o fazendeiro da segunda imagem e deixar apenas a plantação.
- Adicionar a folha com malha quadriculada para os estudantes como uma opção.
- Colocar o cabeçalho na TM e numerar as questões.

Fonte: Acervo do projeto.

A partir dessas decisões, a versão número 2 da TM foi organizada como mostra o quadro seguinte.

Quadro 28. TM adaptada versão número 2

Centro de Ensino Médio

Nome: _____

Turma: _____

Fazenda no Stardew Valley



Stelar começou a jogar o famoso jogo Stardew Valley e logo começou o processo de limpar o terreno para poder plantar suas sementes que ganhava no decorrer do jogo. Ela fez a plantação em uma área quadrada que todo dia expandia, conforme as figuras abaixo:



1 dia



3 dias

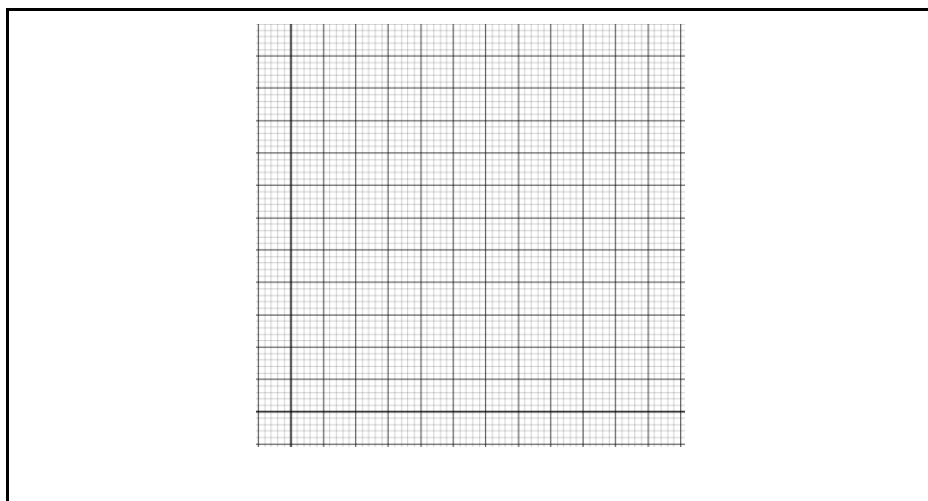


5 dias

Em suas aulas de matemática, Stelar estava aprendendo sobre perímetro e área e lembrou do seu jogo. Ficou curiosa em saber como o perímetro e a área das suas plantações aumentavam conforme os dias se passavam. Para fazer essa análise, ela considerou que cada quadrado da plantação possui 1 cm de lado e organizou os dados em uma tabela, como esta a seguir:

<i>Dia</i>	<i>Perímetro</i>	<i>Área</i>
1	4	1
2		
3		
4		
5		

- 1) Complete a tabela acima. Existe um dia em que o perímetro e a área são iguais, aponte qual é esse dia.
- 2) Em qual dia a área será igual a 81 cm²?
- 3) Suponha que Stelar queira aumentar cada vez mais a área da sua plantação. Como podemos visualizar esse crescimento? Mostre alguma forma de representar essa projeção de crescimento do perímetro e da área.
- 4) Com os dados da tabela, desenvolva um gráfico da área e do perímetro da plantação.



Fonte: Acervo do projeto.

O **Capítulo 3** abordou os contextos escolares (Escolas 1, 2 e 3), nos quais as aulas dos quatro subgrupos foram desenvolvidas. Como descrito, a TM do subgrupo 4 foi pensada, inicialmente, para ser desenvolvida em novembro de 2024 em turmas do primeiro ano do Ensino Médio da Escola 1. No entanto, devido à rotina de finalização do ano letivo na escola, esse desenvolvimento não foi possível, sendo realizado somente no início do ano letivo de 2025 em uma turma do primeiro ano da Escola 2 e em turmas de segundo ano da Escola 3, ambas as turmas de professores colaboradores do projeto, como descrito no **Capítulo 2**. A decisão por desenvolver a aula, também, no segundo ano do Ensino Médio, no início do ano letivo, embasou-se na intenção dos integrantes do subgrupo em compreender os modos de trabalho dos estudantes dos dois anos escolares ante a TM, de modo a ampliar o entendimento das aprendizagens matemáticas. Ressalta-se que a TM, original do PISA, destinava-se a estudantes de 15 anos de idade independente do ano escolar, o que no Brasil geralmente varia entre o nono ano do Ensino Fundamental e o segundo ano do Ensino Médio, estando a maior parte dos estudantes no primeiro ano.

7.3 Desenvolvimento da aula

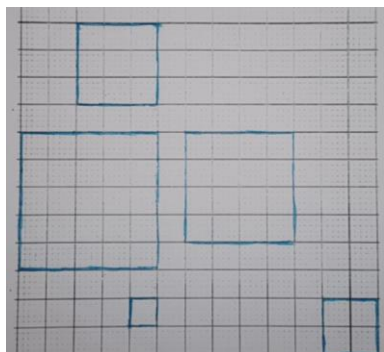
A aula foi desenvolvida em uma turma do 1º ano e em três turmas do 2º ano do Ensino Médio na segunda semana de fevereiro de 2025, por um

professor regente na companhia de um ou dois observadores. Ressalta-se que os estudantes dessas turmas vivenciaram a aula desenvolvida pelo subgrupo 3, relatada no capítulo anterior, antes de participarem da aula desenvolvida pelo subgrupo 4.

Assim, inicialmente, ocorreu a formação dos trios pelos próprios estudantes para então dar início a leitura da TM, de modo a garantir o entendimento dos termos usados. Em seguida, estabeleceu-se um diálogo inicial com os estudantes sobre os conceitos abordados na aula do subgrupo 3, tais como perímetro e área. Em seguida, eles foram convidados a trabalhar na TM, conversando entre eles no trio e com o professor regente nos momentos em que este passava pelos grupos. O preenchimento da tabela foi demorado, visto que buscavam o resultado para os dias 2 e 4 sem o apoio das imagens das plantações. Nesse momento, o observador presenciou os seguintes comentários entre os estudantes: “É só ver o número de plantas em um lado para saber o tamanho do lado”, “O valor do lado é igual ao dia que ela está” e “A área é igual ao número de plantas que tem”.

Conforme debatiam, muitos optaram por usar o material de apoio (papel quadriculado) que foi disponibilizado para eles desenharem os quadrados relativos aos dias 2 e 4 e, assim, realizarem os cálculos com mais segurança. A questão 2 exigiu mais dos estudantes, provocando-os a preencherem as linhas da tabela e a buscarem compreensão para o padrão de crescimento, chegando à conclusão de que no dia 9 a área seria igual a 81 cm^2 . As produções seguintes ilustram esse momento da aula.

Figura 60. Uso da folha quadriculada à esquerda e resolução das primeiras questões à direita



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4.

Figura 1. Uso da folha quadriculada à esquerda e resolução das primeiras questões à direita

Dia	Perímetro	Área
1	4	1
2	8	4
3	12	9
4	16	16
5	20	25

1) Complete a tabela acima. Existe um dia em que o perímetro e a área são iguais, aponte qual é esse dia.
Dia 4

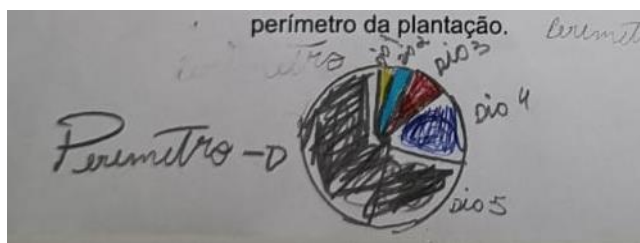
2) Em qual dia a área será igual a 81 cm²?
Dia 9 Perímetro 36 Área 81

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4.

Outras produções semelhantes foram observadas, revelando que os estudantes avançaram no entendimento dos conceitos de perímetro e área, especialmente, para o caso particular do quadrado (polígono regular), evidenciando que as aulas utilizando o EE apoiaram, fortemente, a consolidação das aprendizagens matemáticas.

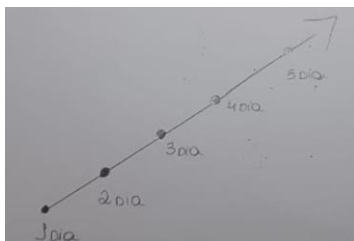
Como esperado, devido à ampliação do nível de dificuldade, as questões 3 e 4 desafiaram os estudantes, uma vez que na questão 3, eles deveriam criar uma representação que expressasse o crescimento da plantação. A diversidade de resoluções dos estudantes, como: gráficos de setor e de colunas, desenhos das plantações, entre outras mostram que o momento foi rico para o desenvolvimento de ideias sobre como visualizavam mudanças ao longo do tempo, e como criavam registros e representações gráficas para apresentarem as mudanças que observavam, independentemente se estavam corretas ou incorretas. As produções seguintes ilustram algumas dessas ideias.

Figura 62. Produção dos estudantes.



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4.

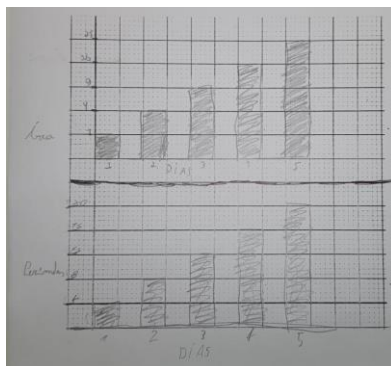
Figura 63. Produção dos estudantes.



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4.

