

VOLUME

4

Coleção Metodologias de Ensino em Matemática

PRÁTICAS PEDAGÓGICAS NO ENSINO MÉDIO E SUPERIOR

Maria Dalvirene Braga
Eduardo Antonio da Silva
Rui Seimetz
(Orgs.)

Akademy
EDITORA

***Coleção Metodologias de Ensino
em Matemática***

**Volume 4: Práticas Pedagógicas
no Ensino Médio e Superior**



Especialização
Metodologias de Ensino
em Matemática



CEAD

UnB



**Maria Dalvirene Braga
Eduardo Antonio da Silva
Rui Seimetz
(organizadores)**

Coleção Metodologias de Ensino em Matemática

Volume 4

Práticas Pedagógicas no Ensino Médio e Superior

Ak@demý
EDITORA
2026

Copyright © 2026 Editora Akademy
Editor-chefe: Celso Ribeiro Campos
Diagramação: Editora Akademy
Revisão: Cassio Cristiano Giordano
Capa: Janaína Mendes Pereira da Silva
Fotografia: Flávia da Conceição Lemos

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

B813p

Braga, Maria Dalvirene; Silva, Eduardo Antonio da; Seimetz, Rui (organizadores).
Práticas Pedagógicas no Ensino Médio e Superior.
São Paulo: Editora Akademy, 2026.
Coleção Metodologias de Ensino em Matemática (vol.4).

Vários autores. Bibliografia
ISBN (impresso): 978-65-82929-04-5
ISBN (e-book): 978-65-82929-03-8
DOI:

1. Metodologias. 2. Aprendizagem. 3. Educação Matemática. 4. Investigações. 5. Ensino Médio e Superior.

I. Título

CDD: 370

Índice para catálogo sistemático:
1. Área 370 – Educação

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida por qualquer meio sem a prévia autorização da Editora Akademy.

A violação dos direitos autorais é crime estabelecido na Lei n. 9.610/98 e punido pelo artigo 184 do Código Penal.

Os autores e a editora empenharam-se para citar adequadamente e dar o devido crédito a todos os detentores dos direitos autorais de qualquer material utilizado neste livro, dispondo-se a possíveis acertos caso, inadvertidamente, a identificação de algum deles tenha sido omitida.

Editora Akademy – São Paulo, SP

Corpo editorial

Alessandra Mollo (UNIFESP-CETRUS)
Ana Hutz (PUC-SP)
Ana Lucia Manrique (PUC-SP)
André Galhardo Fernandes (UNIP)
Andréa Pavan Perin (FATEC)
Antonio Correa de Lacerda (PUC-SP)
Aurélio Hess (FOC)
Camila Bernardes de Souza (UNIFESP/EORTC/WHO)
Carlos Ricardo Bifi (FATEC)
Cassio Cristiano Giordano (FURG)
Claudio Rafael Bifi (PUC-SP)
Daniel José Machado (PUC-SP)
Fernanda Sevarolli Creston Faria Kistemann (UFJF)
Francisco Carlos Gomes (PUC-SP)
Freda M. D. Vasse (Groningen/HOLANDA)
Freddy Enrique Gonzalez (UFOP)
Heloisa de Sá Nobriga (ECA/USP)
Ivy Judensnaider (UNICAMP)
Jayr Figueiredo de Oliveira (FATEC)
José Nicolau Pompeo (PUC-SP)
Marcelo José Ranieri Cardoso (PUC-SP)
Marco Aurelio Kistemann Junior (UFJF)
Maria Cristina Kanobel (UTN-ARGENTINA)
Maria Lucia Lorenzetti Wodewotzki (UNESP)
Mario Mollo Neto (UNESP)
Mauro Maia Laruccia (PUC-SP)
Michael Adelowotan (University of JOHANNESBURG)
Océlio de Jesus Carneiro Morais (UNAMA)
Paula Gonçalves Sauer (ESPM)
Roberta Soares da Silva (PUC-SP)
Tankiso Moloi (University of JOHANNESBURG)

Este livro foi avaliado e aprovado por pareceristas ad hoc.

Sumário

Apresentação.....	11

Maria Dalvirene Braga

Eduardo Antônio da Silva

Rui Seimetz

Prefácio.....	27

Mauro Luiz Rabelo

Capítulo 1 - Bases teóricas para a integração entre Modelagem Matemática e contextualização no ensino da curva ABC.....	29

Ana Claudia Duarte Lopes

Rui Seimetz

Capítulo 2 - Modelagem Matemática: estudo de caso da curva ABC na gestão estratégica de materiais.....	39

Ana Claudia Duarte Lopes

Rui Seimetz

Capítulo 3 - Entre pontos e retas: uma proposta pedagógica de Modelagem Matemática através do bordado no 3º Ano do Ensino Médio.....	59

Camila Fernandes Beserra de Oliveira

Maria Dalvirene Braga

Capítulo 4 - Noções de Probabilidade no Ensino Médio: uma reprodução adaptada do experimento das agulhas de Buffon e o uso de algumas tecnologias computacionais.....	79

Clebson Nogueira de Oliveira

Nilton Moura Barroso Neto

Rui Seimetz

Capítulo 5 - O jogo de xadrez como estratégia de a aprendizagem no primeiro ano do Ensino Médio.....	101

Dênis Januário Ferreira da Silva

Márcia Rodrigues Leal

Capítulo 6 - Probabilidade Geométrica: ensino e aprendizagem da matemática junto a estudantes do ensino médio de uma instituição pública no Distrito Federal.....115

Edimilson Antonio de Oliveira

Andréia Borges Avelar da Silva

Eduardo Antonio da Silva

Capítulo 7 - GeoGebra como ferramenta didática no ensino de funções quadráticas no Ensino Médio.....131

Felipe Santos Monteiro

Igor dos Santos Lima

Capítulo 8 - O Ensino do sólido esfera por meio da construção de cúpulas geodésicas no Ensino Médio..... 151

Flavia da Conceição Lemos

Jodette Guilherme Amorim

Capítulo 9 - A Utilização da Inteligência Artificial em um conjunto de tarefas de Educação Financeira Escolar.....171

Hugo Lagrimante Ferreira

Capítulo 10 - Quando a Matemática salva vidas: educação viária e a proteção de crianças e adolescentes no trajeto escolar.....187

Jeane Quitéria da Conceição Silva

Rui Seimetz

Capítulo 11 - Entre movimentos e números: o jogo de damas e a Matemática Probabilidade no Ensino Médio.....203

João Batista Borges Junior

Nilton Moura Barroso Neto

Andréia Borges Avelar da Silva

Capítulo 12 - Contemporaneidade, educação e rendimentos: uma leitura econômica com foco em heterogeneidade e transições.....215

João Victor Monteiros de Andrade

Mauro Luiz Rabelo

Capítulo 13 - Estratégias e Impactos do Ensino Exploratório no Ensino de Funções Exponenciais.....231

Josyane Santos Azevedo

Nilton Moura Barroso Neto

Rui Seimetz

Capítulo 14 - Conhecimentos Prévios de Perímetro de um Grupo de Estudantes do Ensino Médio.....	249

Leonardo Martins Vanini

Rui Seimetz

Capítulo 15 - Trajetória hipotética de aprendizagem de perímetro mediada com GeoGebra.....	265

Leonardo Martins Vanini

Rui Seimetz

Capítulo 16 - Métodos quantitativos aplicados à análise de indicadores de desempenho escolar.....	283

Leonardo Santos da Cruz

Mauro Luiz Rabelo

Capítulo 17 - Educação Matemática na perspectiva da Educação em Direitos Humanos: desafios e possibilidades a partir da percepção discente.....	299

Lucicleide de Oliveira Franco Alves

Rui Seimetz

Capítulo 18 - Uma proposta lúdica para o ensino de álgebra: análise do jogo Laplace.....	321

Letícia Ribeiro Gomes Herculano

Raquel Carneiro Dörr

Capítulo 19 - O Jogo das funções: uma proposta didática para a revisão de funções Transtorno do Espectro Autista: um estudo participante.....	339

Lucas Matheus de Lima Dal Berto

Igor dos Santos Lima

Capítulo 20 - Ambientes virtuais de aprendizagem e ensino de Matemática: contribuições e desafios do Moodle nos anos finais do ensino fundamental...359	

Maria Cecília Pereira Oliveira Eberle

Cleia Alves Nogueira

Capítulo 21 - Ensino de Matemática na EJA: uma abordagem pedagógica centrada na resolução de problemas.....	383

Marlucia Moreira de Sousa

Andréia Borges Avelar da Silva

Capítulo 22 - Matemática financeira para a vida: uma abordagem no novo ensino médio para além das fórmulas.....	399
<i>Priscila Nunes de Farias</i>	
<i>Raquel Carneiro Dörr</i>	
Capítulo 23 - Aprender jogando: a utilização de jogos na revisão de conceitos básicos de Matemática com estudantes do 2º ano do Ensino Médio.....	419
<i>Rafaela Santos do Nascimento</i>	
<i>Jodette Guilherme Amorim</i>	
Capítulo 24 - Aprendendo Eletrodinâmica: a era digital no Ensino Médio....	431
<i>Rodrigo Azevedo de Souza</i>	
<i>Nilton Moura Barroso Neto</i>	
<i>Eduardo Antônio da Silva</i>	
Capítulo 25 - Corpos que calculam: experiências teatrais no ensino de matemática.....	445
<i>Thayná Alves de Souza</i>	
<i>Ana Paula Gonçalves Pita</i>	
Capítulo 26 - Jogos digitais no ensino da função quadrática: desenvolvimento, aplicação e percepções docentes sobre o “Capture a Curva”	457
<i>Thiago Ramos de Oliveira</i>	
<i>Nilton Moura Barroso Neto</i>	
<i>Mauro Luiz Rabelo</i>	
Capítulo 27 - Percepções discentes acerca do uso do jogo batalha naval como metodologia de ensino de matrizes no Ensino Médio.....	471
<i>Tiago Rodrigues de Souza</i>	
<i>Cleia Alves Nogueira</i>	
Capítulo 28 - Quando avaliar e educar.....	489
<i>Thaynara dos Santos Rodrigues</i>	
Capítulo 29 - Aritmética modular e criptografia RSA: uma proposta didática para o Ensino Superior.....	503
<i>Vanessa Alves Batista</i>	
<i>Eduardo Antonio da Silva</i>	
Sobre os organizadores.....	519
Sobre os autores.....	521

Apresentação

O Volume IV da Coleção *Metodologias de Ensino em Matemática* dá continuidade a um projeto que busca reunir e difundir práticas pedagógicas inovadoras no ensino de Matemática. Intitulado *Metodologias de Ensino em Matemática: Práticas Pedagógicas no Ensino Médio e Superior*, este volume compila 29 experiências práticas que destacam abordagens lúdicas e investigativas, aplicadas em contextos educacionais diversos no Ensino Médio e no Ensino Superior.

Os capítulos apresentados resultam de Trabalhos de Conclusão de Curso da especialização lato sensu em *Metodologias de Ensino em Matemática*, oferecida pelo Departamento de Matemática da Universidade de Brasília (IE/UnB), no âmbito da Universidade Aberta do Brasil (UAB).

As pesquisas foram realizadas em sete polos da UAB, situados em Águas Lindas de Goiás/GO, Barretos/SP, Brasília Asa Norte/DF (IFB), Cristalândia/TO, Cruzeiro do Sul/AC, Santo Antônio do Descoberto/GO e Vitória/ES.

A coleção completa é formada por quatro volumes, cobrindo uma vasta gama de experiências pedagógicas no ensino de Matemática: *Práticas Pedagógicas Inclusivas* (Volume 1), *Práticas Pedagógicas na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental* (Volume 2), *Práticas Pedagógicas nos Anos Finais do Ensino Fundamental* (Volume 3) e, neste Volume 4, *Práticas Pedagógicas no Ensino Médio e Superior*.

Juntos, os volumes abrangem a Educação Matemática em diferentes níveis de escolarização, desde a Educação Infantil até o Ensino Superior, e exploram como práticas pedagógicas são implementadas e avaliadas nas escolas.

A relevância dos resultados dos trabalhos apresentados pelos cursistas motivou a coordenação do curso e o corpo docente a organizá-los em formato de livro, contribuindo com os debates atuais sobre os desafios no ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica, amplamente discutidos em diversos espaços da sociedade brasileira. Esses desafios se manifestam tanto nas dificuldades dos estudantes quanto nos professores e nas próprias instituições de ensino.

No que se refere aos estudantes, destacam-se os baixos índices de desempenho, especialmente nas áreas de resolução de problemas, raciocínio

lógico e comunicação matemática, temas amplamente abordados em avaliações como o SAEB e o PISA.

Já os professores enfrentam dificuldades em desenvolver estratégias pedagógicas que atendam às necessidades dos alunos e considerem o valor social do conhecimento matemático. Essas dificuldades estão frequentemente ligadas à desconexão entre teoria e prática. As instituições de ensino, por sua vez, enfrentam desafios na adaptação de suas estruturas pedagógicas às complexidades do ensino e à diversidade dos alunos. Por isso, a formação continuada em Educação Matemática se torna um fator essencial para enfrentar esses desafios, estimulando a criação de novas práticas pedagógicas que favoreçam a aprendizagem da Matemática.

Nesse contexto, metodologias como a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática, a Etnomatemática, o uso da História da Matemática, as Investigações Matemáticas, os jogos e as Tecnologias de Informação e Comunicação são recursos valiosos para mediar a aprendizagem.

O curso de Especialização em *Metodologias de Ensino em Matemática*, promovido pelo Departamento de Matemática da UnB em parceria com a UAB, teve como objetivo a disseminação de metodologias eficazes para a Educação Matemática. A atuação dos professores do Grupo de Investigação em Ensino de Matemática (GIEM) foi crucial para o sucesso da formação, garantindo que o curso atendesse às necessidades de qualificação de docentes para melhorar a prática educativa.

Este volume da coleção destaca-se pela qualidade dos trabalhos apresentados, que demonstram a efetividade da especialização no enfrentamento dos desafios do ensino de Matemática. Os autores, que são professores da Educação Básica e do Ensino Superior, juntamente com seus orientadores, trazem uma produção sólida, fundamentada teoricamente e de grande relevância pedagógica. Com isso, este volume contribui para a promoção da Educação Matemática, apoiando a transformação do ensino da Matemática de forma mais inclusiva, dinâmica e contextualizada.

Neste *quarto volume*, apresentamos propostas da Educação Matemática com o foco em *Práticas Pedagógicas no Ensino Médio e Superior*. Em seus 29 capítulos, o livro aborda práticas pedagógicas com recursos diversos e com ludicidade no ensino de Matemática.

No capítulo 1, “*Bases Teóricas para a Integração Entre Modelagem Matemática e Contextualização no Ensino da Curva ABC*”, Ana Claudia Duarte Lopes e Rui Seimetz apresentam as bases teóricas que sustentam a integração entre a Modelagem Matemática e a Metodologia da

Contextualização da Aprendizagem (MCA) no ensino da Curva ABC. Inicialmente, discute-se a Modelagem Matemática como uma abordagem pedagógica capaz de aproximar conceitos abstratos da matemática de situações reais e significativas para os estudantes. Em seguida, a MCA é abordada como um referencial que valoriza o contexto socioprofissional do aluno, promovendo uma aprendizagem mais ativa e crítica. O capítulo também explora os fundamentos da Curva ABC, associada ao Princípio de Pareto, destacando sua relevância para a gestão e a tomada de decisões no campo da logística empresarial. Ao articular esses referenciais, a fundamentação teórica evidencia como a modelagem pode potencializar a contextualização do ensino matemático em cursos técnicos. Dessa forma, o capítulo consolida o embasamento conceitual necessário para compreender a proposta metodológica do estudo e sua aplicação no processo de ensino-aprendizagem.

Em seguida, no *segundo capítulo*, temos o trabalho, “*Aplicação da Modelagem Matemática na Gestão Estratégica de Materiais no Ensino da Curva ABC: Estudos de Caso e Análise Empírica*”, no qual Ana Cláudia Duarte Lopes e Seimetz, exploram aplicações práticas da Modelagem Matemática no ensino da Curva ABC, focando em estratégias de ensino que aproximam a teoria da realidade profissional dos estudantes. São apresentadas metodologias como a identificação de problemas reais, simulações computacionais, projetos colaborativos e análise de estudos de caso, proporcionando uma abordagem ativa e contextualizada. Os exemplos sugeridos pelos estudantes, como a gestão de estoques em supermercados e na indústria automotiva, mostram como a Curva ABC pode ser aplicada de forma eficiente em diferentes setores. A análise empírica, baseada em estudos de caso setoriais, demonstrou que essa abordagem facilita a compreensão técnica e desenvolve habilidades analíticas e de resolução de problemas. Os resultados indicam que a modelagem matemática não apenas fortalece o aprendizado de conceitos matemáticos, mas também prepara os alunos para a prática profissional, conectando teoria e mercado de trabalho, especialmente no campo da logística.

No capítulo 3 “*Entre Pontos e Retas: Uma Proposta Pedagógica de Modelagem Matemática por meio do Bordado no 3º Ano do Ensino Médio O lúdico como proposta de atividade com adição de números naturais no 1º ano do Ensino Fundamental*”, Camila Fernandes Beserra de Oliveira e Maria Dalvirene Braga buscaram investigar os desafios e possibilidades da aprendizagem de conceitos geométricos por meio da modelagem no 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública. A proposta pedagógica articulou Arte e Matemática, utilizando o ponto cruz e a Geometria Analítica, com o intuito de tornar o aprendizado mais significativo. A pesquisa abordou os desafios dos

alunos, como a criação de padronagens e a aplicação de conceitos geométricos, e as possibilidades de trabalho com diferentes tipos de números. A Modelagem Matemática foi a principal metodologia, permitindo que os estudantes se envolvessem ativamente na atividade, promovendo o protagonismo e a contextualização dos conteúdos. Embora houvesse dificuldades com cálculos mais complexos, a maioria dos alunos mostrou progressos nos conceitos de distância entre pontos e equação da reta. Os resultados foram positivos, com estudantes demonstrando maior interesse e comprometimento do que o esperado. A pesquisa confirmou que a integração de elementos culturais no ensino matemático pode ser uma abordagem eficaz para melhorar o engajamento e o aprendizado dos alunos.

No *quarto capítulo*, "*Noções de Probabilidade no Ensino Médio*", Clebson Nogueira de Oliveira, Nilton Moura Barroso Neto e Rui Seimetz abordam o ensino das noções de probabilidade no Ensino Médio, destacando a importância do tema para as avaliações como o ENEM. Apesar da crescente presença dessas questões em exames, os alunos ainda apresentam baixo desempenho nesse campo. A pesquisa busca investigar como a aplicação do experimento das agulhas de Buffon, aliada ao uso de ferramentas digitais, pode melhorar a compreensão dos conceitos probabilísticos. A metodologia proposta visa tornar o ensino mais dinâmico e participativo, com os alunos assumindo protagonismo na construção do conhecimento. O experimento, que simula a probabilidade por meio de um "jogo de azar", e a utilização de simuladores computacionais, como planilhas de Excel, mostram-se eficazes no engajamento dos estudantes e na conexão entre dados experimentais e modelos teóricos. A pesquisa, que envolveu turmas piloto e de controle, revelou que os alunos que participaram da metodologia proposta apresentaram melhor assimilação dos conceitos de probabilidade. O uso de ferramentas concretas e digitais, combinadas, mostrou-se promissor, sugerindo que essas abordagens podem ser uma alternativa eficaz para o ensino de temas estocásticos, proporcionando um aprendizado mais significativo e autônomo, além de preparar melhor os alunos para lidar com as incertezas do mundo real.

O *Capítulo 5*, "*O Jogo de Xadrez como estratégia de aprendizagem no Primeiro Ano do Ensino Médio*", dos autores Dênis Januário Ferreira da Silva e Mária Rodrigues Leal, explora a introdução do Jogo de Xadrez como uma estratégia de aprendizagem no primeiro ano do Ensino Médio, destacando sua importância no ensino da Matemática. A Matemática, desde a Antiguidade, tem sido usada para diversos fins, e, ao longo do tempo, jogos lúdicos foram incorporados como ferramentas educativas, especialmente para facilitar o aprendizado de conceitos matemáticos. A pesquisa apresenta o Xadrez como

uma atividade que estimula o raciocínio lógico, a criatividade e o desenvolvimento cognitivo dos alunos. Baseada em um estudo qualitativo com alunos de uma escola de tempo integral em Valparaíso de Goiás, a pesquisa buscou analisar o impacto do Xadrez na aprendizagem de Matemática, na motivação dos estudantes e em sua percepção sobre o jogo. O estudo revelou que o Xadrez, além de aumentar o interesse pela Matemática, também fortaleceu habilidades como concentração, foco e planejamento. Professores relataram maior participação dos alunos nas atividades, e muitos estudantes expressaram o desejo de continuar a eletiva. Os resultados indicam que o jogo tem um efeito positivo no desenvolvimento intelectual e social dos estudantes, e a metodologia proposta deve ser expandida para outras séries, com o objetivo de validar os benefícios observados. Conclui-se que a introdução do Xadrez no ambiente escolar não apenas atingiu seus objetivos iniciais, mas também superou as expectativas, provando ser uma ferramenta eficaz no ensino de Matemática.

O Volume 4 prossegue com o *sexto capítulo*, “*Probabilidade Geométrica: Ensino e Aprendizagem da Matemática junto a Estudantes do Ensino Médio de uma instituição pública no Distrito Federal*”, no qual Edimilson Antonio de Oliveira, Andréia Borges Avelar da Silva e Eduardo Antonio de Oliveira abordam a importância do ensino de probabilidade geométrica no contexto do Ensino Médio, destacando as limitações do ensino tradicional, que muitas vezes se restringe à memorização de fórmulas e à resolução de exercícios. Em vez de promover uma compreensão profunda, esse modelo de ensino resulta em desmotivação e dificulta a aplicação da Matemática em situações cotidianas. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sugere a adoção de estratégias didáticas mais interativas, como jogos e simulações, para engajar os estudantes e facilitar a aprendizagem significativa. Nesse contexto, o jogo dos discos se destaca como uma ferramenta pedagógica que permite aos alunos explorar conceitos de probabilidade geométrica de forma prática e investigativa, promovendo a interação e o desenvolvimento do pensamento crítico. O estudo, realizado em uma instituição pública do Distrito Federal, revela que o uso desse jogo estimula a reflexão sobre probabilidades teóricas e experimentais, ajudando os estudantes a formular hipóteses, analisar dados e compreender melhor a relação entre os conceitos geométricos e probabilísticos. Os resultados indicam que, embora a apropriação dos conceitos tenha sido inicial, o jogo contribuiu significativamente para o fortalecimento do pensamento probabilístico, reforçando a eficácia de metodologias ativas no ensino da Matemática. A pesquisa valida a integração de experimentação, investigação e comunicação

matemática nas práticas pedagógicas, alinhando-se às orientações curriculares para um ensino mais dinâmico e reflexivo.

No capítulo 7, *“GeoGebra como Ferramenta Didática no Ensino de Funções Quadráticas no Ensino Médio”*, Felipe Santos Monteiro e Igor dos Santos Lima investigam o uso do GeoGebra como ferramenta didática no ensino de funções quadráticas no Ensino Médio, buscando avaliar seu impacto no engajamento e na compreensão dos alunos. Com a crescente utilização de tecnologias educacionais, o software GeoGebra se destaca como uma alternativa ao modelo tradicional de ensino, proporcionando uma abordagem mais dinâmica e interativa. A pesquisa foi realizada com uma sequência didática estruturada em três etapas: explicação dos conceitos, atividades práticas com o software e análise dos resultados. Os resultados indicam que o GeoGebra favoreceu a visualização gráfica e a manipulação dos coeficientes da função, o que contribuiu para uma melhor assimilação dos conteúdos. Embora a maioria dos alunos não tivesse experiência prévia com o software, a ferramenta foi avaliada positivamente, com 76% dos estudantes classificando a experiência como boa ou muito boa. A pesquisa revelou que, apesar das dificuldades iniciais, como a familiarização com a interface, o GeoGebra motivou os alunos e facilitou o aprendizado da função quadrática. A utilização do software demonstrou ser eficaz, mas sua eficácia depende de uma integração cuidadosa com metodologias didáticas e de infraestrutura adequada. O estudo sugere que o uso do GeoGebra, aliado ao livro didático, pode transformar o ensino de Matemática, colocando os estudantes no centro do processo de aprendizagem.

O capítulo 8, *“O Ensino do Sólido Esfera por meio da Construção de Cúpulas Geodésicas no Ensino Médio”*, das autoras Flávia da Conceição Lemos e Jodette Guilherme Amorim, propõe o uso das cúpulas geodésicas como ferramenta didática para o ensino do sólido esfera no Ensino Médio, abordando a dificuldade dos alunos em aplicar conceitos de Geometria Espacial para além da memorização de fórmulas. A pesquisa, alicerçada na Modelagem Matemática e no uso de tecnologias educacionais, visa transformar o estudo da geometria em uma experiência mais dinâmica e contextualizada. Por meio da construção física das cúpulas e do uso de ferramentas como GeoGebra, os estudantes puderam explorar conceitos de poliedros, sólidos platônicos e propriedades da esfera de forma prática e colaborativa. A metodologia demonstrou ser eficaz ao promover o protagonismo discente e o desenvolvimento de habilidades como o raciocínio lógico e o trabalho em equipe. Além disso, a abordagem atendeu às competências da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), conectando o aprendizado com o cotidiano dos

alunos. A pesquisa destacou a importância de integrar tecnologias digitais e práticas de modelagem física para enriquecer a aprendizagem, sugerindo também a expansão da interdisciplinaridade, com o uso de realidade aumentada e impressão 3D, como formas de aprofundar a visualização e a aplicação dos conceitos.

O capítulo 9, "*A Utilização da Inteligência Artificial em um Conjunto de Tarefas de Educação Financeira Escolar*", dos autores Hugo Lagrimante Ferreira e Cléia Alves Nogueira, explora o uso da Inteligência Artificial (IA), especificamente o ChatGPT, em tarefas de Educação Financeira no contexto do Ensino Médio. A pesquisa investiga como a IA pode ser integrada às atividades de ensino de Matemática, enfocando a Educação Financeira, um tema relevante no currículo brasileiro. Durante a investigação, dois grupos de estudantes foram observados: o primeiro, que utilizou o ChatGPT de forma superficial, apenas copiando e colando o enunciado, e o segundo, que seguiu uma estrutura de prompt, obtendo respostas mais detalhadas e contextualizadas. O segundo grupo demonstrou que a IA, quando utilizada de maneira estruturada, pode realmente contribuir para uma aprendizagem mais significativa. Além disso, o estudo revelou a importância de orientar os estudantes sobre o uso técnico da IA, como a preservação do histórico de interações. O trabalho também destaca como as competências da BNCC relacionadas à computação são aplicáveis ao uso da IA, promovendo o pensamento crítico e a resolução estruturada de problemas. A pesquisa conclui que estamos entrando em uma nova fase das tecnologias digitais na Educação Matemática, com a IA oferecendo um potencial transformador e personalizado para o aprendizado.

Jeane Quitéria da Conceição Silva e Rui Seimetz, no *décimo capítulo "Quando a Matemática Salva Vidas: Educação Viária e a Proteção de Crianças e Adolescentes no Trajeto Escolar"*, trazem uma abordagem de integração da Matemática com a Educação Viária no Ensino Médio, utilizando a análise de dados e estatísticas para promover a conscientização sobre segurança no trajeto escolar. A pesquisa surgiu a partir de uma reflexão sobre a realidade alarmante de acidentes fatais envolvendo crianças e adolescentes, com base em dados do Detran e de outras fontes. A proposta é que, ao incorporar conceitos matemáticos ao processo de ensino, seja possível ajudar os estudantes a interpretar riscos, calcular distâncias e tempos, e tomar decisões mais seguras. O estudo aponta que o Programa Detran nas Escolas tem potencial, mas enfrenta dificuldades, como a falta de formação continuada para os professores e a baixa visibilidade das campanhas. A pesquisa sugere que a efetividade do programa seria ampliada com maior envolvimento das famílias e uma abordagem interdisciplinar que conectasse o conteúdo escolar à realidade

cotidiana dos alunos. A conclusão reafirma que educar para o trânsito é educar para a vida, e destaca a importância de políticas públicas que envolvam toda a sociedade na promoção da segurança viária.

O Capítulo 11, “Entre *Movimentos e Números: O Jogo de Damas e a Matemática*”, os autores João Batista Borges Junior, Nilton Moura Barroso Neto e Andreia Borges Avelar da Silva, explora a integração do jogo de damas no ensino da Matemática, buscando inovar a metodologia pedagógica e aumentar o engajamento dos alunos. A pesquisa foi realizada com estudantes do Ensino Médio da Escola Estadual Professora Maria Helena Scannavino, em Barretos, São Paulo, e teve como objetivo aplicar o jogo como recurso para ensinar conceitos matemáticos essenciais, dada a defasagem observada nas habilidades dos alunos. O jogo de damas foi escolhido por sua popularidade entre os estudantes e por estimular o raciocínio lógico, a resolução de problemas e a tomada de decisões, competências fundamentais na Matemática. Os resultados mostraram que, ao associar conteúdo matemático com uma prática lúdica, os alunos demonstraram maior interesse e melhor desempenho nas atividades e avaliações. O estudo conclui que a utilização de jogos de estratégia no ensino da matemática, como o jogo de damas, oferece uma abordagem concreta para ensinar conceitos abstratos, favorecendo a construção de significados e o desenvolvimento de habilidades

No capítulo 12, “*Contemporaneidade, educação e rendimentos: uma leitura econômica com foco em heterogeneidade e transições*”, João Victor Monteiro de Andrade e Mauro Luiz Rabelo discutem a relação entre educação e rendimentos, desafiando a visão tradicional de que mais escolaridade automaticamente leva a maiores salários. No contexto contemporâneo, caracterizado por rápidas transformações tecnológicas e sociais, o retorno educacional torna-se mais complexo e depende de variáveis como qualidade da formação, contexto familiar, redes de oportunidade e dinâmicas do mercado de trabalho. O texto introduz modelos econômicos com agentes heterogêneos (HANK), que conectam decisões individuais a forças macroeconômicas, como preços e políticas econômicas. A pesquisa destaca que, embora a educação continue sendo um fator central, ela deve ser vista como um investimento sujeito a riscos e incertezas. Pedagogicamente, isso abre espaço para práticas que integrem Matemática, Estatística e Economia, usando dados públicos para promover uma análise crítica do mercado de trabalho em constante mudança e capacitar os alunos para tomar decisões informadas em suas trajetórias profissionais.

No *décimo terceiro* capítulo "*Estratégias e Impactos do Ensino Exploratório no Ensino de Funções Exponenciais*", Josyane Santos Azevedo, Nilton Moura Barroso Neto e Rui Seimetz abordam o ensino exploratório no contexto da Matemática, com foco na função exponencial, tema em que muitos estudantes encontram dificuldades. O ensino exploratório propõe uma abordagem ativa e reflexiva, incentivando os alunos a resolver problemas e justificar suas estratégias. Ao invés de tarefas tradicionais, que exigem apenas a aplicação de procedimentos, as tarefas exploratórias incentivam os alunos a pensar, decidir e revisar suas soluções, transformando o erro em uma oportunidade de aprendizado. O uso da tecnologia, como a plataforma Desmos, também foi explorado para ajudar os estudantes a visualizar e experimentar conceitos, promovendo uma aprendizagem mais significativa. Durante a pesquisa de 2024, a combinação de metodologias, como ensino tradicional e jogos digitais, foi eficaz para aumentar a participação dos alunos, especialmente nas tarefas exploratórias. A interação e os debates em sala de aula se aprofundaram, e os estudantes demonstraram maior compreensão dos conceitos matemáticos, como a relação entre logaritmos e funções exponenciais. No entanto, desafios técnicos, como o uso de *Chromebooks*, mostraram a necessidade de apoio e letramento digital para otimizar o uso de tecnologias. A pesquisa indica que práticas pedagógicas diversificadas podem enriquecer o ensino de Matemática, promovendo maior engajamento e compreensão.

O Capítulo 14, "*Conhecimentos Prévios de Perímetro de um Grupo de Estudantes do Ensino Médio*" dos autores Leonardo Martins Vanini, Diego Fogaça Carvalho e Rui Seimetz, investiga os conhecimentos prévios de perímetro de estudantes do Ensino Médio, destacando a importância desse conteúdo geométrico na construção de outros conceitos matemáticos. A pesquisa foi motivada pela identificação de dificuldades persistentes nas avaliações de larga escala, que indicavam lacunas tanto conceituais quanto procedimentais. A análise qualitativa, baseada em uma tarefa diagnóstica, revelou que, embora o conceito de perímetro seja abordado desde o Ensino Fundamental, muitos alunos ainda apresentam dificuldades na interpretação de figuras geométricas e na aplicação de operações matemáticas. A tarefa diagnóstica foi eficaz ao identificar não só acertos e erros, mas também os modos de pensamento que influenciam as estratégias dos alunos. Entre as dificuldades mais evidentes estavam a falta de compreensão sobre congruência de lados e características de polígonos, além de problemas com proporcionalidade e adição de segmentos. A pesquisa também sugeriu a utilização de ferramentas como o GeoGebra, para facilitar a visualização dinâmica e a exploração das propriedades geométricas. Conclui-se que a

avaliação diagnóstica é essencial para o planejamento docente, permitindo intervenções mais eficazes, e que o conhecimento prévio dos alunos deve ser considerado como ponto de partida para um ensino de Matemática mais investigativo e formativo.

O Capítulo 15, dos mesmos autores do Capítulo 14, explora a aplicação do GeoGebra no ensino de perímetro de figuras planas, utilizando uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) em uma escola estadual de Linhares, ES. O objetivo foi investigar os desafios e as possibilidades do uso dessa ferramenta de geometria dinâmica no ensino do 1º Ano do Ensino Médio. O estudo, de natureza qualitativa e baseado no Design Experiment, passou por três etapas: tarefa diagnóstica, intervenção com GeoGebra e tarefa final. A tarefa diagnóstica revelou dificuldades dos alunos com o conceito de perímetro, enquanto a intervenção com o GeoGebra promoveu maior engajamento e participação dos estudantes, ajudando na visualização e compreensão das propriedades geométricas. Embora a tecnologia tenha oferecido novas possibilidades, também surgiram desafios relacionados ao conhecimento tecnológico do professor e à conexão com internet. Ao final, o uso do software melhorou a capacidade dos alunos de resolver problemas mais complexos, mostrando que a tecnologia, quando bem mediada pelo professor, pode enriquecer o aprendizado, especialmente em conteúdos como perímetro. O estudo destaca a importância de integrar tecnologias educacionais de forma estratégica e consciente no ensino de Matemática.

O volume prossegue com o *décimo sexto capítulo*, “*Métodos quantitativos aplicados à análise de indicadores de desempenho escolar*”, em que Leonardo Santos da Cruz e Mauro Luiz Rabelo, Leonídia Batista de Souza da Silva e Maria Dalvirene Braga buscaram investigar o uso de métodos quantitativos na análise de indicadores de desempenho escolar, com foco nas avaliações padronizadas como a Prova Brasil e o IDEB. Essas avaliações são essenciais para mensurar o desempenho dos alunos e identificar desigualdades educacionais. A pesquisa propõe ferramentas estatísticas, como análise descritiva, séries temporais e análise de clusters, para interpretar os dados de desempenho e subsidiar políticas públicas mais eficazes. Exemplos com dados de turmas da rede pública de Brasília, utilizando o software R, demonstram como essas ferramentas podem ser aplicadas para identificar variáveis preditoras e melhorar a gestão pedagógica. No entanto, o estudo alerta para limitações, como o tamanho das amostras, e a necessidade de validação adicional dos modelos. Em conclusão, a análise quantitativa, quando integrada a dados qualitativos, pode ser decisiva para promover melhorias no ensino,

desde que os indicadores sejam usados de forma crítica e com rigor estatístico, favorecendo decisões pedagógicas mais acertadas.

O tema da *Educação Matemática na Perspectiva da Educação em Direitos Humanos: Desafios e Possibilidades a Partir da Percepção Discente* é, no *décimo sétimo capítulo*, abordado por Lucicleide Alves e Rui Seimetz. Os autores exploram a integração da Educação Matemática com a Educação em Direitos Humanos, propondo uma abordagem inovadora no ensino da Matemática. A pesquisa investigou como os alunos percebem essa integração, que visa superar a visão tradicional da Matemática como uma disciplina técnica, focada apenas em habilidades analíticas. Por meio de questionários aplicados aos estudantes, buscou-se entender como as metodologias utilizadas pelo professor influenciam a compreensão dos conteúdos e a percepção dos alunos sobre a relação entre Matemática e Direitos Humanos. Os resultados sugerem que a Matemática, quando ensinada de forma crítica e contextualizada, pode ser uma poderosa ferramenta para promover equidade, justiça social e cidadania. Referências teóricas, como Vera Maria Candau e Ubiratan D'Ambrosio, destacam a importância de uma abordagem que veja a Matemática como uma construção cultural e social. A pesquisa aponta para a necessidade de um reposicionamento curricular que integre explicitamente os direitos humanos, contribuindo para a formação de cidadãos críticos e engajados na transformação social.

Leticia Ribeiro Gomes e Raquel Carneiro Dörr, no *décimo oitavo capítulo*, "*Uma proposta lúdica para o ensino de álgebra: análise do jogo Laplace*", apresentam uma análise do jogo didático "Laplace" como proposta lúdica para o ensino de álgebra. A pesquisa revelou que, embora os alunos tenham apreciado a atividade e solicitado repetições, o jogo não teve um impacto significativo na aprendizagem dos conteúdos. A principal dificuldade apontada foi a falta de conhecimentos prévios dos alunos, como regras de potência e equações, essenciais para o entendimento da álgebra. As autoras do jogo inicialmente tiveram altas expectativas quanto ao envolvimento dos estudantes, mas a falta de pré-requisitos impediu um impacto pedagógico mais profundo. Apesar disso, o jogo mostrou-se uma ferramenta divertida e criativa, estimulando o raciocínio lógico. A pesquisa sugeriu a necessidade de revisar constantemente os conteúdos prévios e adaptar o jogo para níveis mais adequados, como os Anos Finais.

Na sequência do Volume 4, Lucas Matheus de Lima Dal Berto e Igor dos Santos Lima, no *décimo nono capítulo* "*O Jogo das Funções: Uma Proposta Didática para a Revisão de Funções*" apresentam a utilização do

"Jogo das Funções" como uma proposta lúdica para a revisão de conteúdos matemáticos no Ensino Médio. O ensino tradicional de álgebra, centrado em aulas expositivas e repetição de fórmulas, foi reconhecido como um modelo limitado para o engajamento e a compreensão dos alunos. O objetivo da pesquisa foi investigar como o uso de jogos pode contribuir para a consolidação dos conceitos de funções e promover um aprendizado mais significativo. O "Jogo das Funções", adaptado à realidade dos estudantes, teve resultados positivos, mostrando melhora na compreensão dos conteúdos e aumento da confiança dos alunos em resolver problemas. A dinâmica do jogo favoreceu a colaboração, a reflexão e o desenvolvimento de estratégias entre os participantes. No entanto, a pesquisa também destacou limitações, como o desinteresse de alguns alunos, sugerindo que o uso de jogos deve ser combinado com outras abordagens pedagógicas. Conclui-se que o jogo é uma ferramenta eficaz, desde que bem planejada e mediada pelo professor, contribuindo para uma aprendizagem mais inclusiva e significativa.

O Capítulo 20, *"Ambientes Virtuais de Aprendizagem e Ensino de Matemática: contribuições e desafios do Moodle nos anos finais do ensino fundamental"*, das autoras Maria Cecília Pereira Oliveira Eberle e Cleia Alves Nogueira, investiga o uso do Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) Moodle no ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental em Valparaíso de Goiás. A pesquisa analisou os desafios e as potencialidades da plataforma, especialmente após a pandemia, quando o Moodle foi adotado como ferramenta oficial. O estudo revelou que, embora a plataforma tenha contribuído significativamente para a melhoria das competências digitais dos professores e para a personalização do ensino, também houve desafios, como a falta de suporte técnico adequado, a qualidade do acesso à internet e a necessidade de formação continuada para os docentes. Além disso, observou-se que o Moodle facilitou a adoção de metodologias inovadoras, tornando as práticas pedagógicas mais dinâmicas e colaborativas. Porém, a plena exploração da plataforma ainda depende de melhorias na interface e de maior integração com recursos específicos, como aplicativos matemáticos. Em resumo, o Moodle mostrou-se uma ferramenta promissora, mas seu uso efetivo requer investimentos em capacitação e infraestrutura.

O Capítulo 21 *"Ensino de Matemática na EJA: uma abordagem pedagógica centrada na resolução de problemas"*, das autoras Marlúcia Moreira de Sousa e Andréia Borges Avelar da Silva, aborda a aplicação da metodologia de Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) no ensino de Matemática para estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA). A pesquisa, focada em frações e progressão aritmética, visa mostrar como a

resolução de problemas do cotidiano facilita a compreensão dos conceitos matemáticos. A ABP, ao colocar o aluno no centro do processo, mostrou-se eficaz na promoção de um aprendizado significativo, especialmente para adultos, que geralmente enfrentam dificuldades com métodos tradicionais de ensino. Além disso, a pesquisa destacou a importância da memorização e do cálculo mental, promovendo uma abordagem mais prática e aplicável à realidade dos alunos. A resolução de problemas, como o financiamento de bens, foi utilizada para demonstrar a relevância da matemática no dia a dia. O estudo conclui que a ABP não apenas facilita a aprendizagem, mas também torna a Matemática mais acessível e relevante, respeitando o contexto e a vivência dos alunos, e contribuindo para a qualificação dos estudantes da EJA.

O Capítulo 22 *"Matemática Financeira para a vida: uma abordagem no Novo Ensino Médio para além das fórmulas"* das autoras Priscila Nunes Farias e Raquel Carneiro Dörr, aborda a pesquisa sobre a disciplina "Matemática Financeira para a Vida", oferecida como parte do Novo Ensino Médio nas escolas públicas do Distrito Federal. O objetivo foi analisar a aprendizagem dos estudantes de 3ª Série do Ensino Médio sobre práticas financeiras, como a relação com o dinheiro, o planejamento orçamentário e a vida financeira saudável. A disciplina integrou conceitos teóricos, como juros e descontos, a atividades práticas, como pesquisa de preços e planejamento financeiro. A abordagem prática e contextualizada, com o uso de tecnologia, como celular e internet, demonstrou ser eficaz no ensino, permitindo aos alunos consultar fontes seguras e desenvolver habilidades para a vida adulta. Embora desafios como a falta de acesso a dispositivos tenham surgido, a colaboração entre os alunos superou essas dificuldades. Ao final, os estudantes relataram ter adquirido conhecimentos sobre finanças pessoais e habilidades de tomada de decisão financeira, além de desenvolver competências socioemocionais como colaboração e empatia.

O Capítulo 23 *"Aprender jogando: a utilização de jogos na revisão de conceitos básicos de Matemática com estudantes do 2º Ano do Ensino Médio"* das autoras Rafaela Santos do Nascimento e Jodette Guilherme Amorim, aborda uma pesquisa sobre o uso de jogos como ferramenta pedagógica para revisar conceitos de Matemática com estudantes do 2º Ano do Ensino Médio. A pesquisa focou na utilização do jogo Batalha Naval para recapitular conteúdo do 8º e 9º Anos do Ensino Fundamental, como equações, funções e geometria plana. O estudo mostrou que os jogos podem ser eficazes para motivar e engajar os alunos, tornando o processo de aprendizagem mais dinâmico e interativo. Ao comparar turmas que utilizaram jogos com aquelas que seguiram apenas métodos tradicionais, foi possível observar maior interesse e desempenho entre

os alunos envolvidos na atividade lúdica. Contudo, a pesquisa também destacou que o papel do professor é essencial para orientar os alunos durante o jogo, garantindo que o aprendizado seja significativo. Os resultados sugerem que os jogos podem ser um recurso valioso, mas sua aplicação deve ser bem planejada e mediada, respeitando as características dos estudantes e seus níveis de conhecimento.

O capítulo 24 "*Aprendendo Eletrodinâmica: A Era Digital no Ensino Médio*" dos autores Rodrigo Azevedo de Souza, Eduardo Antônio da Silva e Nilton Moura Barroso Neto, discute a aplicação de simulações digitais no ensino de Eletrodinâmica para estudantes do 3º Ano do Ensino Médio, com foco em melhorar a compreensão de conceitos complexos, como eletricidade e magnetismo. A pesquisa investigou o impacto das simulações no desempenho acadêmico dos alunos, comparando-as com métodos tradicionais. Os resultados mostraram uma melhoria significativa nas notas dos estudantes, com um aumento de 10,07% no segundo semestre em relação ao primeiro, e uma diminuição no número de alunos com rendimento inferior à média. A pesquisa também indicou que a utilização de simuladores digitais, com suas características interativas e feedback imediato, foi eficaz para engajar os alunos e facilitar o aprendizado. Além disso, a implementação dessa metodologia incentivou a escola a melhorar sua infraestrutura, como a ampliação do número de computadores e a aquisição de novos materiais para o laboratório de ciências. Em síntese, a integração de tecnologias no ensino de Física mostrou-se eficaz, promovendo melhores resultados acadêmicos e avanços na infraestrutura educacional.

O Capítulo 25 "*Corpos que Calculam: experiências teatrais no ensino de Matemática*" das autoras Thayná Alves de Souza e Ana Paula Gonçalves Pita, aborda uma proposta pedagógica inovadora que integra jogos teatrais ao ensino de Matemática no Ensino Médio, com o objetivo de tornar os conceitos matemáticos mais acessíveis e conectados à realidade dos alunos. Utilizando a Etnomatemática e a Educação Matemática Crítica, a pesquisa desenvolvida em uma escola pública do Distrito Federal revelou que atividades teatrais podem engajar os estudantes de maneira significativa, aproximando-os da Matemática de forma criativa e prática. Ao associar a Matemática a situações cotidianas, como o planejamento financeiro e o orçamento familiar, os alunos foram capazes de resolver problemas reais e desenvolver habilidades de pensamento crítico. A integração do teatro facilitou a aprendizagem ao estimular a criatividade, a cooperação e o raciocínio matemático. Os resultados positivos indicaram que, quando bem planejadas, as atividades lúdicas podem transformar o ensino da Matemática em uma experiência mais envolvente e contextualizada.

O Capítulo 26 "*Jogos digitais no ensino da função quadrática: Desenvolvimento, Aplicação e Percepções Docentes sobre o "Capture a Curva"*" dos autores Thiago Ramos de Oliveira, Nilton Moura Barroso e Mauro Luiz Rabelo, apresenta o desenvolvimento do jogo digital "Capture a Curva", criado para auxiliar no ensino da função quadrática no Ensino Médio. A função quadrática é um tema desafiador para muitos estudantes, que enfrentam dificuldades em compreender o significado gráfico e algébrico dos conceitos. O jogo foi desenvolvido na plataforma GeoGebra e visa promover a visualização interativa do gráfico, além de oferecer feedback imediato e colaboração. A pesquisa de validação com 16 professores da rede pública do Distrito Federal indicou que o jogo foi bem aceito, especialmente por sua capacidade de apoiar o ensino de funções quadráticas e pela forma como organiza desafios progressivos. O capítulo destaca a importância de integrar o jogo de maneira planejada ao processo de ensino, complementando a explicação e sistematização do conteúdo. A pesquisa também sugere a necessidade de estudos com alunos e aprimoramentos no design do jogo para ampliar sua efetividade.

O Capítulo 27 "*Percepções Discentes acerca do uso do Jogo Batalha Naval como Metodologia no Ensino de Matrizes no Ensino Médio*" dos autores Tiago Rodrigues de Souza e Cléia Alves Nogueira, investiga o uso do jogo "Batalha Naval" como metodologia no ensino de matrizes para estudantes do 3º ano do Ensino Médio. A pesquisa busca responder como jogos podem tornar o aprendizado de conteúdos complexos, como matrizes, mais interativo e atrativo. O jogo, por seu caráter lúdico e estratégico, favorece a participação ativa dos alunos, estimulando o raciocínio lógico e a interação. A pesquisa conclui que o uso de jogos pode enriquecer o ensino, promovendo uma aprendizagem mais significativa e engajante, além de desafiar os estudantes e diversificar as práticas pedagógicas. Observou-se uma postura positiva dos alunos em relação a metodologias diferenciadas, embora os desafios permaneçam na implementação e no aprimoramento contínuo de ferramentas eficazes. A pesquisa destaca a importância do equilíbrio entre teoria e prática, sugerindo que o uso planejado de jogos, com acompanhamento adequado, pode melhorar os processos de ensino e aprendizagem.

O capítulo 28 "*Quando avaliar é educar*" da autora Thaynara dos Santos Rodrigues, aborda a educação como um processo humano e coletivo, que vai além da simples aplicação de métodos e avaliações. Ele propõe uma reflexão sobre como avaliar o aprendizado em uma sociedade contemporânea, alinhando-se às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A pesquisa apresentada foca em uma abordagem dialógica e integral da educação,

que integra as dimensões cognitivas, emocionais, sociais e culturais dos estudantes. Por meio de vivências práticas com educadores, jogos matemáticos e atividades colaborativas, o estudo busca transformar a avaliação em um processo contínuo, formativo e humanizado, que valorize os percursos de aprendizagem e respeite as singularidades dos alunos. Conclui-se que a avaliação deve ser vista como um ato pedagógico que educa, cuida e promove a formação integral, alinhada ao propósito social da escola pública.

No Capítulo 29 *“Aritmética Modular e Criptografia RSA: uma Proposta Didática para o Ensino Superior”*, Vanessa Alves Batista e Eduardo Antônio da Silva propõe uma abordagem didática inovadora para o ensino da aritmética modular no ensino superior, utilizando a criptografia RSA como ferramenta pedagógica. Ao contextualizar conceitos abstratos como congruências e inversos modulares com a aplicação prática da criptografia, a proposta visa tornar o aprendizado mais significativo e engajador para os estudantes de Tecnologia da Informação. A atividade prática, que envolve a simulação manual de geração de chaves e cifragem de mensagens, facilita a compreensão dos fundamentos matemáticos, superando a percepção de que esses conceitos são apenas técnicas desconectadas. Os resultados indicam que, embora a cifragem tenha sido mais fácil para os alunos, a decifragem apresentou desafios, especialmente no cálculo do inverso modular. A pesquisa sugere que a utilização de RSA como recurso didático não só melhora a aprendizagem, mas também ajuda os docentes a identificar lacunas conceituais nos estudantes, oferecendo um diagnóstico valioso. A proposta mostrou-se eficaz em promover uma aprendizagem ativa na qual erros desempenham um papel formativo importante.

Por fim, acreditamos que esta obra pode contribuir para um Ensino de Matemática mais lúdico e significativo para os estudantes na realidade atual. Desejamos que você, leitor, desfrute desta obra, que ela possa contribuir para o seu trabalho em sala de aula.

Boa leitura!

Maria Dalvirene Braga

Eduardo Antônio da Silva

Rui Seimetz

Prefácio

A Matemática ocupa lugar singular na formação intelectual dos indivíduos e no desenvolvimento científico e tecnológico das sociedades. Ao mesmo tempo em que estrutura modos rigorosos de pensar, argumentar e abstrair, ela se apresenta, historicamente, como um dos maiores desafios nos processos de ensino e aprendizagem, especialmente no Ensino Médio e no Ensino Superior. É nesse contexto que se insere o quarto volume da *Coleção Metodologias de Ensino em Matemática*, intitulado *Práticas pedagógicas no Ensino Médio e Superior*.

Este volume dá continuidade a um esforço coletivo de reflexão iniciado nos volumes anteriores da Coleção, agora com um olhar mais atento às práticas efetivamente desenvolvidas em sala de aula, aos desafios concretos enfrentados por professores e estudantes e às possibilidades de ressignificação do ensino da Matemática a partir de abordagens metodológicas diversificadas, contextualizadas e pedagogicamente fundamentadas.

Os trabalhos que compõem este volume sinalizam uma compreensão compartilhada: ensinar Matemática não se reduz à transmissão de conteúdos formais, tampouco à repetição de procedimentos algorítmicos. Ao contrário, trata-se de um processo complexo, que exige mediação pedagógica qualificada, sensibilidade às características dos estudantes, domínio conceitual e abertura para metodologias que promovam a participação ativa, a investigação, a argumentação e a construção de significados.

Nesse sentido, observa-se uma presença marcante de propostas que utilizam jogos didáticos, atividades exploratórias, modelagem matemática, resolução de problemas e recursos tecnológicos como estratégias para potencializar a aprendizagem. Longe de um uso meramente instrumental, tais abordagens são apresentadas como possibilidades de reorganização do trabalho pedagógico, favorecendo a compreensão conceitual, o desenvolvimento do raciocínio matemático e o engajamento dos estudantes.

Outro aspecto relevante deste volume é a incorporação crítica de tecnologias digitais ao ensino de Matemática. Ferramentas como softwares educacionais, plataformas virtuais, simulações computacionais e aplicações de inteligência artificial são discutidas não como fins em si mesmas, mas como meios que, quando bem integrados ao planejamento pedagógico, podem

ampliar a visualização de conceitos, favorecer a experimentação e contribuir para a autonomia dos estudantes.

Cabe destacar, ainda, a diversidade de contextos educacionais contemplados: Ensino Médio regular, Educação de Jovens e Adultos, formação técnica e Ensino Superior. Essa pluralidade confere à obra um caráter abrangente e reforça a ideia de que as práticas pedagógicas em Matemática devem ser pensadas à luz das especificidades de cada público, respeitando trajetórias formativas, experiências prévias e contextos socioculturais distintos.

Ao reunir pesquisas, relatos de experiências e reflexões teóricas produzidas por professores comprometidos com a melhoria da educação matemática, este volume reafirma a importância de uma prática pedagógica fundamentada, reflexiva e socialmente comprometida. Em um cenário educacional marcado por rápidas transformações e demandas crescentes, torna-se cada vez mais necessário repensar o ensino da Matemática de modo a torná-lo significativo, acessível e formativo.

Assim, Práticas pedagógicas no Ensino Médio e Superior constitui uma contribuição relevante para professores em exercício, formadores de docentes, pesquisadores e estudantes de licenciatura, oferecendo subsídios para o aprimoramento do ensino de Matemática e para o fortalecimento de uma educação que valorize o conhecimento, o pensamento crítico e a formação integral dos sujeitos.

Dr. Mauro Luiz Rabelo
Professor titular aposentado da Universidade de Brasília
Departamento de Matemática
Conselheiro do Conselho Nacional de Educação

1- Bases teóricas para a integração entre Modelagem Matemática e contextualização no ensino da Curva ABC

Ana Claudia Duarte Lopes¹
Rui Seimetz²

Introdução

Este capítulo consiste em um recorte estruturado do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) já concluído, intitulado “*Modelagem Matemática como Metodologia da Contextualização da Aprendizagem: estudo da Curva ABC na formação técnica em logística empresarial*” (Lopes, 2024). Nele, são apresentados e discutidos os principais fundamentos teóricos que sustentaram a pesquisa, com foco na articulação entre a modelagem matemática e a Metodologia da Contextualização da Aprendizagem (MCA) como abordagem integrada para o ensino da Curva ABC. O estudo realizado buscou compreender como essa articulação contribuiu para um processo de ensino-aprendizagem mais significativo, contextualizado e aplicado, capacitando os estudantes não apenas a compreender a ferramenta, mas também a utilizá-la de forma crítica e estratégica em situações reais da gestão logística.

A formação técnica e superior exigiu dos futuros profissionais não apenas o domínio de conceitos teóricos, mas também a capacidade de os aplicar de forma crítica e eficaz em cenários reais e complexos. Nesse contexto, a modelagem matemática configurou-se como uma estratégia pedagógica inovadora, capaz de integrar a matemática à realidade dos estudantes, promovendo uma aprendizagem mais significativa, contextualizada e aplicada (Biembengut & Hein, 2007). Conforme Barbosa (2001), essa abordagem permitiu que os alunos participassem ativamente da construção do conhecimento, partindo de problemas autênticos presentes em seu cotidiano ou campo de atuação, o que facilitou a compreensão, a interpretação e a aplicação

¹ Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática. Universidade de Brasília-UnB. Departamento de Matemática. anaclaudia.lopes@gmail.com

² Doutor em Matemática. Universidade de Brasília-UnB. Departamento de Matemática. rseimetz@unb.br

prática dos conteúdos matemáticos — competências transferíveis para diversas áreas profissionais.

Essa perspectiva alinhou-se à Metodologia da Contextualização da Aprendizagem (MCA), proposta por Freire (1996) e desenvolvida por Lopes (2014), que defendeu que o ensino deveria partir da realidade dos alunos, conectando o saber acadêmico às suas experiências, vivências e contextos profissionais. A MCA valorizou a aprendizagem ativa, na qual os estudantes foram incentivados a pensar, questionar, discutir e refletir sobre o que aprenderam, resultando em uma educação mais engajadora, crítica e transformadora — habilidades essenciais para o exercício profissional em qualquer setor.

No âmbito da logística empresarial, ferramentas de gestão como a Curva ABC mostraram-se fundamentais para a tomada de decisões estratégicas, permitindo a categorização de produtos e a identificação daqueles com maior impacto financeiro e operacional (Chase, Jacobs & Aquilano, 2006). Baseada no Princípio de Pareto — também conhecido como regra 80/20 —, a Curva ABC auxiliou na priorização de recursos, no controle de estoques e na otimização de processos, sendo amplamente utilizada em setores como varejo, indústria, saúde e comércio eletrônico. A lógica analítica por trás dessa ferramenta, entretanto, possui aplicabilidade transversal a diversas áreas profissionais que demandam priorização e gestão de recursos.

Caminhos metodológicos

A *questão central* que orientou esta pesquisa foi: de que forma a modelagem matemática poderia ser utilizada no ensino da logística empresarial para a resolução de problemas, simples e complexos, relacionados à administração de materiais?

O *objetivo principal* do trabalho consistiu em investigar como a modelagem matemática auxiliou os alunos de logística empresarial na aprendizagem da Curva ABC. Para atingir esse propósito, foram estabelecidos os seguintes *objetivos específicos*:

- Investigar como a modelagem matemática poderia ser utilizada no ensino da Curva ABC;
- Avaliar a compreensão dos estudantes sobre a Curva ABC antes e depois da aplicação da modelagem matemática;
- Identificar as habilidades analíticas e de resolução de problemas desenvolvidas pelos estudantes por meio da modelagem matemática;

- Propor melhorias na metodologia de ensino da Curva ABC com base nos resultados obtidos.

Para aprofundar a análise, as seguintes *questões complementares* foram delineadas:

- De que forma a modelagem matemática facilitou a compreensão da Curva ABC pelos estudantes de logística?
- Quais foram os impactos da utilização da modelagem matemática na aprendizagem e na aplicação prática dos conceitos de gestão de estoques?
- Como a modelagem matemática desenvolveu habilidades analíticas e de resolução de problemas nos alunos de logística?

Para alcançar esses objetivos, o estudo foi realizado com 14 alunos do Curso Técnico em Logística do SENAC-DF, utilizando a modelagem matemática como método pedagógico central.

A pesquisa adotou uma abordagem qualitativa, com coleta de dados realizada por meio de anotações de campo e observação sistemática. Esse método permitiu capturar as percepções, interações e processos de raciocínio dos alunos durante as atividades, fornecendo insights valiosos sobre a eficácia da metodologia empregada.

Fundamentação Teórica

Conceitos de Modelo e Modelagem Matemática

Em modelagem matemática, problemas da vida real são traduzidos para uma linguagem matemática que permite sua análise e resolução. "Modelagem matemática é a tradução de situações do mundo real para a matemática com o objetivo de resolver problemas práticos" (Biembengut e Hein, 2003).

A construção de modelos matemáticos - representações simplificadas da realidade que são utilizadas para compreender, descrever e prever fenômenos - é necessária nesse processo. "A modelagem matemática não é apenas uma ferramenta para resolver problemas, mas também um meio de tornar a matemática significativa para os alunos, ao relacioná-la com suas experiências diárias", afirmou Burak (2010). Os alunos desenvolvem habilidades de pensamento crítico e resolução de problemas ao criar e alterar modelos; essas habilidades são essenciais para a formação técnica em logística.

Esses conceitos acima se "complementam" e servem como base para o MCA, pois a aplicação da modelagem matemática no processo de ensino-aprendizagem proporciona um método eficaz para unir teoria e prática.

Metodologia da Contextualização da Aprendizagem (MCA)

A Metodologia da Contextualização da Aprendizagem (MCA) é um método educacional que visa conectar o conteúdo acadêmico às experiências e contextos dos alunos. "A MCA promove uma aprendizagem mais significativa ao conectar a teoria com a prática, permitindo que os alunos vejam a relevância do que estão aprendendo em sua vida cotidiana e futura profissão", afirma Lopes (2014).

"O ensino deve partir da realidade dos alunos para que o conhecimento seja significativo e transformador", disse Freire (1996), enfatizando a importância da contextualização na educação. A MCA pode ser usada na formação técnica em logística para estudar problemas reais do setor, como gestão de estoques usando a Curva ABC.

Interação entre Matemática e realidade dos estudantes

Para tornar o ensino mais atraente e relevante, é necessário que a matemática interaja com a realidade dos alunos. "A matemática deve ser vista como uma prática social, que pode ser utilizada para interpretar e transformar a realidade", observa Skovsmose (2000).

Os alunos podem ver como a matemática pode ser útil em sua vida cotidiana e no futuro profissional ao trazerem problemas reais para a sala de aula, criarem modelos e obterem soluções para os mesmos.

"A matemática contextualizada desperta o interesse dos alunos, pois eles percebem a utilidade do conhecimento matemático em situações práticas", afirma Nogueira (2013). A modelagem matemática ajuda os alunos a compreenderem melhor a Curva ABC como ferramenta de gestão de estoques quando ensinam técnicas de logística.

Revisão de literatura sobre Modelagem Matemática no Ensino

Diversos estudos têm investigado se a modelagem matemática é uma estratégia de ensino eficaz. "A modelagem matemática pode ser uma estratégia poderosa para o ensino, pois incentiva a aprendizagem ativa e colaborativa", afirma Biembengut (2007). Os alunos se tornam agentes ativos no processo de construção do conhecimento ao participar da criação e análise de modelos.

"A modelagem matemática no ensino pode contribuir para o desenvolvimento de competências importantes, como o pensamento crítico, a capacidade de resolver problemas complexos e a habilidade de trabalhar em equipe", afirma Barbosa (2001). A resolução de problemas e a tomada de decisões são parte do dia a dia de profissionais de logística, então essas qualidades são essenciais.

Além disso, a modelagem matemática coloca os conceitos em contextos significativos para os alunos, como demonstram os estudos de Lesh e Doerr (2003). Autores como Silva (2018) mostraram em estudos específicos sobre o ensino da Curva ABC que o uso de modelagem matemática ajuda os alunos a entender a gestão de estoques e a classificação de itens.

Em suma, a base teórica mostra que a modelagem matemática pode tornar o ensino de matemática mais relevante e significativo, especialmente na formação técnica em logística empresarial. Os alunos podem desenvolver uma compreensão mais profunda e aplicada da matemática ao aplicar a matemática a problemas da indústria logística, como a gestão de estoques por meio da Curva ABC.

Introdução à Curva ABC

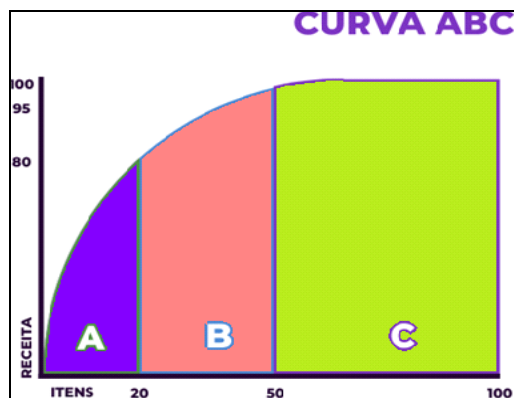
A Curva ABC (Figura 1) é uma técnica de categorização que classifica itens de inventário com base na sua importância relativa, frequentemente utilizando o princípio de Pareto. Esta metodologia é amplamente aplicada na gestão de estoques para identificar os itens que têm maior impacto financeiro e operacional nas empresas (Chase, Jacobs, & Aquilano, 2006). A curva é dividida em "três categorias" ou "três classes";

Classe A: itens de alto valor, mas baixa quantidade (cerca de 20% dos itens que representam 80% do valor total).

Classe B: itens de valor médio (cerca de 30% dos itens que representam 15% do valor total).

Classe C: itens de baixo valor, mas alta quantidade (cerca de 50% dos itens que representam 5% do valor total) (Pareto, 1896).

Figura 1: Curva ABC



Fonte: "com adaptações" dos pesquisadores (2024).

Entendendo o Princípio de Pareto (Regra 80/20)

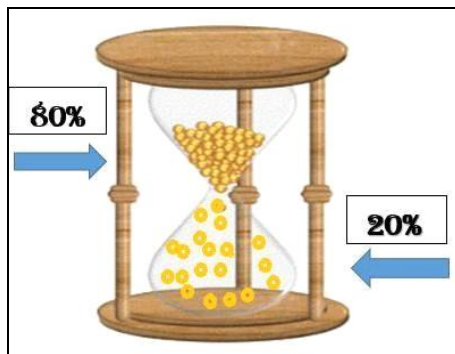
O Princípio de Pareto, ou regra 80/20, sugere que aproximadamente 80% dos resultados vêm de 20% dos esforços ou causas. Este trabalho explora como aplicar essa abordagem para aumentar a eficiência no trabalho e na vida cotidiana.

O Princípio de Pareto foi formulado pelo economista italiano Vilfredo Pareto no século XIX. Ele observou que 80% das terras da Itália pertenciam a 20% da população e, posteriormente, notou que o mesmo padrão se aplicava em outras áreas, como a produção de seu jardim: 20% das plantas geravam 80% dos frutos. Hoje, essa ideia é amplamente utilizada para identificar os aspectos mais impactantes de diversas situações.

Exemplos do Princípio de Pareto:

- 20% dos clientes representam 80% das vendas de uma empresa;
- 80% dos problemas em um sistema provêm de 20% dos erros;
- 20% das tarefas de um profissional geram 80% de sua produtividade.

Figura 2: 20% dos clientes representam 80% das vendas de uma empresa



Fonte: "com adaptações" dos pesquisadores (2024).

Como Aplicar o Princípio de Pareto na Prática

Você pode usar o Princípio de Pareto para identificar as tarefas que mais impactam sua rotina. Suponha que você tenha uma lista de 10 tarefas. Selecione as duas mais importantes --- essas provavelmente gerarão 80% do impacto desejado no seu dia.

Exemplo prático: um gerente comercial percebe que dois clientes representam a maioria das solicitações diárias. Ele decide priorizar essas contas, otimizando o tempo da equipe.

Em uma empresa, o Princípio de Pareto ajuda a identificar os produtos ou serviços que geram a maior parte da receita, permitindo que os gestores concentrem esforços nas áreas mais lucrativas.

Exemplo prático: um restaurante descobre que 80% de sua receita vem de apenas 20% dos itens do cardápio. A equipe decide destacar esses produtos em promoções e eventos.

O Princípio de Pareto também é útil para resolver problemas ao identificar as causas mais significativas.

Exemplo prático: uma fábrica nota que 20% das máquinas são responsáveis por 80% dos defeitos na linha de produção. A equipe concentra esforços na manutenção dessas máquinas, reduzindo drasticamente os problemas.

Vantagens de Usar o Princípio de Pareto

- *Foco nas Prioridades:* ajuda a direcionar esforços para as tarefas de maior impacto; *Eficiência Aumentada:* maximiza os resultados com menos recursos;
- *Clareza na Tomada de Decisões:* permite identificar o que realmente importa; *Desvantagens do Princípio de Pareto.*
- *Interpretação Errada:* algumas pessoas acreditam que menos esforço é suficiente, mas é necessário concentrar esforços nos 20% mais impactantes.
- *Negligência de Outras Tarefas:* se não houver equilíbrio, tarefas menores e igualmente importantes podem ser deixadas de lado.

O Princípio de Pareto é uma ferramenta poderosa, mas deve ser usado com cuidado. Ele não elimina o trabalho restante, mas destaca onde concentrar energia para obter os melhores resultados. Aplicar o Princípio de Pareto em sua rotina pode trazer eficiência e clareza para alcançar suas metas.

Importância da Curva abc na Gestão Logística

A aplicação da Curva ABC na gestão logística é essencial para a redução de custos e eficiência. Ao realizar essa classificação, as empresas conseguem direcionar seus recursos e esforços para os itens de maior importância, possibilitando um controle mais rigoroso e eficiente sobre esses elementos-chave. As decisões estratégicas como otimização do capital de giro, alocação de espaço no armazém e políticas de reposição de estoque são facilitadas por ele (Silver, Pyke e Peterson, 1998). Além disso, a Curva ABC melhora o desempenho logístico identificando falhas e implementando correções.

Considerações finais

Este capítulo sintetizou a trajetória do TCC “*Modelagem Matemática como Metodologia da Contextualização da Aprendizagem: estudo da Curva ABC na formação técnica em logística empresarial*”, evidenciando os resultados e implicações da pesquisa. A estrutura adotada buscou guiar o leitor por uma jornada que parte da fundamentação conceitual, passa pela operacionalização metodológica e pela aplicação prática, e culmina na análise dos resultados e em reflexões para a prática pedagógica. Na Introdução, foram estabelecidos o tema, o problema de pesquisa e os objetivos, justificando a relevância de integrar a matemática à realidade profissional dos estudantes por meio de uma abordagem de modelagem. O Capítulo 1 (Fundamentação Teórica) consolidou a base conceitual, articulando as noções de modelagem matemática, a Metodologia da Contextualização da Aprendizagem (MCA) e os fundamentos da Curva ABC e do Princípio de Pareto. Essa seção reforçou o potencial da abordagem para tornar o conhecimento matemático significativo e aplicável.

Agradecimentos

Agradecemos ao meu orientador, Prof. Dr. Rui Seimetz (UnB), pela orientação e apoio constantes. À Prof^a Maria Dalvirene Braga (UnB), coordenadora acadêmica do curso de Especialização Metodologias de Ensino em Matemática, pela liderança e suporte institucional. À Direção da Unidade Jessé Freire do SENAC-DF, pelo apoio ao ambiente de investigação, e, de modo muito especial, aos estudantes do Curso Técnico em Logística, cujo envolvimento prático e discussões enriqueceram significativamente o percurso desta pesquisa. Aos colegas de estudo, familiares e a todos que, de alguma forma, contribuíram para esta jornada. Nosso sincero obrigado!

Referências

- Barbosa, J. C. (2001). **Modelagem matemática: Conceitos e aplicações no ensino**. São Paulo, USP: Livraria da Física.
- Biembengut, M. S. (2007). **Modelagem matemática: Competências e habilidades**. Odorizzi.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2003). **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto.
- Burak, D. (2010). A modelagem matemática como ferramenta pedagógica. **Revista Brasileira de Educação Matemática**. *27*(2), 112–130.

- Chase, R. B., Jacobs, F. R., & Aquilano, N. J. (2006). **Administração da produção e operações para a vantagem competitiva**. McGraw-Hill.
- Freire, P. (1996). **Pedagogia da autonomia**: Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra.
- Lesh, R., & Doerr, H. (2003). **Beyond constructivism**: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching. Lawrence Erlbaum. Associates.
- Lopes, C. (2014). **Metodologia da contextualização da aprendizagem**. Porto Alegre: Sulina.
- Lopes, A. C. D. (2024). **Modelagem matemática como metodologia da contextualização da aprendizagem: Estudo da Curva ABC na formação técnica em logística empresarial**. [Monografia de especialização]. Universidade de Brasília.
- Nogueira, C. (2013). A importância da matemática contextualizada no ensino médio. **Revista de Educação Matemática**. *31*(1), 45–59.
- Pareto, V. (1896). **Cours d'économie politique**. F. Rouge.
- Silva, M. (2018). Modelagem matemática e a curva ABC na gestão de estoques. **Revista de Logística**. *10*(3), 67–82.
- Silver, E. A., Pyke, D. F., & Peterson, R. (1998). **Inventory management and production planning and scheduling**. (3rd ed.). Wiley.
- Skovsmose, O. (2000). **Educação matemática crítica**. Belo Horizonte: Autêntica.

2- Modelagem Matemática: Estudo de Caso da Curva ABC na Gestão Estratégica de Materiais

*Ana Claudia Duarte Lopes³
Rui Seimetz⁴*

Introdução

Este capítulo consiste em um recorte estruturado do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) intitulado “Modelagem Matemática como Metodologia da Contextualização da Aprendizagem: estudo da Curva ABC na formação em logística empresarial” (Lopes, 2024), apresentando os aspectos relacionados à aplicação prática da Modelagem Matemática no ensino da Curva ABC, com ênfase nos estudos de caso em contexto real de formação e na análise empírica dos resultados. O estudo buscou operacionalizar a Modelagem Matemática como ferramenta pedagógica aplicada à gestão de materiais, articulando os conceitos teóricos da Curva ABC às situações concretas vivenciadas pelos estudantes na logística empresarial. Por meio de estudos de caso, os alunos foram desafiados a coletar, organizar, classificar e interpretar dados reais de materiais e estoques, vivenciando a construção do conhecimento a partir da prática investigativa. A abordagem empírica permitiu verificar a eficácia da Modelagem Matemática na compreensão da Curva ABC e identificar habilidades analíticas e de resolução de problemas desenvolvidas pelos estudantes. Dessa forma, este capítulo apresenta a aplicação conduzida, os instrumentos metodológicos utilizados, a análise dos dados coletados e as reflexões sobre as contribuições dessa abordagem para a formação em logística, evidenciando o potencial da Modelagem Matemática como estratégia de contextualização e articulação entre teoria e prática.

Estratégias de Ensino da Curva ABC por meio do uso de Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é uma ferramenta poderosa para ensinar a

³ Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática. Universidade de Brasília-UnB. Departamento de Matemática. anaclaudia.lopes@gmail.com

⁴ Doutor em Matemática. Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. rseimetz@unb.br

Curva ABC, pois permite aos estudantes explorar conceitos complexos de maneira prática e contextualizada. As estratégias de ensino incluem:

- identificação de problemas reais: apresentar aos alunos problemas logísticos reais, desafiando-os a aplicar a Curva ABC para encontrar soluções eficientes.
- simulações computacionais: utilizar softwares de simulação para modelar diferentes cenários logísticos e observar os efeitos das decisões baseadas na Curva ABC.
- projetos colaborativos: dividir os alunos em grupos para trabalhar em projetos que envolvem a análise de dados de inventário reais ou simulados, promovendo a colaboração e o pensamento crítico.
- discussão de estudos de caso: analisar estudos de caso de empresas que implementaram a Curva ABC, discutindo os resultados e as lições aprendidas.

Caminhos metodológicos

A pesquisa de campo foi desenvolvida em cinco etapas sequenciais com 14 alunos do Curso Técnico em Logística do SENAC-DF.

1. Contextualização e diagnóstico inicial: Apresentação da proposta e levantamento da familiaridade dos estudantes com a Curva ABC por meio de diálogos e anotações em diário de campo.
2. Fundamentação teórica: Aulas expositivo-dialogadas sobre Modelagem Matemática, Metodologia da Contextualização da Aprendizagem (MCA) e Princípio de Pareto, com exemplos práticos de diferentes setores.
3. Atividades práticas de Modelagem Matemática: Em grupos, os alunos resolveram quatro problemas reais de gestão de materiais, percorrendo as etapas: cálculo do valor total; ordenação decrescente; porcentagem acumulada; classificação A, B e C; proposição de estratégias diferenciadas.
4. Observação e registro das interações: Registro das estratégias, dificuldades e interações dos estudantes, com a professora atuando como facilitadora.
5. Sistematização e análise das percepções: Conversas em grupo e questionários para captar as percepções dos estudantes, com análise qualitativa dos dados.

O percurso metodológico articulou teoria e prática, evidenciando a Modelagem Matemática como ferramenta pedagógica para o ensino da Curva ABC em contexto real de formação.

Exemplos de Temas Sugeridos pelos Estudantes

Durante a aplicação da Modelagem Matemática no ensino da Curva ABC, foram sugeridos pelos estudantes diversos temas que se alinham com suas realidades e interesses profissionais. Alguns exemplos incluíram:

- gestão de estoques em supermercados: análise de como a Curva ABC pode otimizar a reposição de produtos perecíveis e não perecíveis.
- indústria automotiva: aplicação da Curva ABC na gestão de peças de reposição e componentes de fabricação.
- varejo online: utilização da Curva ABC para melhorar a eficiência do *fulfillment* e a gestão de inventário em centros de distribuição.
- farmácias e drogarias: implementação da Curva ABC na gestão de medicamentos e produtos de saúde, considerando a validade e a demanda dos itens.

Esses temas não só tornam o aprendizado mais relevante e engajante, mas também permitem que os estudantes vejam os conceitos estudados, desenvolvendo habilidades analíticas e de resolução de problemas que são essenciais para sua futura atuação profissional na área de logística. Seguem abaixo exemplos práticos que evidenciam o uso da Modelagem Matemática na construção da Curva ABC, destacando 4 problemas que ilustram sua aplicação de maneira objetiva e relevante.

Problemas Práticos com Modelagem Matemática

Problema 1: Gestão de estoques em supermercados

Tema: análise de como a Curva ABC pode otimizar a reposição de produtos perecíveis e não perecíveis.

Enunciado: um supermercado deseja otimizar a reposição de seus produtos, especialmente os perecíveis, para reduzir desperdícios e aumentar a eficiência das vendas. Utilizando a Curva ABC, o gerente precisa categorizar os produtos em três grupos: A (mais importantes), B (moderadamente importantes), e C (menos importantes). A classificação deve ser baseada no valor de vendas dos produtos nos últimos três meses.

Dados fornecidos:

- lista de produtos com suas respectivas vendas (em unidades) e preço unitário;
- vendas totais de cada produto nos últimos três meses.

Passo 1: calcular o valor total de vendas para cada produto.

Para cada produto, multiplique a quantidade vendida pelo preço unitário para obter o valor total de vendas nos últimos três meses.

Fórmula: valor total de vendas = unidades vendidas × preço unitário.

Na tabela 1, a seguir, é detalhado os resultados de vendas de cada produto.

Tabela 1: Valor total de vendas de cada produto

Produto	Unidades vendidas	Preço Unitário(R\$)	Valor total de vendas (R\$)
I	500	20,00	500 x 20,00 = 10.000,00
II	200	50,00	200 x 50,00 = 10.000,00
III	1000	5,00	1000 x 5,00 = 5.000,00
IV	300	15,00	300 x 15,00 = 4.500,00
V	150	10,00	150 x 10,00 = 1.500,00

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Na tabela 2 é apresentada a ordenação dos valores obtidos na tabela 1.

Passo 2: ordene os produtos do valor total de vendas mais alto para o mais baixo.

Tabela 2: Valor total de vendas ordenado

Produto	Valor total de vendas (R\$)
I	10.000,00
II	10.000,00
III	5.000,00
IV	4.500,00
V	1.500,00

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 3: calcular a porcentagem acumulada das vendas totais.

1. Calcular o total geral das vendas: valor total geral de vendas=10.000+10.000+5.000+4.500+1.500=31.000
2. Calcular a porcentagem de cada produto em relação ao total geral: porcentagem = (valor total de vendas do produto /valor total geral de vendas) ×100
3. Calcular a porcentagem acumulada.

A tabela 3 apresenta os cálculos das porcentagens acumuladas.

Tabela 3: Porcentagem acumulada

Produto	Valor total de vendas(R\$)	Porcentagem (%)	Porcentagem acumulada (%)
I	10.000	(10.000 /31.000) x 100 ≈ 32,26	32,26
II	10.000	(10.000 /31.000) x 100 ≈ 32,26	32,26 +32,26 =64,52
III	5.000	(5.000 /31.000) x 100 ≈ 16,13	64,52 + 16,13 = 80,65
IV	4.500	(4.500 /31.000) x 100 ≈ 14,52	80,65 + 14,52 = 95,17
V	1.500	(1.500 /31.000) x 100 ≈ 4,83	95,17 + 4,83 = 100

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 4: classificar os produtos em categorias A, B e C.

Classifique os produtos com base nas seguintes faixas:

- categoria A: produtos que representam aproximadamente 70% do valor total das vendas;
- categoria B: produtos que representam aproximadamente 20% do valor total das vendas;
- categoria C: produtos que representam aproximadamente 10% do valor total das vendas.

A tabela 4 abaixo demonstra a classificação dos produtos.

Tabela 4: Classificação dos produtos em categoria

Produto	Valor total de vendas(R\$)	Porcentagem acumulada (%)	Categoria
I	10.000	32,26	A
II	10.000	64,32	A
III	5.000	80,65	B
IV	4.500	95,17	C
V	1.500	100	C

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 5: desenvolver estratégias de reposição diferenciadas para cada categoria

Para otimizar a gestão de estoques em supermercados, a aplicação da curva ABC oferece uma estrutura eficaz para criar estratégias de reposição diferenciadas, com base na importância e no valor de cada item para o negócio. Abaixo, detalho sugestões para cada categoria de estoque, fundamentadas em teorias de logística e gestão de operações:

1) *Categoria A*

Estratégia: manter um estoque adequado para evitar rupturas, dado que esses produtos geralmente incluem itens de alta demanda e que contribuem significativamente para a receita, como produtos de alimentação básica e higiene pessoal.

Reposição e Monitoramento: deve-se adotar uma reposição frequente e monitoramento contínuo das vendas, considerando que esses produtos têm alta rotatividade e exigem atenção para evitar falta no estoque, o que poderia impactar diretamente na satisfação dos clientes.

Embasamento Teórico: de acordo com Christopher (2016), produtos de alto valor ou giro rápido necessitam de um controle de estoque mais rigoroso e frequente, pois interrupções no abastecimento desses itens podem afetar o fluxo de vendas e prejudicar a fidelidade do cliente.

2) Categoria B

Estratégia: manter um estoque moderado, ajustado com base na demanda média. Essa categoria geralmente inclui produtos que possuem demanda intermediária, como itens de consumo ocasional, mas com importância suficiente para não faltarem por longos períodos.

Reposição Periódica: a reposição deve ser feita periodicamente, ajustada conforme análises de demanda e sazonalidade, evitando tanto o excesso quanto a falta de estoque, pois esses itens são moderadamente importantes para o fluxo do supermercado.

Embasamento Teórico: conforme Slack *et al.* (2013), itens de demanda média se beneficiam de uma reposição menos intensa, mas regular, para garantir que o estoque atenda ao consumo sem causar superlotação ou falta, preservando a eficiência no uso de recursos de armazenamento.

3) Categoria C

Estratégia: manter um estoque mínimo, visando a redução de custos de armazenamento, uma vez que essa categoria inclui produtos de menor rotatividade ou demanda reduzida, como produtos sazonais ou de consumo específico.

Reposição Conforme Necessidade: a reposição desses itens deve ocorrer conforme a demanda ou a necessidade específica, evitando o acúmulo e o custo desnecessário de capital imobilizado em estoque.

Embasamento Teórico: segundo Ballou (2004), produtos com baixa demanda e valor reduzido são candidatos ideais para uma estratégia de estoque mínimo, visto que o custo de armazenagem para esses itens pode ser reduzido sem prejuízo significativo para o atendimento ao cliente.

Problema 2: Indústria automotiva

Tema: aplicação da Curva ABC na gestão de peças de reposição e componentes de fabricação.

Enunciado: uma fábrica de automóveis precisa gerenciar seu estoque de peças de reposição e componentes de fabricação de forma eficiente. A empresa decidiu usar a Curva ABC para priorizar o estoque de peças mais críticas para a produção e manutenção dos veículos.

Dados fornecidos:

- lista de peças e componentes com suas respectivas quantidades e custos;
- consumo anual de cada peça e componente.

Passos para Resolução:

Passo 1: calcular o valor total de consumo anual para cada peça.

Para cada peça, multiplique a quantidade consumida anualmente pelo custo unitário para obter o valor total de consumo anual.

Fórmula: valor total de consumo anual=quantidade anual consumida $\times$ custo unitário Exemplo de dados fornecidos. Na tabela 5, é apresentado o valor total de consumo de peças.

Tabela 5: Valor total de Consumo Anual de 5 peças

Peça	Quantidade anual consumida	Custo unitário(R\$)	Valor total de consumo anual(R\$)
I	1 000	50,00	1 000 x 50,00 =50.000,00
II	500	200,00	500 x 200,00 = 10.000,00
III	2 000	10,00	2 000 x 10,00 = 20.000,00
IV	100	1.000,00	100 x 1.000,00 =100.000,00
V	1 500	5,00	1500 x 5,00 = 7.500,00

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 2: ordenar as peças com base no valor total de consumo em ordem decrescente.

Ordene as peças do valor total de consumo mais alto para o mais baixo. Na tabela 6 abaixo, são ordenados os valores da tabela 5.

Tabela 6: Valor total de consumo anual ordenado

Peça	Valor total de consumo anual(R\$)
II	100.000
IV	100.000
I	50.000
III	20.000
V	7.500

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 3: calcular a porcentagem acumulada do consumo total

1.Calcular o total geral do consumo: total geral do consumo=100.000+100.000+50.000+20.000+7.500=277.500 Calcular a porcentagem de cada peça em relação ao total geral: porcentagem = (valor total de consumo anual/total geral do consumo) $\times$ 100

2.Calcular a porcentagem acumulada.

Exemplo de cálculo. Na tabela 7, é possível observar a porcentagem acumulada.

Tabela 7: Porcentagem acumulada

Peça	Valor total de consumo anual(R\$)	Porcentagem (%)	Porcentagem acumulada (%)
II	100.000	$(100.000/277.500) \times 100 \approx 36,04$	36,04
IV	100.000	$(100.000/277.500) \times 100 \approx 36,04$	$36,04 + 36,04 = 72,08$
I	50.000	$(50.000/277.500) \times 100 \approx 18,02$	$72,08 + 18,02 = 90,10$
III	20.000	$(20.000/277.500) \times 100 \approx 7,21$	$90,10 + 7,21 = 97,31$
V	7.500	$(7.500/277.500) \times 100 \approx 2,69$	100

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 4: classificar as peças em categorias A, B e C.

Classifique as peças com base nas seguintes faixas:

- categoria A: peças que representam aproximadamente 70% do valor total do consumo;
- categoria B: peças que representam aproximadamente 20% do valor total do consumo;
- categoria C: peças que representam aproximadamente 10% do valor total do consumo. Na tabela 8, é apresentada a classificação por categoria.

Tabela 8: Classificação por categoria

Produto	Valor total de vendas(R\$)	Porcentagem acumulada (%)	Categoria
II	100.000	36,04	A
IV	100.000	78,08,32	A
I	50.000	90,10	B
III	20.000	97,31	C
V	7.500	100	C

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 5: implementar políticas de gestão de estoques diferenciadas para cada categoria.

1) *Categoria A*

Estratégia: manter um estoque adequado para evitar interrupções na produção, já que esta categoria envolve itens de alta demanda e importância estratégica, como componentes críticos (ex.: motores, sistemas de transmissão, baterias). Esses itens representam uma parcela significativa dos custos de produção e sua falta pode resultar em paradas na linha de montagem, afetando diretamente a eficiência operacional e o atendimento ao cliente.

Reposição e Monitoramento: implementar uma reposição frequente, com monitoramento constante das necessidades e do consumo. Como esses itens são de alta rotatividade e valor, o acompanhamento deve garantir que estejam disponíveis a todo momento, minimizando os riscos de ruptura de estoque.

Embasamento Teórico: conforme Christopher (2016), produtos de alta importância ou giro rápido exigem um controle rigoroso de estoque, pois a indisponibilidade desses itens pode comprometer toda a cadeia produtiva, gerando prejuízos financeiros e danos à imagem da empresa.

2) Categoria B

Estratégia: manter um estoque moderado, ajustado conforme a demanda média e o histórico de consumo. Esta categoria inclui itens de demanda intermediária, como peças de reposição de uso não imediato, mas importantes para garantir a continuidade da produção, como suportes, conectores ou algumas peças estruturais.

Reposição Periódica: a reposição deve ocorrer periodicamente, com base em análises de demanda e sazonalidade. Este ajuste ajuda a evitar o acúmulo excessivo ou a falta de estoque, assegurando que a produção se mantenha eficiente sem a necessidade de estoques excessivos.

Embasamento Teórico: Slack *et al.* (2013) apontam que produtos de demanda média se beneficiam de uma reposição moderada, ajustada conforme o consumo, o que evita superlotação ou escassez, garantindo uma alocação equilibrada de recursos de armazenamento.

3) Categoria C

Estratégia: manter um estoque mínimo para reduzir os custos de armazenamento, focando em produtos de baixa rotatividade ou menor impacto no processo produtivo, como acessórios secundários ou componentes de manutenção eventual que não afetam diretamente o fluxo de produção.

Reposição Conforme Necessidade: a reposição desses itens deve ser feita conforme a demanda específica ou por ordem de necessidade. O objetivo é evitar a imobilização de capital em itens de baixa relevância para o fluxo produtivo, otimizando o espaço de armazenamento e os custos operacionais.

Embasamento Teórico: segundo Ballou (2004), itens de baixa demanda e valor reduzido podem seguir uma estratégia de estoque mínimo, o que resulta em uma redução nos custos de armazenagem e libera capital para itens mais críticos.

Resumo dos Cálculos e Classificação

Peça II: R\$ 100.000 - 36,04% acumulada, Categoria A *Peça IV:* R\$ 100.000 - 72,08% acumulada, Categoria A *Peça I:* R\$ 50.000 - 90,10% acumulada, Categoria B *Peça III:* R\$ 20.000 - 97,31% acumulada, Categoria C *Peça V:* R\$ 7.500 - 100,00% acumulada, Categoria C.

Com base nesses cálculos, a fábrica de automóveis pode otimizar a gestão de seu estoque de peças de reposição e componentes de fabricação, priorizando as peças mais críticas e melhorando a eficiência de seu processo produtivo.

Problema 3: Varejo online

Tema: utilização da curva ABC para aprimorar a eficiência do fulfillment, que no contexto da logística, refere-se ao processo completo desde o recebimento de um pedido até a entrega ao cliente final, incluindo a gestão de inventário em centros de distribuição.

Enunciado: Um e-commerce deseja melhorar a eficiência de seu fulfillment e a gestão de inventário em seus centros de distribuição. Utilizando a Curva ABC, o objetivo é identificar os produtos que devem receber maior atenção em termos de armazenamento e reposição.

Dados fornecidos:

- Lista de produtos vendidos online com suas respectivas quantidades de vendas e preços unitários;
- Vendas totais de cada produto no último semestre.

Passos para Resolução:

Passo 1: calcular o valor total de vendas para cada produto.

Para cada produto, multiplique a quantidade vendida pelo preço unitário para obter o valor total de vendas no último semestre.

Fórmula: valor total de vendas=quantidade vendida × preço unitário.

Exemplo de dados fornecidos. O valor total de vendas de cada produto, é apresentado na tabela 9 abaixo.

Tabela 9: Valor total de vendas de cada produto

Produto	Quantidade vendida	Preço unitário(R\$)	Valor total de vendas(R\$)
I	1.200	100,00	1.200 x 100,00 =120.000,00
II	800	250,00	800 x 250,00 = 200.000,00
III	2.500	20,00	2.500 x 20,00 = 50.000,00
IV	300	400,00	300 x 400,00 =120.000,00
V	1.000	30,00	1.000 x 30,00 = 30.000,00

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 2: ordenar os produtos com base no valor total de vendas em ordem decrescente.

Ordene os produtos do valor total de vendas mais alto para o mais baixo.

Exemplo de ordenação. Na tabela 10, são apresentados os valores da tabela 9 em ordem decrescente.

Tabela 10: Ordem decrescente dos valores total de vendas

Produto	Valor total de vendas(R\$)
II	200.000
IV	120.000
I	120.000
V	50.000
III	30.000

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 3: Calcular a porcentagem acumulada das vendas totais.

1. Calcular o total geral das vendas: total geral das vendas=200.000+120.000+120.000+50.000+30.000=520.000

Calcular a porcentagem de cada produto em relação ao total geral: porcentagem= (valor total de vendas / total geral das vendas) ×100

2. Calcular a porcentagem acumulada.

Exemplo de cálculo. Na tabela 11 abaixo, é detalhada a porcentagem acumulada de cada produto.

Tabela 11: Porcentagem acumulada em cada produto

Produto	Valor total de vendas(R\$)	Porcentagem (%)	Porcentagem acumulada (%)
II	200.000	$(200.000/520.000) \times 100 \approx 38,46$	38,46
IV	120.000	$(120.000/520.000) \times 100 \approx 23,08$	$38,46 + 23,08 = 61,54$
I	120.000	$(120.000/520.000) \times 100 \approx 23,08$	$61,54 + 23,08 = 84,62$
III	50.000	$(50.000/520.000) \times 100 \approx 9,62$	$84,62 + 9,62 = 94,24$
V	30.000	$(30.000/520.000) \times 100 \approx 5,76$	100

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 4: classificar os produtos em categorias A, B e C.

Classifique os produtos com base nas seguintes faixas:

- categoria A: produtos que representam aproximadamente 70% do valor total das vendas;
- categoria B: produtos que representam aproximadamente 20% do valor total das vendas;
- categoria C: produtos que representam aproximadamente 10% do valor total das vendas.

Exemplo de classificação. Na tabela 12, é possível observar as categorias obtidas a partir da tabela 11.

Tabela 12: Categoria dos produtos

Produto	Valor total de vendas(R\$)	Porcentagem acumulada (%)	Categoria
II	200.000	38,46	A
IV	120.000	61,54	A
I	120.000	84,62	B
III	50.000	94,24	C
V	30.000	100	C

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 5: desenvolver estratégias de armazenamento e reposição diferenciadas para cada categoria.

1) *Categoria A*

Estratégia de Armazenamento e Reposição: para itens de alta demanda, como produtos de tecnologia, eletrônicos populares e produtos de cuidados pessoais, é fundamental manter um estoque adequado e estrategicamente localizado para garantir o rápido atendimento. Esses produtos representam uma parcela significativa da receita e estão entre os mais vendidos, exigindo que sejam armazenados em áreas de fácil acesso e com reposição automática ou em intervalos frequentes.

Monitoramento e Controle: implementar um monitoramento contínuo das vendas e utilizar ferramentas preditivas para antecipar variações na demanda é essencial. Uma frequência elevada de reposição, acompanhada de controles de estoque em tempo real, reduz o risco de rupturas e assegura a satisfação do cliente.

Embasamento Teórico: segundo Christopher (2016), produtos de alto valor e alta rotatividade necessitam de um controle de estoque rigoroso e frequente, pois interrupções em seu abastecimento podem impactar diretamente a fidelidade do cliente e as margens de lucro.

2) *Categoria B*

Estratégia de Armazenamento e Reposição: para itens de demanda intermediária, como produtos de moda sazonal, acessórios e utensílios domésticos, é recomendável manter um estoque moderado, ajustado conforme a demanda média. Esses produtos, embora importantes, não exigem o mesmo nível de controle dos itens da categoria A. A alocação desses produtos pode ser em áreas secundárias, com reposição periódica, ajustada conforme a sazonalidade e o comportamento da demanda.

Reposição e Previsibilidade: a reposição periódica deve ser programada para evitar excessos e faltas, equilibrando o fluxo de estoque e minimizando desperdícios. A adoção de sistemas de reposição automática, com

reabastecimento ajustado por análises de sazonalidade, permite maior flexibilidade na gestão desses produtos.

Embasamento Teórico: Slack *et al.* (2013) afirmam que itens de demanda média se beneficiam de uma reposição moderada e previsível, garantindo que o estoque esteja ajustado ao consumo e evitando superlotação, o que preserva a eficiência no uso dos recursos de armazenagem.

3) Categoria C

Estratégia de Armazenamento e Reposição: para produtos de baixa demanda e menor valor agregado, como itens sazonais específicos e produtos de nicho, o foco deve ser em manter um estoque mínimo, reduzindo custos de armazenagem. Esses itens podem ser alocados em áreas menos acessíveis e sua reposição deve ser feita conforme a necessidade ou em lotes ocasionais.

Reposição Sob Demanda: a reposição deve ocorrer conforme a demanda pontual, o que minimiza o capital imobilizado em estoque e reduz custos de armazenagem. Essa estratégia libera espaço para itens de maior valor e mantém o estoque enxuto sem comprometer o atendimento.

Embasamento Teórico: Ballou (2004) destaca que produtos de baixa demanda e valor reduzido são candidatos ideais para uma estratégia de estoque mínimo, pois o custo de armazenagem pode ser reduzido sem prejuízo significativo para o cliente, otimizando os recursos e evitando o acúmulo de itens de baixo giro.

Resumo dos Cálculos e Classificação

Produto II: R\$ 200.000 - 38,46% acumulada, Categoria A; *Produto IV:* R\$ 120.000 - 61,54% acumulada, Categoria A; *Produto I:* R\$ 120.000 - 84,62% acumulada, Categoria B; *Produto III:* R\$ 50.000 - 94,24% acumulada, Categoria C; *Produto V:* R\$ 30.000 - 100,00% acumulada, Categoria C.

Com base nesses cálculos, o e-commerce pode otimizar a gestão de seu inventário e melhorar a eficiência do fulfillment, priorizando os produtos mais críticos e aprimorando o uso do espaço em seus centros de distribuição.

Problema 4: Farmácias e Drogarias

Tema: Implementação da Curva ABC na gestão de medicamentos e produtos de saúde, considerando a validade e a demanda dos itens.

Enunciado: uma rede de farmácias deseja otimizar a gestão de medicamentos e produtos de saúde para reduzir perdas por vencimento e melhorar a disponibilidade dos itens mais demandados. A Curva ABC será utilizada para classificar os produtos com base no valor de vendas e na validade.

Dados fornecidos:

- lista de medicamentos e produtos de saúde com suas respectivas vendas (em unidades), preços unitários e datas de validade;
- vendas totais de cada produto nos últimos seis meses.

Passos para Resolução:

Passo 1: calcular o valor total de vendas para cada produto

Para cada produto, multiplique a quantidade vendida pelo preço unitário para obter o valor total de vendas nos últimos seis meses.

Fórmula: valor total de vendas = quantidade vendida $\times$ preço unitário

Exemplo de dados fornecidos. Na tabela 13, são mostrados os valores totais de vendas de cada item.