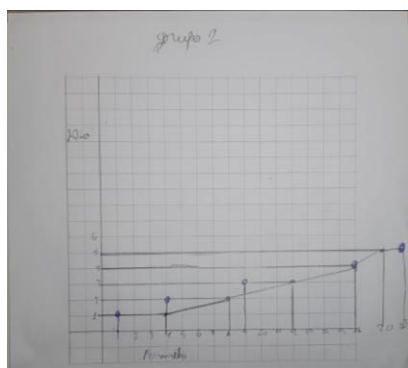
Ao longo das tentativas de resolução da questão 4, os estudantes apresentaram dificuldades na marcação de pontos no plano cartesiano. De modo geral, a maioria dos estudantes estavam inseguros quanto à noção de par ordenado (x,y) , sobre o fato do primeiro valor (x) representa a posição horizontal (abscissa) e o segundo valor (y) representa a posição vertical (ordenada) em relação aos eixos x e y . Tudo isso fez com que eles demorassem mais tempo na resolução dessa questão do que antecipado no planejamento, o que impactou na diminuição do tempo destinado à discussão coletiva e sistematização. Igualmente, apresentaram pouca familiaridade com a construção dos gráficos, ante as demandas de escolher o tipo de gráfico (colunas, linhas, pizza, etc.) mais adequado para representar os dados que eles já haviam organizados na tabela, bem como definir a escala. Assim, observamos na produção dos estudantes que a distância entre os pontos na representação era quase sempre a mesma, o que ocasionava em uma reta semelhante à dos valores do perímetro. Ademais, tivemos o caso de um grupo que construiu o gráfico, trocando o eixo x com o y , alcançando uma melhor proporção e se aproximando do traçado de uma curva.

Figura 64. Produção dos estudantes.



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4.

Figura 65 - Produção dos estudantes.

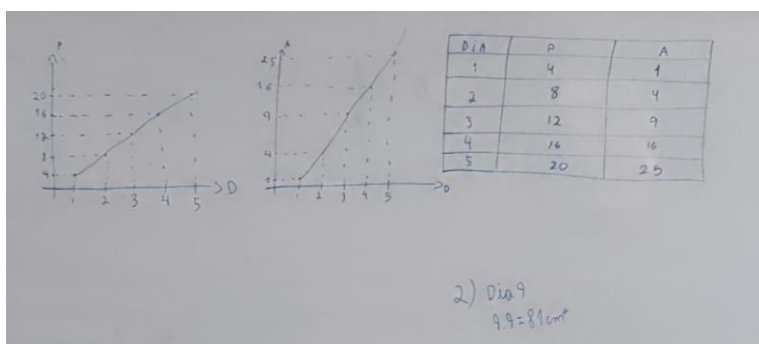


Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4.

Encerrado o momento de trabalho autônomo dos estudantes, o professor regente já conhecia as produções e coordenou o momento de socialização dos grupos, fomentando a discussão coletiva. De início, os estudantes se mostraram inseguros e apreensivos, visto a falta de prática deles com aulas nas quais eles expõem suas produções e as defendem perante os colegas de turma. Tal comportamento foi antecipado no planejamento, o que deixou o regente e o observador preparados para o acolhimento e o incentivo aos estudantes nesse momento, no qual falar e ouvir são ações fundamentais na observação da produção dos grupos para entender como as produções se

assemelham ou se diferenciam. Assim, o professor regente atuou no sentido de amparar os estudantes, estimulando-os a socializar suas produções e de debatê-las como forma de aprenderem juntos. Por isso, depois da fala dos grupos, atuou retomando os conceitos de eixos x e y, par ordenado, escala, tipos de gráfico e proporção do gráfico, discutindo o fato de a união dos pontos ser uma curva (parábola), ao invés de uma reta para o caso da área e, uma reta para o caso do perímetro. A imagem seguinte exemplifica parte do quadro neste momento.

Figura 66. Imagens do momento da sistematização.



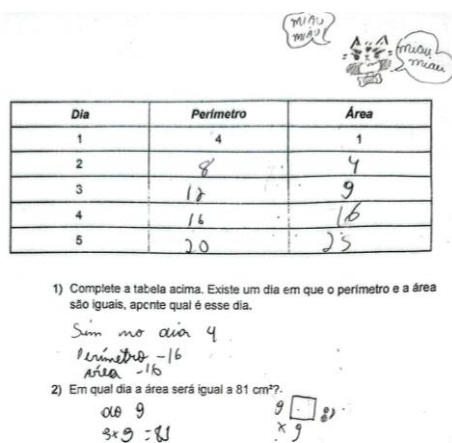
Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4.

Os resultados alcançados na aula junto aos estudantes do primeiro ano foram debatidos entre o regente e o observador e, posteriormente, com os integrantes do subgrupo 4 via *WhatsApp*. De modo consensual, entendeu-se que a TM poderia ser trabalhada com os estudantes do segundo ano sem ajustes, visto que eles eram estudantes do segundo ano no primeiro mês de aula do ano, ou seja, praticamente estudantes do final do primeiro ano. Logo, antecipou-se que eles seriam mais ágeis nas questões 1 e 2, o que faria com que o regente tivesse o tempo planejado para as fases da discussão coletiva e sistematização. Igualmente, nessas fases ele deveria atuar em prol do reconhecimento, pelos estudantes, do tipo de função associada à representação, o que não foi possível no primeiro ano, tendo em vista a produção matemática alcançada.

Cientes desses aspectos, a aula foi então desenvolvida no segundo ano do Ensino Médio, nas escolas 2 e 3, de modo semelhante quanto à distribuição do tempo, organização dos grupos e às ações do regente e do observador na escola 1. A produção dos estudantes nas questões 1 e 2 revelou, como

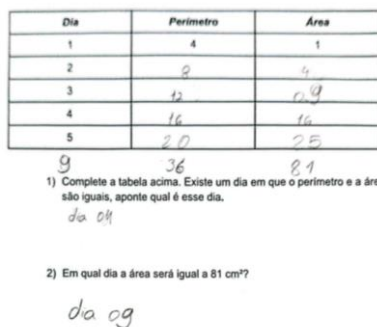
antecipado, maior capacidade de leitura, de entendimento do contexto social descrito na TM, de preenchimento da tabela e observação do padrão de crescimento, evidenciando a consolidação de aprendizagens sobre os conceitos de perímetro e área do polígono regular quadrado. Logo, o trabalho dos estudantes foi mais rápido, quando comparado aos estudantes do primeiro ano, destacando que a principal relação estabelecida para o perímetro foi multiplicar o lado do quadrado por 4, como esperado, e a principal relação estabelecida para a área foi observar que ela coincidia com a quantidade de flores no jardim (multiplicação linha x coluna).

Figura 67. Produção de estudantes durante este momento da aula



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4.

Figura 68. Produção de estudantes durante este momento da aula



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4.

A produção dos estudantes nas questões 3 e 4 foi menos avançada conceitualmente ao antecipado no planejamento, visto que esperávamos que eles usassem mais elementos dos conteúdos já estudados sobre função do primeiro e do segundo graus, tópicos curriculares previstos para o primeiro ano de acordo com o currículo em movimento. No entanto, ao longo do trabalho dos grupos, os estudantes buscavam entender matematicamente as demandas que as questões impunham, expressando dúvidas: “Como eu vou mostrar isso?”, “Eu tenho que usar gráfico?”, “Aqui é pra desenhar?”, entre outras. Em resposta às dúvidas postas pelos estudantes, o regente interpelou-os com questionamentos para auxiliá-los na construção de possíveis estratégias, o que auxiliou os grupos a buscar conhecimentos que já possuíam para agir diante o novo que se apresentava. Logo, foi possível observar mais familiaridade com o plano cartesiano, uma maior preocupação com a marcação dos eixos x e y, maior compreensão da terminologia abscissa, ordenada, coordenada, par ordenado, entre outras; conhecimentos sobre os elementos de um gráfico como título, explicação sobre o que cada eixo representa (variáveis), a necessidade ou não de inserir legenda e, noções quanto à necessidade da escala dos eixos ser adequada para os dados e sua leitura do gráfico.

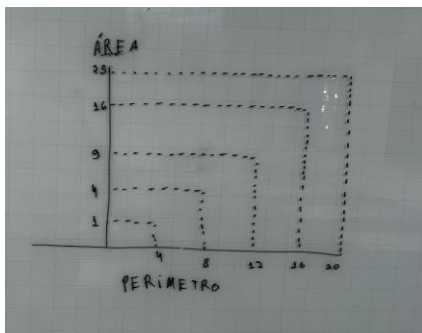
Figura 69. Produção dos estudantes.



	Perimetro	Área
Dia 6	24	36
Dia 7	28	49
Dia 8	32	64
Dia 9	36	81
Dia 10	40	100

Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4.

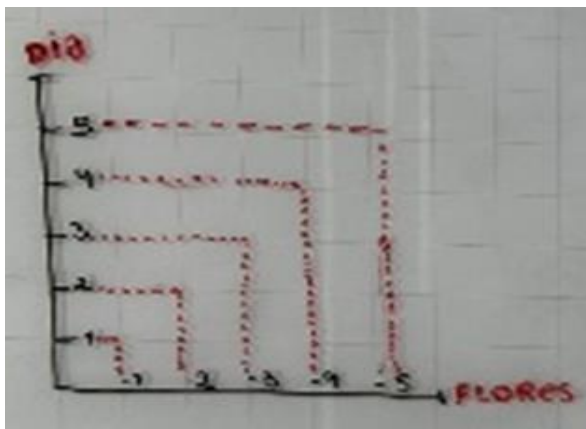
Figura 70. Produção dos estudantes.



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4.