Tabela 13: Valores totais de cada item

Produto	Quantidade vendida	Preço unitário(R\$)	Valor total de vendas(R\$)	Data de validade
I	1.500	50,00	1.500 x 50,00 = 75.000,00	12/2025
II	900	100,00	900 x 100,00 = 90.000,00	06/2024
III	2.000	30,00	2.000 x 30,00 = 60.000,00	11/2023
IV	500	200,00	500 x 200,00 = 100.000,00	07/2024
V	1.200	40,00	1.200 x 40,00 = 48.000,00	01/2026

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 2: ordenar os produtos com base no valor total de vendas em ordem decrescente

Ordene os produtos do valor total de vendas mais alto para o mais baixo.

Os valores citados na tabela 13, serão apresentados abaixo na tabela 14 ordenados em ordem decrescente.

Tabela 14 - Valores totais de vendas em ordem decrescente

Produto	Valor total de vendas(R\$)	Data de validade
IV	100.000	07/2024
II	90.000	06/2024
I	75.000	12/2025
III	60.000	11/2023
V	48.000	01/2026

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 3: calcular a porcentagem acumulada das vendas totais:

1. Calcular o total geral das vendas: total geral das vendas = 100.000 + 90.000 + 75.000 + 60.000 + 48.000 = 373.000
2. Calcular a porcentagem de cada produto em relação ao total geral: porcentagem = (valor total de vendas / total geral das vendas) $\times$ 100
3. Calcular a porcentagem acumulada.

Exemplo de cálculo. Na tabela 15, são mostradas as porcentagens acumuladas de cada produto.

Tabela 15: Porcentagem acumulada por produto

Produto	Valor total de vendas(R\$)	Porcentagem (%)	Porcentagem acumulada (%)
IV	100.000	$(100.000/373.000) \times 100 \approx 26,82$	26,81
II	90.000	$(90.000/373.000) \times 100 \approx 24,13$	$26,81 + 24,13 = 50,94$
I	75.000	$(75.000/373.000) \times 100 \approx 20,11$	$50,94 + 20,11 = 71,05$
III	60.000	$(60.000/373.000) \times 100 \approx 16,09$	$71,05 + 16,09 = 87,14$
V	48.000	$(48.000/373.000) \times 100 \approx 12,86$	100

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 4: classificar os produtos em categorias A, B e C

Classifique os produtos com base nas seguintes faixas:.

- categoria A: produtos que representam aproximadamente 70% do valor total das vendas;
- categoria B: produtos que representam aproximadamente 20% do valor total das vendas;
- categoria C: produtos que representam aproximadamente 10% do valor total das vendas.

Exemplo de classificação. Na tabela abaixo (16), estão mostrados as classificações em categorias.

Tabela 16: Classificação em categoria

Produto	Valor total de vendas(R\$)	Porcentagem acumulada (%)	Categoria
IV	100.000	26,81	A
II	90.000	50,94	A
I	75.000	71,05	A
III	60.000	87,14	B
V	48.000	100	C

Fonte: “com adaptações” dos pesquisadores (2024).

Passo 5: implementar políticas de gestão diferenciadas para cada categoria, considerando também a validade dos produtos.

1) *Categoria A*

Estratégia de Estoque: para produtos de alta demanda, como medicamentos essenciais e itens de cuidados pessoais, é crucial manter um estoque adequado para evitar rupturas. Esses produtos são fundamentais para a operação da farmácia e têm impacto direto na receita.

Reposição e Monitoramento: a reposição deve ser frequente, com um monitoramento contínuo do consumo. É vital que esses produtos estejam sempre disponíveis para atender à demanda dos clientes, especialmente em

situações de emergência, como no caso de medicamentos para tratamento de doenças crônicas.

Validade e Armazenamento: realizar verificações regulares das datas de validade é essencial para evitar perdas por vencimento, que podem impactar negativamente a lucratividade. Produtos dessa categoria devem ser armazenados em locais de fácil acesso, facilitando a reposição e agilizando o processo de vendas.

Embasamento Teórico: segundo Gudehus (2008), o controle rigoroso dos estoques de itens críticos é essencial, pois a falta desses produtos pode resultar em prejuízos significativos e comprometer a satisfação do cliente.

2) Categoria B

Estratégia de Estoque: para produtos com demanda intermediária, como medicamentos de uso sazonal e produtos de cuidados de saúde, deve-se manter um estoque moderado. Esses itens são importantes, mas não têm a mesma urgência de reposição que os da categoria A.

Reposição e Monitoramento: a reposição deve ser realizada periodicamente, com base em análises de demanda e histórico de vendas. Embora o monitoramento das datas de validade ainda seja relevante, a frequência pode ser menor em comparação à categoria A.

Validade e Armazenamento: as datas de validade devem ser monitoradas regularmente para garantir que os produtos não se tornem obsoletos. O armazenamento desses itens pode ser em áreas intermediárias, permitindo acesso rápido, mas não tão imediato quanto os produtos da categoria A.

Embasamento Teórico: de acordo com Slack *et al.* (2013), produtos de demanda intermediária se beneficiam de uma gestão de estoques que equilibre o custo de armazenagem e a disponibilidade, permitindo uma resposta mais flexível às variações de demanda.

3) Categoria C

Estratégia de Estoque: para produtos de baixa rotatividade, como medicamentos de uso específico ou de prescrição, o foco deve ser em manter um estoque mínimo para reduzir custos de armazenamento. Esses itens são menos críticos para a operação diária da farmácia.

Reposição e Monitoramento: a reposição deve ser feita conforme a necessidade ou demanda específica, evitando o acúmulo de produtos que possam vencer sem serem vendidos. A verificação da validade deve ser feita antes de novos pedidos, garantindo que não haja excesso de estoque desnecessário.

Validade e Armazenamento: o armazenamento desses produtos pode ser feito em áreas menos acessíveis, liberando espaço nas áreas de maior circulação para produtos de maior rotatividade.

Embasamento Teórico: segundo Ballou (2004), uma gestão eficiente de produtos de baixa demanda deve focar na redução de custos, utilizando estratégias de reabastecimento que considerem as especificidades da validade dos produtos e as limitações de espaço.

Resumo dos Cálculos e Classificação

Medicamento IV: R\$ 100.000 - 26,81% acumulada, Categoria A; Medicamento II: R\$ 90.000 - 50,94% acumulada, Categoria A; Medicamento I: R\$ 75.000 - 71,05% acumulada, Categoria A; Produto III: R\$ 60.000 - 87,14% acumulada, Categoria B; Produto V: R\$ 48.000 - 100,00% acumulada, Categoria C.

Com base nesses cálculos, a rede de farmácias pode otimizar a gestão de seus medicamentos e produtos de saúde, melhorando a disponibilidade dos itens mais demandados e reduzindo as perdas por vencimento, utilizando estratégias de armazenamento e reposição específicas para cada categoria.

Análise e apresentação dos resultados

A pesquisa de campo foi desenvolvida com 14 alunos do Curso Técnico em Logística do SENAC-DF, seguindo um percurso metodológico em cinco etapas: diagnóstico inicial da familiaridade com a Curva ABC; fundamentação teórica sobre Modelagem Matemática, MCA e Princípio de Pareto; resolução de quatro problemas reais de gestão de materiais (supermercados, indústria automotiva, varejo online e farmácias), percorrendo as etapas de cálculo, ordenação, porcentagem acumulada, classificação A/B/C e proposição de estratégias; observação e registro das interações e dificuldades; e sistematização dos dados por meio de questionários e conversas em grupo.

Os resultados evidenciaram que os alunos superaram as dificuldades iniciais no cálculo da porcentagem acumulada e na classificação dos itens, demonstrando ao final domínio do procedimento. Desenvolveram habilidades de organização e interpretação de dados, pensamento crítico e tomada de decisão fundamentada, articulando os resultados numéricos a estratégias práticas de gestão. As percepções dos estudantes foram positivas, destacando a conexão entre a Matemática e situações reais da logística, o que tornou o aprendizado mais significativo e motivador.

A análise qualitativa dos dados revelou que a Modelagem Matemática, articulada à Metodologia da Contextualização da Aprendizagem (MCA), mostrou-se eficaz para o ensino da Curva ABC. O percurso metodológico

adotado permitiu que os alunos vivenciassem a construção do conhecimento a partir de situações concretas, favorecendo a compreensão teórica e o desenvolvimento de habilidades analíticas essenciais à formação profissional em logística.

Percepções dos estudantes sobre a metodologia

Nos questionários e conversas em grupo, os alunos avaliaram positivamente a abordagem. Destacaram que a Modelagem Matemática tornou o aprendizado mais significativo por conectar a teoria à prática profissional. Relataram que os problemas reais despertaram maior interesse e motivaram a participação ativa nas atividades.

Síntese dos Resultados

Os resultados evidenciam que a Modelagem Matemática constitui uma estratégia pedagógica eficaz para o ensino da Curva ABC. O percurso metodológico adotado permitiu que os alunos vivenciassem o processo de construção do conhecimento a partir de situações concretas, articulando conceitos matemáticos à realidade da gestão de materiais. A abordagem favoreceu não apenas a compreensão teórica, mas também o desenvolvimento de habilidades essenciais à formação profissional em logística.

Considerações finais

Este capítulo evidenciou a aplicação prática da Modelagem Matemática no ensino da Curva ABC por meio de estudos de casos setoriais e análise empírica. A metodologia mostrou-se eficaz em traduzir conceitos teóricos em procedimentos operacionais, promovendo uma aprendizagem ativa e contextualizada.

A pesquisa qualitativa com alunos do curso técnico confirmou que a abordagem não só facilitou a compreensão técnica, mas também desenvolveu habilidades analíticas, de resolução de problemas e trabalho em equipe essenciais à formação profissional.

Os resultados evidenciam a Modelagem Matemática como uma estratégia pedagógica viável para conectar teoria acadêmica às demandas do mercado, preparando profissionais de logística mais capacitados e críticos para atuação prática.

Agradecimentos

Agradecemos ao orientador, Prof. Dr. Rui Seimetz (UnB), pela orientação e apoio constantes. À Prof^a Ma. Maria Dalvirène Braga (UnB), coordenadora

acadêmica do curso de Especialização em Metodologias de Ensino em Matemática, pela liderança e suporte institucional. À Direção da Unidade Jessé Freire do SENAC-DF, pelo apoio ao ambiente de investigação, e, de modo muito especial, aos estudantes do Curso Técnico em Logística, cujo envolvimento prático e discussões enriqueceram significativamente o percurso desta pesquisa. Aos colegas de estudo, familiares e a todos que, de alguma forma, contribuíram para esta jornada.

Referências

- Ballou, R. H. (2004). **Gestão da cadeia de suprimentos**: Planejamento, organização e logística. Pearson Prentice Hall.
- Christopher, M. (2016). **Logistics & supply chain management**: Strategies for reducing cost and improving service (5th ed.). Pearson Education.
- Creswell, J. W. (2014). **Research design**: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches (4th ed.). Sage.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2011). **The SAGE handbook of qualitative research**. (4th ed.). Sage.
- Flick, U. (2009). **An introduction to qualitative research**. (4th ed.). Sage.
- Gudehus, T. (2008). Logística: **Fundamentos, processos e sistemas**. Bookman.
- Lopes, A. C. D. (2024). **Modelagem matemática como metodologia da contextualização da aprendizagem**: Estudo da Curva ABC na formação técnica em logística empresarial. [Monografia de especialização]. Universidade de Brasília.
- Merriam, S. B. (2009). **Qualitative research**: A guide to design and implementation. (2nd ed.). Jossey-Bass.
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). **Qualitative data analysis**: A methods sourcebook. (3rd ed.). Sage.
- Slack, N., Chambers, S., & Johnston, R. (2013). **Operations management**. (7th ed.). Pearson Education.
- Thomas, D. R. (2006). **A general inductive approach for analyzing qualitative evaluation data**. American Journal of Evaluation, *27*(2), 237–246.

3- Entre pontos e retas: uma proposta pedagógica de Modelagem Matemática através do bordado no 3º Ano do Ensino Médio

Camila Fernandes Beserra de Oliveira ⁵
Maria Dalvirene Braga⁶

Introdução

Este capítulo apresenta um recorte da pesquisa intitulada “*Entre Pontos e Retas: Uma Proposta Pedagógica de Modelagem Matemática através do Bordado*”, Oliveira (2025), como requisito parcial para obtenção do grau de Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática, da Universidade de Brasília (UnB) e cujo objetivo geral é investigar os desafios e possibilidades da aprendizagem de conceitos geométricos por meio da modelagem no 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública do Distrito Federal.

Historicamente, temos observado que a dificuldade de aprendizagem dos estudantes em relação ao ensino da Matemática está cada vez mais presente nas salas de aula, provocando, principalmente no senso comum, afirmações de que a Matemática é uma matéria difícil, chata e isso impacta a aprendizagem dos nossos estudantes. Essa informação pode ser verificada com os dados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), divulgados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) de 2019-2021, por exemplo.

Analisando os dados do SAEB para a disciplina de Matemática, na região do Distrito Federal e na etapa Ensino Médio, temos que em 2019 a nota foi de 296,45. Já em 2021, a nota foi de 287,92 e em 2023 a nota foi de 280,82. É notório a queda das notas nessa avaliação nacional, que pode ter sido influenciada pela pandemia da COVID-19 em 2020/2021.

⁵ Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática. Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. camisfernandesoliveira@gmail.com

⁶ Mestre em Educação. Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. dalvirenebraga@gmail.com.

Preocupadas com essa dificuldade dos estudantes as pesquisas em Educação Matemática avançaram para que se desenvolvessem estratégias e metodologias para melhorar o ensino de Matemática. Com o passar do tempo, surgiram as tendências educacionais e com elas também surgiram as tendências na Educação Matemática. Essas tendências são reflexos das mudanças que tivemos no mundo, como por exemplo, o advento da tecnologia, e com isso foi necessário adaptar o processo de ensinar a Matemática. Atualmente, temos algumas tendências, como essas citadas por Brockveld e Munhoz (2023, p.1):

Educação Matemática Crítica, Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, História da Matemática, Jogos no Ensino de Matemática, Educação Inclusiva, Novas Tecnologias no Ensino de Matemática; Educação Ambiental e Educação Matemática. Além dessas tendências, algumas metodologias também serão consideradas, como a Interdisciplinaridade e a Aprendizagem Baseada em Projetos.

Cada uma dessas tendências aborda o ensino de Matemática de forma diferente, porém todas têm o mesmo intuito: oferecer uma aprendizagem significativa para os estudantes. Uma dessas tendências citadas acima é a Modelagem Matemática, “que permite converter situações do dia a dia em problemas matemáticos, possibilitando a construção de uma rede de conceitos” (Oliveira e Carvalho, 2013). Permite também que os estudantes mudem de posição no processo ensino-aprendizagem, passando do “ser passivo” para o “ser ativo”. A partir de um modelo apresentado pelo professor é possível resolver diversas questões que podem ser sugeridas aos estudantes.

As artes manuais e o artesanato estão presentes no nosso cotidiano e fazem parte da nossa cultura. Uma das formas de relacioná-los com a Matemática é por meio da Modelagem Matemática, pois ao trazer algo concreto como um tapete de crochê e analisar suas dimensões, fazer uma estimativa da quantidade de fio utilizada para confeccionar essa peça, etc. No fundo, estão sendo utilizados modelos matemáticos para solucionar as questões propostas.

Com isso, viu-se a possibilidade de utilizar essa abordagem para aproximar a Matemática e a Arte. A partir disso, foi elaborada uma oficina chamada “Bordando Padrões” baseada nos conceitos de Modelagem Matemática, com o intuito de reforçar os conhecimentos de Geometria Analítica dos estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública.

Modelagem Matemática

Segundo Flemming (2005, p. 17):

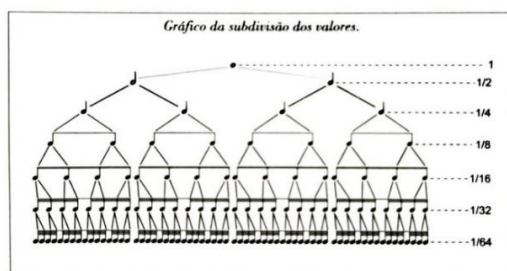
A modelagem é a arte de expressar, por intermédio da linguagem matemática, situações-problema reais. É uma nova forma de encarar a Matemática e consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Ou seja, a Modelagem Matemática é uma tendência que permite responder a célebre pergunta “Onde vou usar isso na minha vida?”. Ao utilizar a modelagem em uma aula, os estudantes terão um contato concreto de um problema da realidade sendo moldado matematicamente.

Biembengut e Hein (2000, p.13-15), organizaram *etapas* para sistematizar a *Modelagem Matemática*. São elas: Interação, Matematização e Modelo Matemático. A *primeira etapa* tem como objetivo reconhecer a situação problema e entender mais sobre ela, porém essa etapa não é finalizada antes de se passar para a próxima, pois a situação problema vai ficando mais compreensível conforme se vai trabalhando com ela. A *segunda etapa* é a mais complicada, pois tem como objetivo chegar a um conjunto de fórmulas, ou gráficos, ou representações que levem à solução ou ajudem a encontrá-la. Ou seja, nessa etapa tem-se que traduzir a situação problema utilizando a linguagem matemática, por essa razão a intuição, criatividade e experiências matemáticas são importantes nesse momento do processo. E na *última etapa*, o foco é a avaliação do modelo matemático que foi construído, verificando o seu grau de confiabilidade. Caso ele não esteja próximo a situação problema que serviu de base, retorna-se a etapa anterior e modifica-se aquilo que for necessário para melhorar o modelo criado.

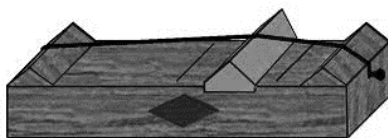
Um exemplo histórico onde podemos ver a Modelagem Matemática na prática é a criação da escala musical. Pitágoras, durante os seus estudos, esticou um fio e percebeu que ao tocá-lo ele emitia um som. Se segurasse o fio no meio e tocasse novamente, o mesmo som era emitido, porém mais agudo. Ele ia segurando sempre na metade e percebeu que o som ficava mais agudo, ou seja, ele conseguia uma nota uma oitava mais alta. Assim, ele identificou que a oitava tinha a proporção de dois para um e utilizou frações para representar as distâncias encontradas. Nasceu então a escala musical, representada na figura 1. Além disso, existe um instrumento chamado monocórdio de Pitágoras (figura 2), onde pode-se visualizar esse processo de criação da escala musical.

Figura 1: Gráfico da subdivisão do tempo - divisão rítmica



Fonte: Biembengut e Hein, 2000, p. 16.

Figura 2: Monocórdio de Pitágoras



Fonte: Wikipédia

A Modelagem Matemática é uma tendência de ensino de Matemática que proporciona ao professor trabalhar a interdisciplinaridade, pois como transforma-se problemas reais em problemas matemáticos, pode-se utilizar exemplos de qualquer área do conhecimento. Uma possibilidade é trabalhar Matemática e Arte, pois as duas disciplinas têm muitos fatores em comum. Nas artes plásticas, podemos trabalhar com os conceitos geométricos básicos, ponto, reta, plano. Podemos trabalhar geometria espacial a partir de esculturas. Outro exemplo é o estudo das frações a partir da escala musical, como visto acima. E também temos as artes manuais, como crochê, tricô e bordados, que podem ser relacionados aos conteúdos de simetria e plano cartesiano.

Dentro de uma sequência didática, a Modelagem Matemática pode ser utilizada em vários momentos, seja para iniciar um novo conteúdo, seja para reforçar conceitos prévios dados aos estudantes ou para avaliar o ensino-aprendizagem de certo conteúdo. Com isso, vemos que é uma tendência muito versátil e interessante para ser aplicada pelo professor.

Metodologia

O estudo, de abordagem qualitativa do tipo exploratório, foi realizado com estudantes do 3º Ano do Ensino Médio de uma escola pública de Santa Maria, região administrativa do Distrito Federal. Bogdan (*apud* Triviños, 2020), elenca cinco características para a pesquisa qualitativa, sendo uma delas

que “os pesquisadores qualitativos estão preocupados com o processo e não com os resultados e produtos”. As pesquisas qualitativas em educação apresentam fortemente essa característica, pois o intuito é entender como se comporta o processo ensino-aprendizagem, as relações entre professor-aluno e aluno-aluno. Com relação ao estudo exploratório, Triviños (2020) diz que esse tipo de estudo possibilita ao pesquisador ampliar seu conhecimento sobre um problema específico. O pesquisador inicia com uma suposição e investiga mais a fundo em uma situação específica, procurando por informações adicionais, adquirindo conhecimento para, depois, elaborar um estudo descritivo ou experimental, caso seja do seu interesse.

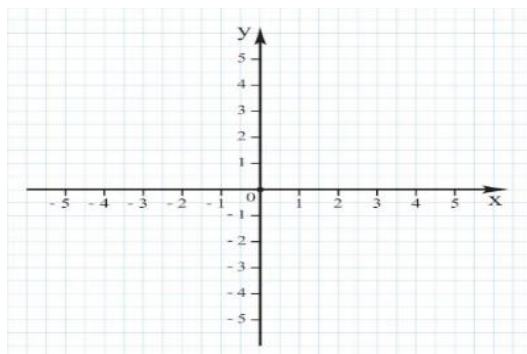
O contato com a escola em que o estudo foi realizado se deu por meio de uma professora de Matemática, que é amiga pessoal da primeira autora pesquisadora. É professora efetiva da Secretaria de Educação do Distrito Federal e leciona as aulas regulares de Matemática e as trilhas do Novo Ensino Médio para as turmas de 3º Ano. A professora coordenou a mediação com a coordenação e direção da escola, que permitiram que a pesquisa fosse realizada em sala de aula. Posteriormente, foi acordado com a professora regente o dia para a aplicação da oficina e ficou decidido que seria em um horário duplo de umas das suas trilhas. Eram os dois primeiros horários e nenhum estudante chegou atrasado. A professora regente descreveu a turma que participaria da oficina como não muito ativa. São estudantes que não se opõem a fazer a atividade, mas também não ficam animados quando uma atividade diferente é proposta.

Para iniciar a oficina intitulada “Bordando Padrões”, perguntou-se aos estudantes o que era um pixel, para a partir disso fazer o paralelo com o ponto cruz. Após a indagação, definiu-se o que era um pixel e falou-se um pouco sobre a *pixel art*, dando exemplos do que era e de um gráfico utilizado para fazê-la. Dando continuidade, foi perguntado se alguém conhecia o ponto cruz e após isso foram apresentados exemplos desse tipo de bordado e do gráfico utilizado para confeccioná-lo. Em seguida falou-se sobre o que é uma padronagem, mostrando exemplos.

Finalizando essa parte inicial, foi apresentada a proposta da oficina, que consistia na criação de uma padronagem em uma malha quadriculada com o plano cartesiano, que foi fornecido a eles (figura 3), utilizando até três cores. Depois disso eles iriam aplicar os conhecimentos de geometria analítica que já foram estudados anteriormente, calculando a área da padronagem feita, a distância entre dois pontos quaisquer da padronagem e a equação da reta que passa por dois pontos extremos da padronagem. Ao final, eles deveriam bordar

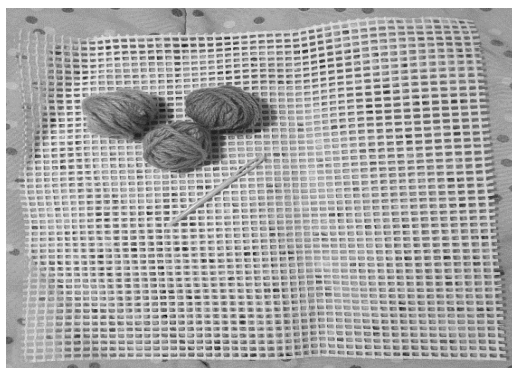
a padronagem criada em uma talagarça, que também foi fornecida, juntamente com as três cores de linhas disponíveis e agulha de tapeceiro (figura 4). Além dos materiais já citados, os estudantes também utilizaram lápis de cor, canetas, lápis de escrever e tesoura.

Figura 3: Malha quadriculada com plano cartesiano



Fonte: Google Imagens (<https://www.preparaenem.com/matematica/plano-cartesiano.htm>).

Figura 4: Materiais fornecidos para os estudantes



Fonte: Arquivo do estudo (2024).

Apresentação dos resultados e análises

A análise e interpretação dos dados teve por objetivo organizar e resumir os dados de forma tal que possibilitem o fornecimento de respostas ao problema e questões de pesquisa, respectivamente, proposto para investigação: 1) Quais são os desafios e possibilidades da aprendizagem de conceitos geométricos por meio da modelagem no 3º Ano do Ensino Médio de uma escola pública? 2) Quais as estratégias que os estudantes do terceiro ano

utilizam para trabalhar ou resolver a Modelagem Matemática? e 3) Quais são as reações ou impressões dos estudantes frente às atividades de modelagem?. Os dados foram coletados a partir das produções dos estudantes no decorrer das atividades propostas pelas pesquisadoras. Desta forma as análises foram realizadas considerando esse aspecto.

Antes de iniciar a oficina, foi solicitado que os estudantes se dividissem em grupos para realizar a atividade. Os 25 estudantes se dividiram, por afinidade, em quatro grupos e dois estudantes quiseram fazer individualmente. Para efeito de organização na apresentação dos resultados, serão utilizadas as siglas G1 a G7 para nomear os trabalhos, porém, como é um recorte do TCC, nem todas as imagens estarão presentes no texto, mas a descrição dos trabalhos constará nas análises.

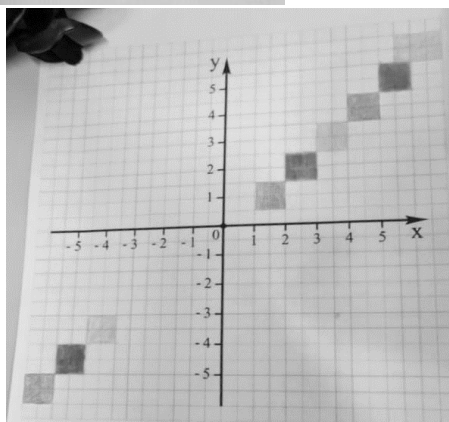
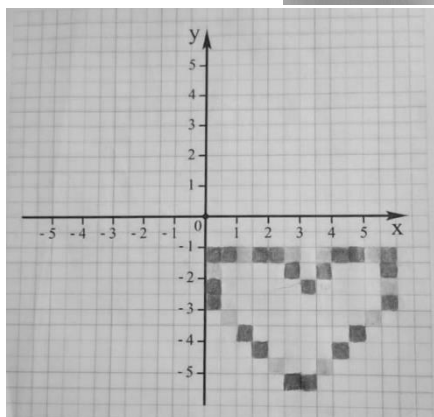
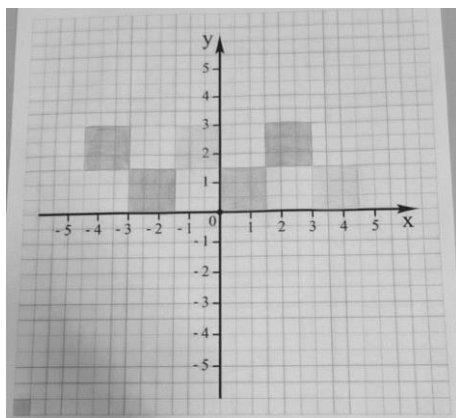
Ao perguntar sobre o que é um pixel, um estudante respondeu corretamente o que era e o restante não quis falar. Ao indagá-los sobre a *pixel art*, nenhum dos estudantes conhecia essa técnica e também não demonstraram interesse sobre. Já quando perguntado se eles conheciam o ponto cruz, todos disseram que não sabiam o que era, mas ao mostrar exemplos alguns disseram que já tinham visto em casas de parentes, principalmente avós. Por fim, ao abordar a padronagem eles também disseram que não sabiam o que era, mas ao mostrar exemplos eles entenderam do que se tratava.

Fazendo um paralelo com as etapas da Modelagem Matemática sistematizadas por Biembengut e Hein (2000), podemos dizer que aqui os estudantes estavam na primeira etapa, pois foi o momento de reconhecimento da atividade. Lembrando que essa etapa não acaba ao passar para a segunda, porque o entendimento sobre a atividade acontece durante todo o processo.

Análise em relação a criação da padronagem

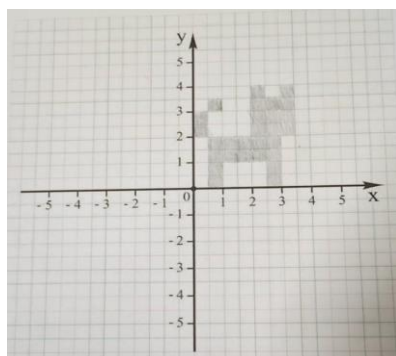
Após explicar o objetivo da oficina e entregar as malhas quadriculadas para os estudantes, alguns ficaram na dúvida de como criar a padronagem. Para ajudá-los foi explicado que eles deveriam criar uma figura e repeti-la utilizando um padrão. Um grupo perguntou se poderia se inspirar nas cartas do baralho, utilizando a ideia de repetição dos naipes na carta, e a resposta foi afirmativa. Essa atitude do grupo demonstra que eles estavam interessados na atividade e gostariam de participar ativamente. Nas figuras 5 a 11 temos as padronagens criadas por eles.

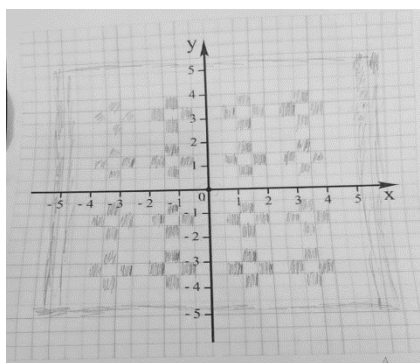
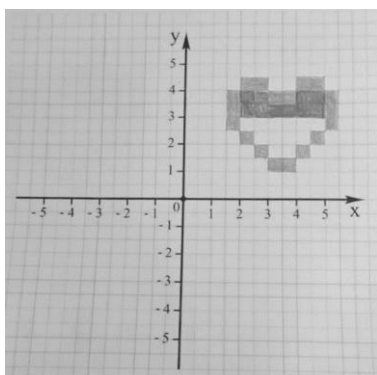
Figuras 5, 6 e 7: Padronagens do G1, G2 e G3, respectivamente.



Fonte: Arquivo do estudo (2024).

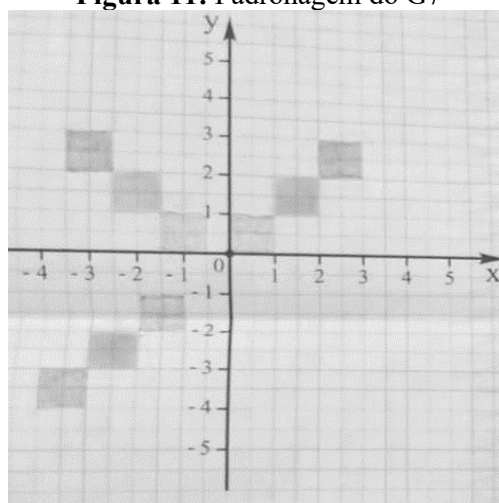
Figuras 8, 9 e 10: Padronagens do G4, G5 e G6, respectivamente.





Fonte: Arquivo do estudo (2024).

Figura 11: Padronagem do G7



Fonte: Arquivo do estudo (2024).

Analisando as produções, podemos ver que os grupos G1, G4 e G5 provavelmente se inspiraram na *pixel art* e no ponto cruz, pois eles formaram figuras, como um coração e um cachorrinho, no plano cartesiano. Já os grupos G2, G3 e G7 seguiram a ideia de padronagem, pois repetiram um quadrado conforme uma regularidade criada por eles. Para finalizar essa parte, os estudantes deveriam compartilhar suas inspirações para criar as padronagens. O grupo G6 explicou que se inspirou nas cartas do baralho, já os demais grupos não quiseram falar. Nesta etapa os estudantes fizeram os seus próprios modelos, a partir das informações dadas no início da oficina. Portanto,

pelo olhar das etapas da Modelagem Matemática sistematizadas por Biembengut e Hein (2000), neste momento da atividade os estudantes estavam na segunda etapa, pois fizeram uma representação para responder a proposta feita no início da atividade.

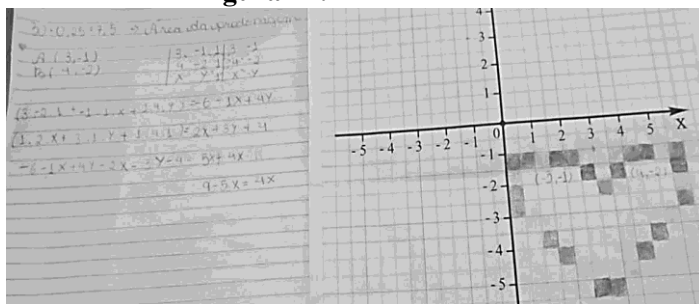
Análise em relação a aplicação dos conhecimentos de Geometria Analítica

No segundo momento foi feita a aplicação dos conceitos de Geometria Analítica, visto por eles no primeiro bimestre do ano letivo. Como a oficina foi aplicada quase no final do terceiro bimestre, a professora regente fez uma breve revisão dos conteúdos que seriam necessários para eles calcularem a área da padronagem, a distância entre dois pontos e a equação da reta que passa pelos pontos extremos da padronagem.

Após essa breve revisão, os estudantes foram fazer os seus cálculos. Eles ficaram livres para escolher os pontos que iriam utilizar nas contas e isso gerou um pouco de dúvidas, pois a malha quadriculada utilizada tinha dois quadradinhos para cada unidade dos eixos x e y. Alguns estudantes também ficaram em dúvida se o ponto seria o próprio quadradinho, mas foi orientado que pegassem o vértice do quadrado e que se ele não estivesse exatamente na marcação dos eixos cartesianos, eles poderiam considerar que cada quadradinho tinha 0,5 de medida lateral. Como cada grupo tinha uma padronagem diferente na malha quadriculada, os cálculos foram distintos uns dos outros.

O horário da aula estava acabando e os grupos ainda estavam na parte dos cálculos, então foi pedido aos estudantes que terminassem em casa e levassem na próxima aula para a professora regente tirar foto dos trabalhos. Alguns grupos não terminaram as atividades e outros não trouxeram o que tinha sido feito em sala. A seguir serão analisados os cálculos dos grupos que levaram a atividade na aula posterior. Na figura 12, temos os registros dos cálculos realizados pelo grupo G1.

Figura 12: Cálculos do G1

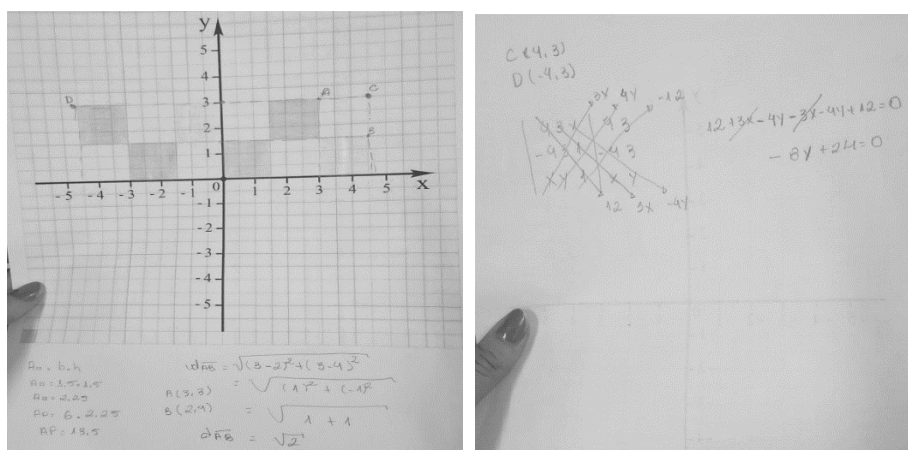


Fonte: Arquivo do estudo (2024).

Nos cálculos das áreas dos quadradinhos, a unidade de medida dos lados é o milímetro. Vamos usar os quantitativos das medidas obtidos. Para o cálculo da área, o grupo G1 calculou a área de cada quadradinho da malha quadriculada (0,25) e multiplicou pela quantidade de quadradinhos utilizados no desenho deles, que foram 30 no total, chegando assim em uma área igual a 7,5.

Já para fazer a equação da reta, eles escolheram os pontos (3; -1) e (4; -2). Fizeram corretamente a montagem da matriz e o cálculo do determinante, porém no finalzinho do cálculo erraram um sinal e no momento de juntar os termos semelhantes ignoraram o fato de existirem termos com y e termos independentes, pois eles juntaram todos os termos encontrando como resposta 4x, sendo que a resposta correta seria $x+y-2=0$. Este grupo não calculou a distância entre dois pontos. Nas figuras 13 e 14 temos os registros dos cálculos realizados pelo grupo G3.

Figuras 13 e 14: Cálculos do G3



Fonte: Arquivo do estudo (2024).

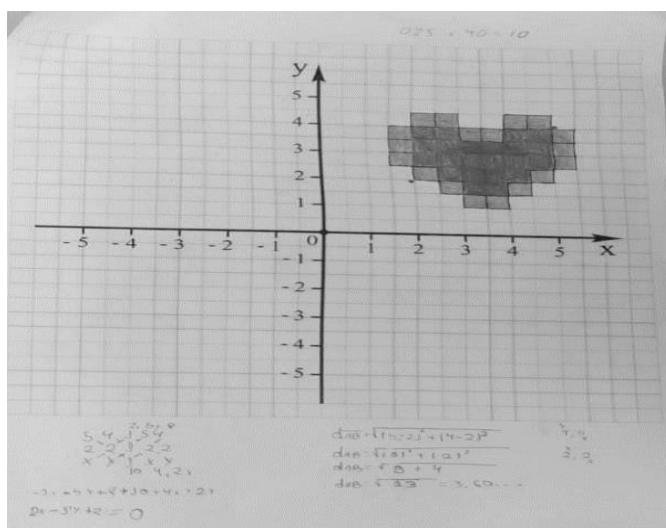
A padronagem feita pelo grupo G3 é formada por quadrados 3x3 que se repetem seis vezes. Então, para fazer o cálculo da área eles encontraram a área de cada quadrado (2,25) e multiplicaram por seis, obtendo uma área igual a 13,5.

Para o cálculo da distância entre dois pontos, eles utilizaram os pontos A (3; 3) e B (2; 4) e fizeram o cálculo corretamente, encontrando como resultado 2. Já para encontrar a equação da reta, eles utilizaram os pontos C (4;

3) e D (-4; 3) e fizeram os cálculos corretamente, encontrando a equação $-8y+24=0$.

Algo interessante que foi observado na análise é que na malha quadriculada os pontos marcados foram A (3; 3), B (4,5; 1,5), C (4,5; 3) e D (-4,5; 3), porém os pontos utilizados nos cálculos só contêm números inteiros. Essa adaptação deve ter sido feita pelo grupo para que os cálculos fossem exatos. Na figura 15 temos os registros dos estudantes do grupo G5.

Figura 15: Cálculos do G5



Fonte: Arquivo do estudo (2024).

A figura criada pelo grupo G5 é composta por 40 quadradinhos da malha quadriculada. Para calcular a área da figura eles calcularam a área de um quadradinho (0,25) e multiplicaram por 40, encontrando assim uma área igual a 10. Os pontos escolhidos por eles foram A (5; 4) e B (2; 2), que foram utilizados tanto no cálculo da distância entre dois pontos quanto no cálculo da equação da reta. O grupo fez todos os cálculos corretamente, encontrando a distância entre os dois pontos igual a 13 e a equação da reta igual a $2x-3y+2=0$.

A atividade G7 foi realizada por uma aluna que quis ficar sozinha. Ela criou uma padronagem formada por quadrados 2x2 que se repetiam formando um X e tinham 4 quadrados de cada cor (vermelho, azul e amarelo), totalizando 12 quadrados 2x2. Pelo cálculo da área feito por ela, pode-se inferir que ela considerou que cada quadrado 2x2 tinha área igual a 1 e por isso a área total foi igual a 12. Pelos registros, ela fez o cálculo da distância entre os quadrados azul

e amarelo, representados pelos pontos $(0; 3)$ e $(0; 0)$ respectivamente, e a distância entre os quadrados amarelo e vermelho, representados pelos pontos $(0; 0)$ e $(0; -1)$ respectivamente. Ao localizar esses pontos na malha quadriculada onde foi feita a padronagem, percebe-se que eles não condizem com as cores dos quadrados citados, o que pode ter sido um erro na escolha dos pontos ou pode indicar que ela possuía dificuldade em localizar os pontos no plano cartesiano. Além disso, no cálculo da distância entre os quadrados amarelo e vermelho, ao colocar os pontos na fórmula, o ponto $(0; 0)$ foi trocado pelo ponto $(0; 3)$. Talvez essa troca tenha acontecido pelo fato do resultado da primeira distância ter sido 3, mas não é possível afirmar nada sobre esse acontecimento. A aluna não realizou o cálculo para encontrar a equação da reta.

Ao olhar todas as respostas e apoiado no que diz Franco (2018, p. 20), pode-se inferir que a representação gráfica facilitou a aprendizagem dos estudantes, pois na maioria dos grupos os cálculos foram feitos corretamente. Dentro da sistematização de Biembengut e Hein (2000), pode-se dizer que os estudantes continuaram na segunda etapa da Modelagem Matemática.

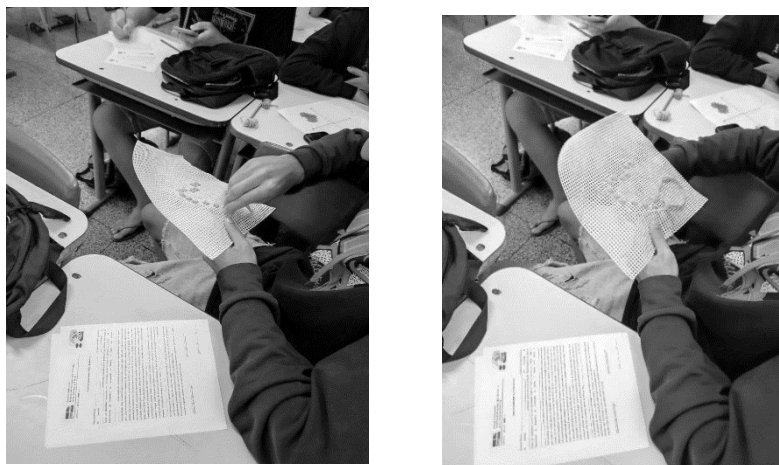
Outro ponto que vale ressaltar é que a malha quadriculada fornecida aos estudantes possibilitava o uso de números racionais. Alguns grupos utilizaram esses números no cálculo da área, porém nenhum deles utilizou no cálculo da distância entre dois pontos e na equação da reta. Inclusive, o G3 adaptou os seus pontos para trabalhar somente com os números inteiros. Com isso, pode-se inferir que os estudantes não se sentem seguros para trabalhar com os números racionais e quando lhes é dada liberdade para escolher com qual conjunto trabalhar, eles optam para o mais simples.

Análise em relação ao bordado dos padrões

Como dito anteriormente, o tempo de aula estava finalizando e os estudantes ainda estavam fazendo os cálculos da parte de Geometria Analítica. Com isso, o planejamento da aula teve que ser alterado. Originalmente, tinha sido planejado que a primeira autora iria ensinar o ponto básico do ponto cruz para que os discentes pudessem bordar as padronagens criadas por eles, porém pelo fato da atividade ter se alongado mais do que o esperado isso não foi possível. Mesmo sem as orientações de como fazer o bordado, alguns estudantes tentaram em sala de aula começar o bordado.

Um integrante do grupo G5 surpreendeu a todos pois enquanto os colegas estavam fazendo os cálculos, ele estava bordando o padrão, como pode ser visto nas figuras 16 e 17. Inclusive este estudante finalizou o bordado na mesma manhã, na aula de outra disciplina e antes de ir embora foi mostrar para a professora regente o resultado, muito contente.

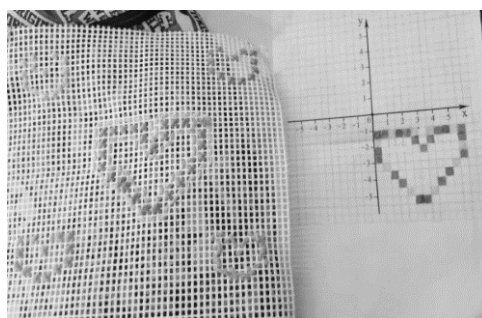
Figuras 16 e 17: Estudante do G5 bordando



Fonte: Arquivo do estudo (2024).

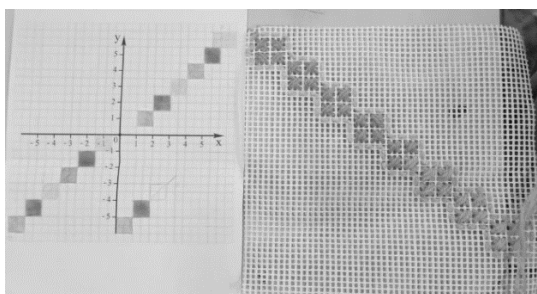
A solução encontrada para concluir a atividade foi a seguinte: Os estudantes levaram para casa o material de fazer o bordado e a pesquisadora enviou um vídeo do Youtube, onde uma pessoa ensinava a fazer o ponto básico, para a professora regente compartilhar com a turma. Assim, os estudantes poderiam finalizar a atividade em casa e levar na aula posterior para que a professora regente registrasse os resultados, que podem ser conferidos nas figuras 18 a 23.

Figura 18: Bordado do G1



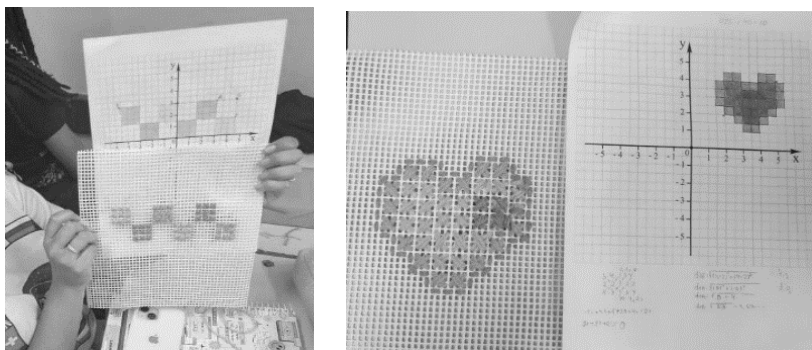
Fonte: Arquivo do estudo (2024).

Figura 19: Bordado do G2



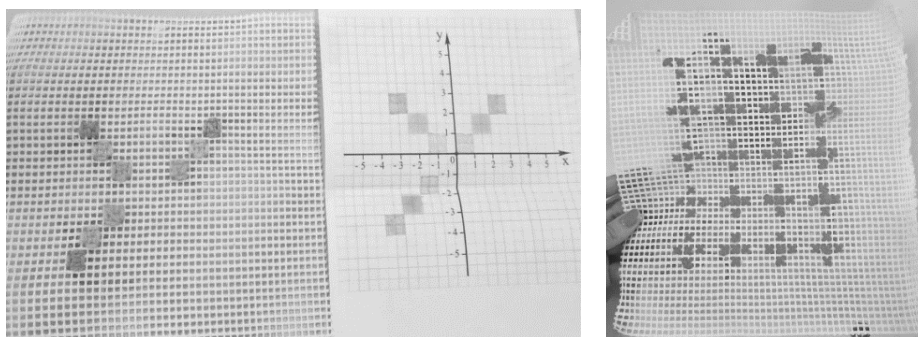
Fonte: Arquivo do estudo (2024).

Figuras 20 e 21: Bordado do G3 e G5



Fonte: Arquivo do estudo (2024).

Figuras 22 e 23: Bordado do G6 e G7



Fonte: Arquivo do estudo (2024).

A aluna G7, que fez a atividade sozinha em sala, não parecia estar gostando muito, porém ela surpreendeu-nos, pois, na tarde do mesmo dia em que a atividade foi feita, ela enviou um vídeo para a professora regente mostrando que tinha feito o bordado e pedindo desculpas por não querer ter feito grupo com os outros colegas. Com essa atitude pode-se inferir que a atividade foi interessante para ela, pois se não tivesse sido ela não teria finalizado no mesmo dia e nem enviado a mensagem para a professora.

Os bordados feitos pelos estudantes são uma validação do modelo feito por eles, demonstram o envolvimento e interesse com a tarefa e pode ser considerado como a última etapa da sistematização criada por Biembengut e Hein (2000), pois ele se aproxima das inspirações que foram propostas no início da atividade.

Modelar é criar um modelo. Ao observar as produções dos estudantes, pode-se afirmar que eles não repetiram um padrão, mas cada um fez o seu próprio modelo com criatividade e liberdade. Concordando com Flemming (2005) quando afirma que é importante encarar a matemática de uma forma diferente, propor problemas da realidade para que os estudantes interpretem o mundo real deles, foi possível visualizar nesta pesquisa que os mesmos conseguiram recapitular o conteúdo de Geometria Analítica a partir das suas criações, baseadas nas instruções da atividade, que no final se transformou em um bordado trazendo assim mais um elemento da realidade e da cultura,

Os estudantes conseguiram transpor a ideia inicial para o gráfico, no segundo momento conseguiram extrair as informações para aplicar a Geometria Analítica e depois conseguiram transpor do gráfico para o bordado, ou seja, eles foram fazendo modelos durante todo o processo. Portanto, essa atividade vai de encontro com o que diz o Currículo em Movimento do Novo Ensino Médio (Distrito Federal, 2020), pois ela contribui para o letramento matemático dos estudantes.

Considerações finais

A presente pesquisa se propôs a investigar os desafios e possibilidades da aprendizagem de conceitos geométricos por meio da modelagem no 3º Ano do Ensino Médio de uma escola pública. Para isso, foi realizada uma atividade que articula Arte e Matemática por meio do ponto cruz e da Geometria Analítica, corroborando com o que Zaidan, David *et al.* (2010) afirmam ao discorrer sobre o âmbito do ensino na Educação Matemática.

Os estudantes poderiam ter alguns desafios, como a criação de uma padronagem a partir do que foi apresentado no início da atividade e a extração

de informações da padronagem criada para aplicar os conceitos de Geometria Analítica. Já as possibilidades eram diversas, como por exemplo escolher trabalhar com números inteiros ou números decimais nos cálculos. A tendência escolhida para nortear essa pesquisa foi a Modelagem Matemática, que se fez presente desde o início da atividade, pois os estudantes criaram uma padronagem e a partir dela extraíram informações para aplicar os conhecimentos de Geometria Analítica com o intuito de recapitulá-los, proporcionando assim um protagonismo dos estudantes durante todo o processo.

Sobre as estratégias que os estudantes do terceiro ano utilizaram para trabalhar ou resolver a Modelagem Matemática, pode-se observar que a maioria seguiu os modelos apresentados pela pesquisadora no início da atividade, pois eles se basearam na pixel art/gráfico de ponto cruz e/ou na criação de um padrão por meio da repetição. Porém um grupo foi além, pois se baseou na criação do padrão por meio da repetição, mas inspirado nas cartas do baralho, de forma que a sua criação foi uma releitura da carta de baralho na malha quadriculada, onde o padrão que foi repetido representava o naipe criado por eles.

Para aplicar os conceitos de distância entre dois pontos e encontrar a equação da reta, todos utilizaram números inteiros. A malha com o plano cartesiano fornecida a eles possibilita a utilização dos números racionais, mas estes só foram utilizados no cálculo das áreas. A partir disso, podemos inferir que os estudantes do 3º Ano do Ensino Médio têm dificuldades para fazer cálculos mais complexos como raízes e determinante de matrizes com números racionais, pois isso não foi nem uma opção para a maioria deles.

Dois trabalhos chamaram atenção, um deles porque o cálculo da equação da reta estava errado e foi identificado que os estudantes do grupo provavelmente possuem dificuldades para diferenciar os termos semelhantes de uma equação. O outro trabalho foi o da aluna que fez sozinha, pois a escolha dos pontos no plano cartesiano não corresponde com a padronagem feita pela estudante, o que demonstra uma dificuldade em localizar os pontos no plano cartesiano. No geral, os cálculos realizados pelos estudantes estavam corretos, validando que a atividade obteve êxito no quesito de reforçar os conteúdos de Geometria Analítica estudados no início do ano letivo.

Em relação às reações ou impressões dos estudantes frente às atividades de modelagem, pode-se dizer que foram positivas, pois pelo histórico da turma, relatado pela professora regente, esperava-se que eles não iriam animar-se com a atividade e iriam fazer apenas para cumprir o que estava sendo proposto. Porém durante a atividade foi notório o envolvimento dos estudantes e o

resultado das padronagens bordadas mostram que realmente eles quiseram fazer a atividade, pois como ela teve que ser finalizada em casa, o fato deles terem concluído essa parte mostra o comprometimento com a oficina. Infelizmente, alguns grupos não concluíram a parte dos cálculos da Geometria Analítica e dois grupos não levaram, na aula posterior, os cálculos feitos para serem registrados. Ademais, dois estudantes se destacaram positivamente em suas reações: O integrante do G5, que iniciou o bordado em sala antes mesmo de serem feitas as orientações para tal, e a aluna do G7, que fez a atividade sozinha em sala, porque eles finalizaram a atividade no mesmo dia e demonstraram, para a professora regente, a felicidade de terem concluído.

Por fim, podemos concluir que a pesquisa foi satisfatória no que se propôs a fazer, pois os estudantes foram os protagonistas de uma atividade que trouxe elementos da cultura para trabalhar conceitos vistos em sala de aula, além de que ratificou ideias apresentadas no Currículo em Movimento do Distrito Federal e na BNCC trazem sobre a ampliação do letramento matemático.

Agradecimentos

Agradecemos a Universidade de Brasília (UnB) pela oportunidade ofertada a professores recém-formados e professores experientes em fazer uma formação de qualidade por meio da especialização em Metodologias de Ensino em Matemática, que contribuirá de forma positiva para a Educação Matemática no Brasil. Agradecemos também a possibilidade de divulgar os nossos resultados da pesquisa por meio desta publicação.

Referências

- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2020). **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto.
- Brasil. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa. **Planilhas do IDEB: Taxa de Aprovação, Notas do SAEB, IDEB e Projeções**. <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/ideb/resultados>.
- Brockveld, T. C., & Munhoz, R. H. (2023). Tendências em Educação Matemática: Formação de Professores e Práticas Educativas na Área de Matemática para os Diferentes Níveis de Ensino. **33º Seminário de Iniciação Científica - UDESC**. Universidade do Estado de Santa Catarina: SC. https://www.udesc.br/arquivos/udesc/id_cpmenu/16931/tendencias_em_educacao_matematica_formacao_de_professores_e_praticas_educativas_na_area_de_matematica_para_os_diferentes_niveis_de_ensino_16950467362924_16931.pdf

- Distrito Federal. (2020). **Currículo em Movimento do Novo Ensino Médio**. Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal. <https://www.educacao.df.gov.br/wp-content/uploads/2019/08/Curriculo-em-Movimento-do-Novo-Ensino-Medio-V4.pdf>.
- Flemming, D. M., Luz, E. F., & Mello, A. C. C. (2005). **Tendências em educação matemática**. (2. ed.). Palhoça: Unisul Virtual.
- Franco, M. L. P. B. (2018). **Análise de conteúdo**. Brasília: Liber Livro.
- Oliveira, C. F. B. (2024). **Bordando padrões: uma proposta de modelagem matemática e conceitos geométricos no 3º ano do Ensino Médio**. (Monografia de Especialização). Brasília: UnB.
- Oliveira, E. S., & Carvalho, T. O. (2013). Modelagem Matemática como Ferramenta para Ensinar Geometria no Ensino Médio. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE. **Cadernos PDE**, Volume I, PR.
- https://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uel_mat_artigo_emerson_da_silva_oliveira.pdf
- Triviños, A. N. S. (2020). **Introdução à pesquisa em ciências sociais: uma pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas.
- Zaidan, S.; David, M.M.S.; Araújo, J.L.; Gomes, M.L.M.; Fonseca, M.C.F.R.F. (2010). Educação matemática. In: Oliveira, D.A.; Duarte, A.M.C.; Vieira, L.M.F. **Dicionário: trabalho, profissão e condição docente**. Belo Horizonte: UFMG/Faculdade de Educação: CDROM. Disponível em: <https://gestrado.net.br/wp-content/uploads/2020/08/405-1.pdf>. Acesso em: out 2024.

4 - Noções de Probabilidade no Ensino Médio: uma reprodução adaptada do experimento das agulhas de Buffon e o uso de algumas tecnologias computacionais

*Clebson Nogueira de Oliveira*⁷

*Nilton Moura Barroso Neto*⁸

*Rui Seimetz*⁹

A esperança tem duas filhas lindas, a indignação e a coragem; a indignação nos ensina a não aceitar as coisas como estão; a coragem, a mudá-las.

(Santo Agostinho).

Introdução

Este capítulo consiste em um recorte do Trabalho de Conclusão de Curso da Especialização em Metodologias de Ensino em Matemática, apresentado ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília - (UnB), em janeiro de 2025, intitulado “Agulhas de Buffon e o uso de ferramentas digitais para o ensino de probabilidade”.

Nas últimas edições do ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio -, as questões de Matemática, com destaque para aquelas que envolvem noções de probabilidade, têm apontado um baixo índice de acertos, de acordo com Pontes e Núñez (2019). Esse fato nos leva a refletir sobre a situação da educação no Brasil e, no caso da Matemática, nos motiva a buscar o aprimoramento e desenvolvimento de metodologias de ensino que possam alcançar os alunos, envolvê-los e engajá-los no processo de assimilação do conhecimento.

⁷ Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática. Universidade de Brasília-UnB. Departamento de Matemática. clebsonnogueira@yahoo.com.br

⁸ Doutor em Matemática. Universidade de Brasília-UnB. Departamento de Matemática. niltonmoura@unb.br

⁹ Doutor em Matemática. Universidade de Brasília-UnB. Departamento de Matemática. rseimetz@unb.br

Na Base Nacional Comum Curricular-BNCC (Brasil, 2018), estão prescritas competências e habilidades atinentes ao campo do conhecimento da probabilidade e da estatística a serem desenvolvidas no ensino médio; assim, a inserção de tópicos sobre probabilidade, previstos em dispositivos formais de carácter normativo, em sentido amplo (Parâmetros Curriculares Nacionais — PCN, Currículo Básico Comum — CBC e BNCC), passaram a estar presentes também em provas como a do ENEM. A quantidade de questões desse campo do conhecimento na prova de Matemática e Suas Tecnologias é cada vez maior; tudo isso sem considerar os casos em que o tema é cobrado em avaliações de outras disciplinas.

Em que pese a importância desse tema para os alunos que realizarão provas como o PAS, o ENEM e concursos públicos, ainda se nota um baixo desempenho dos estudantes nas questões de probabilidade.

Nesse caminho, há necessidade de investigação para melhor compreender os fatores que levam a esse quadro, e é nesse esteio que se propõe a abordagem do tema com o uso do experimento das agulhas de Buffon e de ferramentas digitais, com o objetivo de colocar o tratamento da matéria em uma linguagem mais atraente aos alunos, auxiliando-os no processo de aprendizagem.

A *questão geradora* desta pesquisa foi: a aplicação do experimento das agulhas de Buffon e o uso de ferramentas digitais impactam uma melhor assimilação dos conceitos no ensino da teoria das probabilidades?

Outras questões foram delineadas:

- O uso de experimentos como o das agulhas de Buffon no ensino de probabilidade pode tornar as aulas mais dinâmicas e engajadoras?
- O uso de simuladores computacionais como ferramenta do processo de ensino-aprendizagem das noções de probabilidade pode auxiliar os estudantes em uma melhor percepção conceitual e, consequentemente, na cognição do tema?

Assim, a presente pesquisa pretendeu analisar os reflexos da inserção dos alunos no protagonismo do experimento das agulhas de Buffon e do uso das tecnologias digitais para o ensino de conceitos de probabilidade.

Sobre a teoria da probabilidade

A probabilidade é um ramo do conhecimento que está presente no dia a dia das pessoas. O desenvolvimento das competências associadas a essa matéria auxilia na maior capacitação para a tomada de decisão em muitas

situações do mundo real e na melhor compreensão da realidade. Para o presente trabalho, convém explorar os mais fundamentais aspectos teóricos da disciplina e os métodos tradicionais de ensino que predominaram e ainda persistem nesse campo. Dessa forma, poderemos lançar um olhar mais abrangente e avaliar de maneira mais adequada como propostas de experimentos práticos, como o das agulhas de Buffon e simuladores computacionais de probabilidade, podem ter impacto positivo na aprendizagem dos alunos.

Segundo Pires (2018), a compreensão da probabilidade ajuda na formação do pensamento crítico e na tomada de decisão, e, conforme Piaget (1976), os estudantes constroem o conhecimento por meio da interação com o meio. Nessa perspectiva, e observando ainda o magistério de Vygotsky (1978), em que se evidencia a importância das interações culturais e sociais na mediação do desenvolvimento de zonas potenciais de aprendizagem, deve-se notar que o uso de atividades com material concreto, no caso o experimento das agulhas de Buffon, engendra um ambiente lúdico e de socialização em razão de sua natureza. Além disso, o uso de tecnologias computacionais propicia um ambiente de maior alcance no que tange à assimilação dos conceitos de probabilidade de forma mais significativa pelos estudantes, potencializada por um ambiente mais palatável do ponto de vista da contemporaneidade dos estudantes, como elementos de uso de seus cotidianos.

O uso de *softwares* para ensino de probabilidades auxilia na visualização da dinâmica do processo aleatório e no perfeito entendimento do comportamento das variáveis, algo relativamente difícil de explicar pelo uso dos métodos tradicionais.

Breve histórico sobre a origem da Teoria das Probabilidades

A teoria das probabilidades tem sua gênese na antiguidade, com registros históricos que remontam às civilizações da era pré-cristã. O astrágalo, considerado o ancestral do dado, já era utilizado para jogos e brincadeiras no Egito desde 3500 a.C (David, 1962). Também os Babilônios, Gregos e Romanos eram praticantes de jogos de azar, mas somente no período entre a Idade Moderna e a Idade Contemporânea é que se avançou em seu aprofundamento teórico e formalização quando a Matemática passou a ser aplicada como ferramenta para o seu estudo.

O pensador italiano Girolamo Cardano (1501 - 1576), um inveterado apostador, desenvolveu os rudimentos da teoria em um livro intitulado *Liber de Ludo Aleae* (O Livro dos Jogos de Azar); esse trabalho, entretanto, permaneceu entre os manuscritos de Cardano e veio a público apenas em 1663, muitos anos

após a sua morte, portanto. Por esse motivo, segundo Grinstead e Snell (1997), foi apenas na França do século XVII que a moderna teoria das probabilidades encontra seu marco inaugural, com a correspondência entre Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre de Fermat (1601-1665). “*Em 1654 Fermat e Pascal trocam correspondências sobre o problema dos pontos*” (Calabria e Cavalari, 2013). Este problema cativou o cientista holandês Christiaan Huygens (1629-1695) que deu início ao estudo sistemático da teoria das probabilidades e motivou outros grandes matemáticos como Jacques Bernoulli (1654-1705) e Pierre-Simon de Laplace (1749–1827) a seguir o mesmo caminho (David, 1962).

Nas correspondências trocadas entre Pascal e Fermat encontra-se o famoso problema dos pontos: “*determinar a divisão das apostas de um jogo de azar entre dois jogadores igualmente hábeis, supondo-se conhecido o marcador no momento da interrupção e o número de pontos necessários para ganhar o jogo*” (Eves, 2011). Em uma das sete cartas trocadas no ano de 1654, Pascal afirma que o problema havia sido apresentado a ele pelo cavaleiro de Méré (1610 - 1685). Em outra carta, datada de 29 julho de 1654, Pascal comenta que conhecia a solução proposta por alguns matemáticos (Calabria e Cavalari, 2013); Fermat resolve o problema no caso em que o jogador A necessita de 2 pontos para vencer e o jogador B necessita de 3 pontos. Fermat argumenta que após mais 4 rodadas, no máximo, o jogo estará encerrado.

Em 1657, Huygens publica o *De Ratiociniis in Ludo Aleae* (Sobre o Raciocínio em Jogos de Azar), considerado o primeiro tratado formal sobre o tema e a melhor exposição sobre a teoria das probabilidades até o ano de 1713, com a publicação da *Ars Conjectandi* (Arte de Conjecturar) de Jakob Bernoulli (1654-1705), quase uma década após sua morte (Boyer, 1974 e Eves, 2011). Esse é o mais antigo volume substancial sobre a teoria das probabilidades: continha uma reimpressão anotada do tratado de Huygens, seguido de uma teoria geral de permutações e combinações, que contava ainda com o teorema binomial e multinomial (Boyer, 1974, p. 308). Daniel Bernoulli (1700-1782), filho de Johann Bernoulli (1667-1748) e sobrinho de Jakob Bernoulli, também contribuiu para a teoria das probabilidades com seu conceito de esperança moral (Eves, 2011), o qual motivou importantes campos de estudos relacionados à probabilidade como a Teoria do Valor e a Teoria da Decisão.

No percurso das contribuições para teoria das probabilidades se destaca também Abraham De Moivre (1667-1754); nascido na França, mudou-se para a Inglaterra pouco depois da revogação do Édito de Nantes, onde conheceu Sir Isaac Newton (1642-1727) e Edmond Halley (1656-1742), trabalhou como

professor particular de matemática e, apesar das muitas horas de trabalho necessárias para garantir seu sustento, encontrou tempo para produzir uma quantidade considerável de pesquisas. Em 1711 publicou um trabalho de alta relevância sobre as leis do acaso, obra posteriormente expandida em um célebre volume chamado *Doctrine of Chances* (Doutrina das Probabilidades), com publicação em 1718 (Boyer, 1974).

Mais adiante, Pierre-Simon de Laplace publicou duas obras de grande importância: *Traité de Mécanique Celeste* (Tratado de Mecânica Celeste) em cinco volumes entre 1799 e 1825, e *Théorie Analytique des Probabilités* (Teoria Analítica das Probabilidades), em 1812. Nessas obras Laplace afirma:

Todos os efeitos da natureza são apenas consequências matemáticas de um pequeno número de leis imutáveis. Em última instância, a teoria das probabilidades é apenas o senso comum expresso em números (Eves, 2011).

No início do século 20, contribuições de outros matemáticos de relevo, especialmente russos, contribuíram para o aprofundamento da Teoria da Probabilidade. Destacam-se aí Andrei Andreyevich Markov (1856–1922) e Andrei Nikolaevich Kolmogorov (1903–1987). Este último, com a publicação de "*Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*" (Fundamentos de Teoria das Probabilidades), estabelece as bases da axiomatização da teoria das probabilidades e esboça o que seria posteriormente chamado de Teoria da Medida (Kolmogorov, 1950).

Nos dias atuais, a Teoria da Probabilidade, consolidada com axiomas, definições e teoremas, tem assento em diversas áreas como a estatística indutiva, a Física, as Engenharias, a Sociologia e as Ciências Médicas. É uma ferramenta indispensável para investigação científica e serve de fundamento para as mais importantes teorias utilizadas para estudo da natureza.

Para o leitor interessado em história da teoria das probabilidades, recomendamos a leitura de "*Um passeio histórico pelo início da teoria das probabilidades, de Calabria e Cavalari*" referenciado na bibliografia deste trabalho.

Cálculo de Probabilidades

A Teoria da Probabilidade, na acepção de disciplina matemática, tem seu desenvolvimento lastreado em axiomas, assim como a álgebra e a geometria. Em seu ambiente de incidência nos é apresentado um modelo matemático *não-determinístico*. Nesse esteio, o que define a classificação do modelo matemático em *determinístico* e *não-determinístico* é a natureza do

fenômeno que o modelo descreve. Assim, o modelo matemático que descreve a lei da gravitação é um modelo *determinístico* em razão da natureza desse fenômeno; os modelos *não-determinísticos* são também chamados de aleatórios ou estocásticos, e descrevem fenômenos de padrão indeterminado, com base em eventos aleatórios, como, por exemplo, a formação de filas em um banco (Costa, 1981).

O Conceito de probabilidade

Conforme Spiegel (1978), nos experimentos aleatórios $\mathcal{E}$, não há certeza se determinado evento ocorrerá ou não. Assim, para estabelecer uma métrica probabilística a fim de verificar o grau de certeza da ocorrência de determinado evento, sedimentou-se, na teoria das probabilidades, a atribuição de um número entre zero e um para cada evento. Nesse sentido, aos eventos com certeza de ocorrência, atribuímos 1 e dizemos que a probabilidade é 100%; caso a certeza seja a de que o evento não ocorrerá, atribuímos 0 e dizemos que a probabilidade é zero. Se a probabilidade de ocorrência for de $1/5$ dizemos que as chances de ocorrência são de 20% e de 80% as chances de não-ocorrência. Ainda na linha de Spiegel (1978), observamos alguns processos, não exclusivos, para estimar a ocorrência de um evento.

Probabilidade Geométrica

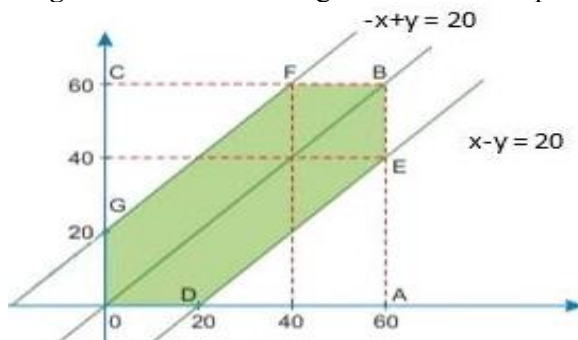
Vários problemas, a exemplo das agulhas de Buffon que veremos a seguir, conduzem a considerações geométricas para o cálculo da probabilidade de ocorrência. Spiegel (1978), nos fornece um exemplo ao considerar um alvo na forma de uma região plana de área K e uma segunda região de área $K' \leq K$, sendo razoável admitir que a probabilidade de atingir a região K' seja proporcional a sua área em relação à área da região total. Em outras palavras, a probabilidade de atingir a região de área K' é dada por

$$P = \frac{K'}{K}.$$

A fim de esclarecer melhor a definição acima consideremos um interessante exemplo de aplicação de probabilidade no contexto geométrico.

Exemplo (Questão 30, Vest. FGV-2018, São Paulo): Duas pessoas combinaram de se encontrar entre 12h e 13h. Elas também combinaram de esperar até 20 minutos pela outra, depois de chegar ao local do encontro. Assumindo que os horários de chegada são aleatórios, qual é a probabilidade de que haja encontro? Na Figura 1, temos a ilustração desse exemplo.

Figura 1: Probabilidade geométrica - exemplo



Fonte: <https://www.kuadro.com.br/gabarito/fgv/2018/matematica/duas-pessoas-combinaram-de-se-encontrar-entre-12h0/38884>

Para resolver o problema denotamos a hora de chegada de A por x e a hora de chegada de B por y , ambas em minutos a partir de meio-dia. Para que haja encontro é necessário e suficiente que

$$x - y \leq 20 \text{ (caso em que } A \text{ chega depois de } B\text{)}$$

ou

$$y - x \leq 20 \text{ (caso em que } B \text{ chega depois de } A\text{)}.$$

Essas duas equações podem ser reescritas como

$$y \leq x - 20 \text{ ou } y \leq x + 20$$

Se representamos x e y em um plano cartesiano, utilizando a escala em minutos, o número total de desfechos é dado por um quadrado de lado 60, enquanto o número de desfechos favoráveis ao encontro é dado pela área hachurada na figura 1. Isso ocorre porque a reta de cima tem equação $y = x + 20$ e a de baixo $y = x - 20$, e os desfechos favoráveis são obtidos pelas desigualdades acima. Assim sendo, a probabilidade é dada pela área da figura hachurada dividida pela área total, isto é,

$$P = \frac{40^2 + 20^2}{60^2} = \frac{2000}{3600} = \frac{5}{9}.$$

Vale observar que há pressupostos no argumento acima; quais sejam: que os horários de chegada de cada um dos indivíduos ocorrem ao acaso e que são independentes, isto é, que a chegada de um não altera o instante da chegada do outro.

O problema das agulhas de Buffon

O naturalista e matemático francês George-Louis Leclerc, conhecido como Conde de Buffon, se inscreveu na faculdade de Direito em 1723.

Contudo, desde muito jovem seu interesse esteve voltado para os esportes e a Matemática. Na faculdade de Direito de Dijon, Leclerc conheceu um de seus colegas de estudos, Jean Bouhier (1673-1746), o qual seria membro da Academia Francesa de Ciências. Bouhier tinha grande interesse pela Matemática e viria a se tornar uma forte referência para o Conde de Buffon no campo das Ciências e da Filosofia (Moraes, Santos, Pereira, 2010). Em 1733, o Conde submete à *Académie Royale des Sciences* aquele que ficaria conhecido como o Problema da Agulha de Buffon com o seguinte enunciado:

Suponho que, em uma sala onde o piso é simplesmente dividido por juntas paralelas, se jogue um bastão no ar e um dos jogadores aposte que o bastão não cruzará nenhuma das paralelas no piso e que o outro, em contrário, aposte que o bastão cruzará uma das paralelas; pergunta-se sobre as chances desses dois jogadores. Pode-se jogar este jogo em um tabuleiro de xadrez com uma agulha de costura ou um alfinete sem cabeça, Hey, Neugebauer, Pasca (2010, tradução nossa).

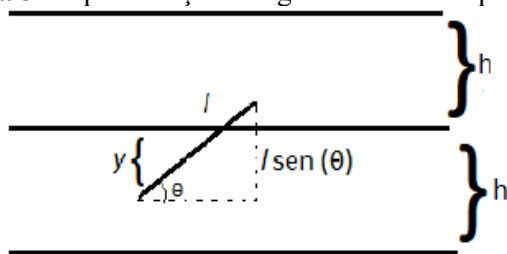
Segundo (Viana, 2024), o problema das agulhas de Buffon “inspirou o desenvolvimento da geometria estocástica e métodos de simulação de Monte Carlo, que são fundamentais em campos científicos e estatísticos modernos”. Além disso, o mesmo princípio do experimento de Buffon possibilitou o desenvolvimento da tomografia computadorizada o que representou um significativo avanço nos diagnósticos de imagem (Melo e Silva, 2019).

Conforme Eves (2011), o problema de Buffon foi a primeira questão de probabilidade geométrica a partir da qual se pôde estimar π experimentalmente. Como realizar esse feito é o que mostraremos na próxima seção.

Solução do problema das agulhas de Buffon

Mais precisamente, o conde de Buffon investigou a seguinte questão: se uma agulha de comprimento l é lançada em uma superfície plana riscada com retas paralelas a uma distância $h \geq l$ entre si, qual é a probabilidade desta agulha pousar cruzando uma das retas paralelas?

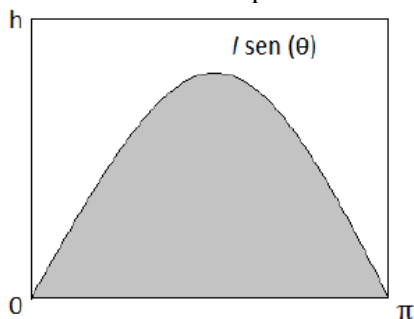
Figura 3: Representação da agulha entre retas paralelas



Fonte: Os autores, 2024.

Claramente há uma correspondência um a um entre as possíveis posições da agulha e os pontos (θ, y) em que $0 \leq \theta \leq \pi$ e $0 \leq y \leq h$, a agulha intercepta uma das retas se, e somente se, $y \leq l \sin(\theta)$; os pontos que correspondem ao caso da agulha interceptar uma das retas, é precisamente à região sombreada abaixo da curva $l \sin(\theta)$ da figura 4.

Figura 4: Área sombreada correspondente ao domínio da agulha



Fonte: Os autores, 2024.

De acordo com o que se aprende sobre probabilidade geométrica, a probabilidade de a agulha cair sobre alguma das linhas paralelas desenhadas no solo é dada por $(\text{área da região sombreada}) \div (\text{área do retângulo})$. A área total não apresenta dificuldade: é a área de um retângulo de lados h e π , ou seja, πh . A área da figura sombreada pode ser determinada mediante uso do cálculo integral e seu valor é dado por

$$\int_0^{\pi} l \sin(\theta) d\theta = 2l.$$

Assim sendo a probabilidade da agulha repousar sobre uma das linhas paralelas desenhadas no solo é dada por

$$P = \frac{2l}{\pi h}.$$

Uma consequência desse achado é que podemos estimar o número π a partir de estimativas da probabilidade P ; se jogarmos n agulhas e observamos que d dessas agulhas tocam as retas, então, pelo método *a posteriori*, P é aproximadamente

$$\frac{d}{n}, \quad \text{de onde obtemos:} \quad \frac{d}{n} \approx \frac{2l}{\pi h},$$

ou seja,
$$\pi \approx \frac{2nl}{dh}.$$

Para o leitor interessado, uma abordagem alternativa a que utilizamos aqui, é devida ao Professor Possani e pode ser encontrada em <https://www.youtube.com/watch?v=vfUqPpPw2f4>

Metodologia

Este trabalho foi realizado a partir de uma pesquisa bibliográfica (fontes primárias e secundárias: estudos, publicações, boletins, jornais, revistas, livros, artigos, etc.) e uma pesquisa de campo (com levantamento de dados no local em que os fenômenos ocorrem) com enfoque exploratório (pesquisa empírica cujo objetivo é a formulação de questões ou de um problema). Nesse caminho o caráter experimental foi essencial (investigações de pesquisa empírica cujo objetivo principal foi o teste de hipóteses que dizem respeito a relações de causa e efeito).

As atividades ora apresentadas foram realizadas na rede pública de ensino do Distrito Federal, no Centro Educacional 04 da Coordenação Regional de Ensino do Guará, com as turmas A, B, D e E do 2º ano do Ensino Médio, onde os dados foram coletados por meio de testes avaliativos e registros em diários de aula. Para tanto, foi aproveitado o andamento natural e o ritmo das turmas, respeitando a sequência de conteúdos no ano de 2024.

A escola possui laboratório de informática e disponibilizou para o desenvolvimento da pesquisa seis horas-aulas nas turmas A e B, as quais denominamos de *turmas piloto*, com trinta e três alunos, somadas as duas turmas. Por outro lado, as turmas D e E, denominadas *turmas teste*, com trinta e quatro estudantes, somadas as duas turmas, seguiram com o método tradicional com aulas expositivas.

Nas *turmas piloto* foi aplicado um método empírico de reprodução do problema das agulhas de Buffon e métodos computacionais como simuladores de números aleatórios, com o objetivo de verificar os efeitos dessa dinâmica de aula no processo de ensino-aprendizagem. Ao final do processo, para poder

estabelecer um parâmetro de comparação entre as turmas, foi aplicado uma avaliação diagnóstica.

Desenvolvimento da pesquisa

As aulas foram desenvolvidas em duas fases da seguinte forma:

Fase 1. Foi desenvolvida em duas horas-aula para cada turma (*piloto e teste*), com aulas expositivas no quadro branco, de modo tradicional, com enfoque histórico e lúdico, com formalização do conceito básico de probabilidade, variável aleatória, evento e espaço amostral, sendo trabalhado probabilidade de eventos aleatórios em espaços equiprováveis, com a definição usual: “razão entre eventos favoráveis e eventos possíveis”, seguindo com exemplos clássicos como lançamento de moeda, dados e cartas de baralho. Ao final da aula foi passado alguns exercícios de fixação.

Fase 2. No segundo momento (três horas-aula para cada turma), as turmas *teste* seguiram no modo tradicional com mais delineamentos teóricos e resolução de exercícios para melhor percepção das noções de probabilidade. Nesse sentido foi explorada também a noção de modelo probabilístico e resultado empírico correspondente à lei dos grandes números. Nas turmas *piloto*, para o alcance do objetivo de melhor percepção das noções de probabilidade, do modelo teórico e dos experimentos no âmbito da lei dos grandes números, foi utilizada como ferramenta didática a reprodução empírica do experimento das agulhas de Buffon na forma que passamos a descrever.

Utilizamos palitos de fósforo, no formato do experimento realizado pelo Dr. *Antonio Padilla* da Universidade de Nottingham (disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=sJVivjuMfWA>). Para simular as linhas paralelas dos pisos, foram utilizadas cartolinas para desenhar as retas paralelas com caneta, algumas com largura de dois comprimentos dos palitos escolhidos previamente e outras com largura correspondente a um palito.

Em razão do nível de escolarização, optamos por não enveredar na dedução de probabilidade para as agulhas cruzarem as linhas. Para isso, seguimos um caminho de contorno, contando um pouco sobre a história de Georges Louis Leclerc, o Conde de Buffon, e sobre sua proposição de qual a probabilidade de uma agulha lançada ao acaso entre retas paralelas, cruzar uma das linhas, onde, segundo a perspectiva de Buffon, as chances de cruzar ou de não cruzar as retas paralelas deveriam ser as mesmas para que o jogo fosse moralmente justo. Assim, a aula foi desenvolvida em caráter lúdico, sendo apresentada diretamente a fórmula para o cálculo dessa probabilidade:

$$P(A) = \frac{2l}{\pi h},$$

em que A representa o evento no qual a agulha toca as retas. Assim sendo, quando a distância entre as retas é igual ao comprimento dos palitos, temos que l (comprimento do palito) = h (distância entre as linhas)

$$P(A) = \frac{2l}{\pi l} = \frac{2}{\pi}.$$

Nas figuras abaixo temos imagens relacionadas às atividades das fases mencionadas nas aulas.

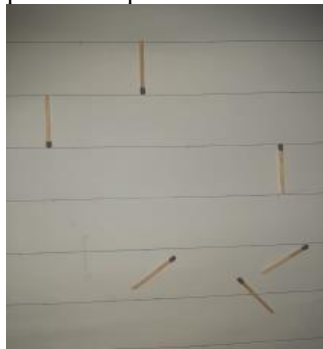
Figura 5: Imagens de atividades das aulas

Cartolina desenhada com linhas paralelas e palitos de fósforo-1



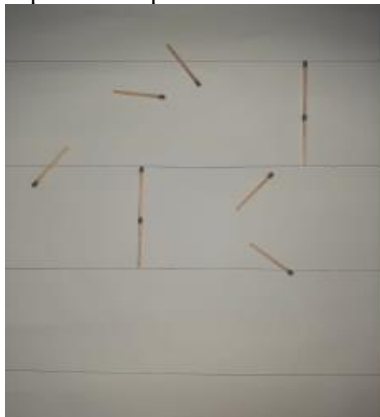
Fonte: Os autores, 2024.

Cartolina desenhada com linhas paralelas e palitos de fósforo-2



Fonte: Os autores, 2024.

Cartolina desenhada com linhas paralelas e palitos de fósforo-3



Fonte: Os autores, 2024.

Cartolina desenhada com linhas paralelas e palitos de fósforo-4



Fonte: Os autores, 2024.

Já para o caso das retas paralelas possuírem uma distância h igual ao dobro da largura l dos palitos, temos que:

$$P(A) = \frac{2l}{\pi d} = \frac{2l}{\pi(2l)} = \frac{1}{\pi}.$$

Dessa forma, evidenciamos para os discentes que a “justiça” do jogo, depende da relação entre d e l . Na sequência, com o objetivo de despertar o interesse e maior atenção dos alunos, chamamos a atenção para o fato da probabilidade $P(A)$ de um evento ocorrer ser igual “à razão entre o número de casos favoráveis $n(A)$ e o de casos possíveis $n(\Omega)$ ”, então a probabilidade do palito cruzar ou tocar as retas é dado por:

$$P(A) = \frac{\text{número de palitos que cruzaram}}{\text{número total de palitos}} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}.$$

O que nos leva à possibilidade de estimar um valor empírico para π :

1. No caso de $l = d$, tem-se $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{\pi}$, ou seja, $\pi = \frac{2n(\Omega)}{n(A)}$;
2. No caso de $2l = d$, tem-se $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{\pi}$, ou seja, $\pi = \frac{n(\Omega)}{n(A)}$.

Nesse momento, foi feita uma breve explanação sobre a importância do número π e sobre as tentativas históricas de melhor aproximar o seu valor, ocasião em que os alunos foram convidados a participar do experimento com as cartolinas e palitos de fósforo para estimarem o valor de. A turma foi dividida em grupos de 4 ou 5. Para melhor desempenho das estimativas, foi passada orientação sobre dispersar os palitos de fósforo para obter o máximo de aleatoriedade possível.

Escrevemos no quadro os resultados obtidos para visualizar e analisar junto com a turma do porquê dos resultados, nos quais tivemos a estimativa mais distante da ordem de 2,8121 e melhor da ordem de 3,1352 o que gerou oportunidade para falar sobre a lei dos grandes números, o modelo teórico e a forma como o valor empírico deve tender ao valor teórico, considerando espaços equiprováveis, com um número cada vez maior de repetições do experimento.

Com isso, o grupo que obteve a “pior” estimativa, foi convidado a repetir o experimento com um número maior de palitos, aumentando de 84 para 120, resultando em uma aproximação melhor que a anterior, para ordem de 3,0823; abrindo espaço para falar também sobre fatores que podem influenciar o resultado, como imprecisão das retas paralelas, dos pesos dos palitos dentre outros.

Nas figuras 6 e 7 temos imagens das turmas *piloto* realizando as atividades.

Figura 6: Turma piloto A realizando o experimento



Fonte: Os autores, 2024.

Figura 7: Turma piloto B realizando o experimento



Fonte: Os autores, 2024..

Na sequência foi apresentado aos alunos uma simulação computacional de lançamento de moedas com o uso de uma planilha eletrônica e uma simulação de lançamento de dados utilizando o *software* GeoGebra.

No laboratório de informática, os alunos repetiram a simulação do lançamento de moedas para que pudessem ter um contato mais próximo com o processo computacional para simulação, para isso foram repassadas as fórmulas destacadas abaixo:

Figura 8: Fórmula para gerar números pseualeatórios aleatórios

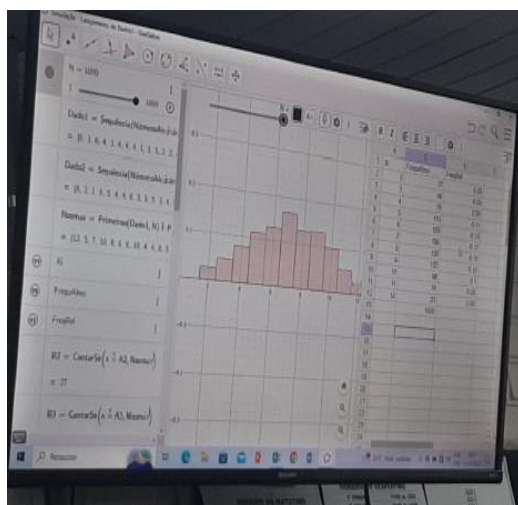
Sem título 1 - Tio Office Calc					
Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Estilos Planilha Dados Ferramentas					
Arial 10					
B3	=ALEATÓRIO()				
	A	B	C	D	E
1	SIMULADOR DE LANÇAMENTO DE MOEDAS				
2		Nº aleatório entre 0 e 1	Função SE		
3	1	0.35848753	CARA		CARA
4	2	0.01531046	CARA		CARA
5	3	0.85275207	COROA		COROA
6	4	0.887206366	COROA		COROA
7	5	0.500143543	COROA		COROA
8	6	0.823775825	COROA		COROA
9	7	0.812652241	COROA		COROA
10	8	0.000691706	CARA		CARA
11	9	0.83795086	COROA		COROA
12	10	0.890649967	COROA		COROA
13	11	0.392260875	CARA		CARA
14	12	0.886329865	COROA		COROA

Fonte: Os autores, 2024.

Com essa atividade, pretendeu-se alcançar a percepção de quanto maior o número de lançamentos mais o resultado se aproxima ou tende ao valor teórico.

Por último foi apresentada a simulação de lançamento de dados no GeoGebra, configurado para o caso em que dois dados são lançados. Nesse sentido, foi construída uma tabela com os resultados possíveis, demonstrando que a soma sete denota a maior chance de ocorrência, conforme modelo teórico. Nesse ponto a tela do computador foi projetada em uma televisão disponível conforme imagem a seguir temos simulação de 1000 lançamentos de dois dados, com gráfico da soma dos números das faces superiores.

Figura 9: Lançamentos de 2 dados, 1000 vezes.

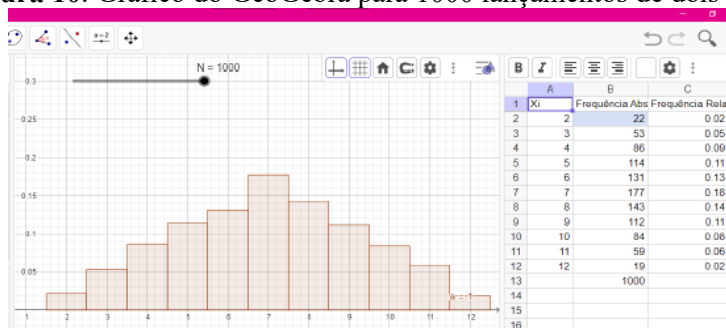


Fonte: Os autores, 2024.

Com essa sequência, demonstramos aos alunos o comportamento gráfico variando de um a mil lançamentos; utilizamos a tecla de atalho F9 para realizar novos lançamentos, o que, na maioria dos casos, nos entregava como resposta uma visível tendência aos valores esperados, expressos no gráfico do GeoGebra e conforme modelo teórico.

Na figura 10 abaixo temos os resultados para uma simulação de mil lançamentos de dois dados.

Figura 10: Gráfico do GeoGebra para 1000 lançamentos de dois dados.



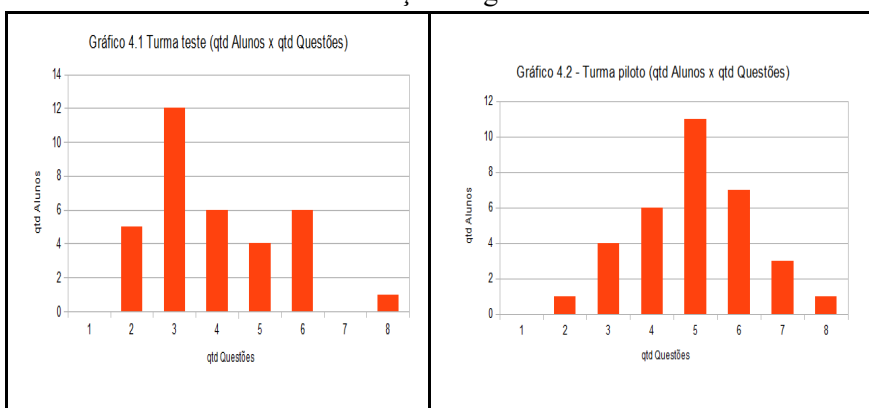
Fonte: Os autores, 2024.

Na semana seguinte, dispondo de uma hora-aula, foi aplicada uma avaliação às turmas *piloto e teste*, para *feedback* e dados comparativos para análise.

Análise dos Resultados

Após a aplicação da avaliação nas turmas *piloto* (33 alunos) e *teste* (34 alunos), as notas obtidas foram inseridas em uma tabela para melhor visualização. Na figura 11 temos os gráficos dos resultados dos acertos nas respostas dos alunos por quantidade de questões da avaliação diagnóstica.

Figura 11: Gráficos dos resultados dos acertos por quantidade de questões da avaliação diagnóstica.



Fonte: Os autores, 2024.

Os dados capitulados nas tabelas, mostram que, na turma teste, aproximadamente 67,64% dos estudantes obtiveram um desempenho igual ou inferior a 50% das questões da avaliação, *frequência relativa acumulada*, significando que aproximadamente 33% obtiveram um desempenho acima de 50%, podendo também ser observado no gráfico a maior densidade na região correspondente.

Os dados capitulados na segunda tabela, mostram que na turma *piloto* aproximadamente 33,33% dos estudantes obtiveram um desempenho igual ou inferior à 50% das questões da avaliação, *frequência relativa acumulada*, significando que aproximadamente 66% obtiveram um desempenho acima de 50%, podendo também ser observado no gráfico a maior densidade na região correspondente.

Os dados coletados no experimento, nos trouxeram a relação de quantidade de alunos que acertaram dada questão, de onde pudemos inferir que na 1ª questão, a qual pretendeu verificar se os estudantes tinham noção da natureza dos eventos que constituem o objeto da teoria das probabilidades, somente cerca de 8,82% dos alunos da *turma teste*, assinalaram que se trata de evento de natureza não determinística, enquanto na *turma piloto* 51,51% assinalaram satisfatoriamente.

Já nas questões sete e oito, retiradas do ENEM 2015 e 2010, respectivamente, nas quais esperava-se que os alunos demonstrassem conhecimento da noção elementar de probabilidade, realizando a operação da razão entre o número de casos favoráveis pelos casos possíveis, observou-se que na *turma teste* 67,64% acertaram a questão sete, em contraste a 84,84% da *turma piloto*; na questão oito, em que se exigia a mesma noção, com um certo grau a mais de dificuldade, na *turma teste* verificou-se aproximadamente 32,35% de acertos e na *turma piloto* verificou-se aproximadamente 51,51% de acertos; esses dados nos levaram a considerar uma significativa diferença no grau de percepção entre as duas turmas nas questões sete e oito da avaliação.

Considerações Finais

Este trabalho materializou-se com o objetivo de contribuir para o processo de ensino-aprendizagem de noções de Probabilidade no Ensino Médio. Nessa linha, buscamos uma metodologia que pudesse dar ao aluno uma maior participação na aplicação e desenvolvimento do pensamento estocástico. Para isso, procuramos constituir uma proposta de ensino de fácil reprodução e adaptação por outros professores interessados no tema.

Na perspectiva de Lopes (2008), o ensino das noções probabilísticas deve assentar-se em uma metodologia heurística e ativa, por meio da realização de experimentos reais ou simulações. Fortes nessa premissa, foi proposta a subsunção do experimento das agulhas de Buffon, associada a simulações computacionais de experimentos aleatórios no desiderato de oferecer uma proposta de aula que possa abranger aspectos relevantes ao processo de ensino e de aprendizagem, proporcionar maior engajamento dos alunos e participação ativa no desenvolvimento e cognição dos conceitos dessa área do conhecimento.

O experimento das agulhas de Buffon propiciou o envolvimento dos estudantes no processo da construção do conhecimento, na medida que para que eles repetissem o experimento, na formatação proposta neste trabalho, foi necessário se organizarem em grupos e dentro dos grupos precisaram se ajudar e se auto-organizar, enquanto alguns analisavam a melhor forma de dispersar os palitos de fósforo aleatoriamente, outros se dividiram para colher os palitos, contar e fazer os cálculos.

Todo esse processo exigiu, necessariamente, que os discentes se movessem em sua maioria, e esse mover quebrou a rotina de um aprendizado passivo, fez o aluno atuar com maior grau de autonomia no processo. Vale ressaltar que o experimento em si, guarda eco em um “jogo de azar”, revelando uma dimensão lúdica, fato potencializador de um maior envolvimento dos participantes, na descontração da “brincadeira” percebem intuitivamente a probabilidade intrínseca.

No experimento, foi proposto estimar uma aproximação para o valor de π , acreditamos que ao apresentar um experimento com palitos de fósforo, mostrando sua relação com π , saindo da percepção usual da relação entre comprimento da circunferência e seu diâmetro, despertou a curiosidade dos alunos, aguçando-os a participar do que foi proposto, dessa forma, a busca ganhou aderência.

A simulação computacional, gerando números pseudoaleatórios, mostrou-se uma forte ferramenta a favor da aprendizagem. Nessa proposta, foi realizado e ensinado aos alunos, como simular o lançamento de moedas em uma planilha eletrônica do tipo Excel, com isso observou-se um razoável interesse dos estudantes em participar. Foi enfatizado a eles que no ambiente virtual, poderíamos trabalhar com mil, dez mil ou mais lançamentos de moedas e isso também testaria o processador do computador, de modo que ficou perceptível uma melhor aproximação com algo mais significativo para os alunos, talvez explicado pelo interacionismo geracional com meios tecnológicos. Neste

experimento virtual, os alunos também atuaram ativamente, colocando a fórmula nas células da planilha e realizando os lançamentos, que por sua vez mostrou a relação entre dados experimentais e modelo teórico.

As avaliações foram aplicadas para as turmas piloto (segundos anos A e B — onde foi aplicada a metodologia) e as turmas *teste* (segundos anos D e E - onde os alunos receberam aulas tradicionais), salientando que em todas as turmas foram trabalhados todos os conteúdos e conceitos presentes na avaliação, dessa forma, tivemos a intencionalidade de verificação do impacto de trabalhar com essa proposta de aula.

Os resultados da avaliação, em nosso sentir, trouxeram evidências de melhor assimilação dos conteúdos e conceitos atinentes às noções de probabilidade pelos estudantes que realizaram o experimento das agulhas de Buffon e da simulação computacional. Em que pese a necessidade de ampliação do número de participantes, envolvendo mais turmas para conclusões de maior acurácia, a menos das limitações impostas, podemos afirmar, lastreados nesta pesquisa, que há fortes indícios de benefícios para o processo de ensino e aprendizagem.

Os resultados das avaliações, somados as observações do comportamento dos alunos, nos levaram a concluir que houve respostas positivas concernentes à questão geradora desta pesquisa. Nesse trilha, acreditamos que os experimentos propostos, percutiram em aspectos importantes das relações em sala de aula no sentido de proposição de um ambiente de maior autonomia para o aluno assumir posturas ativas no processo de aprendizado, o que, na concepção de Kolb (2012), pode aumentar sua capacidade de aprender com a experiência. Além disso, acreditamos que o experimento das agulhas de Buffon, assim como outros, caminham no sentido da autonomia do aluno, atuando em um processo de desenvolvimento em que a experiência concreta está direcionada à transição dos processos mentais para a abstração dos conceitos trabalhados.

No estofo dos experimentos em simuladores computacionais, pudemos verificar um grau satisfatório de interesse dos alunos, talvez em razão da familiaridade com o uso de meios tecnológicos, que tornam o ensino, com essas ferramentas, mais significativo, e também, como cediço, propiciam uma ampliação para as possibilidades de uso em favor da aprendizagem.

Por fim, ambas as formas revelam ferramentas educacionais que podem ser exploradas para ofertar ao estudante um local de aprendizagem com múltiplas possibilidades para sua busca. O experimento das agulhas de Buffon, demonstrou possuir atributos merecedores de análises mais aprofundadas para

um entendimento mais detalhado de seus reflexos para a educação, pois as primeiras impressões apontam para potencialidade de melhor assimilação do conceito de probabilidade; ao lançar os palitos repetidas vezes, os alunos estão exercitando dentro da insegurança das coisas reais, com aleatoriedade na prática, com materiais sujeitos à incidência de fatores externos que podem preponderar significativamente nos resultados esperados e isso direciona as energias mobilizadas para o entendimento do processo, que por sua vez contempla competências intrínsecas ao campo do pensamento estocástico.