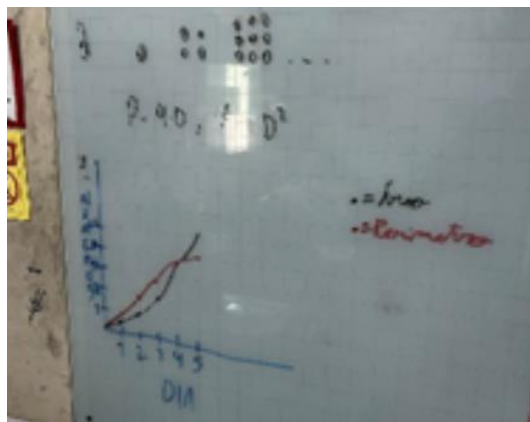
Terminada a fase de trabalho nos grupos, o professor regente convidou a todos para a discussão coletiva, na qual os estudantes que se voluntariaram foram ao quadro para socializarem suas resoluções e o modo como pensaram. O momento obteve mais adesão, e entendemos que tal envolvimento foi devido à melhoria na capacidade do regente em estimular, acolher e criar um ambiente favorável à troca de resoluções entre os estudantes. Tal situação registra o quanto gerir uma aula de matemática que seja menos centrada no professor, que abra espaço para a fala e as ações dos estudantes é um aprendizado complexo para professores e futuros professores e que exige amparo e tempo para ser aprimorado.

Figura 71. Produção dos estudantes



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4

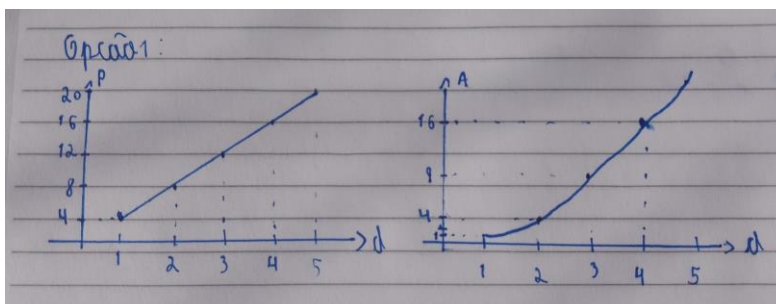
Figura 72. Produção dos estudantes



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4

A sistematização das aprendizagens priorizou valorizar as produções dos grupos reunindo as contribuições e as principais dúvidas. De modo geral, era preciso garantir que os estudantes percebessem as dificuldades que enfrentavam ao construir gráficos no plano cartesiano, marcando pontos e ligando-os, para em seguida identificarem seus formatos (linha reta ou curva). Os casos nos quais os grupos obtiveram somente retas foram discutidos devido ao distanciamento e proporção no gráfico. Para tanto, imagens como as presentes no planejamento foram usadas como elemento visual.

Figura 73. Resoluções possíveis

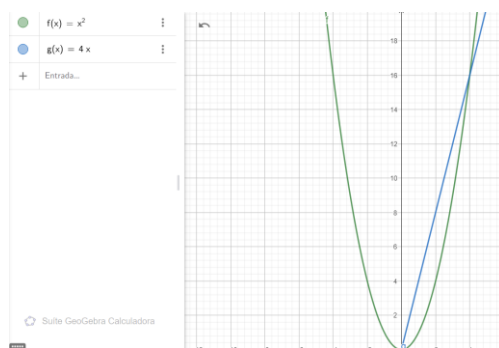


Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4

Avaliamos que mesmo no segundo ano não foi possível alcançar o objetivo de aprendizagem em sua totalidade, visto que reconhecer o tipo de

função associada à representação gráfica obtida demandava dos estudantes mais conhecimentos relativos às funções de primeiro e segundo graus. No entanto, observamos de um lado avanços consideráveis em relação às suas capacidades de associar o estudo de funções a situações do cotidiano a partir do contexto da TM abordada. E de outro lado, entendemos que novas TM podem ser trabalhadas nas turmas, explorando novos contextos sociais em situações de produção de gráficos no papel e em softwares como pensado originalmente na versão número 1 da TM, como destacado na imagem seguinte.

Figura 74. Resoluções possíveis usando o *GeoGebra*.



Fonte: Acervo do Projeto - Subgrupo 4

7.4 Reflexão pós-aula

Neste momento, reuniram-se os integrantes do subgrupo 4, em que foi consensual o entendimento sobre a importância do planejamento e da presença do professor da turma para o desenvolvimento da aula. Após a realização da aula no primeiro ano e no segundo ano, ficou evidente que grande parte do que foi antecipado realmente se fez presente. Ainda assim, novos elementos surgiram durante o processo, enriquecendo nossa experiência sobre a aula, especialmente no que diz respeito ao que era esperado em termos de documento curricular e o que realmente os estudantes têm alcançado em termos de aprendizagem matemática. O subgrupo viveu a frustração de não ter a aula desenvolvida no final de 2024 em turma de primeiro ano, como era previsto. No entanto, esse sentimento foi transformado ao longo do tempo, visto que o subgrupo percebeu o quanto aprendemos sobre o cotidiano da escola e sua realidade. Aceitamos desenvolver a aula no começo do ano de

2025 em outra escola, acompanhando a professora em busca de melhor qualidade de vida, em sua nova escola, novas turmas, por acreditarmos no valor de tê-la no projeto.

O fato de desenvolver a aula no primeiro ano do Ensino Médio, no começo do ano, mostrou-nos o descompasso curricular vigente no Distrito Federal, visto que conteúdos previstos para o nono ano, como função do primeiro grau não têm sido trabalhados, produzindo lacunas que com certeza tem prejudicado a aprendizagem de outros conteúdos. Igualmente, percebemos que mesmo mudando de escola e de ano, como foi o caso do segundo ano na escola 3, algumas dificuldades conceituais foram semelhantes, mostrando-se persistentes no Ensino Médio. Em resumo, presenciamos estudantes de Ensino Médio com defasagem conceitual em relação a conteúdos do Ensino Fundamental e do próprio Ensino Médio, como é o caso de função do primeiro e do segundo graus.

As ações em torno do planejamento da aula e as decisões que foram tomadas ao longo do processo devido às necessidades dos estudantes, mostraram-nos que planejar é uma ação constante e que demanda muita disponibilidade do professor para ajustar as ações, os momentos, os tempos e os espaços destinados à fala e ao fazer dos estudantes. A alteração na questão 3, tornando-a mais livre, fez com os estudantes se encorajassem mais em criar estratégias de resolução mesmo com limitações conceituais. A inserção da malha quadriculada foi um suporte valioso para o desenho das plantações que não apareciam nas imagens, auxiliando no entendimento de escala e proporção ao longo da construção dos gráficos. Logo, criar, observar e debater sobre as representações pertinentes ou não foram ações produtivas, podendo ser aprimoradas quando adotadas de modo mais regular no trabalho do professor. Mesmo a questão 4, sendo ainda difícil para a maioria dos estudantes com os quais trabalhamos, mostrou-se importante elemento de preparação para que os estudantes associem, mais ao final do semestre, as representações gráficas das funções.

Outros aprendizados foram percebidos no momento de reflexão pós-aula, especialmente, quanto à importância de se distribuir e cumprir o tempo destinado a cada fase da aula. Percebemos que as duas primeiras fases (Introdução e Desenvolvimento da Tarefa) da aula na perspectiva do EE foram bem desenvolvidas, no entanto, as duas fases finais (Discussão Coletiva e Sistematização das Aprendizagens) precisam ser mais vivenciadas para fins

de aprimoramento. A discussão coletiva demanda muitas ações do professor regente e, por vezes, ele ainda tem dificuldades de escuta, de espera, de reunir o produzido e de sistematizar a partir do produzido (transitando de terminologias mais simples para termos matematicamente corretos). A turma também precisa vivenciar mais aulas nessa perspectiva para aprender melhor sobre as fases: de trabalhar em grupo, de ouvir os colegas com respeito, falar o que concorda ou não sobre a produção dos colegas, etc. Ter esse respeito para com o outro e sua produção, exige trabalho constante e tempo, porque contraria outras lógicas de organizar o tempo e as ações em sala de aula, especialmente, quando geridas por abordagens mais diretivas.

Entendemos que a continuidade das TM, entre o subgrupo 3 e o subgrupo 4, foi altamente favorável, permitindo o avanço do conteúdo de modo natural. Novas melhorias podem ser empreendidas nelas para que os enunciados fiquem mais claros e facilitem o entendimento dos estudantes. Tudo isso mostra o quanto o subgrupo avançou profissionalmente, se mostrando disponível para revisar TM e planejamentos, bem como para criar outros, demarcando que a melhoria da prática didática se dará na disponibilidade de cada um de nós em permanecer junto e em diálogo, engajados na construção e reconstrução de propostas de ensino.

Nesse sentido, compreendemos que o EE e o LS podem contribuir para que um trabalho regular e a longo prazo possa ser construído, avaliado e reconstruído pelos professores, nas escolas, amparado por grupos de estudos e/ou de pesquisa como é o caso desse. Essa experiência nos ensinou sobre o quanto se ganha quando se permite trabalhar junto, quando não se foge do trabalho em grupo, quando se aceita o desafio da convivência, da escuta, do respeito; quando se aprende na companhia de colegas de profissão ou futuros colegas.

Referências

DISTRITO FEDERAL. **Currículo em Movimento do Ensino Médio**. [Brasília, DF]: Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal, [2019]. Disponível em: <https://www.educacao.df.gov.br/wp-content/uploads/2019/08/Curriculo-em-Movimento-do-Novo-Ensino-Medio-V4.pdf>. Acesso em: 1 jul. 2024.

ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO. **Programa da OCDE para Avaliação Internacional de Alunos-**

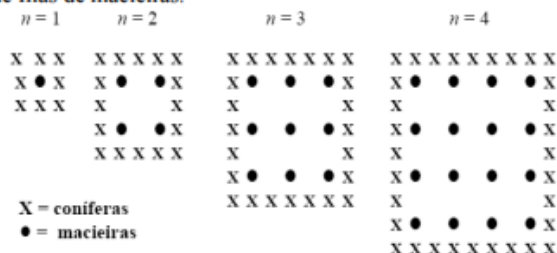
PISA. [Paris]: OCDE, [2024]. p. 13-16. Disponível em: https://download.inep.gov.br/download/internacional/pisa/Itens_Liberados_Matematica.pdf. Acesso em: 2 jun. 2025.