Nesse sentido, esperamos que ao conseguir matematizar as incertezas, e podendo vislumbrar as possibilidades, isso possa refletir assertivamente na formação do cidadão, no aspecto de lidar melhor com a leitura de um mundo onde a incerteza predomina.

Vale ressaltar que as observações apontam para a complementaridade das propostas de experimentos em sala de aula, com materiais concretos e tecnologias como, no caso, simuladores computacionais, uma delas por ressoar no uso de habilidades motoras e sensoriais para reproduzir o experimento com material concreto e outro por ampliar as possibilidades de ensaios e aportar toda gama de contemporaneidade do mundo virtual presente no dia a dia de todos, contribuindo para um ensino mais significativo nesse campo do conhecimento.

Referências

- Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization, and Experimentation. New York: Springer.
- Boyer, C. B. (1974). **História da Matemática**, tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, Editora da Universidade de São Paulo.
- Bussab, W. O., & Morettin, P. A. (2006). **Estatística Básica**, 5 ed., São Paulo: Editora Saraiva.
- Calabria, A. R., & Cavalari, M. F.(2013). Um passeio hist'orico pelo in'icio da teoria das probabilidades. Campinas : **SBHMAT**. (Coleção História da matemática para professores)
- Costa, J. J. C. (1981). **Elementos de Probabilidades**. Rio de Janeiro: Editora Campus.
- David, F. N. (1062). **Games, Gods and Gambling**: the origins and history of probability and statistical ideas from the earliest times to the Newtonian era. New York: Hafner Publishing Company.
- Eves, H. (2011). **Introdução à história da matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp.

- Grinstead, C. M., & Snell, J. L. (1997). **Introduction to Probability**. Rhode Island: American Mathematical Society.
- Hazzan, S. (2013). **Fundamentos de matemática elementar**: combinatória, probabilidade. 8. ed. São Paulo: Atual.
- Hey, J.; Neugebauer, T.; Pasca, C. (2010). **Georges-Louis Leclerc de Buffon's 'Essays on Moral Arithmetic'**. 10.1007/978-3-642-13983-3_15. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/226040429_Georges-Louis_Leclerc_de_Buffon's_'Essays_on_Moral_Arithmetic'>, acesso em 10/11/2024.
- Iezzi, G.; Dolce, O.; Degenszajn, D.; Périgo, R., & Almeida, N. (2006). **Matemática: Ciência e Aplicações**. Vol. 2. 9 ed. São Paulo: Editora Saraiva.
- IMPA — Instituto de Matemática Pura e Aplicada. (2021). **Por que tentar calcular os infinitos dígitos de Pi?**. Disponível em: <<https://impa.br/noticias/por-que-tentar-calcular-os-infinitos-digitos-de-pi/>>, acesso em 22/10/2024.
- Ivic, I.; Edgar P. C. (org.). (2010). **Lev Semenovich Vygotsky**. Recife. Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana. 140 p.: il. – (Coleção Educadores).
- Kolb, A.; Kolb, D. (2012). **Experiential Learning Theory**. Encyclopedia of the Sciences of Learning (pp.1215-1219), disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/302350842_Experiential_Learning_Theory>, acesso em 12/11/2024
- Kolmogorov, A. N. (1950). **Foundations of the Theory of Probability**. New York: Chelsea Pub. Comp.
- Lopes, C. E. (2008). O ensino de Estatística e da Probabilidade na educação básica e a formação de professores. **Cad. Cedes**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. Disponível em <<http://www.cedes.unicamp.br>>, acesso em 09/10/2024
- Melo, M. F., & Silva, A. K. G. (2019). **O problema da agulha de Buffon: Formalização, Aplicações e Interdisciplinaridade entre a Matemática e a Medicina**. Educação Matemática em Revista, Brasília, v. 24, n. 61, p. 83-97, jan./mar. ISSN 2317-904X.
- Monteiro, C. A., & Carneiro, R. G. (2019). **Tecnologia Educacional e Ensino de Matemática**. Editora Educação Moderna.
- Moraes, E.; Santos, C., Pereira N., & Juscelino. (2010). **Conde de Buffon e a teoria da degenerescência do Novo Mundo no século XVIII**. Disponível em <https://www.researchgate.net/publication/236994935_Conde_de_Buffon_e_a_teor_da_degenerescencia_do_Novo_Mundo_no_seculo_XVIII>, acesso em 14/10/2024.
- Piaget, J. (1976). **A formação do símbolo na criança**: Imitação, jogo e sonho, imagem e representação. Zahar.

- Pires, C. M. (2018). **Probabilidade: Teoria e Aplicações**. Distrito Federal: Editora Universidade de Brasília.
- Pontes, J., & Núñez, I. (2019). **Questões de Estatística e Probabilidade nas provas do ENEM: uma aproximação a erros e dificuldades de aprendizagem**. Educação Matemática Debate, Montes Claros, v. 3, n. 7, p. 87–110. DOI: 10.24116/emd.v3n7a05. Disponível em: <<https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/80>>, Acesso em: 11 set. 2024.
- Possani, C. (2022). **Vídeo da dedução da probabilidade das agulhas de Buffon**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=vfUqPpPw2f4>>. Acesso em 15/09/2024.
- Revista Galileu. (2024). **Pi é calculado até 105 trilhões de dígitos, quebrando recorde mundial**. Disponível em: <<https://revistagalileu.globo.com/ciencia/noticia/2024/03/pi-e-calculado-ate-105-trilhoes-de-digitos-quebrando-recorde-mundial.ghtml>>, acesso em 22/10/2024.
- Santos, A. R. (2020). **Jogos e Matemática: Uma Abordagem Lúdica no Ensino Médio**. Porto Alegre: Editora Penso.
- Silva, P. A L. (1999). **Probabilidade e Estatística**. Rio de Janeiro: Reichmann & Affonso Editores..
- Spiegel, M. R. (1978). **Probabilidade e Estatística**. Tradução de Alfredo Alves de Farias. São Paulo: Editora McGraw-Hill do Brasil. (Coleção Schaum).
- Viana, F. C. (2024). **Minicurso: Explorando a combinatória e a probabilidade**. Bienal de Matemática: UFScar. disponível em: <https://sbm.org.br/xi-bienal/wp-content/uploads/sites/31/2024/07/XI_BM_MINICURSO_Fernando_Viana.pdf>, acesso em 12/09/2024
- Vygotsky, L. S. (1978). **Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes**. Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1896-1934). **Pensamento e Linguagem**. ed Ridendo Castigat Mores Versão para eBook eBooks Brasil Fonte Digital www.jahr.org, 2001.

5- O jogo de xadrez como estratégia de aprendizagem no primeiro ano do Ensino Médio

Dênis Januário Ferreira da Silva¹⁰

Márcia Rodrigues Leal¹¹

Introdução

A matemática existe desde os primórdios da Antiguidade, sendo usada pela humanidade para diversos fins: para descobrir jornadas em dias ou meses, para troca de mercadorias (escambo), para aquisição e confecção de armaduras e armamentos de guerra, dentre outras diversas situações. Foi também usada para a criação de jogos que faziam parte da Antiguidade, tais jogos eram usados para a introdução de conceitos matemáticos na início da aprendizagem. Para Piaget (1999, p. 32), “os jogos têm grande importância na formação do pensamento e conhecimento da criança, pois é por meio deles que ela se desenvolve e adquire conhecimento de maneira integral”.

Por meio do estudo de especialistas na área da educação, foram propostos alguns conceitos que remetem à aprendizagem dos conteúdos pelas crianças, dentre eles, citamos a fase sensorial, que tem por foco a inserção das atividades lúdicas no ambiente escolar, proporcionado aos estudantes maior familiaridade e facilidade em aprender conceitos educacionais, sobretudo da Matemática.. Segundo Dante (2017):

Um dos principais objetivos do ensino de matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar situações-problema que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las (Dante, 2017, p. 11).

¹⁰Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília – UnB, Departamento de Matemática. E-mail: denisjanuario62@gmail.com

¹¹Doutora em Educação pela Universidade de Brasília (UnB). É membro do Grupo de Investigação em Ensino de Matemática (GIEM) e do Grupo de Pesquisa e Investigação em Educação Matemática (PI), ambos associados ao Departamento de Matemática da UnB. E-mail: marciaaleal629@gmail.com

A inserção de jogos matemáticos se torna essencial, especialmente em um contexto que não motiva o estudante da Matemática a gostar desse conteúdo, seja por dificuldades adquiridas ao longo dos anos, ou por não ter aprendido corretamente como se trabalhar com números. Assim, é corrente que os jogos podem contribuir para a aprendizagem no ensino de Matemática, visto que, agindo de forma proativa, os jogos têm expectativas de reverter quadros que poderiam afastar os alunos desta matéria. Considerando que o Xadrez é um jogo de fácil acesso e que pode contribuir positivamente para a aprendizagem, introduziu-se aos alunos dos 1º anos o tabuleiro, com vistas a se obter novas experiências de aprendizagem no processo de ensino.

A proposta da introdução do Jogo de Xadrez objetiva destacar a criatividade dos alunos, o pensamento rápido e lógico, a cultura da socialização e o desenvolvimento intelectual, favorecendo o domínio cognitivo e psicomotor. Historicamente, o Jogo de Xadrez teve sua origem na antiga Índia, embora essa versão seja questionada, em meados do Século VI, D.C; o jogo de Xadrez, de acordo com Medrado (2009):

Era um jogo bastante diferenciado do que é conhecido atualmente, pois as peças eram movidas após o lançamento de dados. Em seguida, expandiu-se para a Pérsia e chegou à Europa, nos moldes tradicionais que são atualmente usados (Medrado, 2009, p. 17).

O Objetivo Geral desta pesquisa foi investigar as aprendizagens da Matemática em comparação ao Jogo de Xadrez, sendo aplicado às turmas dos 1º anos do Ensino Médio.

A partir desse Objetivo Geral foram traçados três Objetivos Específicos, a saber:

- Analisar as respostas dos alunos em relação ao Jogo de Xadrez e a aprendizagem em Matemática;
- Investigar se o gosto pelo Jogo de Xadrez se apresentou desde a infância ou se foi um processo ocorrido durante o período escolar;
- Avaliar se os participantes passaram a gostar do Jogo de Xadrez pelo fato de aliá-lo aos conteúdos matemáticos.

A pesquisa foi apresentada como uma abordagem qualitativa e com caráter exploratório, sendo usada como um estudo de caso.

A pesquisa foi realizada em uma Escola de período em tempo integral na cidade de Valparaíso de Goiás, que atende alunos matriculados nos 1º aos 3º anos do Ensino Médio. Os participantes eram alunos dos 1º anos que se interessaram em participar da eletiva de Xadrez.

Referencial teórico

O referencial teórico utilizado nesta pesquisa abrange tópicos como: A importância dos jogos no processo de ensino e aprendizagem na resolução de cálculos matemáticos; O Jogo de Xadrez e sua aplicabilidade e informações sobre as suas regras.

Neste contexto, autores como Oliveira (1997) e Vygotsky (1991), discutem as potencialidades do Jogo de Xadrez dentro do ambiente escolar. De acordo com Oliveira (1997):

O Xadrez, sendo jogado regularmente, tem condições de assumir pontos positivos em relação ao desenvolvimento cognitivo e tende a auxiliar na resolução de habilidades complexas nos diversos contextos educacionais (Oliveira, 1997, p. 50).

Um dos autores que citou a pesquisa foi Vygotsky (1991), que embora nunca tenha escrito especificamente sobre o Jogo, declarou em suas teses que os jogos podem contribuir positivamente no desenvolvimento cognitivo, sobretudo na fase de operações concretas e formais. Para Leal (2023), o “contexto do processo de formação tem a possibilidade de estimular o Pensamento Crítico e Criativo (PCC) dos estudantes” (Leal, 2023, p. 236).

A importância dos jogos no processo de ensino e aprendizagem na resolução de cálculos matemáticos

Através dos jogos, os estudantes buscam formas distintas para solucionar problemas apresentados no cotidiano escolar e também na vida social. Diversos autores incentivam a introdução de atividades lúdicas no ambiente educacional, com vistas a contribuição não negativa para aprendizagem e assimilação de conteúdo.

Os jogos têm a possibilidade de contribuir para a aprendizagem e formação de uma mente crítica do aluno, não somente na Matemática, mas também em outras matérias que fazem parte da grade curricular. Às relações inter-pessoais também são favorecidas quando introduzem os jogos no ambiente escolar, pois como o Jogo propõe a formação de duplas, invariavelmente esses “pares” formados se aproximam, de forma sociável, e esse fator se torna um multiplicador entre os alunos que participam dos Jogos de Xadrez. “É importante fazer uma distinção entre jogos como conteúdo específico e jogos como ferramenta auxiliar de ensino” (Brasil, 2018, p. 214).

Por meio da ludicidade, a pesquisa salientou que a atenção dos alunos foi conseguida, e quando o professor de Matemática consegue a atenção deles,

percebemos que ele alcançou o nível desejado de um profissional, em relação a seus estudantes.

As brincadeiras que exigem a participação de um número maior de pessoas tendem a promover a colaboração em equipe, à socialização, o respeito e atenção aos colegas e a uma adequada resolução de conflitos, que estão diretamente ligadas à habilidades essenciais para a vida e o convívio em sociedade (Vygotsky, 1991. p. 69).

A pesquisa comprovou que conteúdos matemáticos que são introduzidos aos estudantes de forma lúdica têm a possibilidade de serem aprendidos de forma mais espontânea, pelo entendimento de que o que não é ensinado de forma impositiva se tem mais prazer em descobrir. “Propiciam a simulação de situações problemas que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações” (Brasil, 1998. p. 47).

O Jogo de Xadrez e sua aplicabilidade

O Governo Federal, através de Órgãos ligados à Educação, implantaram o Jogo de Xadrez nas 27 Unidades Federativas do Brasil, objetivando aumentar a oferta lúdica através do Jogo, propondo um maior desenvolvimento dos estudantes nas matérias conhecidas como exatas, tal fato se deu no ano de 2024.

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a resolução de situações problemas que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações (Brasil, 1998, p. 47).

Atividades lúdicas tendem a proporcionar uma maior e melhor assimilação dos conteúdos propostos em sala de aula, pois a forma de ensino se diferencia daquela formal tradicional, muitas vezes exemplificadas pelo professor e quadro. Segundo Vygotsky (1991, p. 27) “os jogos têm a possibilidade de auxiliar no processo de ensino-aprendizagem”, e a pesquisa considerou que a proposta de inserção do Jogo de Xadrez, sendo inserido de uma forma aleatória, sem acompanhamento do professor, não traz todos os benefícios da forma que se daria com um acompanhamento direto do profissional.

O pensamento crítico do estudante é muito incentivado na atualidade, visto que a proposta educacional também perpassa para a formação de cidadãos que exercem seus deveres e direitos

relativos à democracia. O Jogo de Xadrez reforça esse conceito de “pensar bem” para tomar atitudes, indicar a possibilidade de ser derrotado (xeque-mate), fazendo com que o participante possa refletir inúmeras vezes até a tomada de uma decisão, e de dar também o xeque-mate, que indica a vitória no jogo, mas também o respeito e valorização de seu oponente (Brasil, 2022, p. 22).

A mente que consegue identificar um problema matemático e, através do Jogo de Xadrez, consegue apresentar prováveis soluções para se resolver o problema, entendeu de fato do que se trata a proposta de inserção de jogos no ambiente escolar, através do pensamento crítico aplicado em matérias como Matemática, Química e Física.

Neste contexto, Vygotsky (2018, p. 186) destaca “a importância do Jogo de Xadrez como ferramenta educacional, utilizando a abordagem cultural-histórica, que enfatiza que atividades como o Jogo de Xadrez podem criar uma Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), promovendo habilidades emergentes”.

A ZDP, defendida pelo autor Vygotsky (1984), traz a definição daquelas funções que não se concretizaram ainda, que estão em um processo de formação, mas, todavia, não deixam de existir e estão apenas “adormecidas”, visto que ainda não foram despertadas nos estudantes.

A Zona de Desenvolvimento Proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadureceram, mas que estão presentemente em estado embrionário. Essas funções poderiam ser chamadas de “brotos” ou “flores” do desenvolvimento, ao invés de frutos do desenvolvimento (Vygotsky, 1984, p. 97).

Segundo o autor, de acordo com essa perspectiva “o Xadrez, como um jogo estratégico, pode ser uma excelente ferramenta para promover essa aprendizagem” (Vygotsky, 1991, p. 62). O Jogo de Xadrez contribuiu para uma aprendizagem mais dinâmica, pois as partidas eram sempre aplicadas no ambiente externo à sala de aula, tirando dos estudantes a monotonia de estar dentro de um ambiente formal, de quatro paredes e um quadro, aumentando a sensação de pertencimento e satisfação deles.

De acordo com Vygotsky (1991, p. 58), “a aprendizagem é um processo social, e o desenvolvimento se dá através da interação com os outros”. Sendo o Xadrez um jogo de raciocínio, de lógica, foi feita a relativização com a Matemática, a fim de se comparar jogadas ou ações comuns no jogo para se colocar também na matéria. Segundo Filguth (2007, p. 11) “o Jogo de Xadrez

é uma das ferramentas educacionais mais poderosas para fortalecer a mente de uma criança”.

A pesquisa citou um exemplo da relação do Jogo de Xadrez com a Matemática no conteúdo de “Plano Cartesiano”, onde os eixos “X” e “Y” fazem referências às linhas horizontais e verticais do tabuleiro do Jogo, e que suas “casas” serviriam como pontos de localização geométrica.

Conforme Lara (2005) afirma:

O jogo, como uma estratégia de ensino capaz de auxiliar o trabalho do professor em sala de aula, facilitando o processo de ensino e aprendizagem em matemática e mostrando ao aluno uma Matemática prazerosa, interessante e desafiante (Lara, 2005, p. 79).

A proposta dos conteúdos programáticos disponibilizados pelos órgãos educacionais, já há algum tempo, prevê a liberdade ao aluno de ter um pensamento crítico, a fim de que possa assimilar sinteticamente os conteúdos ministrados, tendo a possibilidade de, dentre várias situações, escolher a que melhor se adequa a resolução dos conflitos, de forma racional e lúdica, a fim de dar melhor solução ao proposto.

Regras do Jogo de Xadrez

O Jogo de Xadrez é formado por 32 peças, sendo metade brancas e metade pretas. Cada jogador fica com peças de uma mesma cor, sendo que o objetivo do Jogo é “apreender” todas as peças do adversário.

A peça mais importante do Jogo é o rei, visto que pode se movimentar em todas as direções, inclusive sobrepondo-se às demais, desde que, ao final da jogada, ocupe uma casa vazia. Essa regra é desconsiderada quando a última casa ocupada é para capturar uma peça adversária.

As peças brancas sempre iniciam o Jogo e o Jogo se conclui quando todas as peças do adversário são capturadas ou quando acontece o “xeque-mate”, que é a captura do rei pelo adversário. Existe a possibilidade de empate no Jogo, quando os jogadores entendem que não existe a possibilidade de vitória para nenhum deles.

Além do rei, outra peça muito importante é a rainha, que pode se movimentar na horizontal e vertical. Existe também a peça torre, que pode se movimentar para frente e para trás. O cavalo se movimenta em forma de “L”, que pode ser uma casa na direção vertical ou horizontal e duas casas perpendiculares a essa mesma direção.

Outra peça importante é o peão, todavia, só pode se movimentar para frente e uma única casa por jogada, exceto no primeiro movimento, onde tem a opção de avançar duas casas.

De acordo com Pinto (2009), um dos autores que escreveram sobre a importância dos jogos no ambiente escolar e da sua ludicidade, é discorrer sobre a importância dos jogos na formação crítica e cognitiva do indivíduo, trazendo a possibilidade de propostas lúdicas, que auxiliariam no processo de ensino aprendizagem, e também no relacionamento inter pessoal entre os estudantes, através de jogos que promovessem o respeito mútuo.

Metodologia

Este estudo utilizou abordagem de pesquisa qualitativa, usando o método exploratório para coletar os dados. Utilizou-se da análise de conteúdo para embasar as informações; e em relação a sua amostragem, foi feita com alunos de turmas do 1º ano Vespertino do Ensino Médio, que respondeu questões apresentadas utilizando-se o método de estudo de caso, cuja ambientação se dá pela sua confidencialidade e confiabilidade.

No desenvolvimento da pesquisa apresentou-se aos estudantes o Jogo de Xadrez, bem como suas regras e particularidades, a fim de que eles pudessem ter o entendimento básico inicial para começarem a jogar.

Após a divulgação da atividade, um total de trinta alunos se inscreveram para participar da eletiva de Xadrez no período em que a pesquisa foi desenvolvida (em um semestre), sendo feita uma lista de espera para matrículas no semestre seguinte superando o número acima de 50 alunos pré-inscritos. Os estudantes matriculados aprenderam a lidar com o tabuleiro, regras, jogadas mais usuais e outras até mais intrusivas.

Alguns estudantes começaram a se diferenciar dos colegas, por já saberem sobre o Jogo ou por terem se motivado de tal forma, que começaram a aprender de forma mais dinâmica e entusiasta. Nesse sentido, foram separados em grupos de conhecimentos, e a pesquisa os classificou como níveis básico, intermediário e avançado. Essa classificação foi usada somente para que as duplas de jogadores pudessem ter ânimo para praticar, sem, todavia, motivar ou propor nenhum tipo de competição.

Foi percebido que nem todos os estudantes que se inscreveram na eletiva do Jogo de Xadrez estavam de fato comprometidos a aprender sobre o Jogo, e durante esse período em que os jogos foram ministrados, alguns se mostraram desanimados, pelo fato de que não possuíam o perfil da proposta do

Jogo, tendo interesse em mudar de atividades, procurando eletivas como dança ou educação física.

Apresentação e análise dos resultados

Os alunos que concluíram a eletiva do Jogo de Xadrez perceberam, em alguns momentos, a relação do Jogo de Xadrez com alguns conteúdos das matérias de exatas. Professores também relataram que estudantes que participaram das eletivas tiveram perceptível melhora nos conteúdos ministrados na matéria de Matemática, não somente em relação a conteúdos, mas também no relacionamento interpessoal e atenção em sala de aula.

Uma das propostas definidas junto à coordenação escolar era de trabalhar conteúdos matemáticos que remetessem ao Jogo de Xadrez logo após o encerramento dos jogos, momento em que os estudantes teriam de voltar à sala de aula. A aplicação de conteúdos como função afim, (que é um conteúdo iniciado nos primeiros anos do Ensino Médio), eram ministrados após às atividades para serem resolvidas por eles, usando do conhecimento ou relativização dessa matéria com o Jogo.

Professores dos primeiros anos, não somente da matéria de Matemática, relataram que aqueles que participavam dos Jogos de Xadrez melhoraram significativamente a concentração em sala de aula, a participação nas atividades coletivas, diminuíram significativamente a introspecção e passaram a se socializar com colegas que antes achavam “chatos”. Foi percebida entre as turmas o aumento das relações interpessoais e o índice de aceitação e participação dos grupos tidos como “restritos”.

Filguth (2007) define a possibilidade que o Jogo de Xadrez pode trazer no desenvolvimento da concentração, da tomada de decisões, do controle emocional e do raciocínio lógico. A pesquisa concluiu que o Jogo se trata de um aliado em potencial para atividades de complementação do processo de ensino-aprendizagem, fato já demonstrado em outros trabalhos, alguns inclusive aqui citados.

Vygotsky (1991) vislumbrava a potencialidade dos jogos dentro do ambiente escolar, visando a continuidade da iniciação da descoberta na intelectualidade dos estudantes dentro do ambiente escolar. Uma informação importante é que muitas das vezes os jogos adentravam ao horário noturno, visto que a escola onde eram feitas às atividades funcionava de forma integral, mas os jogos aconteciam somente no período vespertino. As eletivas com os Jogos começavam às dezesseis horas, com término às dezoito, mas quase

sempre se estendiam até às dezenove horas, e não eram raras reprovações e reclamações dos alunos quando os tabuleiros eram retirados no horário correto.

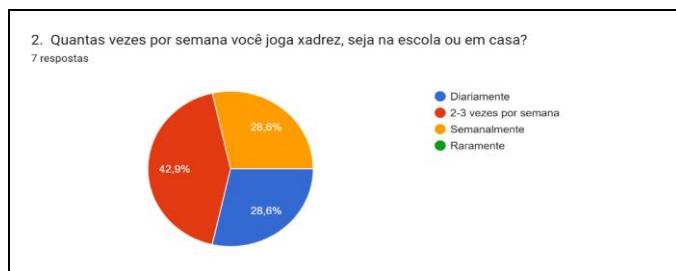
Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a resolução de situações problemas que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações (Brasil, 1998, p. 47).

Outra informação interessante é que não somente estudantes de outras eletivas manifestaram interesse em participar dos Jogos, mas também professores “formavam rodinhas” em torno das mesas para acompanhar os Jogos, vez ou outro algum professor se arriscava a jogar com aqueles que se saíam melhor nessas atividades, e era imensa e contagiante a alegria dos alunos ao conseguirem dar um xeque, ou um xeque mate nos professores.

Apresentação dos dados e análise em relação ao questionário com os alunos

O resultado apresentado no gráfico abaixo demonstra que apesar de não ser tão comum, o Jogo de Xadrez é praticado com frequência pelos estudantes.

Gráfico 01: Quantas vezes por semana você (aluno) joga xadrez, seja na escola ou em casa?



Fonte: Da Silva, (2025, p. 37) .

Os estudantes, nas eletivas, têm propriedade para fazerem o uso do tabuleiro de Xadrez dentro do ambiente escolar e formarem suas próprias duplas. Considerando o que os participantes entendem como objetivo do Jogo de Xadrez, fica também de fácil percepção que a totalidade dos entrevistados tem informações suficientes para efetuar uma partida de forma bem jogada, com estratégias já adquiridas e conceitos sobre as regras bem definidos.

Vygotsky (1991), afirma que o desenvolvimento se dá através da interação com outros alunos, tendo a percepção que a aprendizagem é um processo progressivo e social, e esse processo ultrapassa os limites físicos do espaço escolar, adentrando em todas as áreas que se relacionam com os

estudantes. O Gráfico 02 demonstra, em porcentagem, as respostas de acordo com o número de participantes entrevistados.

Gráfico 02: Você (aluno) acha que as estratégias de Xadrez podem ser aplicadas na resolução de problemas matemáticos em sala de aula?



Fonte: Da Silva (2025, p. 38).

Os alunos entendem que o Jogo de Xadrez pode contribuir para complementar a aprendizagem nos conteúdos que fazem parte das matérias de exatas, especificamente em Matemática, além de contribuir para a interação social com outros colegas dos 1º anos.

Dos alunos participantes da pesquisa, 71,4% declararam que as estratégias do Jogo de Xadrez podem ser aplicadas para resolução de problemas matemáticos em questões inseridas em sala de aula, conquanto que 28,6% dos entrevistados afirmaram que não sabiam definir se o Jogo de Xadrez tem a possibilidade de ajudar em suas habilidades em resolver problemas matemáticos.

Neste entendimento Filguth (2007, p. 200), afirma que “as habilidades de resolução de problemas que o Xadrez ensina são transferidas para tarefas em outros domínios acadêmicos”. Dessa fala, é possível inferir que o Jogo de Xadrez contribui não somente para a aprendizagem e assimilação dos conteúdos relacionados à Matemática, mas contribui também para sua aplicação em outras matérias.

A análise de dados, de acordo com Pinto (2009), envolve a organização, redução e interpretação das informações coletadas, transformando-as em resultados significativos. Educadores frequentemente usam a porcentagem como mecanismo de levantamentos para obter resultados. Ela tem muita importância na análise prática para uma futura aplicabilidade

Gráfico 03: Você acha que jogar Xadrez ajudou a melhorar suas habilidades de matemática?



Fonte: Da Silva (2025, p. 39).

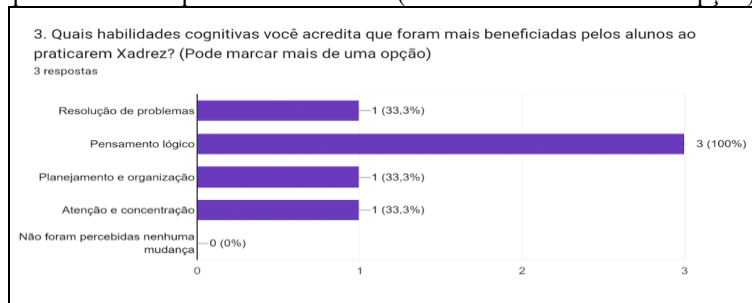
Os participantes da eletiva consideraram que o Jogo de Xadrez poderia auxiliá-los positivamente em relação aos conteúdos de Matemática (85,7%), e ainda asseveraram que suas notas na matéria melhoraram após a sua participação. As respostas aos questionários permitem inferir que o Jogo de Xadrez tem um impacto positivo no aprendizado de Matemática em seus participantes. Como as atividades estimulam o desenvolvimento de habilidades sensoriais e estratégicas, remete-se essa funcionalidade ao raciocínio lógico.

Lara (2005), defende que “o jogo pode ser usado como uma estratégia de ensino capaz de auxiliar o professor em sala de aula”. Os conteúdos de exatas, em geral, apresentam particularidades que costumam dificultar a aprendizagem em sala de aula, mas a inserção do Jogo de Xadrez pode auxiliar na assimilação destes conteúdo de uma forma mais lúdica, mais dinâmica.

Apresentação dos dados e análise em relação ao questionário com os professores

Os gráficos a seguir referem-se a perguntas respondidas pelos professores.

Gráfico 04: Quais habilidades cognitivas você acredita que foram mais beneficiadas pelos alunos ao praticarem Xadrez? (Pode marcar mais de uma opção)



Fonte: Da Silva (2025, p. 40).

Dos professores de Matemática que responderam o questionário, 100% afirmaram que o Jogo ajudou os estudantes a se desenvolverem nas atividades em sala de aula e também nas atividades em grupo.

O processo de pesquisa envolve as questões e os procedimentos que emergem, os dados tipicamente coletados no ambiente do participante, a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feitas pelo pesquisador acerca do significado dos dados (Creswell, 2010, p. 26).

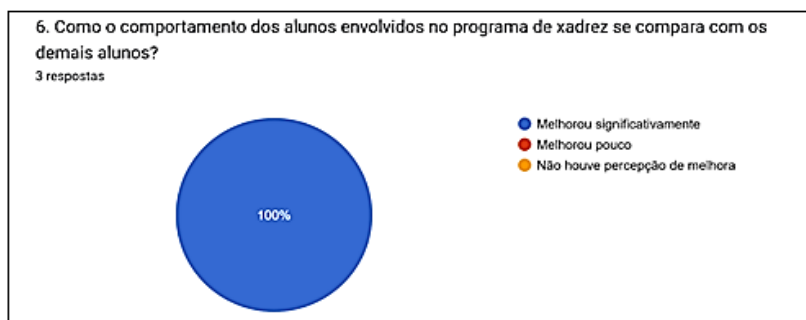
Gráfico 05: Como você avalia o impacto do Xadrez no desempenho geral dos alunos em sua turma?



Fonte: Da Silva (2025, p. 41).

Os professores de Matemática sugeriram a continuidade do projeto em outras turmas, por conta da grande aceitação que houve entre os estudantes dos primeiros anos, não somente pelo jogo em si, mas pela relação que foi criada entre os participantes da eletiva. Segundo Kishimoto (2017, p. 108), a fala dos professores coincidiu com a tese do autor, que escreveu sobre a efetividade dos jogos dentro do ambiente escolar, contribuindo também para o desenvolvimento das atividades cognitivas, sociais e motoras.

Gráfico 06: Como o comportamento dos alunos envolvidos no programa de Xadrez se compara com os demais alunos?



Fonte: Da Silva (2025, 42).

Todos os professores concordaram que o Jogo de Xadrez pode ser um determinante para melhoria das potencialidades dos estudantes em sala de aula, pelo fato de que a percepção notada dentre os alunos foi nítida, auxiliando inclusive na relação entre alunos e professores.

Conclusão

Neste estudo foi possível perceber que a introdução do Jogo de Xadrez contribuiu para o desenvolvimento dos participantes, auxiliando no desenvolvimento cognitivo e social, motivando no processo acadêmico da disciplina em questão e em outras matérias correlacionadas. Percebeu-se também a quase comum percepção dos professores sobre o aumento das ações participativas dos estudantes nas atividades propostas em sala. Ademais, os participantes da eletiva propuseram a continuidade dela no próximo semestre e questionaram se poderiam novamente se inscrever, criando um problema a ser resolvido pela coordenação da escola.

Ao final dessa pesquisa pode-se concluir que o Jogo de Xadrez contribuiu positivamente quando da sua inserção, sendo nitidamente percebida a favorável implementação do Jogo nas áreas em que ele se propôs atuar. Concentração, foco e planejamento foram algumas das ações percebidas, sendo que até os próprios estudantes relataram mudanças percebidas em si mesmos após a participação na eletiva.

Também foi possível perceber que a introdução do Jogo de Xadrez no ambiente escolar superou o objetivo inicialmente proposto na inicial. Por fim, pretende-se usar a pesquisa nas outras séries, como 8º e 9º anos, a fim de ratificar ou refutar o que aqui foi proposto.

É válido abordar que este capítulo faz parte de um livro que trata da importância da metodologias de ensino em Matemática voltadas para o Ensino Médio e no Ensino Superior, logo, considera-se que todas as reflexões e apontamentos apresentadas quanto a relevância do Jogo de Xadrez ao longo do texto, possam servir de amparo para as vivências no contexto do processo de ensino e aprendizagem.

Referências

- Almeida, José W. Q. (2010). **Trabalho de mestrado: O Jogo de Xadrez e a Educação Matemática: Como e onde no ambiente escolar.** São Paulo: *Saraiva*.
- Brasil. (1998). **Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais, 5ª e 8ª séries.** Matemática para o Ensino Fundamental, Brasília.

- Brasil. (2004). **Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais, 5ª e 8ª séries.** Matemática para o Ensino Fundamental, Brasília.
- Creswell, J. (2010). **Projeto de pesquisa:** Métodos Qualitativo, Quantitativo e Misto. 3. ed. Porto Alegre: Artemed.
- Dante, L. (1996). **Jogos na educação matemática.** São Paulo: Ática.
- Filguth R. (2007). **A Importância do Xadrez na Educação.** 1. São Paulo: Unesp.
- Leal, M. R. (2023). **Percepções de licenciandos a respeito da criatividade em matemática no campo da geometria.** 325 fls. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Brasília, Brasília/DF.
- Maia, A. (2020). **Questionário e Entrevista na pesquisa qualitativa:** elaboração, aplicação e análise de conteúdo - Manual didático. São Carlos
- Marconi, M. & Lakatos, E. (2017). **Metodologia do Trabalho científico.** 7. ed. São Paulo: Atlas.
- Vygotsky, L. (1997). **Aprendizado e desenvolvimento:** um Processo Sócio-Histórico. 4. ed. São Paulo: Scipione.
- Vygotsky, L. (1991) **A Formação Social da Mente.** São Paulo: Martins Fontes.
- Da Silva, D. J. (2025). **A Aplicabilidade do Jogo de Xadrez no Ensino da Matemática com Turmas do 1º Ano do Ensino Médio.** 54 fls. Monografia (Curso de Especialização em Metodologias de Ensino em Matemática). Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, Brasília/DF.

6- Probabilidade Geométrica: ensino e aprendizagem da matemática junto a estudantes do ensino médio de uma instituição pública no Distrito Federal

*Edimilson Antonio de Oliveira*¹²

*Andréia Borges Avelar da Silva*¹³

*Eduardo Antonio da Silva*¹⁴

Introdução

A Matemática ocupa um lugar fundamental na trajetória de formação dos estudantes da educação básica, não apenas como um conjunto de técnicas e procedimentos formais, mas como um campo de conhecimento essencial para o desenvolvimento do pensamento crítico, da autonomia intelectual e da compreensão de fenômenos presentes na vida cotidiana. Nesse contexto, o ensino de probabilidade assume papel relevante ao possibilitar a análise racional de situações vivenciadas pela incerteza, pelo acaso e pela tomada de decisões, aspectos cada vez mais presentes na sociedade contemporânea.

Entretanto, pesquisas realizadas na área da Educação Matemática têm evidenciado que o ensino tradicional da probabilidade, frequentemente pautado na memorização de fórmulas e na resolução de exercícios de fixação, tem se mostrado insuficiente para promover a compreensão conceitual e o desenvolvimento do pensamento probabilístico dos estudantes (Campos *et al.*, 2013; Lopes, 2008). Tal cenário contribui para a desmotivação do estudante e para a dificuldade de estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos e situações reais, comprometendo o letramento probabilístico.

¹²Doutor em Educação pelo Programa de Pós-Graduação do Departamento de Educação da Universidade de Brasília-UnB e professor aposentado da Escola Técnica de Ceilândia- CEP Ceilândia da SEEDF. edi.a.oliveira2@gmail.com

¹³Doutora em Matemática pela Universidade de Brasília. Professora da Faculdade UnB Planaltina Universidade de Brasília. andreaavelar@unb.br

¹⁴Doutor em Matemática pela Universidade de Brasília. Professor do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília. eduardoasilva@unb.br

À luz dessas reflexões, torna-se necessário repensar práticas pedagógicas e metodologias de ensino que favoreçam uma aprendizagem significativa da probabilidade. Documentos curriculares normativos, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), orientam essa necessidade ao destacar a importância de estratégias didáticas que envolvam experimentação, resolução de problemas, jogos e simulações, de modo a articular conhecimentos matemáticos a contextos concretos e socialmente relevantes (Brasil, 2018).

Nesse sentido, os jogos didáticos emergem como recursos pedagógicos eficazes, pois promovem a interação entre os estudantes, estimulam a investigação, favorecem a construção coletiva do conhecimento e possibilitam a articulação entre aspectos lúdicos e conceituais da Matemática. Entre esses recursos, destaca-se o jogo dos discos, cuja exploração permite abordar conceitos da probabilidade geométrica por meio da análise de áreas, medidas e eventos aleatórios, contribuindo para a compreensão das relações entre espaço amostral, eventos favoráveis e probabilidade de ocorrência.

Este capítulo, portanto, constitui um recorte parcial da pesquisa realizada na especialização *lato sensu* em Metodologias de Ensino em Matemática concluída em 2024 e discute o ensino e a aprendizagem da probabilidade geométrica a partir de uma abordagem investigativa, alicerçada no uso do jogo dos discos como estratégia didático-pedagógica. Busca-se evidenciar como essa proposta metodológica pode favorecer o desenvolvimento do pensamento probabilístico, ampliar o engajamento dos estudantes e contribuir para a ressignificação do ensino de Matemática no Ensino Médio, em consonância com as orientações curriculares e com os pressupostos teóricos da Educação Matemática contemporânea.

Fundamentação Teórica

A Educação Estatística emerge como um campo de pesquisa consolidado a partir da década de 1970, com o objetivo de investigar como as pessoas ensinam e aprendem Estatística e Probabilidade, considerando aspectos cognitivos, afetivos, didáticos e socioculturais (Cazorla *et al.*, 2017). Esse campo dialoga diretamente com a Educação Matemática, a Psicologia e a Filosofia, contribuindo para a compreensão dos processos de aprendizagem em contextos de incerteza.

O letramento estatístico e probabilístico constitui um dos pilares da formação matemática contemporânea. Campos *et al.* (2013) definem a literacia estatística como a capacidade de compreender, interpretar e argumentar com base em informações estatísticas presentes em diferentes mídias. Toledo e Lopes (2021) enfatizam que o letramento probabilístico envolve a articulação

entre linguagem, matemática, estatística e probabilidade, possibilitando a tomada de decisões mais conscientes e fundamentadas.

Nesse contexto, o ensino da probabilidade deve favorecer o desenvolvimento de uma postura crítica diante de informações probabilísticas, promovendo a reflexão sobre riscos, previsões e incertezas. Lopes (2008) alerta que a ausência de um trabalho sistemático com fenômenos aleatórios pode reduzir o ensino da Matemática a uma lógica binária, de verdadeiro ou falso, desconsiderando a complexidade dos fenômenos estocásticos.

A Probabilidade constitui um campo fundamental da Matemática básica por possibilitar aos estudantes a compreensão e a análise de fenômenos caracterizados pela incerteza, pela variabilidade e pelo acaso. Em uma sociedade marcada pela propagação intensa de informações, dados estatísticos e tomadas de decisão baseadas em estimativas, o domínio de conceitos probabilísticos torna-se um requisito essencial para o exercício da cidadania crítica, cultural e socioeconômica.

Apesar de sua relevância social e formativa, o ensino da probabilidade ainda enfrenta desafios significativos na educação básica. Historicamente, esse conteúdo tem sido abordado de forma pontual, fragmentada, frequentemente restrita à aplicação de fórmulas, exercícios de memorização e à contagem de casos favoráveis e possíveis. Tal abordagem contribui para a construção de concepções imprecisas e para a dificuldade dos estudantes em atribuir significado aos conceitos probabilísticos (Campos *et al.*, 2013; Lopes, 2008).

Hand (2014) destaca que, no senso comum, a probabilidade é frequentemente associada a jogos de azar, superstições ou crenças, o que reforça interpretações instintivas e pouco fundamentadas. Essa visão, quando não problematizada no contexto escolar, tende a produzir obstáculos epistemológicos à aprendizagem formal da probabilidade. Assim, o ensino desse objeto de conhecimento deve promover a superação do pensamento intuitivo não sistematizado, sem desconsiderá-lo, articulando-o progressivamente com o conhecimento matemático formal.

Nesse sentido, Oliveira *et al.* (2023) definem a probabilidade como o estudo de fenômenos que envolvem a incerteza e que permitem a análise racional de situações em que o acaso desempenha papel central. Tal definição reforça a necessidade de práticas pedagógicas que valorizem a experimentação, a análise de dados e a reflexão crítica, em detrimento de abordagens habitualmente procedimentais.

O desenvolvimento do pensamento probabilístico está diretamente associado à capacidade de interpretar, analisar e comunicar informações em

contextos marcados pela incerteza. Para Fischbein (1985), a compreensão da probabilidade envolve tanto aspectos cognitivos quanto intuitivos, sendo fundamental que o ensino promova a comparação entre previsões subjetivas e resultados observados em experimentos aleatórios.

Godino *et al.* (1996) ressaltam que a aprendizagem da probabilidade não pode ser restrita à exatidão característica de outros campos da Matemática, pois envolve aproximação, estimativa e variabilidade. Quando o ensino enfatiza apenas o determinismo e o cálculo exato, limita-se a possibilidade de os estudantes compreenderem a natureza estocástica de muitos fenômenos do mundo real.

Autores como Skoumpourdi e Kalavassiss (2003) defendem a introdução gradual dos conceitos probabilísticos por meio de um vocabulário apropriado à faixa etária dos estudantes, articulado a situações do cotidiano. Essa abordagem favorece a construção gradual da linguagem probabilística, permitindo que termos como evento, chance, possibilidade e aleatoriedade sejam compreendidos conceitualmente e não apenas utilizados de forma espontânea.

Batanero (2005, 2006) destaca que a probabilidade pode ser compreendida sob diferentes enfoques — intuitivo, clássico, frequentista, subjetivo e axiomático — e que o ensino deve contemplar essa multiplicidade de significados. Tal perspectiva exige do professor uma formação sólida e a adoção de metodologias alternativas que permitam aos estudantes transitar entre esses enfoques, compreendendo suas limitações e aplicações.

A probabilidade geométrica constitui um importante desdobramento da Teoria da Probabilidade, ao considerar espaços amostrais contínuos e eventos definidos por regiões geométricas. Segundo Tunala (1992), nessa perspectiva, a probabilidade de um evento é definida pela razão entre medidas geométricas homogêneas, como comprimentos, áreas ou volumes.

Assim, essa abordagem amplia consideravelmente as possibilidades didáticas, pois permite articular conceitos de Probabilidade e Geometria, favorecendo a modelagem matemática de situações reais. Kayse (2022) destaca que, na probabilidade geométrica, os eventos correspondem a subconjuntos de regiões geométricas, exigindo dos estudantes habilidades de visualização espacial, interpretação gráfica e raciocínio geométrico.

Ademais, a probabilidade geométrica possibilita a exploração de funções, gráficos e relações algébricas, contribuindo para uma aprendizagem integrada dos diferentes campos da Matemática escolar. Ao relacionar o diâmetro de um objeto à probabilidade de ocorrência de um evento, por

exemplo, os estudantes são convidados a investigar relações funcionais e a interpretar matematicamente resultados experimentais.

Gal (2005) argumenta que a compreensão da probabilidade requer não apenas o domínio de procedimentos de cálculo, mas também a compreensão do papel social da comunicação probabilística. Nesse sentido, a probabilidade geométrica apresenta-se como um contexto profícuo para o desenvolvimento do pensamento analítico e crítico.

O uso de jogos no ensino da Matemática tem sido amplamente defendido como estratégia pedagógica capaz de promover a participação ativa dos estudantes, a cooperação e a construção significativa do conhecimento. No ensino da probabilidade, os jogos possibilitam a vivência concreta de situações aleatórias, favorecendo a articulação entre teoria e prática.

Macedo *et al.* (2000) afirmam que aprender por meio de jogos e situações-problema contribui para o desenvolvimento de competências cognitivas, sociais e afetivas, além de estimular a autonomia intelectual. Smole *et al.* (2008) classificam os jogos matemáticos em jogos de estratégia e jogos de conhecimento, sendo estes últimos especialmente adequados para a exploração de conteúdos como probabilidade, estatística e geometria.

O jogo dos discos, utilizado neste trabalho, configura-se como um jogo de conhecimento que articula experimentação, modelagem matemática e resolução de problemas. Ao analisar a relação entre o diâmetro dos discos e a probabilidade de ocorrência de eventos favoráveis, os estudantes formulam hipóteses, coletam dados, constroem gráficos e interpretam funções, desenvolvendo competências essenciais ao pensamento probabilístico.

Moura (1992) compreende o jogo como instrumento desencadeador de aprendizagem, desde que inserido em um planejamento pedagógico intencional. Para o autor, o jogo deve cumprir a função de mediar a transição do conhecimento espontâneo para o conhecimento científico, contribuindo para a construção de conceitos matemáticos de forma significativa.

Neste sentido, a articulação entre jogos, resolução de problemas e investigação matemática configura-se como uma abordagem potente para o ensino da probabilidade geométrica, ao promover a participação ativa dos estudantes e favorecer a construção de sentidos para os conceitos estudados.

Metodologia

Este estudo fundamentou-se em uma abordagem qualitativa de pesquisa, por compreender que a investigação dos processos de ensino e aprendizagem da probabilidade geométrica demanda a análise de significados,

interpretações, interações e produções construídas pelos estudantes em contextos reais de sala de aula. A opção pela abordagem qualitativa justifica-se por possibilitar a compreensão aprofundada dos fenômenos educativos em sua complexidade, considerando o contexto social, cultural e pedagógico no qual os estudantes estão inseridos, conforme preconizam Gerhardt e Silveira (2009).

No que se refere aos procedimentos metodológicos, o estudo caracterizou-se como uma pesquisa de levantamento de natureza exploratória e descritiva. Essa escolha se deu em razão da necessidade de conhecer, descrever e analisar as percepções, as estratégias e as aprendizagens desenvolvidas pelos estudantes ao longo da aplicação do jogo dos discos como recurso didático para o ensino de probabilidade geométrica. De acordo com Gerhardt e Silveira (2009), os estudos de levantamento permitem ao pesquisador reunir informações diretamente junto aos participantes, possibilitando a organização e a análise sistemática dos dados coletados.

A pesquisa foi desenvolvida em uma instituição da rede pública federal de ensino, especificamente em uma turma do segundo ano do Ensino Médio integrado ao Curso Técnico de Segurança do Trabalho de um Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, localizado na Região Administrativa de Ceilândia, Distrito Federal. A turma era composta por 29 estudantes, sendo 21 do sexo feminino e 8 do sexo masculino, com idade média de 16 anos. Durante a realização das atividades, registrou-se a participação efetiva de 22 estudantes, considerando as ausências ocorridas em função do calendário escolar e de atividades institucionais.

A escolha dessa turma deu-se pela adequação do conteúdo de probabilidade geométrica ao currículo do Ensino Médio, bem como pela possibilidade de desenvolver atividades investigativas articuladas ao uso de jogos didáticos, favorecendo a observação das interações, das estratégias de resolução de problemas e da construção do pensamento probabilístico.

Para a coleta dos dados, foram utilizados documentos produzidos pelos próprios estudantes durante a realização das atividades em sala de aula, tais como registros escritos, tabelas, gráficos e resoluções das situações-problema propostas no contexto do jogo dos discos. Além disso, aplicou-se um questionário aberto, elaborado com o objetivo de compreender as percepções dos estudantes acerca das atividades desenvolvidas, bem como suas compreensões sobre os conceitos de probabilidade geométrica abordados.

Segundo Creswell (2007), o uso de documentos em pesquisas qualitativas possibilita o acesso a dados refletidos e produzidos intencionalmente pelos participantes, constituindo-se em uma fonte rica para a

compreensão dos processos investigados. O questionário aberto, por sua vez, permitiu aos estudantes expressar livremente suas ideias, estratégias e reflexões, ampliando as possibilidades de análise qualitativa dos dados.