PAIVA, A. L.; BROCARD, J. R.; PIRES, M. Dos números para a álgebra. Por onde vão os alunos? **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 85, p. 52-53, nov. 2005. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/issue/view/87>. Acesso em: 12 set. 2024.

Anexo 2 - Item do PISA - Maçãs

Um fazendeiro planta macieiras em uma área quadrada. Para protegê-las contra o vento, ele planta coníferas ao redor do pomar.

O diagrama abaixo mostra essa situação, na qual se pode ver as macieiras e as coníferas, para um número (n) de filas de macieiras.



ITEM 1

Complete a tabela abaixo:

n=	Número de macieiras	Número de coníferas
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

ITEM 2

Existem duas fórmulas que você pode usar para calcular o número de macieiras e o número de coníferas no padrão descrito acima:

$$\text{Número de macieiras} = n^2$$

$$\text{Número de coníferas} = 8n$$

onde n é o número de fileiras de macieiras.

Existe um valor n para o qual o número de macieiras é igual ao número de coníferas.

Encontre o valor de n , mostrando o método usado para fazer os cálculos.

ITEM 3

Suponha que o fazendeiro queira fazer um pomar muito maior com muitas fileiras de árvores. À medida que o fazendeiro aumenta o pomar o que crescerá mais rápido: o número de macieiras ou o número de coníferas? Explique como você encontrou a sua resposta.

Fonte: Inep.

8 - Reflexões, aprendizados e encaminhamentos

*Alex Henrique Alves Honorato*⁴⁶

*Regina da Silva Pina Neves*⁴⁷

*Aluska Dias Ramos de Macedo Silva*⁴⁸

O presente capítulo reúne elementos reflexivos e críticos nossos, autores deste texto, sobre o Estágio Curricular Supervisionado em Matemática (ECSM) em processo de *Lesson Study* (LS) e a Ação Formativa, relatados nos capítulos anteriores, vivenciando-os ora como integrantes dos subgrupos, ora como facilitadores do *LS* em desenvolvimento e/ou como formadores de professores de matemática, em diálogo e escuta consigo e com os participantes. Em muitos momentos dessa escrita, fomos surpreendidos com o rememorar dos nossos percursos formativos (da graduação à pós-graduação; dos cursos livres às formações oferecidas pelas diferentes Instituições de Ensino nas quais já atuamos), localizando neles aspectos de alinhamento e/ou de distanciamento com a Ação Formativa. Rememorar esses momentos, preparou-nos para enxergar as pessoas que construíram as ações e as narrativas expressas neste trabalho, ao mesmo tempo em que vivenciaram tensões, novidades, consensos e desafios de ordem pessoal, acadêmica e profissional na trajetória de aprender juntos a ensinar matemática na Educação Básica. Ao nos reconhecermos, também, nessa trajetória enquanto aprendizes de professores, de formadores, de pesquisadores e de facilitadores de *LS*,

⁴⁶ Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Prefeitura Municipal de Ribeirão Preto. E-mail: alex_unesp2010@hotmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-5455-7416>.

⁴⁷ Pós-doutorado em Educação em Ciências, Matemática e Tecnologias. Departamento de Matemática, Universidade de Brasília (UnB). E-mail: reginapina@mat.unb.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7952-9665>.

⁴⁸ Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica. Unidade Acadêmica de Física e Matemática, Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). E-mail: aluska.dias@professor.ufcg.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0398-1097>.

enxergamos melhor os diferentes percursos e compreendemos o valor dessa trajetória verdadeira, coletiva e colaborativa realizada.

Assim, neste texto, optamos por realizar esse olhar retrospectivo, por um lado, e prospectivo, por outro. Olhamos para a trajetória vivida, buscando compreendê-la, de maneira a analisar o que já alcançamos, o que somente iniciamos, o que erramos, o que nem conseguimos entender como necessário no momento da ação, entre outros aspectos. Ao fazer tudo isso, olhamos também para o futuro que se avizinha, para os próximos ciclos do ECSM em processo de LS, integrando turmas da UnB, da UFCG e da UFOB; olhamos para novas Ações Formativas, melhoradas a partir dos entendimentos que construímos neste texto. Para tanto, a seguir, apresentamos o quadro teórico que direciona nossos olhares e contribui para a interpretação e para a análise de todo este trabalho desenvolvido. Sucessivamente, descrevemos e discutimos os caminhos percorridos e os resultados alcançados.

8.1 Direcionando nossos olhares e análises

Sempre que realizamos um estudo, é necessário que tenhamos um vocabulário adequado, pois os conceitos que utilizamos para interpretar a realidade influenciam tanto a forma como percebemos quanto como agimos. Tendemos a perceber aquilo que estamos preparados para enxergar, ouvimos aquilo que conseguimos compreender dentro do nosso referencial, e nossas ações são guiadas pelas concepções que temos sobre o mundo (Wenger, 1998).

Assim, neste trabalho, consideramos que sujeitos aprendem quando participam de uma prática social, isto é, indivíduos não aprendem apenas por meio da realização de ações planejadas e propostas por alguém (por exemplo, um formador), mas também ao se envolverem em relações sociais com outros participantes, dentro de contextos específicos, nos quais negociam os significados do passado e do futuro para atribuir sentido às experiências do presente (Lave; Wenger, 1991). Essa negociação de significados ocorre dentro das denominadas Comunidade de Prática (CoP), que são formadas por um grupo de pessoas que compartilham uma preocupação ou uma paixão por algo que fazem, e procuram aprimorar cada vez mais suas habilidades por meio da troca de experiências (Lave; Wenger, 1991). Nesse sentido, elas buscam soluções para uma classe comum de problemas e incorporam, conseqüentemente, um repertório de conhecimentos (Wenger, 1998).

Portanto, entendemos que o aprender se manifesta na medida em que os membros de uma CoP passam por transformações e ressignificações, ao mesmo tempo em que suas formas de participação e prática nessa comunidade também se modificam (Lave; Wenger, 1991).

Essa noção de participantes cambiantes na prática em curso é denominada, por Lave e Wenger (1991), como Participação Periférica Legítima (PPL), processo pelo qual recém-chegados se tornam parte de uma comunidade e passam a ter uma Participação Plena. Nesse sentido, a PPL não é em si uma forma educativa, muito menos uma estratégia pedagógica ou uma técnica de ensino; é um ponto de vista analítico sobre como as pessoas aprendem. Para que os recém-chegados caminhem para uma participação mais plena, os formadores ou outros membros que fazem parte da comunidade e são mais experientes precisam promover as práticas daquele grupo e contexto. De acordo com Lave e Wenger (1991), o layout físico de um ambiente de trabalho é uma dimensão importante para o aprender, visto que os aprendizes ganham muito observando os outros e sendo observados.

Além disso, Wenger (1998) defende que aprender é negociar significados, o que ocorre por meio de dois processos, a saber, pelas **participações** e pelas **reificações** que acontecem nas CoP, ou seja, “enquanto na participação, reconhecemo-nos uns nos outros, na reificação, projetamo-nos no mundo, e não tendo de nos reconhecer nessas projeções, atribuímos aos nossos significados uma existência independente” (Wenger, 1998, p. 58, tradução nossa). Em outros termos, o aprender envolve nos reconhecer nos outros, que é expresso nas nossas ações e posturas e nos processos que estabelecemos, isto é, os modos de engajamento podem ser vistos como **participações**, que, para nós, significam **aprendizagens** que ocorrem nas CoP que fazemos parte (Honorato, 2024; Honorato; Fiorentini, 2025). Por outro lado, aprender envolve ainda o ato de nos projetar no mundo, sendo, por exemplo, por meio de materiais físicos, como textos e tarefas, mas também pela ressignificação de conceitos, ideias e teorias. Esses momentos de concretude, o resultado das nossas ações, das nossas posturas e dos processos que estabelecemos (participações/ aprendizagens), são **reificações**, que, para nós, implicam em **aprendizados** que se efetivam nas CoP das quais pertencemos (Pina Neves, Fiorentini e Silva, 2022; Honorato, 2024; Honorato; Fiorentini, 2025).

No caso, dependendo do acesso que os aprendizes têm em certas CoP, eles vão se desenvolvendo profissionalmente por meio das **aprendizagens** e dos **aprendizados para a/na/docência**. Em Honorato (2024) e Honorato e Fiorentini (2025), baseado em Cochran-Smith e Lytle (1999) e Vilas Boas e Barbosa (2016), considera-se que as **aprendizagens** e os **aprendizados para a docência** se concentram no aperfeiçoamento que o professor (em formação ou em serviço) tem da matéria e das estratégias de ensino e organização da sala de aula, que são desenvolvidas em pesquisas, ou seja, os conhecimentos necessários para ensinar provém de pesquisadores nas universidades (ou de outros formadores), e não da própria prática em sala de aula. Já as **aprendizagens** e os **aprendizados na docência** ocorrem de acordo com o entendimento que o professor (em formação ou em serviço) tem sobre suas próprias ações em sala de aula. Isso porque, o ensino é visto como um artesanato incerto e espontâneo.

Agora, as **aprendizagens da docência** são as participações do professor (em formação ou em serviço) em uma comunidade híbrida entre universidade e escola que promovam mudanças nos padrões da sua prática pedagógica escolar, ou mesmo dentro dessa comunidade, enquanto se porta e age ou expressa suas crenças e seus conhecimentos. “Essas participações envolvem uma investigação intencional da sua própria sala de aula, ao mesmo tempo em que realiza questionamentos e interpretações, a partir da literatura da área e em colaboração com os outros participantes da CoP” (Honorato, 2024, p. 88). E os **aprendizados da docência** são toda e qualquer produção material (por exemplo, narrativas e planos de aula) ou intelectual (conhecimentos, competências ou ressignificações) ou ainda reificações de ações ou processos (como ler e discutir documentos curriculares) que acontecem na participação na comunidade híbrida entre universidade e escola.

Com base nessas compreensões, a seguir, analisamos os dados construídos ao longo da Ação Formativa, especialmente, as narrativas produzidas pelos subgrupos.

8.2 Os caminhos que percorremos e os resultados que alcançamos

Para que aprendizados aconteçam, Lave e Wenger (1991) falam da necessidade dos mais experientes possibilitarem aos recém-chegados o acesso

a certas práticas da CoP, a fim de que estes saiam de uma participação periférica e se engajem em uma participação mais plena. Isso se dá conforme vão tomando mais responsabilidades dentro da comunidade, o que vimos acontecendo ao longo de toda Ação Formativa, o que promoveu a constituição de uma equipe colaborativa-reflexiva, sendo este um dos fundamentos do trabalho com o *Lesson Study*.

Como explicitamos no **Capítulo 2**, todos os integrantes da Ação Formativa tiveram contato com o *LS* em momentos distintos de suas experiências acadêmicas e/ou profissionais. Em relação aos futuros professores que estavam matriculados no ECSM e aos pós-graduandos (colaboradores), vimos que eles foram, cada vez mais, tomando certas responsabilidades dentro da Ação Formativa. Isso ocorreu, sobretudo, quando assumiram a liderança dos subgrupos no desenvolvimento de um ciclo de *LS*, tendo apoio das formadoras. Em geral, quem assume esse papel é o formador ou os mais experientes, no entanto, a equipe percebeu a importância formativa que essa escolha poderia ter no desenvolvimento profissional daqueles que estavam iniciando (ou que tiveram breves contatos com) o trabalho de implementar o *LS* na Educação Básica. Além disso, as aulas planejadas pelos subgrupos foram ministradas inicialmente por um professor em serviço e, posteriormente, por futuros professores, o que permitiu que estes pudessem observar aqueles que tinham mais experiência na gestão de uma aula de Matemática, e tivessem acesso a práticas que não teriam se permanecessem apenas na universidade. Ou seja, puderam avançar para uma participação mais plena no que se refere à prática profissional docente e ao próprio desenvolvimento de um ciclo de *LS*, levando a consolidação de aprendizados docentes. Nesse sentido, evidencia-se que tanto o ECSM em processo de *LS* (capítulo 1, item 1.1) quanto a Ação Formativa se constituem em Comunidades de Prática, compartilhando um repertório de conhecimentos.

Em todo tempo, as decisões foram tomadas coletivamente, seja na equipe seja nos subgrupos. Em certo momento, entendemos que antes de desenvolver um ciclo de *LS*, seria importante estudarmos alguns aportes teóricos que se fazem presente nesse processo de desenvolvimento profissional, como as terminologias adotadas por distintos pesquisadores, as diferentes abordagens didáticas que integram o *LS*, as tarefas matemáticas (TM) possíveis de serem elaboradas ou adaptadas e implementadas em um ciclo, entre outros aspectos ou estudos. Em outras palavras, vimos o valor de estudar perspectivas teóricas e termos **aprendizados para a docência**

(Honorato, 2024; Honorato; Fiorentini, 2025), o que contribuiu para aprofundarmos nossos conhecimentos e enxergar outras possibilidades de desenvolver o *LS*. E não apenas isso, mas nas circunstâncias, ocorreram ainda **aprendizados na docência** (Honorato, 2024; Honorato; Fiorentini, 2025), pois também elaboramos distintas tarefas matemáticas e compartilhamos entre os subgrupos, para refletirmos e compreendermos melhor como seria, na prática, esse processo que acontece na etapa de planejamento no *LS*.

Em continuidade, para desenvolvermos um ciclo de *LS*, inicialmente formamos subgrupos, os quais passaram a trabalhar em conjunto, enfrentando desafios e alegrias de estar juntos; de ouvir, de falar, de concordar e de discordar. Aos poucos, conseguiram trabalhar de modo coletivo em alguns momentos, individuais em outros. Nessa trajetória, fomos percebendo que colaborar é algo bem maior (Fiorentini, 2004), que demanda muita entrega, muito respeito mútuo. Em nossa percepção, entendemos que nos subgrupos isso foi alcançado em partes, em virtude das diversas dificuldades que ocorreram. Em paralelo, vivemos a formação de novas lideranças, sendo que foi muito diferente para cada caso, já que esteve associado ao momento de cada um e ao modo como cada pessoa viveu a oportunidade.

Com base nas narrativas apresentadas nos capítulos anteriores, vimos a importância da fase de planejamento, tanto para elaboração, adaptação ou refinamento de tarefas matemáticas, quanto de prever possíveis ações para o professor e questionamentos que poderiam surgir ao longo do desenvolvimento da aula. Nos quatro subgrupos, as TM sofreram transformações, ao compartilhar o documento no *Drive* e ao realizar a simulação da sua implementação para a equipe. Ficou evidente que o *Drive* e o *WhatsApp* foram ferramentas essenciais para as discussões de todo o trabalho, em virtude do distanciamento geográfico entre os integrantes do projeto e pela dificuldade de encontrar horário em comum para fazerem reuniões síncronas.

Na fase de reflexão pós-aulas, várias questões foram apontadas acerca das tarefas matemáticas, evidenciando **aprendizados da docência** (Honorato, 2024; Honorato; Fiorentini, 2025), uma vez que foram produzidos conhecimentos situados localmente, com base no que foi vivenciado e analisado desde o planejamento da aula até a sistematização das experiências. Por exemplo, o subgrupo 2 (**Capítulo 5**) destacou que até podemos encontrar na literatura da área TM promissoras, todavia, quando se quer trabalhar na

perspectiva do Ensino Exploratório (EE), muitas delas carecem de adaptações ou complementações. Essas modificações, na maioria das vezes, são difíceis e tomam tempo, como foi mencionado pelo subgrupo 3 (**Capítulo 6**), ainda mais quando há contratempos para os integrantes se reunirem em uma reunião síncrona. Concomitantemente, essas transformações só foram possíveis, porque foram discutidas e refletidas com a equipe, isto é, distintos olhares e a colaboração foram primordiais para a construção e o refinamento das tarefas matemáticas. Inclusive, o subgrupo 1 (**Capítulo 4**) alegou que essas ações fizeram os subgrupos revisar e analisar as TM, com o propósito de verificar se elas eram geradoras de ricas discussões matemáticas.

Como consequência, esse subgrupo chegou à conclusão que se a TM1 implementada por eles fosse mais exploratória, os estudantes da Educação Básica teriam mais conhecimento para desenvolverem a TM2; compreenderam também que é preciso sempre ajustar as TM de acordo com o tempo necessário para resolvê-las, já que os estudantes podem terminar antes do tempo previsto e, assim, dispersarem-se e atrapalharem os demais colegas. Do mesmo modo, o subgrupo 4 (**Capítulo 7**) percebeu que deixar a questão 3 da TM mais “aberta” - “Suponha que Stelar queira aumentar cada vez mais a área da sua plantação. Como podemos visualizar esse crescimento? Mostre alguma forma de representar essa projeção de crescimento do perímetro e da área” -, encorajou os estudantes a criar estratégias de resolução distintas, ainda que houvesse limitações conceituais. Ademais, a questão 4 - “Com os dados da tabela, desenvolva um gráfico da área e do perímetro da plantação” -, mesmo que difícil para a maioria dos estudantes, também se mostrou como uma ação introdutória importante na preparação para quando forem aprender mais sobre representações gráficas das funções.

Diante dessas situações, observamos que elaborar e aperfeiçoar tarefas matemáticas na perspectiva do Ensino Exploratório são processos demorados na fase de planejamento de uma aula, no entanto, quando elas são implementadas na Educação Básica, resultados significativos no aprendizado dos estudantes podem ocorrer. Quando esses resultados não correspondem ao esperado, é necessário replanejar a aula, o que pode ser realizado novamente em discussões coletivas dentro do *LS*, como realçado pelo subgrupo 2 (**Capítulo 5**). Em muitos casos, notamos que os estudantes não estavam acostumados com tarefas “abertas”, levando-os a buscar por validação das suas respostas, ao resolverem as TM propostas, ou seja, como não basta apenas executar procedimentos ou algoritmos matemáticos para solucioná-las, os

estudantes se sentem inseguros e têm medo de errar, conforme sublinhado pelo subgrupo 3 (**Capítulo 6**). Se o professor, nesse momento, simplesmente dá resposta, os estudantes deixam de ter valiosas reflexões e de desenvolverem habilidades para resolver as TM. Por exemplo, no subgrupo 4 (**Capítulo 7**), vimos que o professor, frente às dúvidas dos estudantes nas questões 3 e 4, buscou interpelá-los com questionamentos para auxiliá-los na construção de possíveis estratégias, permitindo que os estudantes lembrassem de outros conhecimentos que já possuíam e, assim, conseguissem agir diante do novo que se apresentava. De modo semelhante, o subgrupo 1 (**Capítulo 4**) concluiu que é importante que o professor não seja diretivo em suas respostas e dê tempo suficiente para os estudantes resolverem as TM, possibilitando que eles pensem e criem estratégias próprias. Em outras palavras, o professor precisa deixar de ser somente um expositor de conteúdo e assumir um papel de inquiridor, explorando sua capacidade de instigar discussões matemáticas.