As atividades didático-pedagógicas foram organizadas em uma sequência de quatro encontros, com aulas duplas de 50 minutos cada, totalizando oito aulas. Durante esses encontros, o jogo dos discos foi utilizado como recurso didático principal para a exploração dos conceitos de probabilidade geométrica, envolvendo experimentos aleatórios, estimativas de probabilidades, registros de dados, construção de gráficos e discussões coletivas mediadas pelo professor.

Antes do início da aplicação das atividades, foram realizados contatos institucionais com a equipe gestora e com o professor regente da turma, com a finalidade de apresentar os objetivos do estudo e obter a autorização para a sua realização. O cronograma inicial sofreu ajustes em razão de paralisações institucionais, avaliações externas e reorganizações do calendário escolar, o que exigiu flexibilidade e replanejamento das datas de aplicação das atividades, sem comprometer os objetivos do estudo.

A análise dos dados foi orientada pela perspectiva qualitativa, utilizando-se os fundamentos da análise de conteúdo. Os registros produzidos pelos estudantes foram recolhidos, organizados, codificados e agrupados em categorias temáticas, definidas a partir da recorrência de ideias, estratégias e evidências de aprendizagem relacionadas ao uso do jogo dos discos no ensino de probabilidade geométrica.

Conforme destacam Alves-Mazzotti e Gewandszajder (1999), a análise qualitativa dos dados constitui um processo contínuo e dinâmico, no qual o pesquisador constrói interpretações à medida que os dados são coletados, aprimorando categorias e aprofundando a compreensão dos fenômenos investigados. Nesse sentido, a análise buscou identificar evidências do desenvolvimento do pensamento probabilístico, da compreensão conceitual e da participação ativa dos estudantes ao longo das atividades propostas.

Ressalta-se que os procedimentos metodológicos adotados foram coordenados com a flexibilidade necessária para acolher situações não previstas inicialmente, mas que se mostraram relevantes para a compreensão do processo de ensino e aprendizagem investigado. Essa postura metodológica permitiu valorizar as produções dos estudantes e reconhecer a complexidade inerente às práticas pedagógicas desenvolvidas em contextos reais da sala de aula.

Apresentação do Jogo de Discos

O Jogo de Discos configura-se como um recurso didático, lúdico e investigativo, relevante ao ensino e à aprendizagem da probabilidade geométrica no contexto da Educação Básica, especialmente no Ensino Médio. Sua origem remonta à França do século XVIII, período em que pisos ladrilhados de castelos e jardins eram utilizados como cenário para lançamentos aleatórios de moedas, dando origem a disputas baseadas na observação de eventos favoráveis e não favoráveis. Essa prática, inicialmente recreativa, revelou-se criativa em habilidade matemática ao evidenciar relações entre dimensões geométricas e chances de ocorrência de determinados eventos.

Figura1: Regra básica para o jogo dos discos



Fonte: Caetano, P. A., (2013).

No contexto educacional, o jogo consiste no lançamento aleatório de discos — como moedas ou botões — sobre uma superfície quadriculada, sendo considerado evento favorável quando o disco repousa inteiramente no interior de um ladrilho, sem tocar suas bordas. Caso contrário, o evento é classificado como não favorável (ver Figura 1). A simplicidade das regras contrasta com a complexidade conceitual envolvida, uma vez que o jogo mobiliza noções fundamentais de aleatoriedade, espaço amostral, eventos equiprováveis e estimativa de probabilidades.

A dinâmica do Jogo de Discos possibilita aos estudantes analisar a relação entre o diâmetro do disco e a probabilidade de sucesso no jogo, promovendo a articulação entre experimentação, registro de dados e análise matemática (ver Figura 2).

Figura 2: Moedas de 25 e 10 centavos, botões de camisa e de roupinhas bebê.



Fonte: Caetano, P. A., (2013).

Ao repetir lançamentos e comparar frequências relativas, os estudantes constroem estimativas de probabilidade experimental, as quais podem ser confrontadas com modelos teóricos da probabilidade geométrica, favorecendo o desenvolvimento do pensamento probabilístico e estatístico (veja Quadro 1).

Quadro 1: Organização dos dados com os resultados obtidos dos lançamentos experimentais de discos com diâmetros variados.

Lado do quadrado do quadriculado = 3 cm				
Tipo de disco	Diâmetro 3 cm	Quant. De lançamentos	Eventos Favoráveis	Probabilidade de ganho
Botão roupa do bebê	0,8			
Botão camisa	1,1			
Moeda R\$ 0,10	2,0			
Moeda R\$ 0,25	2,25			

Fonte: Caetano, P. A., (2013).

Dessa forma, o Jogo de Discos constitui-se como uma estratégia didática que integra ludicidade e rigor matemático, favorecendo aprendizagens significativas e possibilitando ao estudante compreender a probabilidade para além de fórmulas abstratas, relacionando-a a situações concretas, investigativas e contextualizadas.

Além de seu valor conceitual, o Jogo de Discos apresenta relevante possibilidade pedagógica ao estimular a participação e a cooperação entre os estudantes, a tomada de decisões, a formulação e a verificação de hipóteses, bem como o desenvolvimento do debate, da reflexão e da argumentação relativa aos objetos do conhecimento matemático. Tais características estão em conformidade com as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que recomenda o uso de experimentos aleatórios, jogos e situações-

problema como estratégias para o aprofundamento do ensino de probabilidade e estatística no Ensino Médio (Brasil, 2018).

Os dados consolidados no Quadro 2 evidenciam que, para discos de menor diâmetro, como o botão de roupinha de bebê (0,8 cm), as probabilidades experimentais apresentaram menor dispersão entre os grupos, variando entre 0,185 e 0,235 após 200 lançamentos. Tal comportamento indica uma tendência de estabilização dos resultados experimentais quando o número de lançamentos é suficientemente elevado, corroborando a compreensão, ainda que inicial, do caráter aleatório do experimento e da aproximação entre os valores empíricos e os valores teóricos. Situação semelhante observada para o disco de diâmetro 1,1 cm, embora com maior variação nos eventos favoráveis, especialmente no grupo G4, cujos resultados se mostraram superiores aos dos demais grupos, fato atribuído à própria natureza aleatória do jogo.

Quadro 2: Registro dos resultados consolidados dos Eventos Favoráveis e da Probabilidade de ganho dos grupos

Lado do quadrado do quadriculado = 3 cm												
Tipo de disco	Diâmetro cm	Qtde. de lançamentos	Eventos Favoráveis					Probabilidade de ganho				
			G1	G2	G3	G4	G5	G1	G2	G3	G4	G5
Botão Roupa Bebê	0,8	200	44	37	39	47	37	0,22	0,185	0,199	0,235	0,185
Botão camisa	1,1	200	33	36	23	49	34	0,165	0,18	0,115	0,225	0,17
Moeda de R\$ 0,10	2,0	200	27	26	20	37	22	0,135	0,13	0,1	0,185	0,11
Moeda de R\$ 0,25	2,25	200	4	3	2	24	7	0,021	0,015	0,01	0,12	0,035

Fonte: Elaborado pelos autores, 2024.

No caso das moedas de R\$ 0,10 e R\$ 0,25, cujos diâmetros são mais próximos do lado do quadrado do quadriculado (3 cm), observou-se uma redução significativa da probabilidade de ganho, bem como maior variabilidade nos resultados entre os grupos. Esse comportamento, em geral, está em conformidade com o modelo teórico da probabilidade geométrica apresentado ao longo da atividade, no qual a função $p(d)$ depende diretamente da relação entre o diâmetro do disco e o lado do quadrado. Os estudantes, ao compararem os valores experimentais com os valores exatos, puderam identificar a presença de erros (ver Quadro 3) e compreender que tais diferenças decorrem, principalmente, da variabilidade dos eventos favoráveis observados em experimentos finitos.

Quadro 3: Sínteses dos resultados consolidados das probabilidades experimental, exata e do cálculo dos erros.

Lado do quadrado do quadriculado = 3 cm																	
Tipo de disco	Diâmetro cm	Qtd. de lançamentos	P(d) Experimental					P(d) Exata					Erro				
			G1	G2	G3	G4	G5	G1	G2	G3	G4	G5	G1	G2	G3	G4	G5
Botão Roupa Bebê	0,8	200	0,22	0,185	0,199	0,235	0,185	0,17	0,54	0,89	-	0,48	0,05	-0,37	0,69	-	0,31
Botão camisa	1,1	200	0,165	0,18	0,115	0,225	0,17	0,13	0,40	0,68	-	0,24	0,02	-0,22	0,56	-	-0,07
Moeda de R\$ 0,10	2,0	200	0,135	0,13	0,1	0,185	0,11	0,11	0,11	0,11	-	0,55	0,02	0,02	0,11	-	0,44
Moeda de R\$ 0,25	2,25	200	0,021	0,035	0,01	0,12	0,035	0,06	0,06	0,94	-	0,67	-0,01	-0,04	0,93	-	0,63

Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos resultados produzidos pelos alunos, 2024.

Resultados

Os resultados obtidos com a aplicação do jogo dos discos foram realizados a partir dos registros experimentais produzidos pelos cinco grupos de estudantes do segundo ano do Ensino Médio, organizados ao longo dos três encontros previstos na sequência didática. Inicialmente, observa-se que a organização dos estudantes em grupos favoreceu a realização das atividades experimentais e o levantamento sistemático dos dados, possibilitando a comparação entre probabilidades experimentais, probabilidades exatas e os respectivos erros associados a cada situação investigada.

A análise das respostas ao questionário aplicado aos grupos reforça essa compreensão. Na questão referente à existência do erro, os estudantes que responderam reconheceram a probabilidade experimental como elemento central para a análise, destacando a influência da quantidade de lançamentos e das flutuações nos eventos favoráveis (ver quadro 4).

Quadro 4: Registro das respostas às três questões iniciais do questionário de cada grupo.

Questionário	
Perguntas e respostas	
G 1	QUESTIONÁRIO 1 - Considerando que a probabilidade é um quociente, qual o menor e o maior valor que ela pode atingir? Menor 0,01 Maior 0,115 2 - Qual foi a probabilidade encontrada no lançamento de 200 moedas de 10 centavos? Compare este valor com o valor encontrado no exemplo do quadro 6 com o valor encontrado pelo grupo no seu lado. Os dois resultados estão muito diferentes? Por que isso acontece? A de 10 centavos a probabilidade foi 0,135. Os resultados não se diferenciam muito por as moedas serem lançadas na mesma quantidade de vezes e terem a mesma quantidade de faces. 3 - Como você pode decidir se 200 lançamentos são suficientes para obter uma precisão de uma casa decimal no valor de $p(d)$? Não seriam necessários mais lançamentos? Será que 100 lançamentos não seriam suficientes? Para um melhor resultado, seria necessário mais lançamentos, pois aumentaria as chances das moedas caírem dentro das casas.
G 2	QUESTIONÁRIO 1 - Considerando que a probabilidade é um quociente, qual o menor e o maior valor que ela pode atingir? 0,015 - 0,155 menor q) la maior 2 - Qual foi a probabilidade encontrada no lançamento de 200 moedas de 10 centavos? Compare este valor com o valor encontrado no exemplo do quadro 6 com o valor encontrado pelo grupo no seu lado. Os dois resultados estão muito diferentes? Por que isso acontece? 0,13. Não pois em ambos os experimentos as moedas foram as mesmas, em diâmetro e quantidade. 3 - Como você pode decidir se 200 lançamentos são suficientes para obter uma precisão de uma casa decimal no valor de $p(d)$? Não seriam necessários mais lançamentos? Será que 100 lançamentos não seriam suficientes? Sim, porque se jogamos apenas 100 vezes não teríamos precisão. Jogando 200 vezes temos um resultado preciso que se aproxima do dos outros grupos.
G 3	QUESTIONÁRIO 1 - Considerando que a probabilidade é um quociente, qual o menor e o maior valor que ela pode atingir? O menor seria 0 e o maior seria 1, pois a probabilidade varia entre 0 e 1. 2 - Qual foi a probabilidade encontrada no lançamento de 200 moedas de 10 centavos? Compare este valor com o valor encontrado no exemplo do quadro 6 com o valor encontrado pelo grupo no seu lado. Os dois resultados estão muito diferentes? Por que isso acontece? A probabilidade de cada moeda ser lançada é de 0,5. Como foram lançadas 200 vezes, a probabilidade de cada uma ser lançada é de 0,5. 3 - Como você pode decidir se 200 lançamentos são suficientes para obter uma precisão de uma casa decimal no valor de $p(d)$? Não seriam necessários mais lançamentos? Será que 100 lançamentos não seriam suficientes? Para uma melhor precisão, seria necessário mais lançamentos, pois a probabilidade de cada moeda ser lançada é de 0,5.

G 4	QUESTIONÁRIO 1 - Considerando que a probabilidade é um quociente, qual o menor e o maior valor que ela pode atingir? O menor foi $\frac{1}{4}$ que foi o primeiro lançamento de 10 cantos e o maior é 49, lábio de canudo 2 - Qual foi a probabilidade encontrada no lançamento de 200 moedas de 10 centavos? Compare este valor com o valor encontrado no exemplo do quadro 6 com o valor encontrado pelo grupo ao seu lado. Os dois resultados estão muito diferentes? Por que isso acontece? Encontrei 0,385 e o do quadro grupo 14 0,11 Os resultados não estão tão diferentes 3 - Como você pode decidir se 200 lançamentos são suficientes para obter uma precisão de uma casa decimal no valor de $p(d)$? Não seriam necessários mais lançamentos? Será que 100 lançamentos não seriam suficientes? quanto mais vezes jogar maior é a probabilidade
G 5	QUESTIONÁRIO 1 - Considerando que a probabilidade é um quociente, qual o menor e o maior valor que ela pode atingir? menor = 0,01 maior = 0,99 2 - Qual foi a probabilidade encontrada no lançamento de 200 moedas de 10 centavos? Compare este valor com o valor encontrado no exemplo do quadro 6 com o valor encontrado pelo grupo ao seu lado. Os dois resultados estão muito diferentes? Por que isso acontece? 0,11, os resultados tem um pequeno diferença falou de diferença e talvez informação 3 - Como você pode decidir se 200 lançamentos são suficientes para obter uma precisão de uma casa decimal no valor de $p(d)$? Não seriam necessários mais lançamentos? Será que 100 lançamentos não seriam suficientes? com o teste realizado de 200 do para decidir se 100 lançamentos são suficientes

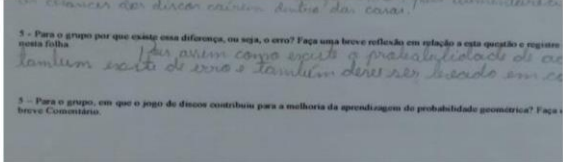
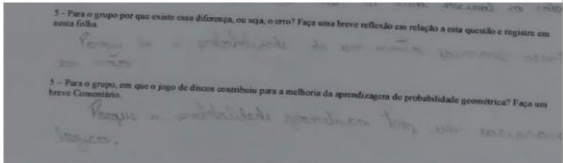
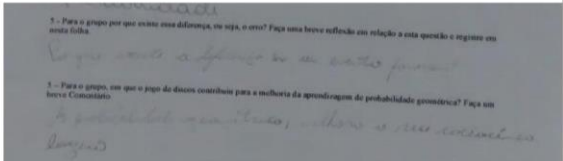
Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos registros dos estudantes, 2024.

Embora nem todos os grupos tenham conseguido expressar suas reflexões de forma completa, observa-se uma apropriação inicial dos conceitos de probabilidade experimental, probabilidade exata e erro, evidenciando avanços no desenvolvimento do pensamento probabilístico.

Por fim, quanto à contribuição do jogo dos discos para a aprendizagem da probabilidade geométrica, parte dos estudantes apontou o desenvolvimento do raciocínio lógico como principal ganho pedagógico.

Ainda que nem todos os grupos tenham registrado respostas, os resultados indicam que a atividade atingiu parcialmente seus objetivos, ao promover a investigação matemática por meio do jogo e possibilitar a articulação entre experimentação, modelagem matemática e análise de resultados (ver quadro 5). Dessa forma, o jogo dos discos mostrou-se um recurso didático relevante para o ensino da unidade temática probabilidade, favorecendo a compreensão conceitual e a aproximação entre teoria e prática no contexto escolar.

Quadro 5: Registro das respostas às duas questões finais do questionário de cada grupo

Questionário- duas questões finais		
Perguntas e respostas		
Grupos	G1	
	G2	NÃO RESPONDEU ÀS QUESTÕES
	G3	
	G4	
	G5	NÃO RESPONDEU ÀS QUESTÕES

Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos registros dos estudantes, 2024.

Considerações finais

Este capítulo teve como propósito analisar as contribuições do uso do jogo dos discos como estratégia didático-pedagógica para o ensino e a aprendizagem da probabilidade geométrica no Ensino Médio, à luz de uma abordagem investigativa e qualitativa. A partir do percurso teórico-metodológico delineado, bem como da análise das atividades desenvolvidas em sala de aula, foi possível evidenciar que a utilização de jogos, quando planejada de forma intencional e articulada aos objetivos de aprendizagem, constitui um recurso pedagógico fundamental para a construção do pensamento probabilístico e para o fortalecimento da aprendizagem matemática.

Os resultados alcançados indicam que o jogo dos discos favoreceu a participação coletiva dos estudantes, promoveu a interação entre os

participantes e possibilitou a articulação entre conceitos geométricos e probabilísticos de maneira significativa. Observou-se que, ao vivenciarem situações experimentais e investigativas, os estudantes foram levados a formular hipóteses, analisar dados, confrontar resultados experimentais com probabilidades teóricas e refletir criticamente sobre os fenômenos aleatórios envolvidos, aspectos fundamentais para o desenvolvimento do letramento probabilístico.

À luz do referencial teórico mobilizado, os resultados parciais deste estudo validam as discussões que defendem metodologias ativas, como jogos e resolução de problemas, como alternativas às práticas tradicionais de ensino da Matemática (Macedo *et al.*, 2000; Lopes, 2006; Smole *et al.*, 2008). Ademais, os resultados vão ao encontro das orientações da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), ao evidenciarem a importância de propostas pedagógicas que integrem experimentação, investigação e comunicação matemática no ensino de probabilidade e estatística.

Ressalta-se, ainda, que o trabalho com a probabilidade geométrica por meio do jogo dos discos contribuiu para minimizar concepções intuitivas equivocadas sobre acaso e aleatoriedade, ao mesmo tempo em que ampliou a compreensão dos estudantes acerca de relações entre medidas geométricas e eventos probabilísticos. Tal abordagem mostrou-se adequada tanto para a introdução de novos conteúdos quanto para processos de consolidação e recomposição da aprendizagem.

Por fim, é importante ressaltar que este estudo não esgota as possibilidades de investigação sobre o ensino de probabilidade geométrica, mas propõe caminhos promissores para a prática docente e para futuras pesquisas em Educação Matemática. Amplia-se, assim, a necessidade de novos estudos que aprofundem o uso de jogos e de estratégias investigativas em diferentes contextos educacionais, com vistas a fortalecer práticas pedagógicas que promovam uma aprendizagem matemática mais significativa, crítica e contextualizada. Assim sendo, reafirma-se o papel do professor como mediador do conhecimento e planejador de experiências didáticas que possibilitem aos estudantes compreender, interpretar e intervir de forma consciente em situações que envolvam incerteza e tomada de decisão na sua trajetória de formação pessoal, profissional e cultural.

Referências

- Alves-Mazzotti, A. J., & Gewandsznajder, F. (1999). **O método nas ciências naturais e sociais: Pesquisa quantitativa e qualitativa**. Pioneira.
- Batanero, C. (2005). **Significados da probabilidade em educação matemática**.

Quadrante, 14(1), 5–27.

- Batanero, C. (2006). **Didáctica de la estadística**. Universidad de Granada.
- Brasil. (2018). **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília.
- Campos, C. R., Wodewotzki, M. L. L., & Jacobini, O. R. (2013). **Educação estatística: Teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. Autêntica.
- Caetano, P. A. (2013). **Probabilidade geométrica e jogos matemáticos**. [Material didático].
- Cazorla, I. M., Silva, C. B., Santana, E. R. S., & Utsumi, M. C. (2017). **Educação estatística no Brasil: Trajetória e perspectivas**. *Bolema*, 31(58), 1–22. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n58a01>
- Creswell, J. W. (2007). **Projeto de pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto** (2ª ed.). Artmed.
- Fischbein, E. (1985). **Intuition in science and mathematics: An educational approach**. Reidel.
- Gal, I. (2005). **Towards “probability literacy” for all citizens**. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school* (pp. 39–63). Springer.
- Gerhardt, T. E., & Silveira, D. T. (2009). **Métodos de pesquisa**. Editora da UFRGS.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Cañizares, M. J. (1996). **Mathematical knowledge and the development of probabilistic reasoning**. In L. Puig & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of PME 20* (Vol. 2, pp. 247–254). PME.
- Hand, D. J. (2014). **Statistics: A very short introduction**. Oxford University Press.
- Kayse, L. (2022). **Probabilidade geométrica e visualização espacial no ensino médio**. *Revista de Educação Matemática*, 19(3), 45–62.
- Lopes, C. E. (2006). **O ensino de estatística e probabilidade na educação básica**. *Educação Matemática em Revista*, 11(20), 5–14.
- Lopes, C. E. (2008). **Literacia estatística e probabilística na educação básica**. *Bolema*, 21(30), 57–76.
- Macedo, L., Petty, A. L. S., & Passos, N. C. (2000). **Aprender com jogos e situações-problema**. Artmed.
- Moura, M. O. (1992). **O jogo e a construção do conhecimento matemático**. *Série Ideias*, 7, 47–61.
- Oliveira, E. A., Avelar da Silva, A. B., & colaboradores. (2023). **Probabilidade e ensino investigativo: Contribuições para o pensamento probabilístico**. *Revista Brasileira de Educação Matemática*, 37(2), 89–110.
- Skoumpourdi, C., & Kalavassiss, F. (2003). **Young children’s intuitions about probability**. *Statistics Education Research Journal*, 2(2), 33–50.
- Smole, K. S., Diniz, M. I., & Milani, E. (2008). **Jogos de matemática de 6º a 9º ano**. Artmed.
- Toledo, M. C., & Lopes, C. E. (2021). **Letramento probabilístico: Concepções e desafios para o ensino**. *Educação Matemática Pesquisa*, 23(1), 1–24.
- Tunala, R. (1992). **Probabilidade geométrica**. McGraw-Hill.

7- GeoGebra como ferramenta didática no ensino de funções quadráticas no Ensino Médio

Felipe Santos Monteiro¹⁵

Igor dos Santos Lima¹⁶

Introdução

O ensino de Matemática na educação básica, factualmente ao longo do tempo, tem enfrentado desafios significativos no que se refere à motivação dos estudantes e à efetiva compreensão dos conceitos e de suas respectivas aplicações, o que acaba refletindo diretamente no desempenho dos alunos em avaliações escolares e também nas avaliações de âmbito nacional e internacional.

Diante desse cenário, o uso de recursos tecnológicos, como o software *GeoGebra*, apresenta-se como uma alternativa ao modelo tradicional de aulas expositivas, oferecendo possibilidades pedagógicas inovadoras, podendo favorecer novas formas de motivar o aluno do processo de aprendizagem e favorecer o engajamento do discente. A relevância desse recurso pode ser evidenciada nas pesquisas disponíveis no repositório de dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), no levantamento feito em novembro de 2024, o repositório indicava mais de 450 trabalhos que discutem diferentes perspectivas do uso do *GeoGebra* no ensino de Matemática no período de 2013 a 2024, sendo 152 dissertações posteriores a 2020.

Nesse contexto, este trabalho propõe o desenvolvimento de uma sequência didática mediada pelo *GeoGebra*, com foco no estudo da função quadrática, abordando conceitos referente a aspectos de função crescente ou decrescente e análise gráfica relativa aos coeficientes a , b e c de forma dinâmica

¹⁵Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática e Licenciado em Química pela Universidade de Brasília (UnB). f.sant.monteiro@gmail.com.

¹⁶Doutor em Matemática pela Unicamp. Departamento de Matemática. igor.matematico@gmail.com.

e interativa. Busca-se verificar se a utilização dessa tecnologia educacional contribui para a melhoria do desempenho dos estudantes, considerando sua maior familiaridade e proximidade com recursos digitais.

Ressalta-se que o *GeoGebra* é um *software* educacional de ampla aplicabilidade no ensino de Matemática, integrando conteúdos de álgebra, geometria, gráficos, tabelas e estatísticas, entre outros. Assim, sua inserção em sala de aula tem como propósito romper com o modelo tradicional de ensino, onde o aluno assume uma postura de mero ouvinte, promovendo práticas que valorizam a visualização, a interação e o protagonismo discente no processo de ensino-aprendizagem.

A pesquisa desenvolvida caracteriza-se como exploratória, com objetivo de ampliar a compreensão sobre o tema em questão, bem como esclarecer e levantar hipóteses relacionadas ao uso do *GeoGebra*. A abordagem utilizada na pesquisa permite a utilização de métodos qualitativos e quantitativos de forma flexível. A sequência didática foi estruturada com base na metodologia proposta por Souza (2015, p.305) organizada em três momentos: apresentação expositiva dos conceitos relacionados à função quadrática, atividades práticas com o uso do *GeoGebra*, análises, verificação e discussão sobre a aplicabilidade do software.

O referencial foi construído a partir de autores que discutem as potencialidades e os desafios do uso do *GeoGebra*, tanto em relação sobre à função quadrática quanto no ensino de funções de modo geral. Destaca-se o Gaudêncio (2000, p.76) ao abordar o papel da tecnologia na facilitação da aprendizagem; Borba, Silva e Gadanidis (2014, p.53), que enfatizam as novas possibilidades de compreensão (atemática proporcionadas pelo *GeoGebra* ; Melo e Silva (2011, p.5), que discutem a importância da visualização gráfica; Rezende, Pescoço e Bortolossi (2012, p.78) que analisam como os coeficientes afetam a forma da função; e Farias, Martins e Santos (2021, p.16) que ressaltam a relevância do software por sua abordagem gradual, argumentativa e visual.

A organização do trabalho deu-se da seguinte forma: a parte 1 fundamenta-se na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018); a parte 2 aborda aspectos relacionados ao software *GeoGebra*, com base em estudos e documentos institucionais e nos autores Morello (2022), Almeida (2000), Gaudêncio (2000), Borba, Silva e Gadanidis (2014), Melo e Silva (2011), Araújo e Nóbrega (2010), Braz, Castro, Farias, Martins e Santos (2021); a parte 3 descreve a metodologia exploratória adotada, bem como os objetivos qualitativos e quantitativos da pesquisa; a parte final do trabalho apresenta a

proposta da sequência didática e a análise dos resultados, à luz dos autores discutidos.

Por fim, nas considerações finais, são apresentadas reflexões acerca dos objetivos gerais e específicos do estudo, destacando-se os aspectos motivacionais e pedagógicos relacionados ao uso do GeoGebra no contexto do ensino de funções quadrática.

Objetivos

O objetivo geral do trabalho é proporcionar uma compreensão mais detalhada sobre o uso do *software GeoGebra* como ferramenta pedagógica no ensino de funções quadráticas no Ensino Médio (EM), investigando seu potencial para engajar os alunos e analisar as possíveis facilidades de uma aprendizagem mais interativa e visual.

De modo específico, busca-se possibilitar a compreensão do conceito de função quadrática, contemplando sua definição, as características fundamentais, a forma algébrica e as representações gráficas. O trabalho também tem como objetivo analisar o comportamento da função quadrática a partir da variação dos coeficientes a , b e c , permitindo aos alunos identificar de que maneira esses coeficientes interferem na concavidade da parábola, na posição do vértice e na determinação das raízes.

Outro objetivo específico consiste em identificar as raízes da função e os pontos de máximo ou mínimo, em consonância com as competências e habilidades previstas na BNCC, reconhecendo a importância desses elementos para a análise das propriedades das funções quadráticas.

Busca-se, ainda, promover a construção e a análise de gráficos de funções quadráticas no ambiente do GeoGebra, possibilitando aos estudantes uma abordagem prática e investigativa do conteúdo. Por fim, o trabalho objetiva incentivar o uso consciente de ferramentas digitais na resolução de problemas envolvendo funções quadráticas, integrando a tecnologia ao processo de ensino e aprendizagem de forma crítica e significativa.

Dessa forma, o estudo não se limita à transmissão de conhecimentos teóricos, mas visa ao desenvolvimento de habilidades práticas, ao fortalecimento da visualização matemática e à promoção de uma postura investigativa e motivacional dos estudantes no estudo das funções quadráticas, por meio do uso do GeoGebra como recurso didático.

Metodologia: o percurso da pesquisa exploratória

O presente estudo caracteriza-se como uma pesquisa de natureza exploratória e descritiva. Essa escolha se justifica pela necessidade de conhecer,

descrever e analisar o uso do software *GeoGebra* no ensino de funções quadráticas, bem como levantar hipóteses e analisar percepções dos estudantes sobre a sequência didática proposta. Conforme Selltiz *et al.* (1967), esse tipo de pesquisa apresenta planejamento flexível, permitindo a articulação de abordagens qualitativas e quantitativas ao longo do desenvolvimento do estudo.

A pesquisa foi realizada em uma escola privada localizada em São Sebastião, Distrito Federal, com uma turma da 1ª série do Ensino Médio composta por 26 alunos. A aplicação da sequência didática ocorreu ao longo de cinco aulas, totalizando duas aulas duplas de 1h30min e uma aula simples de 45 minutos. O estudo também se caracteriza como pesquisa bibliográfica e estudo de caso, ao analisar a aplicação do *GeoGebra* no ensino de função quadrática em um contexto específico.

A sequência didática foi elaborada com base na metodologia proposta por Souza (2015, p.305) e organizada em três momentos distintos, sendo o primeiro e o segundo momento com 1h30 (aula dupla) e o terceiro com 45 min (aula simples). No primeiro momento, foi ministrada uma aula expositiva e dialogada sobre os conceitos fundamentais da função quadrática, com base no material didático adotado pela escola (Coleção Trilhas – Matemática – 1ª série do EM – Sistema FTD). Nessa etapa, abordaram-se a definição da função quadrática, o papel da variável independente, a influência dos coeficientes a , b e c , a concavidade da parábola, o vértice, as raízes da função e os pontos de máximo e mínimo, em consonância com as competências e habilidades previstas na BNCC.

O segundo momento ocorreu no Laboratório de Informática, com atividades práticas mediadas pelo *GeoGebra*. Antes do início das atividades, foi aplicado um questionário diagnóstico para identificar o perfil dos alunos e seus conhecimentos prévios sobre Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). Em seguida, os estudantes exploraram, de forma orientada, as variações gráficas da função quadrática por meio da manipulação dos coeficientes no software, analisando o comportamento da parábola, o intercepto no eixo y , as raízes da função e o sinal da função quadrática. O professor realizou intervenções pontuais, auxiliando na compreensão dos conceitos e na interpretação das representações gráficas. Dentro da sequência didática o segundo momento se estruturou da seguinte maneira:

- Primeira Parte – Comportamento da Parábola: Variação do Coeficiente a e b
- Segunda Parte – Análise do Coeficiente c e o Intercepto no Eixo y Funções

- Terceira Parte – Encontrar o Zero da Função (Raízes da Função)
- Quarta Parte – Estudo do Sinal da Função Quadrática

No terceiro e último momento, a atividade foi desenvolvida em sala de aula, com o uso do notebook e projetor pelo professor, com o objetivo de retomar conceitos, sanar dúvidas e aprofundar a análise do comportamento gráfico das funções quadráticas, incluindo a relação entre o discriminante e a natureza das raízes. Ao final, promoveu-se uma discussão sobre os aspectos positivos e limitações do uso do GeoGebra no processo de aprendizagem e foi aplicado um questionário avaliativo para coleta de feedback dos alunos acerca da sequência didática

Fundamentos normativos e pedagógicos

A BNCC, o Ensino Médio e as novas tecnologias

A BNCC explicita, no âmbito das competências gerais da Educação Básica, a centralidade das tecnologias digitais no contexto educacional, destacando seu papel formativo e pedagógico. O documento enfatiza que os estudantes devem compreender, utilizar e produzir TDICs de maneira crítica, significativa, reflexiva e ética, visando à comunicação, ao acesso e à disseminação de informações, à produção de conhecimentos, à resolução de problemas e ao exercício do protagonismo e da autoria nas dimensões pessoal e coletiva (Brasil, 2018, p.9).

No Ensino Médio, especialmente na área de Matemática e suas Tecnologias, a BNCC estabelece que os estudantes consolidem conhecimentos prévios e incorporem novos saberes, ampliando sua capacidade de mobilizar recursos matemáticos na resolução de problemas do cotidiano e no desenvolvimento de processos de abstração (Brasil, 2018, p. 471). Essa orientação dialoga com uma progressão iniciada no Ensino Fundamental, na qual o uso de tecnologias como calculadoras e planilhas eletrônicas é incentivado desde os anos iniciais, com vistas à promoção do pensamento computacional por meio da interpretação e da construção de algoritmos.

No Ensino Médio, essa trajetória é aprofundada, considerando os impactos dos avanços tecnológicos nos diferentes contextos sociais e reforçando a importância do uso de aplicativos e recursos digitais na investigação matemática e no desenvolvimento de competências e habilidades da área (Brasil, 2018, p. 528). No que se refere às competências específicas de Matemática e suas Tecnologias, a BNCC apresenta competências gerais e específicas, possui dois aspectos específicos nas competências desta área do conhecimento e o primeiro discorre:

Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática (Brasil, 2018, p. 531).

Outra competência relevante enfatiza a investigação e a formulação de conjecturas sobre conceitos e propriedades matemáticas, por meio da observação de padrões, de experimentações e do uso de diferentes tecnologias, reconhecendo a necessidade de validações progressivamente mais formais. Essa diretriz evidencia a articulação entre teoria e prática, favorecendo o desenvolvimento do pensamento crítico e investigativo dos estudantes.

A segunda menção que se trata a respeito tecnologias é:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (Brasil, 2018, p. 531)

A respeito da competência abordada na BNCC (2018, p.36) anteriormente tem-se a habilidade de (EM13MAT503), a habilidade é identificada por um código cuja a composição se dá da seguinte forma: o par de letras indica a etapa de Ensino Médio, o par de números indica que as habilidades descritas podem ser desenvolvidas durante o ensino Ensino Médio em qualquer série, conforme definido em currículo, a sequência posterior de letra indica a área (três letras) ou componente curricular (duas letras), e parte final, os números finais indicam a competência específica à qual se relaciona a habilidade (1º número) e a numeração no conjunto de habilidades relativas a cada competência (dois últimos números).

Nesse contexto, a BNCC organiza as habilidades por meio de códigos que identificam a etapa de ensino, a área do conhecimento e a competência específica relacionada, conforme exemplificado no documento oficial (Brasil, 2018, p.36). Dentre essas habilidades, destaca-se a investigação de pontos de máximo e mínimo de funções quadráticas em diferentes contextos, com apoio de tecnologias digitais, o que evidencia a integração entre conteúdos matemáticos e recursos tecnológicos.

Além disso, a BNCC propõe competências voltadas à interpretação, modelagem e resolução de problemas em múltiplos contextos, ainda que nem

sempre mencionem explicitamente o uso de tecnologias. Contudo, as habilidades associadas a essas competências indicam a utilização de recursos digitais no tratamento de equações lineares e na construção de modelos com funções polinomiais de primeiro e segundo graus (Brasil, 2018, p.531).

Diante dessas orientações, o estudo da representação gráfica de funções assume papel relevante no processo de ensino e aprendizagem, ao possibilitar a articulação entre linguagem algébrica e representação geométrica, favorecendo a interpretação do comportamento dos gráficos no plano cartesiano. A BNCC reforça essa perspectiva ao prever a conversão entre diferentes representações de funções quadráticas, com ou sem o apoio de softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, ampliando as possibilidades didáticas no ensino de Matemática (Brasil, 2018, p. 536).

GeoGebra

O software GeoGebra

Segundo informações disponibilizadas no site oficial do GeoGebra (2024), o GeoGebra consiste em um software educacional de Matemática dinâmica, disponível tanto em versão desktop quanto online, destinado a diferentes níveis de ensino, da Educação Básica ao Ensino Superior. A ferramenta integra, em um único ambiente, recursos de Geometria, Álgebra, planilhas eletrônicas, estatística, gráficos e Cálculo, além de disponibilizar uma plataforma colaborativa com mais de um milhão de materiais educacionais gratuitos, acessíveis em diversos idiomas.

Criado entre 2001 e 2002 por Markus Hohenwarter, inicialmente voltado ao uso em escolas de nível secundário, o GeoGebra expandiu-se significativamente e, atualmente, é utilizado em aproximadamente 190 países, estando traduzido para 55 idiomas e registrando cerca de 300 mil downloads mensais (Morello, 2022, p.92). No contexto educacional, o GeoGebra oferece recursos interativos que contribuem para a ressignificação das práticas pedagógicas em Matemática, ao favorecer uma dinâmica de ensino mais participativa e exploratória. Sua eficácia está associada à familiaridade dos estudantes com o uso de tecnologias digitais, o que possibilita a manipulação de conceitos matemáticos de forma simultânea ao processo de aprendizagem.

Essa perspectiva é corroborada por Almeida:

Os alunos por crescerem em uma sociedade permeada de recursos tecnológicos, são hábeis manipuladores da tecnologia e dominam com maior rapidez e desenvoltura do que seus professores. Mesmo os alunos pertencentes às camadas menos favorecidas têm contato com recursos tecnológicos na rua, na televisão, etc., e sua

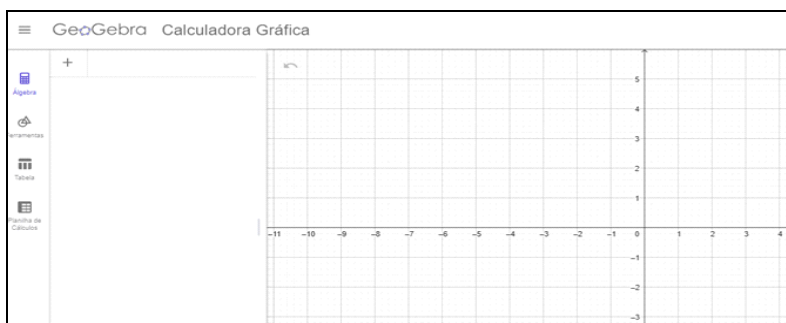
percepção sobre tais recursos é diferente da percepção de uma pessoa que cresceu numa época em que o convívio com a tecnologia era muito restrito (Almeida, 2000, p.108).

Uso do GeoGebra no ensino de função quadrática

O software GeoGebra dispõe de uma ampla variedade de ferramentas para criação e manipulação matemática, tais como a construção de objetos geométricos, cálculo de áreas e perímetros, traçado de retas, incluindo paralelas e perpendiculares, construção de arcos circulares, determinação de ponto médio e centros de figuras, além da identificação de raízes e extremos de funções, entre outras funcionalidades. Embora apresente diversos recursos, este trabalho concentra-se na utilização de comandos específicos voltados à elaboração de uma sequência didática sobre a função quadrática.

Para o desenvolvimento das atividades, utilizou-se o GeoGebra Online, disponível no endereço eletrônico <https://www.geogebra.org/>. Na página inicial, seleciona-se a opção “Calculadora Gráfica”, que permite o acesso à interface principal do software, conforme ilustrado na Figura 1, ambiente no qual foi realizada a atividade proposta.

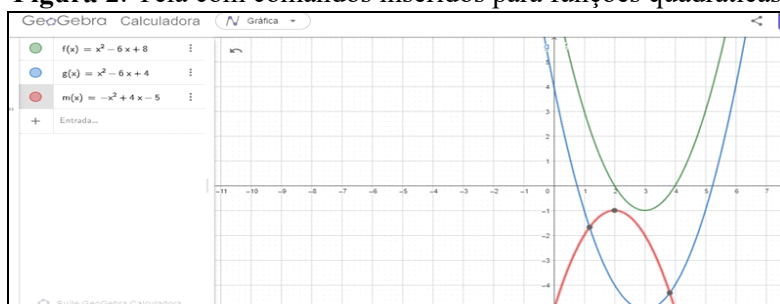
Figura 1: Tela do GeoGebra Online



Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

A versão online do GeoGebra apresenta, em sua interface, diferentes áreas funcionais, como a janela algébrica, o conjunto de ferramentas, tabelas e planilhas de cálculo, além do campo de entrada localizado na parte superior esquerda. Embora o software ofereça múltiplas possibilidades de uso, neste estudo ele foi empregado, principalmente, para a inserção de comandos destinados à construção de gráficos de funções e à análise comparativa dos coeficientes a , b e c da função quadrática, conforme exemplificado na Figura 2, que ilustra os comandos utilizados para representar diferentes funções desse tipo.

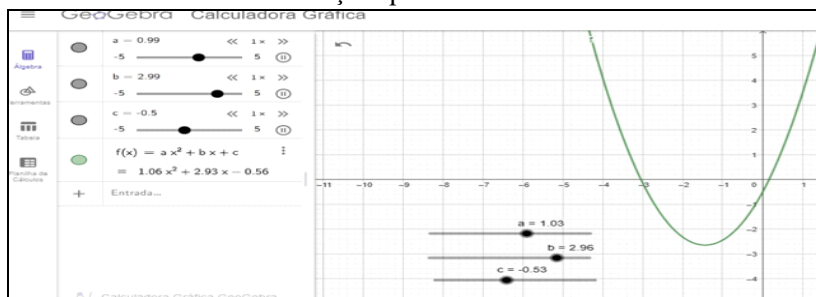
Figura 2: Tela com comandos inseridos para funções quadráticas



Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

A Figura 3 apresenta um recorte da interface que evidencia o uso de um controle deslizante associado a uma animação da função quadrática, na qual, a cada instante, os coeficientes a , b e c assumem valores distintos. Esse recurso possibilita ao professor interromper a animação em momentos específicos, permitindo a análise do comportamento da parábola em função da variação de cada coeficiente.

Figura 3: Frame de uma tela com controle animação interativa de uma função quadrática

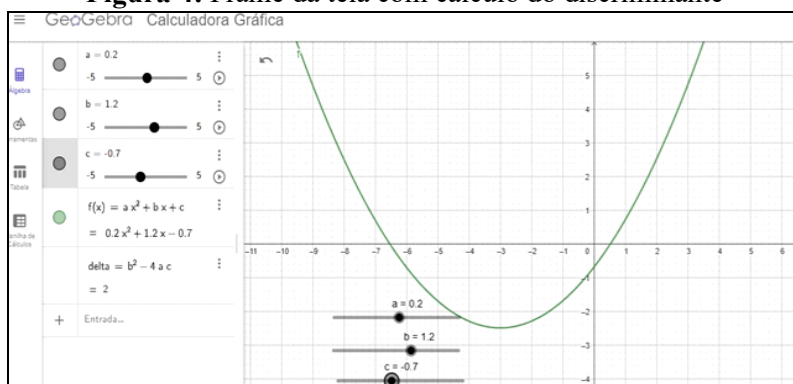


Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

Na sequência, realizou-se a análise dos casos em que o coeficiente a assume valores positivos, nulos e negativos ($a > 0$, $a = 0$ e $a < 0$), bem como o cálculo do discriminante da função quadrática. Para isso, foi inserido no campo de entrada o comando: $\text{delta} = (b)^2 - 4 \cdot (a) \cdot (c)$.

Dessa forma, o valor do discriminante correspondente a cada configuração da função foi exibido automaticamente, conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4: Frame da tela com cálculo do discriminante



Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

O uso de recursos tecnológicos no ensino da Matemática mostra-se relevante, pois amplia as possibilidades de exploração de conteúdos que vão da Álgebra à Trigonometria. No ensino de funções, o GeoGebra destaca-se como uma alternativa que favorece a compreensão dos conceitos, além de contribuir para o aumento da motivação dos estudantes, uma vez que sua interface gráfica e seus recursos interativos funcionam como facilitadores do processo de aprendizagem.

A utilização de softwares educacionais, tanto em computadores quanto em aplicativos, tende a provocar, a médio e longo prazo, transformações curriculares, pois o emprego de tecnologias pode direcionar a prática docente para a construção de conceitos e a produção de conhecimento, reduzindo a centralidade dos algoritmos tradicionais (Gaudêncio, 2000, p. 76).

Nesse sentido, a inserção de tecnologias em sala de aula possibilita novas formas de compreensão dos conteúdos, por meio de abordagens mais intuitivas, especialmente em função da familiaridade dos alunos com os recursos digitais. O GeoGebra, por dispor de funcionalidades específicas para o contexto educacional, contribui para essa perspectiva (Borba; Silva; Gadanidis, 2014, p. 53).

No que se refere ao ensino de funções, em particular da função quadrática, Melo e Silva (2011, p. 5) apontam o GeoGebra como uma alternativa eficaz, destacando que o software foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, na Universidade de Salzburg, com o objetivo de favorecer a comunicação matemática no ambiente escolar. Segundo os autores, o GeoGebra, distribuído sob licença GPL, integra, em um único ambiente, recursos de geometria, álgebra e cálculo, sendo amplamente utilizado para o

estudo das relações entre os gráficos das funções quadráticas e seus coeficientes.

Ainda de acordo com Melo e Silva (2011, p.6), o GeoGebra possibilita a construção gráfica de funções quadráticas por meio de diferentes representações, permitindo a utilização de pontos, vetores, segmentos e retas. Os autores ressaltam que o software oferece três vistas distintas dos objetos matemáticos — gráfica, algébrica e planilha de cálculo —, que se encontram dinamicamente interligadas, de modo que qualquer modificação realizada em uma delas reflete automaticamente nas demais.

Rezende, Pesco e Bortolossi (2012, p. 78) também destacam a interatividade proporcionada pelo GeoGebra, sobretudo na criação de gráficos de funções, o que favorece a compreensão das alterações decorrentes da variação dos coeficientes, bem como a análise de coordenadas, pontos e segmentos, contribuindo para uma melhor compreensão do comportamento das funções. Embora apresente características inovadoras e intuitivas, especialmente nos campos da álgebra e da geometria, o GeoGebra não deve ser entendido como um recurso suficiente, por si só, para a construção do conhecimento. Seu uso deve estar articulado a outras estratégias pedagógicas, de modo a potencializar o processo de aprendizagem, sem excluir métodos tradicionais.

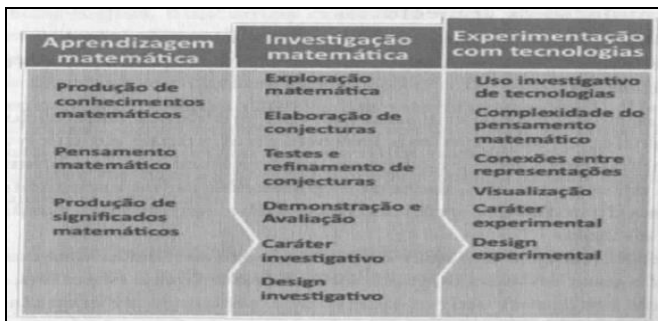
A utilização do GeoGebra tende a favorecer a motivação dos estudantes, uma vez que aproxima o ensino da realidade tecnológica vivenciada por eles. Nesse contexto, o papel do professor desloca-se da posição de transmissor do conhecimento para a de mediador do processo de aprendizagem (Braz; Castro, 2018, p. 19), corroborando a afirmação de Borba (2002, p. 158) de que o uso de computadores e calculadoras gráficas não elimina práticas como o uso do lápis e do papel, mas exige a construção de novas práticas pedagógicas.

Dessa forma, o GeoGebra configura-se como uma ferramenta que pode contribuir para a criação de condições mais favoráveis ao desenvolvimento de uma sequência didática, embora não garanta, isoladamente, a efetividade do ensino. Assim como o livro didático, seu potencial depende da forma como é integrado às atividades pedagógicas, sendo essencial a atuação reflexiva do aluno e a mediação do professor entre teoria e prática (Araújo; Nóbrega, 2010).

Sob essa perspectiva, o ensino de Matemática com o apoio do GeoGebra pode ser compreendido como um processo de experimentação e investigação, alinhado à proposta de pensar-com-tecnologias, conforme descrito por Borba, Silva e Gadani (2014). Esse processo envolve fases de

Aprendizagem Matemática, Investigação Matemática e Experimentação com Tecnologias, conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5: Pensar-com-tecnologias



Fonte: Borba; Silva; Gadanidis, 2014, p.62.

Nesse contexto, a produção do conhecimento matemático articula o pensamento matemático à construção de significados, sendo potencializada por práticas investigativas que envolvem conjecturas, testes e refinamentos. A integração entre tecnologia e múltiplas representações amplia a complexidade do pensamento matemático, favorecendo o desenvolvimento de habilidades de visualização e de conexão entre diferentes formas de representação.

Estudos como o de Farias, Martins e Santos (2021, p. 16) indicam que os recursos disponibilizados pelo GeoGebra contribuem para a melhoria da compreensão da função quadrática, oferecendo uma alternativa à aula exclusivamente expositiva e favorecendo o desenvolvimento gradual da argumentação e da validação matemática. Além disso, no contexto do Ensino Remoto Emergencial, Sousa e Fontenele (2021, p. 765) destacam que o GeoGebra possibilitou aulas mais interativas e visuais, mesmo quando utilizado predominantemente como ferramenta demonstrativa pelo professor.

Por fim, destaca-se o potencial do GeoGebra no ensino de equações quadráticas para alunos surdos, conforme apontado por Silveira, Abreu e Silveira (2023, p. 64), que ressaltam a relevância do caráter visual do software como elemento facilitador da compreensão dos conceitos matemáticos. Diante disso, os referenciais teóricos apresentados podem ser sintetizados em um quadro-resumo sobre o uso do GeoGebra no ensino de funções quadráticas, conforme exemplificado no Quadro 1.

Quadro 1: Referencial teórico do uso GeoGebra e o ensino de função quadrática

AUTOR	CONTRIBUIÇÃO	RELEVÂNCIA
Gaudêncio (2000)	O uso de tecnologias no ensino de Matemática pode facilitar a aprendizagem, tornando o processo mais focado na geração de conhecimento e conceitos, ao invés de apenas algoritmos.	O GeoGebra, como ferramenta tecnológica, permite que o aprendizado de funções quadráticas seja mais interativo e visual, o que aumenta o interesse e a motivação dos alunos.
Borda, Silva e Gadanidis (2014)	Tecnologias educacionais, como o GeoGebra, possibilitam novas perspectivas para a compreensão dos conteúdos matemáticos e tornam o ensino mais intuitivo e acessível aos alunos.	O GeoGebra facilita a visualização e manipulação dos coeficientes das funções quadráticas, permitindo uma abordagem mais interativa para o entendimento das relações entre os coeficientes e o gráfico.
Melo e Silva (2011)	O GeoGebra foi concebido para viabilizar a comunicação Matemática nas escolas, permitindo a visualização gráfica de funções quadráticas.	O software permite a criação de gráficos de funções quadráticas e a análise das suas variações de acordo com os coeficientes. Ele oferece uma integração entre geometria, álgebra e cálculo.
Rezende, Pesco e Bortolossi (2012)	O GeoGebra facilita a criação interativa de gráficos de funções, o que ajuda a entender como os coeficientes afetam a forma da função.	A interação com o gráfico da função quadrática no GeoGebra torna o aprendizado mais dinâmico, permitindo que os alunos observem as mudanças no gráfico ao modificar os coeficientes a , b e c .
Braz e Castro(2018)	O uso do GeoGebra incentiva o aluno a ser mais ativo na construção do conhecimento, deixando de ser o detentor exclusivo do saber.	O GeoGebra promove a aprendizagem colaborativa e investigativa, permitindo que os alunos experimentem e testem conjecturas sobre funções quadráticas, com o professor atuando como facilitador.
Borba (2002)	O computador e as tecnologias não eliminam os métodos tradicionais, mas exigem novas práticas educacionais.	O GeoGebra representa uma nova prática educacional que complementa os métodos tradicionais, tornando o ensino mais envolvente e prático para os alunos.

Farias, Martins e Santos (2021)	O GeoGebra melhora a compreensão das funções quadráticas ao fornecer uma abordagem gradual, argumentativa e validativa.	O software permite uma análise mais detalhada das funções quadráticas, dando aos alunos a oportunidade de construir seus próprios argumentos e validações.
Sousa e Fontenele (2021)	O GeoGebra foi útil no Ensino Remoto Emergencial para tornar as aulas de Matemática mais interativas e visuais, mesmo que os alunos não tenham experimentado diretamente.	A interação com o GeoGebra ajudou os alunos a visualizar as funções quadráticas, mesmo à distância, sendo uma ferramenta fundamental para o ensino remoto.
Silveira, Abreu e Silveira (2023)	O GeoGebra auxiliou alunos surdos a compreenderem conceitos de equações de 2º grau, devido à sua capacidade visual	O GeoGebra foi essencial para os alunos surdos, oferecendo representações gráficas claras das equações quadráticas, facilitando a compreensão desses conceitos sem depender de uma explicação verbal.

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

Análise dos resultados

A análise dos dados do questionário foi realizada a partir de abordagens qualitativas e quantitativas, conforme a natureza de cada questão. Participaram da pesquisa 26 estudantes, sendo a distribuição por gênero 34,6% feminino e 65,4% masculino. O maior número de discentes é do gênero masculino e os respondentes na sua maioria estão na série adequadas para suas idades, a faixa de idade ficou distribuída 15 anos (61,5%), 16 anos (30,8%) e 17 anos (7,7%).

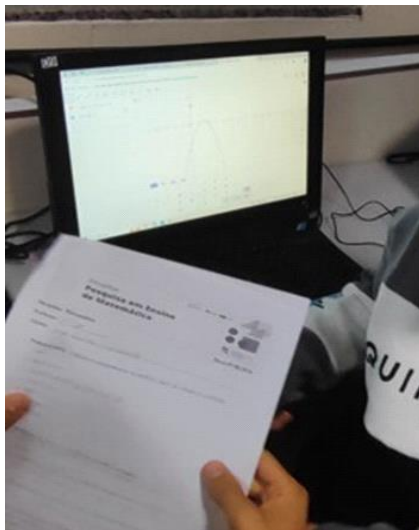
O questionário diagnóstico, aplicado previamente ao desenvolvimento do conteúdo, teve como objetivo identificar o conhecimento prévio dos alunos acerca das TDIC, o uso de softwares educacionais e a familiaridade com o GeoGebra, 69,2% não conheciam nenhuma TDIC, e 30,8% conheciam.

Os dados revelaram que 24 alunos (92,3%) nunca haviam utilizado softwares de Matemática em sala de aula ou em atividades de estudo, enquanto apenas 2 alunos (7,7%) relataram alguma experiência prévia. Dentre esses, um não soube identificar o software utilizado e o outro mencionou o uso do GeoGebra. Quando questionados especificamente sobre o conhecimento do GeoGebra, constatou-se que a grande maioria não conhecia a ferramenta.

Na etapa final do questionário diagnóstico, verificou-se que 92,3% dos estudantes não possuíam qualquer familiaridade com o GeoGebra, enquanto 7,7% relataram contato esporádico com o software. Em seguida, no segundo

momento da intervenção pedagógica, os alunos, munidos de um roteiro orientador e com mediação do professor, iniciaram atividades de experimentação e investigação no GeoGebra online. As orientações abordaram, de forma sequencial, a resolução dos exercícios propostos, com foco na análise do comportamento dos coeficientes a , b e c .

Figura 6: Alunos no Laboratório de Informática



Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

O primeiro contato com uma TDIC voltada especificamente para a Matemática apresentou desafios relevantes, especialmente pelo fato de a maioria dos alunos não possuir experiência prévia com esse tipo de recurso. A aula caracterizou-se como um momento inicial de exploração, marcado por sentimentos de curiosidade e insegurança. Apesar de o GeoGebra apresentar uma interface intuitiva, a compreensão de seus comandos e funcionalidades demandou tempo e prática. Nesse sentido, a aprendizagem em ambiente digital exigiu repetidas interações, permitindo que os alunos gradualmente se familiarizassem com a ferramenta.

Com o avanço da aula e mediante orientações constantes, os estudantes passaram a superar as dificuldades iniciais, demonstrando maior autonomia no uso do software, conforme defendem Borda, Silva e Gadaniadis (2014, p.53) e Almeida (2000, p.108). A Figura 6 ilustra essa evolução no desempenho dos alunos.

Ao longo da atividade, observou-se um aumento significativo da interação e da desenvoltura dos estudantes com o GeoGebra. As explorações, inicialmente cautelosas, tornaram-se progressivamente mais confiantes, com

maior experimentação de gráficos e ajustes de parâmetros. Esses resultados corroboram as contribuições de Gaudêncio (2000, p.76), que destaca o potencial interativo e visual do GeoGebra, bem como de Braz e Castro (2018, p.19), ao enfatizarem seu caráter colaborativo e investigativo, com o professor atuando como mediador do processo.

Essa evolução rápida pode ser atribuída, em parte, ao perfil dos alunos enquanto nativos digitais, acostumados ao uso frequente de tecnologias em seu cotidiano. Ainda que o contato com o GeoGebra fosse inédito para a maioria, a familiaridade geral com recursos digitais favoreceu a adaptação às exigências do software, mesmo diante da ausência de habilidades específicas previamente desenvolvidas.

No terceiro momento da intervenção, o professor retomou, em aula expositiva, os principais conceitos trabalhados no laboratório, demonstrando novamente o uso do GeoGebra e promovendo um debate sobre a função dos coeficientes a , b e c , bem como do discriminante (Δ) na função quadrática. A visualização dos gráficos possibilitou aos alunos compreenderem o impacto desses elementos na concavidade da parábola, na posição do gráfico e nos pontos de interseção com o eixo y , reforçando a aprendizagem por meio da representação gráfica.

Posteriormente, foi aplicado um questionário de feedback, respondido por 25 dos 26 alunos participantes. Ao avaliarem sua experiência geral com o uso do GeoGebra, em uma escala de 1 a 5, os resultados apresentados na Figura 12 indicaram uma avaliação majoritariamente positiva. Os dados evidenciam que o uso de TDIC contribuiu para aumentar a motivação dos estudantes, promovendo uma postura mais ativa na construção do conhecimento, em consonância com as discussões de Borba, Silva e Gadani (2014, p.62).

Quando questionados sobre os principais benefícios do uso do GeoGebra, os resultados mostraram unanimidade em percepções positivas, conforme a Figura 7, não havendo registros da opção “não houve benefício”

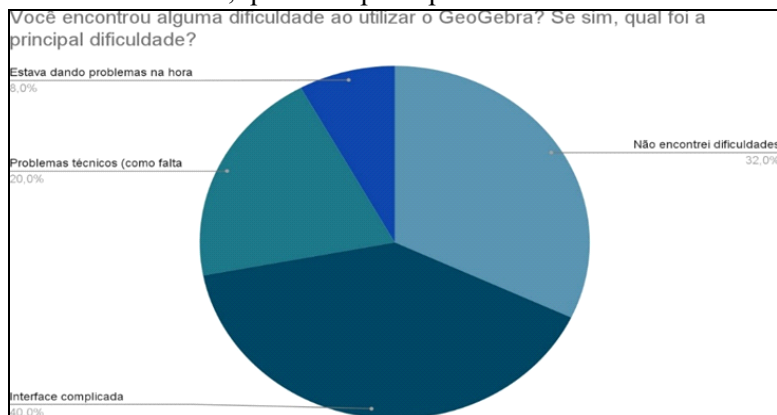
Figura 7: Qual foi o principal benefício que você encontrou ao usar o GeoGebra nas aulas



Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

Ainda assim, os alunos relataram algumas dificuldades, destacadas na Figura 8, relacionadas principalmente à instabilidade da conexão com a internet, limitações de infraestrutura, como o número de computadores disponíveis, e à falta de familiaridade inicial com a interface do software.

Figura 8: Você encontrou alguma dificuldade ao utilizar o GeoGebra? Se sim, qual foi a principal dificuldade



Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

Ainda assim, os alunos relataram algumas dificuldades, destacadas na relacionadas principalmente à instabilidade da conexão com a internet, limitações de infraestrutura, como o número de computadores disponíveis, e à falta de familiaridade inicial com a interface do software.

No que se refere à contribuição do GeoGebra para a compreensão dos conteúdos de função quadrática, os dados indicaram que 88% dos respondentes reconheceram melhora na aprendizagem. Esse resultado reforça o potencial do GeoGebra como uma ferramenta visual, investigativa e colaborativa, capaz de tornar o ensino mais envolvente em comparação às aulas exclusivamente expositivas.

A totalidade dos alunos afirmou que recomendaria o uso do GeoGebra para outros estudantes, conforme exemplificado na Figura 9. As justificativas apresentadas apontam para o aumento da motivação, maior clareza na compreensão dos conceitos matemáticos e dinamização das aulas.

Figura 9: Justificativas da recomendação do uso do GeoGebra de alguns respondentes

Por que ajuda na compreensão das formulas matemáticas.

Pois tem um melhor entendimento de uma construção de uma parábola.

Porque é muito mais fácil resolver os problemas e entender o conteúdo

Pois iria ajudar aqueles que tende a ter dificuldade.

Porque facilita muito

Não ter que desenhar gráficos é uma delicia

sim pois não sou muito chegado na matemática

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

Por fim, as sugestões e comentários finais, sintetizados na Figura 10, reforçam a percepção positiva dos estudantes quanto à utilização do software.

Figura 10: Feedback final sobre o GeoGebra

a gnt podia usar pelo menos uma vez na semana, ate pq é uma aula mais dinamica

Eu amei essa dinâmica, onde aprendemos que a matemática não é tão dissuasivo como pensava, mas muito eloquente.

todos devem usar para ajudar em seu entedimento.

Pode ser usado mais vezes com supervisão

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

Assim sendo, evidencia-se que o GeoGebra apresenta potencial significativo como aliado no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, contribuindo para a motivação dos alunos e para a construção de um ambiente de aprendizagem mais dinâmico, interativo e eficaz a médio e longo prazo.

Considerações finais

A pesquisa caracterizou-se como exploratória, adotando abordagens qualitativas e quantitativas, com o objetivo de analisar se o uso do software GeoGebra contribui para a aprendizagem do conteúdo de função quadrática, tendo-o como ferramenta didática, bem como identificar a percepção dos estudantes quanto aos benefícios e desafios associados à sua utilização.

A análise dos dados dos questionários, articulada à aplicação da sequência didática, indicou que o GeoGebra se configura como uma alternativa pedagógica relevante para o ensino de funções quadráticas, ao favorecer o

engajamento e a compreensão dos alunos. Isso se deve à oferta de recursos gráficos e interativos que possibilitam a visualização e a manipulação dinâmica dos coeficientes da função, ampliando as formas de representação e assimilação do conteúdo, conforme apontam estudos sobre o uso de TDIC no ensino de Matemática (Farias; Martins; Santos, 2021, p.16).

Embora a maioria dos estudantes (92,3%) não tivesse contato prévio com o GeoGebra, as dificuldades iniciais relacionadas à pouca familiaridade com o software foram superadas. A experiência foi avaliada positivamente pela maior parte dos respondentes, sendo que 76% classificaram o uso como bom ou muito bom, e a totalidade dos alunos recomendaria sua utilização a outros estudantes, evidenciando o caráter motivador da ferramenta, em consonância com os achados de Braz e Castro (2018, p. 19).

A pesquisa foi desenvolvida em uma instituição privada com infraestrutura adequada, incluindo laboratório de informática e acesso à internet. Contudo, a principal limitação observada durante a aplicação da sequência didática foi a instabilidade do sinal de internet, fator que impactou de modo pontual o desenvolvimento das atividades.

Destaca-se que, apesar da percepção positiva dos alunos quanto à motivação e à aprendizagem, o GeoGebra deve ser compreendido como um recurso facilitador, cujo potencial pedagógico se efetiva quando integrado a uma sequência didática bem estruturada, articulando o uso do livro didático e do software, de modo a favorecer o protagonismo discente no processo de construção do conhecimento.

Outra limitação do estudo refere-se ao número reduzido de aulas destinadas à sequência didática, uma vez que um período maior permitiria maior familiarização com a interface do software e sua aplicação em outros conteúdos. Ressalta-se, ainda, que a sequência pode ser adaptada pelos professores conforme a realidade institucional, considerando aspectos como infraestrutura física, acesso à internet e demandas pedagógicas.

Dessa forma, o uso do GeoGebra como ferramenta pedagógica no ensino de funções quadráticas mostrou-se eficaz no contexto analisado, contribuindo para a compreensão conceitual, o engajamento e a motivação dos alunos. Apesar dos desafios iniciais, o software favoreceu uma aprendizagem mais visual, investigativa e colaborativa. A recomendação unânime dos estudantes reforça seu potencial transformador no ensino da Matemática, indicando que a integração entre TDIC e livro didático pode otimizar os processos de ensino e aprendizagem e fortalecer o papel do aluno como protagonista.

Referências

- Araújo, L. C.; Nóbrega, J. C. **Aprendendo matemática com o GeoGebra**. São Paulo: Editora Exato, 2010.
- Borba, M. de C.. **O Computador é a solução: mas qual é o problema**. In: Severino, A. J.; Fazenda, I. C. A. (Orgs.) *Formação Docente: Rupturas e Possibilidades*. Campinas: Papirus Editora, 2002.
- Borba, M. C.; Silva, R. S. R.; Gadanidis, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- Braz, L. H. C.; Castro, G. T. de. **O uso do software GeoGebra no ensino das funções afim e quadrática: uma experiência com alunos do 2º ano do ensino médio**. ForScience, v. 6, n. 1, 11abr.2018. Disponível em: <<https://forscience.ifmg.edu.br/index.php/forscience/article/view/338/188>>. Acesso em 20/09/24.
- Farias, J. V.; Martins, G. J. D.; Santos, A. S. B. dos. **Matemática, arte e GeoGebra: fazendo arte com a função quadrática e com tecnologias digitais**. Holos, v. 4, p. 1–19, 2021. Disponível: <<https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/12092/pdf>>. Acesso em 20 nov. de 2024.
- Gaudêncio, R. Um **Estudo Sobre a Construção do Conceito de Função**. Natal – RN. Universidade Federal UFRN, 2000. Acesso em: 15 de nov. 2024.
- Melo, A. L. C. D. & Silva, G. S. C., **Utilização do Software GeoGebra como ferramenta auxiliar ao estudo das funções quadráticas no ensino fundamental e médio**. GT5 – Educação, Comunicação e Tecnologias. SE: IFS, 2011.
- Morello, M. **O GeoGebra como ferramenta tecnológica para ensinar função quadrática na 1ª série do ensino médio**. São Paulo: Editora Dialética, 2022. Disponível: <<https://www.ubook.com/reader/index/id/1294825>>. Acesso em: 15 nov. 2024
- Rezende, W.M.; Pesco, D. U.; Bortolossi, H.J. **Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do GeoGebra**. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, v. 1, p. 74-89, 2012.
- Silveira, C. F., Abreu, S. M., & Silveira, D. N. (2023). **Alunos surdos e o uso do software GeoGebra em matemática: possibilidades para a compreensão das equações de 2º grau**. Revista Do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, 12(3), 054–065. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9275850>. Acesso em 30 de nov. 2024.
- Sousa, M. T. A. de; Fontinele, F. C. F. **O uso do GeoGebra nas aulas remotas: uma abordagem do conteúdo de função quadrática**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, [S. l.], v. 8, n. 23, p. 752–767, 2021. DOI: 10.30938/bocehm.v8i23.5136. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/5136>. Acesso em: 20/11/2024.
- Souza, R. L. **Permutações, Grupos e Simetrias**. Ciência e Natura, Santa Maria, v. 37 Ed. Especial PROFMAT, 2015, p.289–307. Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas – UFSM. Disponível em: <<https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/download/14620/pdf+&cd=1&hl=p tBR&ct=clnk&gl=br>> Acesso em 29/11/24.

8- O Ensino do sólido esfera por meio da construção de cúpulas geodésicas no Ensino Médio

Flavia da Conceição Lemos¹⁷

Jodette Guilherme Amorim¹⁸

Introdução

No ensino da Matemática no Ensino Médio, no campo da Geometria Espacial, é comum que os estudantes reduzam o aprendizado à memorização de fórmulas para o cálculo de áreas e volumes, encontrando dificuldades em transpor a teoria para aplicações práticas. Diante desse cenário, torna-se essencial a adoção de metodologias que promovam o protagonismo discente e a contextualização do saber.

Este artigo, originado de uma pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso em nível de pós-graduação, propõe o uso da arquitetura das cúpulas geodésicas como recurso para o ensino do sólido esférico. A proposta está alicerçada na Modelagem Matemática, que, segundo Biembengut e Hein (2021), atua como um caminho para despertar o interesse por situações-problema por meio da pesquisa e do senso crítico. Aliada ao uso de ferramentas tecnológicas e materiais manipuláveis, essa abordagem visa transformar o estudo da geometria em uma experiência dinâmica e colaborativa.

A pesquisa buscou responder à seguinte questão: Quais são as contribuições de utilizar da arquitetura das cúpulas geodésicas no processo de ensino e aprendizagem do sólido esférico? O objetivo geral consistiu em analisar as contribuições dessa estrutura como recurso didático, observando como os estudantes relacionam conteúdos geométricos, superam desafios técnicos na construção de modelos e desenvolvem uma aprendizagem significativa sob a égide das competências previstas na BNCC.

A estrutura deste trabalho compreende seções que abordam a fundamentação sobre Modelagem Matemática e tecnologia educacional,

¹⁷Especialista em Metodologia de Ensino de Matemática. Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. flavialemos22@gmail.com

¹⁸Mestre em Matemática. Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. jodette@zamorim.com

seguidas por uma análise histórica e geométrica das cúpulas geodésicas. O texto detalha, posteriormente, a metodologia de estudo de caso qualitativo e, encerra-se com as análises dos resultados, evidenciando as potencialidades pedagógicas dessa intervenção.

A Modelagem Matemática e as Tecnologias como Estratégias de Ensino

O ensino da Matemática no Ensino Médio ainda enfrenta desafios significativos, caracterizados pela predominância de abordagens expositivas e descontextualizadas que, frequentemente, reduzem a aprendizagem à reprodução mecânica de fórmulas. A pressão institucional pelo cumprimento de currículos voltados a exames de larga escala tende a desestimular práticas investigativas, reforçando rotinas algorítmicas em detrimento da articulação entre teoria e realidade. Esse cenário compromete a construção de uma aprendizagem significativa e negligencia o desenvolvimento do pensamento crítico, das competências colaborativas e da aplicação dos conceitos matemáticos na resolução de problemas do mundo real.

A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017) estabelece que o Ensino Médio deve se configurar como uma etapa de aprofundamento e ampliação dos conhecimentos matemáticos, exigindo do estudante maior capacidade de reflexão e abstração no enfrentamento de situações-problema complexas. Para além do domínio técnico, a BNCC preconiza uma visão integrada da Matemática, articulada tanto com outras áreas do conhecimento quanto com contextos da realidade prática. Nesse sentido, o documento valoriza o protagonismo estudantil e a aprendizagem colaborativa como eixos centrais da formação, incentivando o aluno a atuar de forma autônoma e participativa em seu próprio processo de aprendizagem. Ao promover o trabalho em equipe e a troca de ideias, o ambiente escolar favorece não apenas a construção de habilidades matemáticas, mas também o desenvolvimento de competências socioemocionais fundamentais para a vida pessoal e profissional dos estudantes.

Dentre as diversas metodologias que buscam alinhar o ensino de Matemática às orientações da BNCC — como jogos, a Etnomatemática e a Resolução de Problemas — a Modelagem Matemática e o uso de tecnologias emergem como estratégias fundamentais para o estímulo do protagonismo estudantil. Ao integrar materiais concretos e recursos digitais, essas abordagens promovem uma conexão significativa entre o currículo e o cotidiano, possibilitando que os alunos compreendam a relevância prática da disciplina. Mais do que despertar o interesse, tais estratégias evidenciam a aplicação dos

conhecimentos matemáticos na interpretação de situações reais e na resolução de problemas concretos.

Segundo Bassanezi (2009, p. 16), “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

A Modelagem Matemática potencializa o ensino ao conferir relevância prática aos temas estudados em sala de aula. Conforme defende Bassanezi (2009), ao aliar teoria e prática, esse método motiva o indivíduo a decifrar a realidade por meio de modelos matemáticos. Dessa forma, a disciplina deixa de ser um conjunto de fórmulas isoladas e passa a ser uma ferramenta de ação e transformação social e técnica.

O ciclo de modelagem percorre um caminho que vai da interação com o tema real à matematização das hipóteses, finalizando com a validação do modelo matemático. Esse processo garante que o conhecimento construído seja testado e interpretado em seu contexto de origem, conferindo sentido prático à resolução de problemas (Biembengut e Hein, 2021).

O desenvolvimento das etapas de modelagem no ambiente escolar visa reestruturar a dinâmica de aprendizagem, conferindo à Matemática um caráter mais significativo e profundamente vinculado à realidade. Sob essa ótica, a metodologia busca não apenas incentivar a investigação e a aplicação de conteúdos curriculares, mas também capacitar o estudante a formular e solucionar problemas de seu próprio interesse, estimulando a criatividade e o pensamento crítico (Biembengut e Hein, 2021). Essa perspectiva prepara os alunos para o enfrentamento de desafios complexos, tornando o ensino mais envolvente e eficaz ao conectar os conceitos abstratos às demandas do mundo atual.

No entanto, a implementação bem-sucedida dessa prática exige do educador um planejamento minucioso e uma dedicação orientada ao acompanhamento constante dos discentes. Segundo Biembengut e Hein (2021), é essencial que o professor estabeleça um roteiro detalhado que define a abordagem do tema, as formas de direcionamento e os marcos específicos que guiarão o progresso dos alunos durante a investigação. Esse cuidado pedagógico assegura que a modelagem cumpra sua função de aperfeiçoar o ensino de forma ativa, transformando a sala de aula em um espaço de autodesenvolvimento onde o protagonismo estudantil é sustentado por uma mediação docente segura e estruturada.

Segundo Moran (2018, p. 3), a aprendizagem ativa aumenta a flexibilidade cognitiva, que é a capacidade do indivíduo de alterar e realizar

diferentes tarefas, operações mentais ou objetivos e de se adaptar a situações inesperadas, superando modelos mentais rígidos e automatismos pouco eficientes.

Logo, a participação ativa no processo de aprendizagem estimula o desenvolvimento da flexibilidade cognitiva, tornando o raciocínio mais dinâmico e capaz de responder a situações imprevistas com maior segurança. No contexto da modelagem matemática, essa abordagem busca romper com o paradigma do acúmulo passivo de informações — obsoleto diante do acesso imediato a dados pela 'geração Z' — para privilegiar a construção do conhecimento por meio da interação, do senso crítico e da argumentação. Ao incentivar o trabalho em equipe e a troca construtiva de ideias, essa metodologia não apenas cria ambientes de ensino mais envolventes, mas também desenvolve competências colaborativas essenciais para a aprendizagem da matemática.

Além disso, as tecnologias digitais atuam como importantes aliadas do ensino de Matemática articulado à modelagem matemática, pois possibilitam a construção de ambientes de aprendizagem dinâmicos e interativos, nos quais os estudantes podem explorar conceitos matemáticos de maneira visual e manipulável, favorecendo a compreensão dos conteúdos e a resolução de problemas.

Para Sá e Machado:

O uso das tecnologias na sala de aula vem se tornando uma ferramenta de grande importância, pois consegue auxiliar tanto o professor quanto o aluno na explicação e na compreensão dos conteúdos. Com a tecnologia na aula os alunos sentem-se mais motivados a aprender e a partir disso o docente consegue ensinar de forma mais dinâmica e criativa (2017, *apud* Lemos, 2024).

A inserção de softwares no ambiente escolar constitui como uma alternativa estratégica para dinamizar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Essa perspectiva converge com as diretrizes da Base Nacional Curricular (Brasil, 2017), que enfatiza a necessidade de os alunos compreenderem e utilizarem as tecnologias digitais de forma crítica e reflexiva. Segundo o documento, o uso dessas ferramentas nas práticas escolares deve capacitar o estudante a produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer o protagonismo e a autoria, tanto na esfera pessoal quanto na coletiva. Assim, a utilização de recursos tecnológicos atua como um catalisador para uma aprendizagem mais dinâmica, na qual o aluno explora conceitos de maneira investigativa e consciente.

Segundo Rocha e Rodrigues (2005, *apud* Perius, 2012), ambientes informatizados disponibilizam recursos em consonância com o processo de aprendizagem construtiva, o qual tem como princípio básico que o conhecimento é construído a partir das ações do sujeito, o que também favorece as aprendizagens matemáticas.

No campo da Geometria Espacial, especificamente no estudo do sólido esférico, as dificuldades de aprendizagem costumam estar associadas à complexidade de sua construção e à visualização mental desse sólido geométrico. Tal limitação frequentemente conduz à memorização mecânica de fórmulas e representações estáticas, dificultando o estabelecimento de conexões entre o conteúdo matemático e suas aplicações no cotidiano.

Nesse contexto, a utilização de tecnologias digitais, como o software GeoGebra, consolida uma estratégia didática fundamental, visto que sua interface tridimensional e interativa permite ao estudante explorar os elementos constitutivos da esfera e deduzir a lógica por trás das fórmulas de área e volume. De forma complementar, a calculadora de domos geodésicos do portal *Desert Domes* transpõe essa abstração teórica para o campo da aplicação prática; ao converter conceitos geométricos em parâmetros construtivos, a ferramenta torna o estudo do sólido esférico tangível e confere um sentido real à investigação matemática.

As ferramentas tecnológicas ampliam as possibilidades pedagógicas no ensino da Matemática, atuando como motivadoras de uma aprendizagem significativa e contextualizada. Ao proporcionarem experiências visuais e interativas, esses recursos auxiliam o estudante na construção de um conhecimento mais sólido e duradouro, superando a passividade característica dos modelos tradicionais de ensino. Essa abordagem encontra respaldo nas reflexões de Bettega (2010), para quem a tecnologia deve enriquecer o ambiente educacional, fomentando a construção do saber por meio de uma postura ativa e criativa de ambos os sujeitos do processo: professor e aluno.

Nesse sentido, a proposição de atividades que integrem temas de interesse dos discentes ao uso de recursos tecnológicos revela um importante fator motivacional, estimulando o protagonismo e o engajamento dos estudantes. Em última instância, a convergência entre a Modelagem Matemática e a tecnologia não apenas potencializa a aprendizagem dos conteúdos curriculares, mas também promove o desenvolvimento integral das capacidades do sujeito, permitindo que ele aprenda matemática ao mesmo tempo em que investiga, compreende e transforma a realidade.

Cúpulas Geodésicas: Contexto Histórico e Propriedades Geométricas Aplicadas

Buckminster Fuller desenvolveu os fundamentos da cúpula geodésica a partir de estudos voltados à otimização estrutural e à análise de suas propriedades geométricas, com ênfase na geometria esférica, configuração amplamente observada na natureza, tanto em corpos celestes quanto em micro-organismos. Ao reconhecer a eficiência estrutural dessa forma, buscou aplicá-la à engenharia, articulando conhecimentos provenientes de técnicas construtivas primitivas e de sua experiência prática em construção.

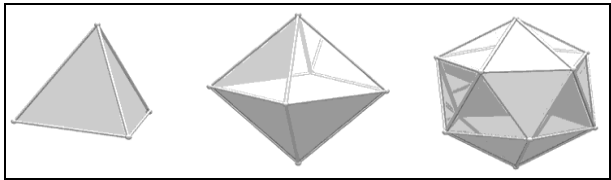
Nesse contexto, Fuller concebeu estruturas baseadas na triangulação orientada por princípios naturais, resultando nas chamadas cúpulas geodésicas, constituídas por elementos triangulares interligados e fundamentadas nos arcos de grandes círculos, denominados geodésicas, responsáveis pela distribuição equilibrada das forças de tensão. A importância dessa concepção foi oficialmente reconhecida com a concessão da patente nº 2.682.235, em 1954, consolidando a cúpula geodésica como um marco da arquitetura moderna na década de 1950 (Soares, 2016).

As estruturas geodésicas apresentam formas geométricas semelhantes a poliedros esféricos constituídos por faces triangulares, cujos vértices se encontram dispostos sobre a superfície de uma esfera imaginária que envolve toda a estrutura. Embora compostas por elementos planos, essas estruturas aproximam-se visual e estruturalmente da forma esférica, sobretudo à medida que aumenta o número de faces e vértices, reduzindo a percepção das arestas.

Segundo Montenegro (1978, p.88), “A palavra geodésica (de geo = terra) é usada quando o poliedro tem seus vértices sobre uma superfície esférica. Quanto maior o número de vértices (e de faces) mais o poliedro se aproxima da superfície da esfera”.

Do ponto de vista geométrico, as estruturas geodésicas são frequentemente derivadas de poliedros regulares platônicos com faces triangulares (Figura 1), tais como o tetraedro, o octaedro e, principalmente, o icosaedro.

Figura 1: Poliedros de Platão com faces triangulares – tetraedro, octaedro e icosaedro.



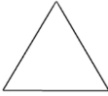
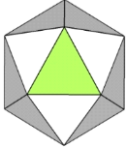
Fonte: Lemos (2024, p. 19).

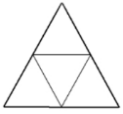
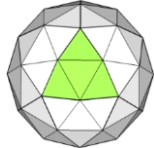
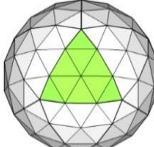
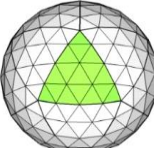
Esses sólidos funcionam como base para a subdivisão das faces em triângulos menores, originando uma malha estrutural capaz de distribuir de maneira equilibrada as forças atuantes. Dentre esses poliedros, o icosaedro, composto por vinte faces, se destaca por apresentar uma conformação mais próxima da esfera, sendo amplamente utilizado no desenvolvimento das cúpulas geodésicas, inclusive nos projetos de Buckminster Fuller, em razão de sua maior eficiência estrutural e melhor aproximação da forma esférica.

De acordo com Soares (2016), as cúpulas e esferas geodésicas apresentam diferentes frequências, determinadas pelo número de subdivisões triangulares existentes em sua superfície. Essas subdivisões seguem padrões definidos por linhas paralelas aos lados dos triângulos originais que compõem a estrutura inicial. A frequência, representada pela letra grega ν (nu), indica o número de vezes em que cada lado do triângulo original é subdividido, exercendo influência direta sobre a geometria final da estrutura.

Assim, quanto maior a frequência adotada, maior será a quantidade de triângulos que formam a malha geodésica e mais próxima a estrutura se aproximará da forma esférica. Nesse sentido, a partir do sólido platônico icosaedro, é possível analisar os diferentes padrões de subdivisão das faces, ou seja, as frequências aplicáveis a cada uma delas, conforme apresentado na tabela 1.

Tabela 1: Padrões das subdivisões da faces do sólido.

Número da Frequência (ν)	Padrão das Subdivisões	Face	Geodésica
1	$\nu^2 = 1^2 = 1$ triângulo		

2	$V^2 = 2^2 = 4$ triângulos		
3	$V^2 = 3^2 = 9$ triângulos		
4	$V^2 = 4^2 = 16$ triângulos		

Fonte: Lemos (2024, p. 20).

Logo, a quantidade de triângulos menores gerados pelas divisões dos lados do triângulo base é determinada pelo quadrado da frequência, ou seja, para uma frequência $V5$, o cálculo será $5^2 = 25$ triângulos menores.

A malha triangular das estruturas geodésicas confere elevada estabilidade, pois o triângulo é um elemento geometricamente rígido independentemente de sua escala, mantendo-se estável mesmo quando formado por conexões flexíveis. Segundo o Buckminster Fuller Institute (s.d.), a configuração do domo esférico favorece a eficiência do ambiente interno para a habitação humana, ao permitir a circulação do ar e da energia térmica, contribuindo para a ventilação e o aquecimento natural. Além disso, a aplicação de estruturas geodésicas em diferentes regiões do mundo evidencia sua eficácia em variados climas e condições de temperatura.

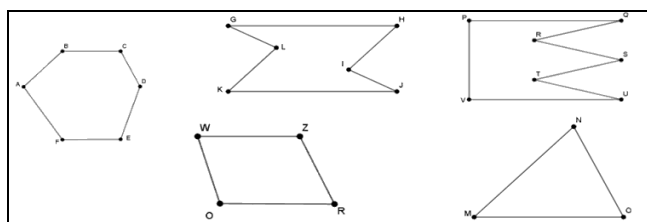
De acordo com Maron (2018), os domos geodésicos constituem como uma solução estrutural eficiente, sobretudo em razão de sua simplicidade construtiva, rapidez de montagem e facilidade de transporte, características que ampliam sua aplicabilidade em diferentes contextos. A resistência a condições climáticas adversas decorre diretamente da geometria geodésica, cuja estabilidade estrutural possibilita a distribuição uniforme das cargas, reduzindo vulnerabilidades e aumentando a durabilidade da edificação.

Além dos aspectos estruturais, o formato esférico dos domos contribui para o desempenho ambiental e para a valorização estética da construção. A geometria favorece a captação térmica independentemente da orientação solar e proporciona condições acústicas mais equilibradas, aspectos que impactam

positivamente o conforto interno. Ademais, a possibilidade de construção por usuários sem formação técnica específica, conforme a finalidade da edificação, amplia o acesso a esse tipo de estrutura, reforçando seu potencial como alternativa funcional, econômica e visualmente atrativa (Maron, 2018).

A construção de uma cúpula geodésica exige a compreensão articulada entre polígonos, poliedros e a esfera. No plano, os polígonos (Figura 2) constituem figuras fechadas por segmentos de reta, sendo classificados como regulares quando apresentam lados e ângulos congruentes — como o triângulo equilátero, base estrutural das geodésicas.

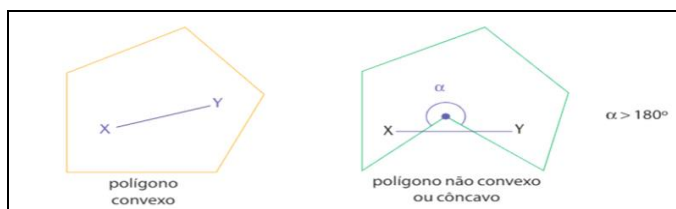
Figura 2: Exemplos de polígonos.



Fonte: Lemos (2024, p.22).

Além disso, um polígono é considerado convexo (Figura 3) quando todos os seus ângulos internos são menores que 180° e qualquer segmento de reta traçado entre dois pontos internos permanece inteiramente no interior da figura. Por outro lado, um polígono é denominado côncavo quando possui ao menos um ângulo interno maior que 180° , de modo que o segmento de reta ligando dois pontos internos pode atravessar a região externa da figura.

Figura 3: Exemplo de polígonos convexo e côncavo.

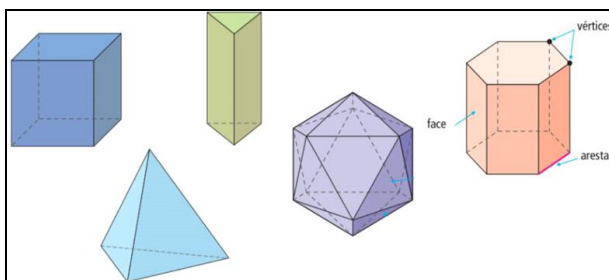


Fonte: Sistema de Ensino FTD: ensino médio – matemática e suas tecnologias, p. 8.

Ao transpor esses conceitos para o espaço tridimensional, emergem os poliedros (Figura 4), sólidos limitados por um número finito de polígonos planos não coplanares. Etimologicamente, o termo poliedro designa um corpo de 'muitas faces', onde os polígonos formadores compõem as faces, cujas intersecções resultam nas arestas e cujos pontos de encontro definem os vértices. Essa estrutura poliedral é o que fundamenta a malha de uma cúpula,

servindo como a interface entre a rigidez linear dos polígonos e a curvatura da superfície esférica.

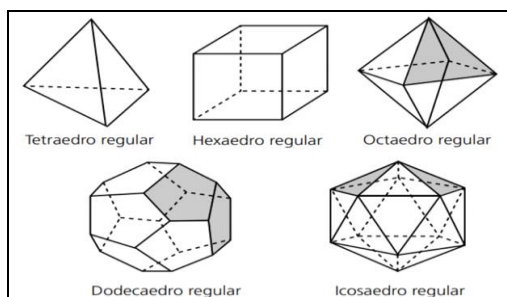
Figura 4: Exemplo de poliedros e elementos.



Fonte: Lemos (2024, p. 23).

Platão demonstrou a existência de cinco poliedros regulares (Figura 5): o tetraedro, o hexaedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro. Tais sólidos são classificados como poliedros convexos e regulares por satisfazerem, simultaneamente, três condições: todas as suas faces são polígonos regulares congruentes; em cada vértice incide o mesmo número de arestas; e todos obedecem à Relação de Euler, que estabelece a relação entre o número de vértices, arestas e faces.

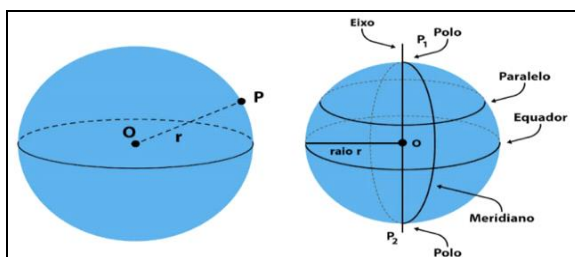
Figura 5: Os poliedros de Platão



Fonte: Lemos (2024, p. 23).

No limite dessa complexidade poliedral, está situada a esfera (Figura 6). Geometricamente, define-se como superfície esférica o conjunto que todos os pontos P no espaço cuja distância a um ponto central O é constante e igual ao raio r . Alternativamente, a esfera pode ser compreendida como um sólido de revolução, gerado pela rotação completa de um semicírculo em torno de seu eixo.

Figura 6: Imagem da esfera e elementos.



Fonte: Lemos (2024, p. 24).

A análise métrica e posicional da esfera (Figura 6) envolve elementos fundamentais como o centro, o raio, o eixo e os polos. Adicionalmente, sobressaem as seções circulares: o equador, caracterizado como o círculo máximo contido em um plano perpendicular ao eixo que intercepta o centro; os paralelos, resultantes de seções planas paralelas ao equador; e o meridiano, círculo máximo que contém o eixo de rotação.

Em síntese, a cúpula geodésica constitui a materialização de conceitos da Geometria Espacial, evidenciando a aplicação prática da transição dos poliedros regulares, especialmente do icosaedro, para a superfície esférica. A articulação desses conhecimentos, associada ao suporte tecnológico, fundamenta a utilização da Modelagem Matemática como estratégia pedagógica, ao possibilitar a investigação, a construção e a compreensão de conceitos abstratos a partir de contextos reais.

Metodologia

O estudo constitui uma pesquisa de campo de abordagem qualitativa, desenvolvida por meio de um estudo de caso realizado em um colégio privado localizado na região administrativa de Águas Claras, no Distrito Federal. A investigação foi conduzida em uma turma da 2ª série do ensino médio, composta por 25 estudantes, e utilizou a modelagem matemática com apoio de recursos tecnológicos como estratégia didática. A pesquisa buscou responder à seguinte questão: quais são as contribuições de utilizar da arquitetura das cúpulas geodésicas no processo de ensino e aprendizagem do sólido esférico?

Objetivo geral:

Analisar as contribuições de aplicação da arquitetura das geodésicas como recursos para o ensino do sólido esférico, utilizando a modelagem matemática com a tecnologia como ferramenta de apoio.

Objetivos específicos:

I. Observar como os estudantes relacionam os conteúdos de geometria que fundamentam as cúpulas geodésicas;

II. Analisar as estratégias adotadas pelos estudantes para solucionar os desafios durante a concepção do projeto e construção da maquete;

III. Investigar o impacto da atividade prática na promoção de uma aprendizagem significativa dos conceitos do sólido esférico.

A pesquisa qualitativa objetiva aprofundar o entendimento das características sociais, culturais e comportamentais, explorando suas particularidades, significados e contextos. Essa abordagem valoriza a interação direta do pesquisador, promovendo a experimentação e a autonomia, e prioriza a análise de dados expressos por meio de textos, discursos e comunicações visuais ou audiovisuais, como imagens, vídeos e áudios. O estudo qualitativo ocorre em contextos naturais, proporcionando riqueza de dados descritivos e possibilitando uma compreensão da realidade de forma complexa e contextualizada (Marconi e Lakatos, 2018, p. 303).

O estudo de caso, por sua vez, representa um método de pesquisa qualitativa que analisa de forma aprofundada um caso específico, podendo envolver indivíduos, grupos, comunidades ou eventos. Essa abordagem pressupõe a utilização de múltiplas fontes de evidência, tais como entrevistas, observações e documentos, com o objetivo de compreender o contexto e as complexidades do fenômeno investigado. Nesse sentido, permite uma análise abrangente das relações, processos e resultados observados, uma vez que “seu objetivo é apreender determinada situação e descrever a complexidade de um fato” (Marconi e Lakatos, 2018, p. 305).

A atividade foi desenvolvida por meio da elaboração de um projeto arquitetônico de uma estrutura geodésica e da construção de uma maquete com materiais acessíveis aos estudantes, como palitos de bambu, conectores de EVA e o uso do *Chromebook* (Figura 7).

Figura 7: Materiais



Fonte: Lemos (2024, p. 30).

A proposta teve como objetivo favorecer a aprendizagem do sólido geométrico esfera, articulando conceitos da geometria espacial à arquitetura da cúpula geodésica. Inicialmente, foram apresentadas imagens de domos geodésicos, exemplos de sua aplicação no cotidiano e aspectos históricos relacionados à popularização dessa estrutura por Richard Buckminster Fuller, com o intuito de despertar o interesse dos estudantes e evidenciar a presença da matemática em contextos reais.

Dando continuidade à proposta, as discussões iniciais sobre a geometria presente nas estruturas das cúpulas geodésicas foram conduzidas com o apoio de sólidos acrílicos e do software GeoGebra, retomando conceitos fundamentais como esfera, poliedros e sólidos de Platão, com ênfase no icosaedro, base geométrica da cúpula geodésica. Em seguida, foram apresentados aos estudantes recursos digitais voltados ao cálculo de domos geodésicos, os quais foram explorados em grupos de cinco alunos por meio do site Desert Domes, utilizando o *Chromebook*, com posterior momento de síntese e esclarecimento de dúvidas.

Na etapa seguinte, os grupos desenvolveram seus projetos, definindo o raio da base e a frequência da estrutura, além de registrar as informações em um documento no Google Docs., encaminhado via Classroom. Na aula subsequente, os estudantes realizaram a construção das cúpulas geodésicas, verificaram a correspondência das medidas definidas previamente e determinaram a área e o volume do sólido, finalizando com a socialização dos resultados e a mediação do professor, que incentivou a compreensão da relação entre o sólido geométrico esfera e a arquitetura da cúpula geodésica.

A avaliação dos resultados de aprendizagem ocorreu de forma contínua, considerando o desenvolvimento dos projetos e a participação ativa dos estudantes nas discussões e atividades propostas, com ênfase na capacidade de aplicar conceitos matemáticos em contextos arquitetônicos. Nesse sentido, a proposta pedagógica apresentada teve como objetivo proporcionar aos alunos da 2ª série do ensino médio uma experiência de aprendizagem significativa, integrando a matemática à arquitetura da cúpula geodésica de maneira articulada, ao explorar as propriedades da esfera e suas aplicações na construção civil, buscando despertar o interesse pela ciência e pela tecnologia e contribuir para a formação dos estudantes frente aos desafios do mundo contemporâneo.

Apresentação e Análise dos resultados

A análise dos dados foi organizada em três eixos: o interesse dos estudantes, a contribuição da Calculadora de Domos Geodésicos e a relevância

pedagógica da atividade para a compreensão de conceitos da geometria espacial. O percurso teve início com uma contextualização histórica e visual da arquitetura geodésica, que despertou a curiosidade discente e favoreceu a transição de uma abordagem expositiva para uma dinâmica participativa, marcada pelo compartilhamento de experiências dos próprios alunos.

A interação demonstrou que, embora os alunos já estivessem familiarizados visualmente com estruturas geodésicas — como os presentes na Torre de TV Digital de Brasília ou no Epcot Center (Disney) —, eles ainda não haviam estabelecido conexões entre essas formas e o conteúdo geométrico curricular. Nesse sentido, a Modelagem Matemática revelou eficácia ao articular conhecimentos prévios aos fundamentos formais da geometria, promovendo um ambiente investigativo e ampliando a percepção sobre a aplicabilidade da matemática em contextos reais.

Na etapa subsequente, a utilização de sólidos de acrílico em conjunto com o software GeoGebra permitiu a revisão dos conceitos de poliedros e sólidos platônicos, consolidando o icosaedro como o elemento estrutural. Para viabilizar a transposição desses conceitos abstratos em parâmetros construtivos, introduziu-se o portal *Desert Domes* (Figura 8). Através da ferramenta *Dome Calculator*, os estudantes puderam manipular variáveis como a frequência (v) e o raio da base, obtendo o quantitativo de arestas (barras) e conectores necessários, além do mapa de montagem.

Figura 8: Janela do site *Desert Domes* para definição do raio, medidas e projeto.

HOME
DOME CALCULATOR
DOME FORMULAS
BAMBOO DOMES
CONDUIT DOME TIPS
FAQ
DOMES FOR SALE
PHOTO GALLERIES
LINKS
ABOUT ME
BIBLIOGRAPHY

DOME CALCULATOR

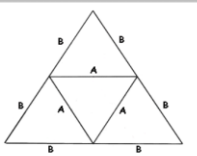
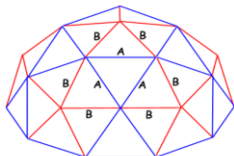


Raio da cúpula:

Enviar
Reset Form

Não inclua unidades aqui. Por exemplo, se você quiser construir uma cúpula com 10 pés e 6 polegadas de altura, digite 18.5.

Supporte	Comprimento	Cúpula	Esfera
UM	6.180	35	60
B	5.465	30	60
Conectores de 4 vias	10	0	
Conectores de 5 vias	6	12	
Conectores de 6 vias	10	30	

[Como fazer um domo de jornal 2V - Diagrama de montagem](#)

© 2002 Desert Domes | info@desertdomes.com | Oakland, California

Fonte: Lemos (2024, p. 33).

As simulações realizadas em grupo evidenciaram o potencial das tecnologias digitais para transformar cálculos abstratos em informações concretas, favorecendo o engajamento e a compreensão dos conceitos envolvidos.

164

Para ilustrar a aplicação prática, a professora propôs o cenário (Figura 8) de uma cúpula de frequência V2 com raio de dez metros, o que exigiria 65 barras de medidas distintas e 26 conectores para a construção de uma cúpula. Organizados em grupos (Figura 9), os discentes utilizaram *Chromebook* para realizar suas próprias simulações na plataforma. O entusiasmo observado durante essa fase de exploração digital evidenciou o papel da tecnologia em tornar a matematização do projeto um processo interativo e investigativo, transformando cálculos complexos em dados tangíveis para a construção.