Ainda, no que se refere à essa mediação do professor durante aulas planejadas na perspectiva do *LS* e do *EE*, vimos, pelo subgrupo 2 (**Capítulo 5**), que não basta apenas o docente utilizar um material concreto e manipulável para ter sucesso no aprendizado dos estudantes com a Matemática, é necessário que ele intervenha, provocando reflexões e os ajudando a relacionar ações concretas com representações simbólicas e conceituais. No caso do subgrupo 3 (**Capítulo 6**), os professores regentes se valeram de exemplos concretos, como a medição de um quadrado com barbante ou a medição da superfície superior de uma mesa, para esclarecer a diferença entre os conceitos de perímetro e área das figuras geométricas trabalhadas na aula.

Outra atuação importante do professor é nas etapas de *Discussão da Tarefa* e *Sistematização das Aprendizagens Matemáticas* (Canavarro; Oliveira; Menezes, 2012). O subgrupo 4 (**Capítulo 7**) relatou como houve uma melhora na capacidade do professor regente, após sua experiência em uma turma anterior, em estimular, acolher e criar um ambiente favorável à troca de resoluções entre os estudantes. Quando ele convidou os estudantes para a discussão coletiva, dessa vez, eles se voluntariaram e foram ao quadro para socializarem suas resoluções e o modo como pensaram. O subgrupo 4 até pontuou: “Tal situação registra o quanto gerir uma aula de matemática que seja menos centrada no professor, que abra espaço para a fala e as ações dos estudantes é um aprendizado complexo para professores e futuros professores e que exige amparo e tempo para ser aprimorado” (**Capítulo 7**, p. 142). Em outras palavras, a gestão de discussões coletivas exige do professor regente

diversas ações e, muitas vezes, ele ainda enfrenta desafios relacionados à escuta atenta, ao tempo de espera, à organização do que foi produzido pelos estudantes e à sistematização desse material, fazendo a transição de termos cotidianos para uma linguagem matemática mais adequada. Do mesmo modo, os estudantes precisam de mais experiências nesse tipo de prática para compreender melhor as etapas envolvidas: o trabalho em grupo, a escuta respeitosa das ideias dos colegas, a argumentação sobre os pontos de concordância ou discordância. Cultivar esse respeito pelo outro e por suas produções demanda tempo e esforço contínuo, pois contraria formas mais tradicionais de organização da aula, especialmente aquelas marcadas por práticas diretivas.

Diante dessas análises, foi possível observar como as ações relacionadas ao planejamento da aula, bem como as decisões tomadas ao longo do processo em resposta às necessidades dos estudantes, evidenciaram que o ato de planejar não se esgota em um único momento, mas se configura como uma prática contínua, que exige do professor flexibilidade e disposição para reorganizar ações, ajustar tempos e espaços e valorizar tanto a fala quanto as produções dos estudantes. Dessa forma, compreendemos que cada etapa do *Lesson Study* se revela essencial para o desenvolvimento profissional. Para os futuros professores, constitui um espaço formativo em que teoria e prática se articulam; para os professores em serviço, representa uma oportunidade de repensar e aprimorar suas práticas pedagógicas; e, para os formadores, oferece um campo fértil de investigação e de mediação do processo de aprender a ensinar. Assim, o *LS* se consolida como uma abordagem potente e integradora para a formação docente em diferentes níveis.

Como vimos, o *Lesson Study*, em sua forma mais visível, apresenta-se como **um processo cíclico e estruturado** que envolve: o planejamento colaborativo, a implementação/observação da aula e a reflexão conjunta. Em razão dessas etapas, muitas vezes, o *LS* pode ser visto como “apenas” um **processo** ou uma **metodologia de formação docente centrada na prática letiva**. Todavia, ao discutirmos as **aprendizagens** e os **aprendizados para a/na/da docência** que se desenvolveram no decorrer da Ação Formativa, entendemos que o *LS* ultrapassa a dimensão meramente procedimental e se ancora em **fundamentos teóricos robustos**, o que permite reconhecê-lo também como um **modelo teórico**. Isso porque, enxergamos nele os seguintes pressupostos:

1. **Concepção de ensino como ação investigativa:** compreendemos que o ensino não é uma mera transmissão de conteúdos, mas um campo de investigação coletiva, o que implica uma epistemologia própria, em que professores (em formação e em serviço) constroem conhecimento a partir da prática, em colaboração com acadêmicos da universidade.
2. **Aprendizagem docente situada e social:** nosso entendimento é que o aprender docente não acontece de forma abstrata, isolada ou fora de contexto. Ele **depende das condições concretas** em que o professor atua (situada): sua escola, seus estudantes, a disciplina, as demandas curriculares, os recursos disponíveis. Além disso, ele se desenvolve **por meio da colaboração, diálogo e interação com outros** (social). Em outras palavras, o desenvolvimento profissional docente é uma construção colaborativa, mediada pela interação com pares e pela análise da prática letiva.
3. **Articulação entre teoria e prática:** o *LS* não opera como prática descolada de fundamentos, mas como um **espaço de transformação e reconstrução teórica**. As discussões durante e após as aulas planejadas evidenciam como conceitos didáticos, matemáticos e pedagógicos são (re)significados na ação.
4. **Construção de conhecimento profissional do professor:** o *LS* transforma a prática em objeto de estudo rigoroso, permitindo que os professores construam **conhecimento profissional situado** — teorias locais sobre como ensinar e aprender conteúdos específicos. Esse movimento dá legitimidade à experiência docente como espaço de produção de conhecimento, e não apenas de implementação de teorias acadêmicas externas.

Nessa direção, ao articular **fundamentos teóricos e procedimentos metodológicos**, temos defendido que o *LS* pode ser compreendido como um **modelo teórico-metodológico**. Do ponto de vista metodológico, o *LS* oferece um roteiro claro (planejamento, implementação, reflexão e replanejamento). Do ponto de vista teórico, ele fundamenta uma concepção de docência como prática reflexiva, investigativa e socialmente mediada. Nesse sentido, o *LS* simultaneamente organiza a prática e propõe um referencial de compreensão sobre o que significa ensinar, aprender e se desenvolver como professor. Em trabalhos futuros, aprofundaremos tais discussões acerca do *LS* ser um **modelo teórico-metodológico**.

Ademais, vale destacar um fator singular da Ação Formativa. As atividades foram planejadas, propostas e desenvolvidas, em sua maior parte, de maneira remota, tendo apenas a implementação das aulas elaboradas pelos subgrupos e a reflexão pós-aulas (Plenária 2) realizadas de modo presencial nas escolas. Dessa experiência, o subgrupo 1 (**Capítulo 4**) realçou que um dos principais desafios foi o de manter o diálogo constante e produtivo entre o grupo, devido à distância, às diferenças regionais, ao tempo de cada integrante dedicado ao trabalho e ao estudo. Para contornar essa limitação, as reuniões *on-line* e as discussões via mensagens pelo *WhatsApp* foram primordiais para o desenvolvimento das ações coletivas, como apontaram, também, o subgrupo 1 (**Capítulo 4**) e o subgrupo 4 (**Capítulo 7**). O uso do *Drive* do *Google* foi extremamente necessário para a produção e para o refinamento dos planos de aulas, permitindo muitas interações assíncronas com discussões valiosas entre todos os participantes, nas quais todos podiam expor seus entendimentos, argumentos e dúvidas. Em outros termos, assim como o subgrupo 3 (**Capítulo 6**), entendemos que nosso trabalho foi colaborativo, mesmo à distância, visto que as tecnologias digitais aproximaram os integrantes. Até para realizar com os subgrupos a simulação da tarefa matemática elaborada, o subgrupo 2 (**Capítulo 5**) se valeu do *Tangram* virtual e do *GeoGebra* triangular para que a simulação fosse a mais próxima do que poderia acontecer na sala de aula, onde utilizaram materiais manipuláveis (*Tangram* e malha triangular).

Com isso, podemos observar que, em todo o nosso projeto desenvolvido, ocorreu o uso intenso de momentos síncronos e assíncronos mediados por plataformas digitais, que possibilitaram videoconferências, reuniões *on-line*, bate-papos e colaboração móvel, além do uso cotidiano de drives compartilhados. Esses recursos facilitaram tanto a produção e o compartilhamento de materiais didáticos quanto a análise colaborativa. Dessa forma, tivemos uma redução das barreiras geográficas entre universidades e escolas, acompanhada de: 1) melhorias físicas e técnicas relacionadas aos equipamentos eletrônicos e à conexão de internet; 2) adaptações no ensino e na aprendizagem diante dessas condições (Bower *et al.*, 2015); e 3) a realização de momentos *on-line* que ampliaram o diálogo e favoreceram a colaboração entre formadores de professores e futuros professores de diferentes instituições, regiões e países. Esse processo nos proporcionou aprendizados significativos e, ao mesmo tempo, nos impôs desafios, especialmente como pesquisadores e formadores de professores que já desenvolvem o *LS* de forma presencial na formação inicial (Silva, 2020; Pina

Neves; Fiorentini; Silva, 2022). Assim, fomos instigados a buscar estratégias e tecnologias capazes de manter e fortalecer essa prática em contextos presenciais e virtuais, síncronos e assíncronos, como discutido nos capítulos anteriores.

8.3 Considerações Finais

Ao descrever e analisar os caminhos que percorremos e os resultados que alcançamos com esse projeto, evidenciamos os aprendizados valiosos que emergiram na nossa comunidade colaborativa formada, despertando em nós a necessidade de repensarmos nossas ações, de modo a projetar novos caminhos para o presente e para o futuro. Levamos conosco as marcas das conquistas já alcançadas, que se tornam fonte de inspiração, e seguimos impulsionados a transformar os desafios identificados em oportunidades de crescimento, inovação e esperança..

Avaliamos com entusiasmo nossos avanços no que tange à colaboração e à reflexão, pilares do *Lesson Study*. Nossa Ação Formativa corrobora que a “cultura de colaboração profissional é aquela em que tudo, o bom, o mau, a incerteza, a certeza se partilham, são discutidos, em que se procura o apoio e a ajuda necessários para aprender” (Borges, 2007, p. 370-371). Alcançamos a **colaboração** por meio de uma dedicação intensa e linda e que demandou de todos a vigilância diária. A equipe desenvolveu, ao longo dos muitos meses de trabalho, a capacidade de cooperar, de se ajudar mutuamente nos subgrupos e entre subgrupos, negociando de modo hábil mesmo ante a tensões e discordâncias, ou seja, entenderam que a variedade de posicionamentos e ideias ajudavam a ampliar e a qualificar as produções. Compreendeu, igualmente, que a confiança é a premissa base das interações humanas, despiando-se de egos, hierarquias, criando espaços de fala e de escuta, nos quais todos se sentiram confortáveis para duvidar, perguntar, expor e questionar soluções, entre outras, convictos de que estavam em um lugar seguro e confiável (Boavida; Ponte, 2002). A confiança possibilitou, assim, que o trabalho fosse constante, tornando-se, cada vez mais, real no comprometimento de todos em “fornecer apoio mútuo, oferecer feedback construtivo, desenvolver objetivos comuns e estabelecer limites que

apresentem desafios (mas que sejam, ao mesmo tempo, realistas) a respeito daquilo que pode ser razoavelmente realizado” (Hargreaves, 1998, p. 19).

Como consequência, um lugar seguro se configura como um espaço propício à **discussão** e à **reflexão**. Esses elementos foram amplamente favorecidos tanto pelo estudo e pela elaboração dos planos de aula (Etapa 1) quanto pela escrita das narrativas (Etapa 7), que possibilitaram momentos avaliativos significativos. Neles, os participantes puderam refletir sobre si mesmos — sua produção, participação no subgrupo e na equipe, bem como os produtos gerados — e também sobre o outro — o que produziu, como isso os afetou, motivou, ajudou a compreender melhor determinados aspectos ou contribuiu para a busca de novas leituras e ações. Esse movimento de olhar crítico para a própria prática, seja no subgrupo, seja na sala de aula, conduziu a uma postura investigativa, que gerou debates e melhorias nos planos de aula, nas práticas de observadores e regentes, assim como nas discussões coletivas dos subgrupos e da equipe. Assim, falar, debater e compartilhar a própria prática tornou-se parte integrante do discurso nos subgrupos, favorecendo a construção de uma nova cultura profissional, em que o individualismo, ainda predominante na docência, perdeu espaço para ações coletivas, cooperativas e colaborativas (Richit; Ponte, 2019).

Todo esse processo fortaleceu a parceria entre a instituição executora e colaboradora e as escolas participantes, evidenciando que é possível construir um **vínculo universidade–escola**, baseado em relações mais simétricas entre formadores de professores e professores em serviço. Essa trajetória compartilhada deu sustentação à formação do futuro professor, que pôde perceber o docente em serviço sendo respeitado e ouvido. Isso projetou, para ele, uma perspectiva positiva em relação à sua futura prática profissional, motivando-o a permanecer na equipe como professor em serviço e/ou a integrar Ações Formativas semelhantes em outras instituições. Além disso, as experiências narradas nos capítulos anteriores apontam um caminho para repensar a **formação do professor de Matemática para além dos tradicionais espaços e momentos formativos**. Trata-se, portanto, de uma formação **contínua**, que integra diferentes atores em uma comunidade de prática — o ECSM em processo de *Lesson Study* — criada e cultivada para acolher e transformar distintas trajetórias acadêmicas e profissionais.

Nossa trajetória corrobora, igualmente, aspectos discutidos na literatura a respeito de experiências de *LS on-line* (desenvolvidas, inclusive

antes da pandemia), nas quais professores em formação e em serviço trabalham juntos, apesar de estarem separados pela distância (Andrew, 2020). Martinez *et al.* (2020), por exemplo, já alertavam sobre a necessidade de garantir que os participantes interajam de modo regular em espaços que favoreçam a aprendizagem. Como vivenciamos na Ação Formativa, para que isso ocorresse, foi essencial a presença constante, acolhedora e provocativa das lideranças dos subgrupos e das responsáveis pelo *LS*, alternando ações síncronas e assíncronas, com videograções das diferentes etapas do processo e o compartilhamento destas para análises. Além disso, a presença de especialistas/convidados em algumas etapas do *LS* ampliou a qualidade de seu desenvolvimento e foi totalmente possível, visto as facilidades dos momentos síncronos via plataforma de comunicação. Com isso, defendemos que o *Lesson Study* pode ser desenvolvido na modalidade da Educação a Distância (todas as etapas de um ciclo dentro de plataformas virtuais) ou de modo híbrido, concentrando a maior parte dos encontros entre os participantes em interações remotas e a menor parte, a implementação/observação das aulas planejadas, em interações presenciais nas escolas, confirmando resultados preliminares expostos em Pina Neves, Braga e Fiorentini (2021).

É oportuno destacar também as **limitações da Ação Formativa**. Como visto nos capítulos anteriores, houve dificuldades para que os integrantes de cada subgrupo se reunissem e trabalhassem de forma coletiva. Isso evidencia a necessidade de oferecer apoio tanto aos professores em serviço quanto aos futuros professores, garantindo tempo adequado, dentro da jornada de trabalho e de estudo, destinado à formação. Vale ressaltar que muitos de nossos encontros ocorreram à noite, em horário fora do expediente de serviço, o que evidencia o elevado engajamento do grupo, que fez questão de participar e de ocupar esse espaço por reconhecê-lo como significativo e pertinente.

Por fim, reiteramos a importância do **fomento** para o desenvolvimento de **projetos de pesquisa**, especialmente, na área de Ensino, para que ações similares sejam deflagradas. Assim, demarca-se na equipe a compreensão do papel das agências, especialmente, da Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal, ao viabilizar o desenvolvimento científico, financiando uma pesquisa em *Lesson Study* na Formação de Professores de Matemática no Distrito Federal. O apoio foi essencial para: a qualificação da equipe, a compra de equipamentos, o pagamento de bolsistas de suporte técnico, a contratação

de serviços de terceiros que viabilizaram a organização e a socialização dos resultados, entre outros.

Em síntese, a experiência vivida fortaleceu em nós a convicção de que estamos trilhando um caminho fecundo para a formação docente em Matemática. Os aprendizados conquistados, as parcerias estabelecidas e as conquistas alcançadas não apenas nos orgulham, mas também renovam nossa energia e propósito. Sentimo-nos hoje mais motivados do que nunca para seguir aprendendo coletivamente e para projetar novas Ações Formativas ainda mais consistentes, criativas e transformadoras do que as atuais. Com base no que já construímos e no horizonte que se abre, seguimos inspirados pela esperança e determinados a consolidar práticas cada vez mais colaborativas, inclusivas e inovadoras, reafirmando nosso compromisso com a educação de qualidade e com a valorização da profissão docente.

Referências

- CANAVARRO, P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2012, Portalegre. **Actas...**: Práticas de Ensino da Matemática. Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática, 2012. p. 255-266.
- COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationships of Knowledge and Practice: teacher learning in communities. **Review of Research in Education**, [S. l.], v. 24, p. 249-305, 1999. Disponível em: <https://doi.org/10.3102/0091732X024001249>. Acesso em: 20 set. 2025.
- FIorentini, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- HONORATO, A. H. A. **Uma jornada sobre o quê e como professores que ensinam matemática aprendem em espaços de interação universidade-escola**. 2024. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.2024.1412726>. Acesso em: 20 set. 2025.
- HONORATO, A. H. A.; FIorentini, D. **Aventuras do aprender docente na interação colaborativa universidade-escola**. 1. ed. São Paulo: Editora Akademy, 2025. 220 p. Disponível em: <https://doi.org/10.64521/ebook-978-65-80008-61-2>. Acesso em: 20 set. 2025.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated learning**: legitimate peripheral participation. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1991.

PINA NEVES, R. da S.; BRAGA, M. D.; FIORENTINI, D. Estágio Curricular Supervisionado em Matemática em Processo de *Lesson Study* on-line: adaptações, desafios e inovações. **Revista Baiana de Educação Matemática**, [S. l.], v. 2, n. 1, p. e202135, 2021. DOI: 10.47207/rbem.v2i01.13139. Disponível em: <https://www.revistas.uneb.br/baeducmatematica/article/view/13139>. Acesso em: 20 set. 2025.

PINA NEVES, R. da S.; FIORENTINI, D.; SILVA, J. M. P. da. *Lesson Study* presencial e o Estágio Curricular Supervisionado em Matemática: contribuições à aprendizagem docente. **Paradigma**, Maracay, v. 43, n. 1, p. 409-442, 2022. DOI: 10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2022.p409-442.id1178. Disponível em: <https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/1178>. Acesso em: 20 set. 2025.

VILAS BOAS, J.; BARBOSA, J. C. Aprendizagem do professor: uma leitura possível. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 22, n. 4, p. 1097-1107, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1516-731320160040016>. Acesso em: 20 set. 2025.

WENGER, E. **Communities of Practice**: learning, meaning, and identity. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

Sobre os(as) Autores(as)

Alex Henrique Alves Honorato



Licenciado em Matemática pela Unesp (São José do Rio Preto), com pesquisas em Sistemas Dinâmicos Contínuos e Educação Matemática. É especialista em Processos Didático-Pedagógicos para Cursos na Modalidade a Distância pela Univesp. Mestre em Educação Matemática pela Unesp (Rio Claro). Doutor em Ensino de Ciência e Matemática pela Unicamp. Atuou na Educação Básica, Superior e EaD. Atualmente, é professor efetivo em Ribeirão Preto/SP e integra grupos de pesquisa na área de Educação Matemática.

Aluska Dias Ramos de Macedo Silva



Licenciada em Matemática pela UEPB, mestre em Educação pela Universidade de Lisboa e doutora em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE, com doutorado sanduíche na University of Copenhagen. Atualmente é professora adjunta da UFCG - Campus Cuité. Investigadora nos seguintes temas: formação de professores, Didática da Matemática, *Lesson Study*, Engenharia Didática, pensamento algébrico, grandezas e medidas. Participa do GIEM Grupo de Investigação em Educação Matemática - UnB.

Ana Maria Porto Nascimento



Licenciada em Matemática pela UniCEUB, especialista em Metodologia do Ensino Superior pela PUC Minas. Mestre e doutora em Educação pela UnB. Atualmente é professora adjunta do Centro das Ciências Exatas e das Tecnologias na área de Ensino de Matemática na Universidade Federal do Oeste da Bahia. Atua na formação inicial de professores que ensinam matemática. Pesquisadora em Educação Matemática com foco em Alfabetização Matemática e em Formação de Professores. Faz parte de grupos de pesquisa na área de Educação Matemática.

Danielly Souza Figueiredo



Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2005) e mestre em Matemática pela Universidade de Brasília (2023). Atualmente, é professora de Matemática da rede pública do Distrito Federal. Atua na área de matemática, com ênfase em conteúdos e práticas voltadas ao ensino.

Eduarda de Maria Costa



Licenciada em Matemática pela UFCG - Campus Cuité. Atuou como bolsista nos programas Residência Pedagógica e PROBEX. Tem experiência docente na educação básica em rede privada. Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEPB, com bolsa da Fapesq-PB. Atualmente, é doutoranda na mesma área e instituição, com foco em Metodologia, Didática e Formação de Professores. Integrada ao grupo de Pesquisa Leitura e Escrita em Educação

Matemática - LEEMAT/ UEPB.

Emilly Joyce Alcântara da Silva



Licenciada em Matemática pela UFCG - Campus Cuité. Atuou como bolsista nos programas Residência Pedagógica e PROBEX. Mestre em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE. Atualmente, é doutoranda na mesma área e instituição. Integrada aos grupos de Pesquisa GETEMAT - LACAPE - UFRPE. Investigadora com ênfase em Estudo de Aula, formação inicial, resolução de problemas e ensino exploratório.

Ivanielma Santos de Souza



Licenciada em Matemática (2014), especialista em Educação de Jovens e Adultos com ênfase em Economia Solidária no semiárido paraibano (2017), ambos pela UFCG - Campus Cuité. Atuou como professora na Escola Estadual de Ensino Fundamental André Vidal de Negreiros (2013 - 2017). Atualmente, é docente na Escola Cidadã Integral Orlando Venâncio dos Santos.

Izabella Sabino da Silva



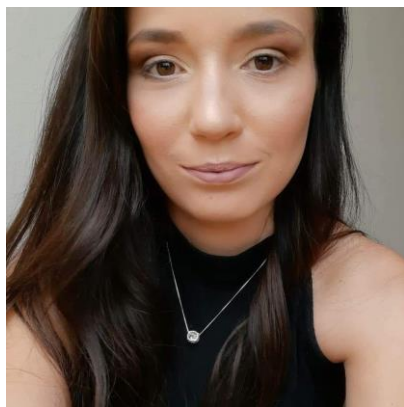
Licenciada em Matemática pela UnB (2021), durante a graduação fez estágio no método Kumon. Participou do PIBIC, nos anos finais da graduação. Atuou como professora particular, atendendo estudantes de diferentes níveis escolares. Iniciará, no segundo semestre de 2025, o doutorado (Ph.D.) em Curriculum and Instruction pela University of Houston, com interesse em pesquisa na área de formação de professores, currículo e ensino de Matemática.

Janaína Mendes Pereira da Silva



Licenciada em Matemática e Pedagogia, especialista em Metodologias de Ensino em Matemática (UnB, 2018). Mestre em Educação pela UnB (linha, ECMA, 2019). Doutora em Ensino e História das Ciências e da Matemática (PEHCM/UFABC), com foco em Formação de Professores. Atua como docente nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Integra os grupos de pesquisa GECIMAS/UFABC e GIEM/UnB.

Josyane Santos Azevedo



Licenciada em Matemática pela UnB. Faz parte do grupo de pesquisa GIEM. Bolsista pela FAP no projeto sobre *Lesson Study*. Realizou artigos, abordando a conjuntura Taghvasani-Zarrin. Participou de um projeto relacionado a monitoria dos Laboratórios de Ensino, no qual realizou trabalhos relacionados a confecção de materiais pedagógicos, visitas nas escolas e aplicação de oficinas. Fez parte da residência pedagógica, foi bolsista durante 2 anos do PIBIC em álgebra.

Lucas Cotrim Aguiar



Licenciando em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB), com foco no ensino da matemática. Participa de projetos voltados para a prática docente, como monitorias e atividades de extensão. Tem interesse por metodologias ativas e práticas colaborativas de ensino, com destaque para o uso do *Lesson Study* como forma de planejamento e reflexão sobre a prática em sala de aula.

Maria das Vitorias Guimarães da Silva



Licenciada em Matemática pela UFCG - Campus Cuité (2023), foi bolsista PIBIC e monitora em disciplinas pedagógicas. Atualmente faz especialização em Ensino de Ciências e Matemática pelo IFPB, mestranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEPB e professora contratada na ECIT ACS, pela rede estadual da Paraíba. Integra o Projeto FADF *Lesson Study*, com foco em formação de professores, metodologias de ensino e práticas docentes.

Murilo da Silva Jacinto



Licenciado em Matemática pela UnB (2024), participou do Programa Aprendizagem para o 3º Milênio (A3M/UnB, 2023) e atuou como monitor de Matemática em rede privada (2022 - 2023). Desenvolve pesquisas sobre metodologias inovadoras e participou do projeto *Lesson Study* na Formação Inicial e Continuada do(a) Professor(a) de Matemática (UnB, 2023 - atual), dedicado à formação docente e à melhoria do ensino de Matemática.

Natália de Carvalho Borges



Licenciada em Matemática pela UnB, foi monitora de Matemática em rede privada (2022 - 2023). Participou do Programa Aprendizagem para o 3º Milênio (A3M/UnB, 2023). Participa do projeto *Lesson Study* na Formação Inicial e Continuada do(a) Professor(a) de Matemática vinculada a UnB.

Raquel Carneiro Dörr



Licenciada e Bacharel em Matemática pela UFV. Mestre em Matemática e Doutora em Educação pela UnB. Realizou dois estágios de pós-doutoramento: o primeiro na Freie Universität Berlin (2020). O segundo junto ao Centro de Matemática, Computação e Cognição da Universidade Federal do ABC (2024). Atualmente é professora do Departamento de Matemática na UnB, na graduação e pós-graduação. Tem experiência em Educação matemática, atuando em aprendizagem do Cálculo, formação de professores e metodologia

de ensino. Na Matemática aplicada, tem interesse em Otimização, é membro dos grupos de pesquisa GIEM (Unb) e FORMATE (UFABC).

Regina da Silva Pina Neves



Licenciada e Especialista em Matemática pela UFG. Mestre em Educação e Doutora em Psicologia pela UnB. Realizou estágio de pós-doutoramento em Educação em Ciências, Matemática e Tecnologias pela Universidade Estadual de Campinas. Atualmente é professora associada do Departamento de Matemática da UnB. Docente do Programa de Pós-Graduação do Instituto de Exatas, Mestrado Profissional em Matemática em Rede (PROFMat/IE/UnB); Docente do

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática no Tocantins (PPGEMaT/TO); Líder do Grupo de Investigação em Ensino de Matemática da UnB (GIEM) e Membro do Grupo de Pesquisa Prática Pedagógica em Matemática (PRAPEM/FE/Unicamp).

Rodrigo Oliveira de Souza



Licenciado em Matemática pela Universidade de Brasília (2022). Atualmente é professor de educação básica - Secretaria de Educação do Distrito Federal. Possui Experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática.

Sobre os Leitores Críticos

Andrey Patrick Monteiro de Paula



Licenciado em Matemática pela Universidade do Estado do Pará (UEPA), Especialista em Formação Didático-pedagógica para Cursos na Modalidade a Distância pela (Univesp), Mestre em Educação pela (UEPA) e Doutor em Educação pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da (UNICAMP). Docente na (UFNT), vinculado ao (CEHS), em Tocantinópolis/TO. Atua nos cursos de Licenciatura em Pedagogia e no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática no Tocantins (PPGEMaT). Suas pesquisas se concentram na área de formação de professores que ensinam matemática, com ênfase no desenvolvimento de práticas formativas em contextos de *Lesson Study* e metodologias no e para o ensino de matemática.

Patricia Pérez Morales



Professora titular da Universidad Nacional de Educación (UNAE). Membro do grupo de Investigación Pensamiento Práctico Pedagógico e do grupo Repensar la educación (Universidad de Málaga). Coordenadora do Nodo Ecuador - suroriente de la Red Iberoamericana de Estudios sobre Oralidad, (RIO). Doutora e Mestre em Educação pela Universidade de São Paulo. Linhas de investigação: formação inicial de professores, investigação educativa, *Lesson Study* e vídeo formação, educação e interculturalidade.

Silmara Louise da Silva



Docente do - IFTM - Campus Paracatu. Medalhista de Ouro na 1ª Olimpíada Brasileira de Professores de Matemática do Ensino Médio, é licenciada em Matemática (UNIFEOB), engenheira eletricista (PUC Minas) e mestre em Matemática pelo PROFMAT/UFSCar. Atuou por 10 anos nas redes municipal e estadual de Poços de Caldas. Foi professora voluntária no CEDET por dois anos e atua como voluntária no POTI. Participa do PAPMEM e do Prolímpico e, do Projeto de Formação de Professores que Ensinam Matemática

(Unicamp), Desenvolve trabalhos em Educação Matemática, com ênfase em estratégias de ensino, sequência didática, olimpíadas de matemática e práticas inovadoras em sala de aula.