Figura 9: Estudantes conhecendo a calculadora de Domos Geodésico.



Fonte: Lemos (2024, p.34).

Durante as discussões coletivas, observou-se que parte dos alunos assumiu papel ativo na mediação da aprendizagem dos pares, demonstrando compreensão da lógica das frequências das cúpulas geodésicas. Os estudantes concluíram que apenas a frequência V1 é composta por triângulos equiláteros, enquanto frequências superiores demandam também triângulos isósceles, além da compreensão de que o aumento da frequência conduz a estruturas progressivamente mais próximas da forma esférica.

Essa percepção dos estudantes encontra sustentação teórica na geometria das superfícies curvas, pois no plano, ao dividir um triângulo equilátero em triângulos menores, a simetria permite que todos permaneçam equiláteros. Entretanto, na modelagem de uma geodésica, essa lógica se altera a partir da frequência V2. Para que todos os novos vértices alcancem a superfície da esfera, as arestas devem assumir comprimentos distintos, uma vez que os pontos projetados partem de distâncias variadas em relação ao centro. Assim, a transição para triângulos isósceles é uma necessidade matemática para compensar a curvatura e garantir a esfericidade do sólido.

A experiência demonstrou que a integração tecnológica no ensino da Matemática potencializa o engajamento e o foco dos estudantes, transpondo as representações estáticas dos livros didáticos para uma visualização dinâmica e tridimensional. A Calculadora de Domos Geodésicos, nesse sentido, funcionou como um artefato cognitivo que proporcionou clareza quanto às métricas e formas, motivando os alunos por meio da experimentação. Sob essa perspectiva, cabe reiterar que as tecnologias digitais não são apenas ferramentas acessórias, mas meios facilitadores que viabilizam novas formas de ensinar e de assimilar conteúdos complexos, promovendo uma aprendizagem mais autônoma e significativa.

No estágio inicial da modelagem, conforme proposto por Biembengut e Hein (2021), ocorreu a interação e familiarização com o tema. Nesta etapa, os estudantes foram estimulados a compartilhar vivências e a explorar a Calculadora de Domos, estabelecendo uma conexão pedagógica essencial.

Na sequência, o trabalho alcançou a fase de Matemática (formulação e resolução de problemas), na qual os grupos desenvolveram o projeto técnico da cúpula geodésica. Sob orientação, cada equipe definiu parâmetros como o raio, a frequência e a proporção da esfera. O encerramento desta etapa consistiu na sistematização dos dados em um documento compartilhado via Google Classroom, detalhando, por meio de tabelas, o quantitativo e as medidas das arestas e o mapeamento dos conectores necessários para a execução da maquete.

Durante a etapa de planejamento, alguns grupos inicialmente estabeleceram dimensões inviáveis para o projeto. Ao confrontarem o raio de 30 metros proposto na calculadora com a realidade do espaço físico — medição auxiliada pelo uso da trena —, os estudantes identificaram um erro de escala. A solução emergiu da compreensão da proporcionalidade, resultando no ajuste do raio para 0,30 metros, o que viabilizou a construção da maquete. Esse processo de percepção e correção de impasses reflete o pensamento de Biembengut e Hein (2021), para os quais estimular a liberdade e a criatividade individual permite obter resultados satisfatórios na aprendizagem matemática.

Um resultado notável foi o engajamento de estudantes que, habitualmente, demonstravam passividade nas aulas expositivas. Estes alunos assumiram papéis de liderança e coordenação estratégica na montagem, revelando habilidades práticas e competências colaborativas que o modelo tradicional muitas vezes negligencia. Esse comportamento reforça a premissa de que metodologias ativas criam ambientes propícios à descoberta de talentos e para a inclusão produtiva de perfis diversos de aprendizagem.

A respeito disso, Biembengut e Hein (2021, p. 20) afirmam: “manter um clima de liberdade, estimulando a participação, a descontração e a criatividade individual, permitirá obter resultados satisfatórios em relação ao aprendizado da matemática”.

Ademais, a modelagem permitiu que os discentes explorassem variações estruturais, compreendendo como diferentes frequências influenciam a estética e a resistência do sólido sem alterar o diâmetro da base. Ao constatar que o icosaedro e a esfera possuem aplicações diretas na engenharia e arquitetura, os alunos ressignificaram a matemática escolar. Essa conexão entre teoria e mundo real não apenas ampliou a percepção espacial sobre o volume e a área do sólido, como também conferiu sentido prático ao estudo das propriedades da esfera.

Ao concluir a montagem (Figura 10), os grupos mediram, com uma trena, o diâmetro da estrutura, confirmaram a medida do raio definida no projeto inicial e calcularam o volume e a área do sólido, apresentando, ao final, suas conclusões sobre a atividade.

Figura 10: Estudantes medindo o diâmetro.



Fonte: Lemos (2024, p. 38).

A proposta possibilitou a integração entre teoria e prática, atribuindo sentido concreto ao estudo da esfera. Os resultados indicam que a articulação entre Modelagem Matemática, tecnologias digitais e atividade prática favorece uma aprendizagem significativa, participativa e mais contextualizada dos conceitos da geometria espacial.

Considerações Finais

A investigação sobre a arquitetura das geodésicas no Ensino Médio revela o potencial transformador da Modelagem Matemática aliada à tecnologia. A análise dos resultados confirma que essa abordagem superou a

memorização passiva, proporcionando um aprendizado significativo onde o estudante assumiu o protagonismo. Ao articular conceitos de geometria espacial com o cotidiano, a prática cumpriu as competências previstas pela BNCC, fortalecendo a percepção de que o conhecimento geométrico é uma ferramenta viva e aplicável à realidade.

A integração entre a exploração digital (GeoGebra e *Desert Domes*) e a construção física das maquetes permitiu a revisão e consolidação de temas fundamentais, como poliedros, sólidos platônicos e as propriedades métricas da esfera. A tecnologia atuou como um artefato cognitivo que facilitou a visualização e incentivou a autonomia, enquanto a montagem colaborativa desenvolveu o raciocínio lógico e o trabalho em equipe. Notavelmente, a metodologia foi inclusiva, despertando o engajamento de alunos habitualmente desinteressados pelo modelo tradicional de ensino.

Apesar dos êxitos, a experiência apontou que limitações de tempo podem restringir o pleno potencial da modelagem. Para futuras aplicações, recomenda-se a expansão da contextualização através de tecnologias espaciais ou arquitetura sustentável, além do uso de realidade aumentada e impressão 3D para enriquecer a visualização tridimensional. A interdisciplinaridade também surge como um caminho promissor, permitindo que a física explore as tensões estruturais das geodésicas e a geografia utilize esses conceitos em projeções cartográficas.

Em suma, a construção de cúpulas geodésicas provou ser uma estratégia pedagógica eficaz para converter abstrações matemáticas em vivências dinâmicas. A transição do icosaedro para a esfera não apenas aprofundou conteúdos curriculares, mas também fomentou habilidades socioemocionais e críticas essenciais. Fica evidente, portanto, a importância de metodologias que integrem ciência, tecnologia e prática, promovendo uma formação integral que prepara o estudante para compreender e intervir no mundo físico de maneira criativa e consciente.

Referências

- Bassanezi, R. (2019). **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, p. 15 - 38.
- Biembengut, M.; Hein, N (2021). **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, p. 9 - 30.
- Bettega, M (2010). **Educação continuada na era digital**. São Paulo: Cortez.

- Buckminster Fuller Institute. **Os conceitos por trás do domo geodésico**. Disponível em: https://www.bfi.org/about-fuller/geodesic-domes/#resources-library-toc_9390d299-38d3-4218-b834-62aea975d432. (Acesso em: 25 jan. 2026.).
- Brasil. (2017). Base Nacional Comum Curricular. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/cne/bncc_ensino_medio.pdf. Acesso em: 25/01/2026.
- FTD Sistema de ensino: ensino médio (2021). **Matemática e suas tecnologias**. Volume 24. FTD.
- Lemos, F. da C.(2024). **Geometria e arquitetura: Aplicação dos sólidos esféricos na construção de projetos arquitetônicos das geodésicas na 2ª série do ensino médio**. [Monografia de Especialização, Universidade de Brasília]. Repositório Institucional da UnB.
- Marconi, M., & Lakatos, E.(2018). **Metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 20, p. 295 - 345.
- Maron, J. (2018). **Cúpulas geodésicas passo-a-passo: um guia descomplicado para fabricar seu próprio domo**. Ameríndia – Design em Sustentabilidade. Ebook (70 p.).
- Montenegro, G. A.(1978). **Ventilação e cobertas**. São Paulo: Blucher. E-book. 141p. ISBN 9788521217435.
- Perius, A. (2012). **A tecnologia aliada ao ensino da matemática**. 55 p.. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Mídias na Educação) – Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Soares, T. (2016). **A biomimética e a geodésica de Buckminster Fuller: uma estratégia de biodesign**. 288 p.. Dissertação (Mestrado em Design) – Programa de Pós-Graduação em Design, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
- Soares, T. L. F; Arruda, A. J. V; Hartkopf, C. L. F; Barbosa, J. S. N., & Balestra, R. F. P.(2016). **A relação entre a biomimética e a geodésica de Buckminster Fuller no planejamento de construções sustentáveis**. In: Congresso Luso-Brasileiro para o Planejamento Urbano, Regional, Integrado e Sustentável, Maceió. Contrastes, contradições e complexidades. Maceió, p. 1-11.

9- A Utilização da Inteligência Artificial em um conjunto de tarefas de Educação Financeira Escolar

Hugo Lagrimante Ferreira¹⁹

Introdução

As tecnologias digitais e seu uso em aulas de Matemática têm sido amplamente pesquisada no Brasil nas últimas décadas. Pesquisas de estado da arte em Educação Matemática têm destacado a importância do tema tanto pela quantidade de produções acadêmicas quanto pelo seu desenvolvimento ao longo do tempo. Um exemplo de pesquisa em estado da arte é o texto de Borba, Almeida e Chiari (2015), mostrando que somente na revista *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, haviam sido publicados, ao longo de sua história, 36 artigos científicos que relacionam os temas até aquela data. Já o levantamento feito por Felcher, Pinto e Folmer (2019) analisou os trabalhos apresentados entre os anos de 2014 e 2017 no Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática – EBRAPEM e encontrou 141 trabalhos inscritos no Grupo de Discussão 6, grupo que trata de Educação Matemática, Tecnologias e Educação a Distância. A coleção de livros “Tendências em Educação Matemática” possui pelo menos cinco livros dedicados diretamente às tecnologias digitais, sendo um deles o livro *Fases das Tecnologias Digitais em Educação matemática: sala de aula e internet em movimento*, de Borba, Silva e Gadanidis (2014), que sistematiza a discussão sobre o uso das tecnologias digitais entre os anos de 1985 e 2004 em cenários compreendidos em fases.

Segundo os autores (ibid., 2014), a primeira fase tem início por volta de 1985 com as “tecnologias informáticas” (TI), e é caracterizada principalmente pelo uso do *software* LOGO. A segunda fase se inicia na primeira metade da década de 1990 com a utilização de *softwares* de geometria dinâmica, tais como Cabri Géomètre e o Geometricks, e também com o uso de

¹⁹Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora. hugolagrimantef@gmail.com

sistemas de computação algébrica, como o Maple. Já a terceira fase teve início por volta de 1999 com o advento da internet. Essa fase é conhecida como “tecnologia da informação” ou “tecnologia da informação e comunicação” (TIC) graças à natureza informacional e comunicacional da internet, promovendo o desenvolvimento dos cursos de Educação a Distância. A quarta fase tem início em meados de 2004 e é caracterizada pelo uso da internet rápida. Nela, além de abarcar todo o desenvolvimento das fases anteriores, destacam-se também a diversidade dos modos de comunicação, o fácil acesso a vídeos, as tecnologias móveis como celulares e *laptops*, as redes sociais, a internet na sala de aula, entre outros.

Em 2022, Borba, Souto e Junior (2022) propõem a quinta fase do uso de tecnologias digitais em Educação Matemática. A hegemonia do lápis e papel é rompida devido à grande e necessária utilização dos vídeos digitais frente a um marco não tecnológico, o vírus SARS-CoV-2. A possibilidade de encontros síncronos e assíncronos transformou as formas de ensino online da Matemática, dando continuidade à educação e pesquisa em tempos de isolamento social.

Ao final de 2022, o lançamento do ChatGPT, uma Inteligência Artificial - IA de processamento de linguagem natural, desenvolvida pela empresa OpenAI, marcou um divisor de águas na forma como a IA interage com humanos. Capaz de gerar textos complexos, responder perguntas, criar conteúdo educacional e auxiliar em diversas tarefas, o ChatGPT rapidamente se tornou uma ferramenta impactante em diversas esferas, inclusive nas salas de aula e na educação. Na corrida para captação de usuários, outras empresas de tecnologia também desenvolveram e disponibilizaram, de modo gratuito, suas IAs, onde o Copilot, DeepSeek e Gemini se tornaram concorrentes ao ChatGPT. Nessa perspectiva, Souto, Cunha e Borba (2025) reconhecem que uma nova fase do uso de tecnologias digitais possa estar em curso na Educação Matemática, sendo o uso da IA como símbolo de uma possível sexta fase.

O termo Inteligência Artificial – IA, segundo John McCarthy (2007, p.2), é a ciência e engenharia de fazer máquinas inteligentes, especialmente programas de computador inteligentes, e está relacionada à tarefa similar de usar computadores para entender a inteligência humana, mas a IA não precisa se limitar a métodos que são biologicamente observáveis. Outro autor, Teixeira (1983, p.46), considera a Inteligência Artificial no sentido genérico do termo, sendo uma área de estudos ainda não muito bem delimitada que reúne a Ciência da Computação, a Psicologia, a Linguística e a Filosofia. Já para Lee (2019, p. 20), a Inteligência Artificial é a elucidação de processo de aprendizagem humana, a quantificação do processo de pensamento humano, a explicação do

comportamento humano e a compreensão do que torna a inteligência possível, sendo o último passo dos homens para se entenderem.

Mesmo sendo a IA o centro das atenções na atualidade devido à sua alta potencialidade de alterar o modo como vivemos, assim como foi no passado o motor a vapor e a eletricidade, outro tema que ainda permanece em destaque na educação, especialmente na Educação Matemática, é a Educação Financeira. Em 2010, foi instituído no Brasil a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), “com a finalidade de promover a educação financeira e previdenciária e contribuir para o fortalecimento da cidadania, a eficiência e solidez do sistema financeiro nacional e a tomada de decisões conscientes por parte dos consumidores” (Brasil, 2010). Desde então, produções acadêmicas sobre Matemática Financeira e Educação Financeira tiveram um salto significativo, de uma média de 2 publicações de dissertações e teses anuais entre os anos de 2003 e 2011, para uma média de 32 publicações entre 2012 e 2020, como apontam os estudos de estado da arte de Rodrigues, Silva e Rodrigues (2021).

Na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), há várias menções sobre Educação Financeira ao longo do documento, principalmente na área de Matemática. Em quase todos os anos do segundo segmento do Ensino Fundamental, há menções diretas sobre Educação Financeira em pelo menos uma habilidade. Já para o Ensino Médio, as menções na área de Matemática e suas Tecnologias são voltadas para a Matemática Financeira. Essa ênfase no currículo básico revela uma preocupação em promover os estudos das aplicações de conceitos financeiros e incentivar a reflexão sobre o papel do cidadão no contexto econômico.

Com uma proposta mais específica voltada para o ambiente escolar, Silva e Powell (2013) desenvolveram um *design* de currículo de Educação Financeira Escolar. Os autores (ibid., 2013) partem da premissa de que a Educação Financeira não deve se reduzir às finanças pessoais, ela deve contemplar também as dimensões familiares e sociais. Para eles, a Educação Financeira Escolar é um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras. Já um estudante é educado financeiramente ou possui um pensamento financeiro quando: frente a uma demanda de consumo ou de alguma questão financeira a ser resolvida, ele analisa e avalia a situação de maneira fundamentada, orientando sua tomada de decisão valendo-se de conhecimentos de finanças, economia e matemática;

opera segundo um planejamento financeiro e uma metodologia de gestão financeira para orientar suas ações (de consumo, de investimento, ...) e a tomada de decisões financeiras a curto, médio e longo prazo; desenvolveu uma leitura crítica das informações financeiras veiculadas na sociedade.

Além disso, os autores (ibid., 2013) propõem quatro eixos norteadores de temáticas a serem discutidos ao longo de toda a Educação Básica. São eles: I – Noções básicas de Finanças e Economia; II – Finança pessoal e familiar; III – As oportunidades, os riscos e as armadilhas na gestão do dinheiro numa sociedade de consumo; IV – As dimensões sociais, econômicas, políticas, culturais e psicológicas que envolvem a Educação Financeira.

Frente aos dois cenários expostos, o uso de tecnologias digitais na Educação Matemática e a Educação Financeira surge a seguinte questão: é possível empregar o uso de tecnologias digitais, como a IA, em contextos de Educação Financeira voltados para a sala de aula de Matemática?

Objetivando investigar a interação e relação dos dois temas no ambiente escolar, em específico na sala de aula de Matemática, outro trabalho de estado da arte, só que agora sobre Educação Financeira, é o de Rodrigues, Silva e Rodrigues (2021). Esses autores fazem um levantamento sobre as publicações de dissertações e teses no Brasil que abordam os temas de Educação Financeira e Matemática Financeira entre os anos de 2000 e 2020. Nesse levantamento, foram encontrados 306 trabalhos, cujos dados foram organizados pelos autores por ano de publicação, áreas dos programas de pós-graduação, unidade federativa e por universidades que desenvolveram as pesquisas.

Os autores constataram que a Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) foi a instituição que mais contribuiu na área, com um total de 38 defesas. Ou seja, se já existe um número significativo de trabalhos publicados sobre Educação Financeira, por que não selecionar um desses trabalho e analisar como seria sua interação com a Inteligência Artificial?

O primeiro autor do presente texto, é egresso do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFJF e possui uma dissertação defendido em 2022 intitulado *Educação Financeira Escolar: debatendo a desigualdade social no Brasil na sala de aula de Matemática*. Esse trabalho possui dois produtos textuais, uma dissertação e uma produto educacional.

O produto educacional é um conjunto de tarefas voltado para salas de aula de Matemática do Ensino Médio. Desse modo, mesmo o primeiro autor do presente texto tendo conhecimento sobre outros trabalhos produzidos na UFJF, optou-se por selecionar o próprio trabalho para investigar a interação da

Educação Financeira com a IA. O argumento da escolha é o domínio do autor sobre as ideias desenvolvidas no próprio trabalho e também o curto prazo para realização da investigação.

A Investigação

A investigação adotou uma abordagem qualitativa, que busca examinar os dados de maneira detalhada, observando atentamente os aspectos que compõem o ambiente da pesquisa. Gesticulações e conversas informais não são vistos como elementos triviais, pois cada detalhe possui potencial para revelar informações importantes. Como afirmam Bogdan e Biklen (2013, p. 49), “tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo.”

Esta pesquisa de campo foi realizada em uma escola particular localizada em Brasília, no Distrito Federal, com uma turma do terceiro ano do Ensino Médio composta por estudantes de 16 a 18 anos de idade. A escolha dessa turma foi motivada por dois fatores: primeiro, o conjunto de tarefas é indicado para ser trabalhado no Ensino Médio; segundo, embora o pesquisador não seja professor regente da turma, ele já havia interagido com os alunos ao longo do ano, o que facilitou a condução das atividades e proporcionou um ambiente de maior familiaridade. No dia da aplicação das tarefas, estavam presentes 17 estudantes.

Os alunos tiveram duas aulas de 50 minutos para realizarem o conjunto de tarefas. Os dados coletados para a pesquisa consistem nas respostas dos estudantes a essas tarefas. O instrumento de coleta de dados foi o *Google Forms*, aplicativo gratuito disponibilizado pela plataforma *Google* que permite a construção de formulários, pesquisa de opinião, dentre outros tipos de coleta de dados, facilitando o registro e a análise das respostas. Todo o conjunto, que contava com as cinco tarefas que deveriam ser respondidas, estavam contidas em um formulário, que poderia ser acessado pelos estudantes através de um *QR code*.

O conjunto de tarefas utilizado era composto por cinco tarefas, onde todas elas estão descritas detalhadamente no trabalho mais amplo que originou o presente texto, trabalho este intitulado *A Utilização da Inteligência Artificial em Tarefas de Educação Financeira Escolar*. Esse conjunto foi extraído do trabalho de Educação Financeira que havíamos selecionado anteriormente, o *Educação Financeira Escolar: debatendo a desigualdade social no Brasil na sala de aula de Matemática*, que possui um conjunto de sete tarefas. A seguir, vamos expor os objetivos das cinco tarefas selecionadas, mas convidamos você, leitor, a visitar os dois trabalhos supracitados.

- *Tarefa 1* - Início da conversa: iniciar a conversa sobre a relação entre a desigualdade social e condição financeira da sociedade brasileira. Antes de qualquer apresentação, os questionamentos têm o propósito de estimular os estudantes a começarem a pensar sobre a condição social tanto do seu entorno mais próximo, como da sua família, bairro ou comunidade, quanto de um modo mais global em relação à sociedade em que vive (Ferreira, 2022, p. 64).
- *Tarefa 2* - Aprendendo coisas novas, ampliando a visão: apresenta um texto que insere as ideias dos conceitos de capital e *habitus*, conceitos estes que podem afetar diretamente toda a estrutura e perspectiva social de sujeitos, famílias ou classes (Ferreira, 2022, p. 65).
- *Tarefa 3* - Análise de perfis: analisar a tomada de decisão de três diferentes perfis de adolescentes. Os perfis destacam principalmente o meio familiar que os adolescentes estão inseridos e a tomada de decisão em relação ao capital cultural de cada um deles. Em cada um dos perfis, existem elementos que fazem referência ao *habitus*, capital cultural e capital econômico, que são conceitos que estão entrelaçados e foram destacados nas tarefas anteriores (Ferreira, 2022, p. 68).
- *Tarefa 4* - Critérios de Estratificação: apresentar a ideia sobre o que é um critério de estratificação, suas utilidades e aplicações. Para melhor exemplificação são apresentados dois critérios que exploram dimensões pessoais e familiares e um índice que estratifica países. Em todos eles, trazemos pelo menos uma questão para melhor exploração. O objetivo com as questões é levar os estudantes a compararem intuitivamente os critérios e analisar suas possíveis inconsistências (Ferreira, 2022, p. 69).
- *Tarefa 5* – Criação de um critério de estratificação: levar a concatenação e utilização das ideias apresentadas nas tarefas anteriores, como as de *habitus*, capital cultural, capital econômico e a estratificação (Ferreira, 2022, p. 73).

A inserção da IA foi reservada para a última tarefa do conjunto de tarefas aplicado. Foi solicitado que os estudantes utilizassem ChatGPT da OpenAI, pois além de ser uma das IAs mais utilizadas no mundo, também possibilitaria maior padronização nas análises. Antes do início da última tarefa, os alunos receberam uma breve instrução sobre engenharia de *prompt*.

Embora não seja uma sigla, *prompt* é um termo que designa as instruções ou informações fornecidas a um modelo de IA para que ele execute uma tarefa específica, garantindo a compreensão do objetivo e o contexto. A

instrução aos alunos foi realizada através de um acrônimo, onde cada letra da palavra *PROMPT* orienta um aspecto do comando. A letra “p” indica a persona, ou seja, quem irá responder os comandos. A letra “r” indica o roteiro, isto é, a descrição clara de uma tarefa ou pergunta. A letra “o” indica o objetivo, a descrição de um resultado esperado. A letra “m” indica modelo, ou seja, o tipo de estrutura da resposta. A letra “p” é o panorama, onde pode ser dado algum tipo de exemplo. E a letra “t” é a transformação, onde após a resposta dada, correção ou novas inserções podem ser realizadas a fim de ajustar os resultados.

No ChatGPT, é possível compartilhar uma conversa através de um link direto, permitindo que outras pessoas visualizem todo o conteúdo discutido. Esse recurso permite que o usuário envie sua conversa a terceiros, que então podem acessar o histórico completo de perguntas e respostas, preservando o contexto e a sequência da interação. Assim, foi solicitado aos estudantes que compartilhassem o link de suas interações também através do *Google Forms*, pois assim teríamos não só as respostas da primeira até a quarta realizada, como também todo o histórico de interação com a IA realizada na quinta tarefa, que é o objetivo principal deste estudo. Desse modo, nossa pesquisa de campo utilizou como instrumentos de coleta de dados os “registros escritos produzidos pelos sujeitos de pesquisa”, assim como proposto por Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 111) para pesquisas de campo qualitativas.

Para a realização das tarefas, foi solicitado aos alunos que respondessem o formulário de modo individual. Ao todo, tivemos o retorno de 11 formulários. Desse total, 9 deles continham o link de interação com o ChatGPT, dos quais 3 deles continham algum erro não identificado, e assim não foi possível seu acesso. Um dos formulários não continha nenhum link. O último formulário enviado não continha um link propriamente dito, mas sim uma descrição das inserções realizadas no ChatGPT. Essa descrição foi feita sob a justificativa de o estudante ter perdido todas as interações com o ChatGPT, pois não possui uma conta registrada, assim, ao atualizar a página sem intenção, toda a interação foi perdida. Para não deixar de responder, ele achou melhor descrever algumas inserções que haviam sido realizadas.

Análise dos Resultados

Das sete respostas às quais conseguimos acesso, quatro delas eram interações do tipo “copia e cola”, ou seja, os estudantes copiaram o enunciado e instruções da tarefa 5 e as inseriram no ChatGPT, esperando algum tipo de resposta direta. Nesse tipo de interação, o ChatGPT deu sugestões de como poderia ser um critério de estratificação e até mesmo exemplos de critérios já existentes. Como não houve mais inserções por parte dos estudantes sobre o

que fazer com as informações propostas, o chat se limitou a esse tipo de resposta. Desse modo, consideramos desnecessária uma análise individualizada dessas interações, pois não cumpriu com o objetivo inicial da tarefa 5 de criar um critério de estratificação utilizando dos elementos das tarefas anteriores. Além disso, podemos observar que essas quatro respostas vão de encontro a um dos riscos de utilização da IA que são apontados pela UNESCO, que são os de fornecer suportes inadequados e também limitar o pensamento crítico e criativo.

Para uma investigação mais alinhada ao nosso objetivo, de analisar quais maneiras a IA pode contribuir para o desenvolvimento e aprimoramento de tarefas de Educação Financeira no ambiente escolar, vamos considerar as outras três interações restantes, que apresentam um engajamento mais significativo.

Nossa análise foi realizada a partir dos links disponíveis em cada um dos formulários. Durante o processo de realização das tarefas por parte dos estudantes, buscamos limitar nossa interferência a apenas apresentar as atividades, com o intuito de reduzir a influência sobre o modo como os estudantes interpretavam e produziam significados para as perguntas e as informações apresentadas. Em alguns momentos, no entanto, realizamos interações para esclarecer melhor pontos específicos das tarefas. As dúvidas e questionamentos foram tratados de forma a evitar respostas diretas. Além de uma explicação inicial sobre o conjunto de tarefas, também foi realizada uma explicação sobre a estrutura de PROMPT, feita para toda a turma antes da realização da tarefa 5.

Como não foi solicitado identificação dos estudantes nas respostas dos formulários, com o intuito de manter o anonimato deles, vamos nomear as três interações que iremos analisar como A, B e C.

O estudante A fez um total de duas inserções para interagir com o ChatGPT. A primeira delas foi a seguinte:

Figura 1: Inserção no ChatGPT do estudante A

Oiii chat, tudo bem? Então, eu preciso criar um critério de estratificação que classifique em faixas determinadas do mais alto ao mais baixo (A até Z), considerando como variáveis o acesso aos mecanismos do Estado, bem como o acesso a cultura, o local onde reside, a renda per capita e o poder de compra, faça em formato de tabela, por favor.

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2024.

Como resposta, o ChatGPT criou um quadro de classificação que variava de A até Z contemplando cinco categorias para elas. São as categorias: acesso aos mecanismos do estado, acesso à cultura, local de residência, renda per capita e poder de compra, como é possível ver na imagem a seguir:

Figura 2: Resposta do ChatGPT ao estudante A

Classificação	Estado	Cultura	Residência	Capita	Compra
A	Muito alto (pleno acesso)	Muito alto	Área urbana central	Muito alto	Muito alto
B	Alto	Alto	Área urbana nobre	Alto	Alto
C	Moderado	Moderado	Subúrbios urbanos	Moderado	Moderado
D	Baixo	Baixo	Área semiurbana	Baixo	Baixo
E	Muito baixo	Muito baixo	Área rural	Muito baixo	Muito baixo
...	...	...	...	...	...
Z	Nenhum acesso	Nenhum	Isolado ou carente	Nenhum	Nenhum

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2024.

Além disso, para cada categoria, o chat deu as seguintes justificativas:

Figura 3: Complemento da resposta do ChatGPT ao estudante A

Explicação das Categorias:

- **Acesso aos Mecanismos do Estado:** Refere-se ao grau de facilidade no acesso a serviços públicos e direitos garantidos pelo Estado, como saúde, educação e segurança.
- **Acesso à Cultura:** Inclui a disponibilidade e frequência de acesso a eventos culturais, instituições como museus e teatros, e acesso a materiais culturais em geral.
- **Local de Residência:** Classificação do local com base em sua localização e infraestrutura, considerando centros urbanos, periferias e áreas rurais.
- **Renda Per Capita:** Nível de renda disponível para cada membro de um grupo familiar ou comunitário.
- **Poder de Compra:** Capacidade financeira para adquirir bens e serviços.

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2024.

A partir desse resposta, o estudante A fez uma nova inserção no chat:

Figura 4: Segunda inserção do estudante A

Preciso, que o critério seja mais específico, por exemplo, utilize números quando necessário, além de não precisar classificar até Z, somente use as letras do alfabeto

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2024.

O retorno do ChatGPT foi uma nova classificação de A até E contendo as mesmas categorias, porém, algumas delas contendo referências numéricas, como a renda per capita, por exemplo.

Figura 5: Nova resposta do ChatGPT ao estudante A

Classificação	Acesso aos Mecanismos do Estado	Acesso à Cultura	Local de Residência	Renda Per Capita (R\$)	Poder de Compra
A	Pleno acesso (98-100% dos serviços disponíveis)	Frequente (acesso a eventos mensais, museus, etc.)	Área urbana central, infraestrutura completa	Acima de R\$ 10.000	Muito alto (pode adquirir bens de alto custo com frequência)
B	Alto (75-97% dos serviços disponíveis)	Regular (acesso a eventos anuais e materiais culturais)	Área urbana nobre, boa infraestrutura	R\$ 5.000 - R\$ 9.999	Alto (pode adquirir bens de médio a alto custo ocasionalmente)
C	Moderado (50-74% dos serviços disponíveis)	Moderado (acesso esporádico a cultura)	Subúrbio ou áreas periféricas de cidades grandes	R\$ 2.000 - R\$ 4.999	Moderado (pode adquirir bens de médio custo com planejamento)
D	Baixo (25-49% dos serviços disponíveis)	Limitado (poucas oportunidades de acesso)	Área semiurbana ou periférica afastada	R\$ 1.000 - R\$ 1.999	Baixo (pode adquirir bens de baixo custo, com pouca frequência)
E	Muito baixo (menos de 25% dos serviços)	Nenhum ou raríssimo	Área rural ou isolada, infraestrutura limitada	Até R\$ 999	Muito baixo (dificuldade para adquirir bens básicos)

Fonte: Arquivo pessoal do Pesquisador, 2024.

Podemos observar na interação do estudante A, que houve uma tentativa de seguir o roteiro de estrutura de PROMPT proposto antes da realização da tarefa 5. Apesar de não indicar a persona, o estudante indicou um roteiro descrevendo sua intenção, deixou claro o objetivo de criar tal critério de estratificação, indicou que o modelo deveria ser estruturado de A até Z e deu o panorama com exemplos de possíveis categorias que poderiam conter o critério de estratificação. Em seguida, na segunda inserção, solicitou transformações a fim de deixar o critério mais compacto dando novamente um panorama para a mudança.

Na interação do estudante A, podemos observar que, além da IA sugerir os parâmetros do critério de estratificação utilizando os comandos do estudante, ela também contribuiu com a expansão das ideias e o estreitamento do critério, também sob comando do estudante. Isso vai de encontro à primeira indicação positiva de utilização de IA no ambiente escolar apontada pela UNESCO, que é justamente de contribuir com a expansão de esboços, enriquecer a exploração de dados e auxiliar na revisão de literatura.

Ao atender os comandos específicos do estudante A, podemos observar que o ChatGPT gerou uma resposta personalizada ao estudante. Apesar da interação não ter sido longa, podemos pressupor que, se as interações continuassem dessa maneira, mais respostas personalizadas seriam geradas pelo ChatGPT. A interação personalizada é outro impacto positivo na

aprendizagem com a IA, pois “ajuda os alunos a receber um ensino mais adequado às necessidades específicas e a progredirem em seu próprio ritmo”, como aponta Schemes (2023, p 22).

O estudante B também fez um total de duas inserções para interagir com o ChatGPT, que pode ser vista de modo integral no apêndice B deste trabalho. A primeira delas foi a seguinte:

Figura 6: inserção no ChatGPT do estudante B

Chat gpt,crie criterio de estatizacao em base no emprego,renda e resto do seu salario em base de seu gasto total de impostos e outras coisas menos o seu salario

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2024.

A partir dessa inserção, o ChatGPT criou quatro categorias gerais e também subcategorias para cada uma delas. As categorias sugeridas foram: renda bruta, emprego, restante de renda e custo de vida. A categoria de renda bruta foi baseada em salários-mínimos. Já o emprego foi categorizado em formal, informal, empreendedor e desempregado.

A combinação das quatro categorias gerou um critério de classificação socioeconômica com intervalo de A até D, onde a classe A era considerada alta, a classe B era média-alta, a classe C era média e a classe D foi considerada baixa, como é possível observar na imagem a seguir:

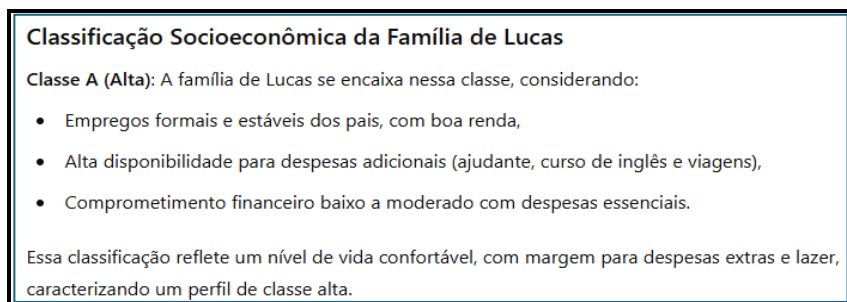
Figura 7 - resposta do Chat GPT ao estudante B

- **Classe A (Alta):** Emprego formal, alta renda bruta e alta renda disponível
- **Classe B (Média-Alta):** Emprego formal ou empreendedor, média a alta renda bruta e média renda disponível
- **Classe C (Média):** Emprego formal ou informal, renda média-baixa, comprometimento moderado com despesas
- **Classe D (Baixa):** Emprego informal ou desempregado, baixa renda bruta e baixo saldo após despesas

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2024.

A fim de testar o critério de estratificação gerado pelo Chat GPT, o estudante B resolveu realizar um teste inserindo o perfil 1 da tarefa 3, o perfil do Lucas. Como retorno, o Chat GPT classificou Lucas como sendo de classe alta. Além de uma análise detalhada, o chat fez à seguinte conclusão:

Figura 8 - resposta final do Chat GPT ao estudante B



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2024

Podemos observar na interação do estudante B que, apesar de apresentar ideias próprias para interagir com o chat, ou seja, não utilizou o modo “copia e cola”, ele não seguiu o modelo instrucional de PROMPT proposto antes da realização da tarefa. Apesar de ter descrito sua intenção como roteiro e o panorama dando alguns exemplos, ele não indicou a persona, o objetivo e não deixou claro qual tipo de estrutura ele gostaria de utilizar.

Podemos observar também que nenhuma transformação de aprimoramento ou otimização foi proposta pelo estudante. A segunda e última inserção no chat foi propondo a realização de um teste a partir de um perfil descrito na tarefa 3. A classificação gerada pelo chat foi de encontro à fala de vários estudantes enquanto realizavam a tarefa 3. A convergência de ideias em relação ao perfil 1 da tarefa 3 pode ter gerado uma sensação de conclusão por parte do estudante B.

A possível sensação de conclusão do estudante B, pode ser vista também como um desafio a ser enfrentado na relação entre a IA e a educação. A IA deve auxiliar e estimular o pensamento da ordem superior nos projetos e pesquisas, como aponta a quarta sugestão da UNESCO. Diante disso, podemos colocar a seguinte questão: será que, de fato, ao colocar um exemplo de perfil na segunda inserção, a interação entre estudante e o Chat GPT foi finalizada? Seria possível mais interações? Seria possível a IA estimular mais interações?

O estudante C não realizou o cadastro de conta para fazer sua interação com o Chat GPT. Com isso, uma atualização inesperada da página, fez com que toda sua interação com o chat fosse perdida. Esse fato nos chamou atenção para os seguintes questionamentos: por que o estudante C não fez o cadastro? Será que o estudante C não realizou o cadastro por uma precaução de sua privacidade?

A privacidade e segurança dos dados é um dos pontos de preocupação indicados pela UNESCO que estão atrelados aos possíveis riscos de utilização da IA. A mesma preocupação é feita por Schemes (2023, p 26), que ainda destaca o cuidado sobre o uso de informações confidenciais não intencionais por parte dos alunos.

Apesar do problema de cadastro e a perda da interação, o estudante QUE fez questão de apresentar os pontos relevantes que haviam sido considerados em sua interação com o chat. Por apresentar respostas bem discricionárias nas tarefas que antecederam a tarefa 5, resolvemos analisar a resposta deixada na última tarefa por entender que, de fato, a tarefa foi realizada inicialmente no Chat GPT e apresenta potencialidade de interação.

Deu erro por eu não estar cadastrada, mas os seguintes critérios funcionaram: notas de 1 a 5 nas categorias Tempo Livre, Renda Familiar por Pessoa, Nível de escolaridade dos adultos, qualidade de educação das crianças, renda extra para banalidades, condição de compra de automóveis e outras máquinas que facilitam o dia a dia, acesso a serviços básicos de qualidade (como hospital e saneamento básico), expectativa de vida, taxa de mortalidade infantil. Em seguida tirando uma média. As médias de cada classe social foram: 1,9 (classe pobre); 2,8 (classe média baixa); 3,9 (classe média alta); 5 (classe rica). Para funcionamento pleno do sistema no chat gpt pode ser necessário informar os motivos de trabalhos extras e abandono escolar se forem por algo que não necessidade (Estudante C).

Podemos observar na resposta deixada pelo estudante C que, apesar de não deixar claro a persona, o roteiro e o objetivo, houve uma descrição clara e detalhada da intenção do modelo a ser criado, como também do panorama através de categorias. É possível observar também que o chat aparentemente deu como retorno um critério específico de estratificação por pontos. A última frase da resposta do estudante C, deixa indicado que ele também propôs algum tipo de transformação após o retorno do chat, mas não especificou o que aconteceu após essa inserção.

Apesar de não termos o link de interação com o Chat GPT e, assim, não sabermos como se deu a sequência de interações, é possível observar na resposta do estudante C que há traços da tentativa de seguir o modelo de PROMPT proposto antes da realização da tarefa 5.

Conclusões

Durante o processo de investigação, emergiram dois grupos de estudantes. O primeiro grupo é o que acreditava que a IA utilizada, o Chat GPT,

geraria uma resposta direta e estruturada a partir do enunciado proposto para a tarefa. Desse modo, os estudantes apenas copiaram o enunciado e colaram no Chat GPT, esperando uma resposta finalizada, o que não se concretizou. Mesmo assim, consideraram o retorno da IA como suficiente e concluíram rapidamente a tarefa, com pouca exploração ou interação.

Já o segundo grupo, ao seguir a estrutura de PROMPT apresentada antes da realização da tarefa 5, obteve respostas mais elaboradas e contextualizadas. Para especificarem o roteiro, o objetivo, entregar um modelo a ser construído e dar um panorama com exemplificações, os estudantes utilizaram dos elementos apresentados nas tarefas anteriores. A utilização desses elementos vai de encontro ao objetivo específico da tarefa 5, que é levar a concatenação e utilização das ideias apresentadas nas tarefas anteriores, como as de *habitus*, capital cultural, capital econômico e a estratificação, para a construção do critério de estratificação.

Observando somente o segundo grupo, podemos concluir que a tarefa atingiu seu objetivo inicial e a IA contribuiu, de fato, para a construção do critério de estratificação. Ao inserir os elementos das tarefas anteriores na estrutura de PROMPT, a IA deu retornos de critérios de estratificação já estruturados, sendo necessário apenas processos de transformação e testes, mesmo os estudantes não seguindo a estrutura de PROMPT em sua totalidade, ou seja, mesmo não utilizando os seis passos. Assim, a utilização de IA em conjuntos de tarefas de Educação Financeira já existentes se mostrou viável se utilizado uma estrutura de PROMPT. Sem ela, nenhuma produção de significados foi apresentada na realização da tarefa.

Os erros ocorridos durante o processo de pesquisa também se revelaram valiosos, contribuindo para os resultados finais e para reflexões sobre o uso da IA no ambiente escolar. Fato marcante foi o do estudante C, que interagiu com o Chat GPT sem utilizar uma conta de e-mail vinculada. Essa escolha impediu a criação de um histórico e memória de interação. Ao ocorrer um erro inesperado no sistema, toda a interação foi perdida. Esse incidente destaca a importância de orientar os estudantes sobre os aspectos técnicos do Chat GPT, de modo a garantir a preservação do histórico e da memória das interações.

Embora não mencionem diretamente a IA, as competências 1 e 3 da BNCC Computação para o Ensino Médio se mostraram relevantes no contexto desta pesquisa. A primeira competência propõe “compreender as possibilidades e os limites da computação para resolver problemas, tanto em termos de viabilidade quanto de eficiência, propondo e analisando soluções computacionais para diversos domínios do conhecimento, considerando

diferentes aspectos”. Já a terceira competência aborda a importância de “analisar situações do mundo contemporâneo, selecionando técnicas computacionais apropriadas para a solução de problemas”. Essas competências ressaltam a necessidade de desenvolver o pensamento crítico e a capacidade de resolução estruturada de problemas, habilidades estas que se mostraram indispensáveis para o uso eficaz e consciente da IA no desenvolvimento da tarefa proposta. Isso mostra que o fato de o documento não mencionar diretamente a IA, não o faz estar desatualizado.

Na parte inicial do presente texto, Souto, Cunha e Borba (2025) reconhecem que uma nova fase do uso de tecnologias digitais possa estar em curso na Educação Matemática, sendo o uso da IA símbolo para uma possível sexta fase. Após todo este estudo, podemos não só concordar com os autores como também afirmar que estamos vivenciando, de fato, o início da sexta fase das tecnologias digitais na Educação Matemática. A IA, ao proporcionar uma interação personalizada e responsiva a cada inserção feita e apresenta um potencial transformador. Diferente das fases anteriores, que focavam em ferramentas e recursos estáticos ou semi-dinâmicos, como *softwares* matemáticos e plataformas interativas, esta nova etapa é marcada pela capacidade de adaptação em tempo real e pela personalização. Logo, essas características permitem atender às necessidades específicas de cada estudante.

Referências

- Bogdan, R. C.; Biklen, S. K. (2013). **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 335p.
- Borba, M. C., Almeida, H. R. F. L., & Chiari, A. S. S. (2015). Tecnologias Digitais e a relação entre teoria e prática: uma análise da produção em trinta anos de BOLEMA. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n 53, p. 1115 – 1140.
- Borba, M. C., Silva, R. S. R., & Gadanidis, G. (2014). **Fases das tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica.
- Borba, M. C.; Souto, D. L. P., & Junior, N. R. C. (2022). **Vídeos na Educação Matemática: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais**. 1. Ed. Belo Horizonte: Autêntica.
- Brasil. Casa Civil. (2010). **Decreto nº 7.397, de 22 de dezembro de 2010**. Institui a Estratégia nacional de Educação Financeira – ENEF, dispõe sobre a sua gestão e dá outras providências. Brasília, DF. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2010/Decreto/D7397.htm. Acesso em: ago. de 2024.
- Brasil. Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação. (2024). **IA para o Bem de Todos – proposta de plano brasileiro de inteligência artificial 2024 – 2028**. Brasília. Disponível em: https://www.gov.br/mcti/pt-br/acompanhe-o-mcti/cct/legislacao/arquivos/IA_para_o_Bem_de_Todos.pdf. Acesso em: agosto de 2024.

- Brasil. (2018). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em: set. de 2024.
- Brasil. (2022). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Computação – Complemento à BNCC**. Brasília: MEC/SEB. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/fevereiro-2022-pdf/236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao/file> Acesso em: set. de 2024.
- Brasil. (2017). **Plano Diretor da ENEF: Estratégia Nacional de Educação Financeira**. Disponível em: <https://www.vidaedinheiro.gov.br/wp-content/uploads/2017/08/Plano-Diretor-ENEF-Estrategia-Nacional-de-Educacao-Financeira.pdf>. Acesso em: ago. de 2024.
- Felcher, C. D. O., Pinto, A. C. M., & Folmer, V. (2019). Tendências em Tecnologias digitais no Ensino da Matemática Reveladas no EBRAPEM. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n.2, p 001 – 022.
- Ferreira, H. L. (2022). **Educação Financeira Escolar e Educação Matemática: a desigualdade social no Brasil**. 2022. 195 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.
- Fiorentini, D., & Lorenzato, S. (2012). **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas – SP: Autores Associados.
- Lee, K-F. (2019). **Inteligência Artificial: como os robôs estão mudando o mundo, a forma como amamos, nos comunicamos e vivemos**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Globo Livros.
- Mccarthy, J. (2007). **What is Artificial Intelligence?** Stanford University.
- Rodrigues, M. U., Silva, J. M. N., & Rodrigues, R. S. S. (2021). Estado da Arte de Dissertações e Teses no Brasil sobre Educação Financeira e/ou Matemática Financeira no período de 2000 a 2020. **Em Teia – revista de educação matemática e tecnologia iberoamericana**, vol. 12, nº 2.
- Schemes, J. (2023). **Impactos da Inteligência Artificial na Educação**. [e-book]. 1. ed. Sem editora, 81p. Disponível em: <https://www.amazon.com.br/>
- Silva, A. M., & Powell, A. B. (2013). Um programa de educação financeira para a matemática escolar da educação básica. In: XI ENEM – XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba. **Anais...** Curitiba: p. 1–17.
- Souto, D. L. P., Cunha, J. F. T., & Borba, M. C. (2025). **Inteligência Artificial em Educação Matemática**. 1. Ed. Belo Horizonte: Autêntica.
- Teixeira, J. F. (2009). **Inteligência Artificial: uma odisseia da mente**. 1ª ed. São Paulo: Paulus.
- Teixeira, J. F., & Quilici Conzales, M. E. (1983). Inteligência Artificial e teoria de resolução de problemas. **Trans/Forma/Ação**. São Paulo: p. 45-52
- Turing, A. M. (1950). Computing machinery and intelligence. **Mind**, v. 59, n. 236, p. 433-460.
- UNESCO. (2024). **Guia para IA generativa na educação e na pesquisa**. França. Disponível em: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000390241>. Acesso em: set. de 2024

10- Quando a Matemática salva vidas: educação viária e a proteção de crianças e adolescentes no trajeto escolar

Jeane Quitéria da Conceição Silva²⁰

Rui Seimetz²¹

*“Eu falo mainha, painho, titio.
Eu ando de chinelo e tempero o Brasil.
Meu T não é mudo, só falo que deve.
Eu já não tenho mais medo do mundo.
Eu tenho uma raiz que me rege.
Eu sou da paz e lhe recebo lá em casa.
Meu coração apaixonado que só me obriga a dizer
que não tem nada nesse mundo
que a gente não possa fazer.
Meu povo é forte, meu sotaque é lindo.
Não mexa comigo que eu sou nordestino.”*

(Alice Carvalho, atriz brasileira -Manifesto Nordestino - 2019).

Introdução

Realizar a escolha de um tema para um trabalho acadêmico nem sempre é rápido ou fácil. Aliar minha formação em Pedagogia à pós-graduação em Metodologia do Ensino de Matemática exigiu reflexão, mas foi durante um curso de formação pedagógica oferecido pelo Detran, em parceria com a SEEDF, que encontrei o ponto de partida que transformaria minha pesquisa. Ao assistir a uma das aulas e ver o vídeo da FIA *Save The Kids* (Besson, 2015), fui impactada pelos números apresentados no início do filme: *“todos os dias 1,8 milhões de crianças vão para a escola e 500 delas não chegam lá”*.

²⁰Especialista em Metodologia de Ensino em Matemática. Universidade de Brasília . Departamento de Matemática. jeanequiteriacs@gmail.com

²¹Doutor em Matemática. University of California, Los Angeles, UCLA, Estados Unidos. Mestrado em Matemática. Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. rseimetz@unb.br

Esses dados despertaram minha atenção para uma realidade alarmante e triste: pelo menos 500 famílias ficam sem seus filhos todos os dias, e o pior, raramente tais informações aparecem nos noticiários, a partir dessa observação, esses números me motivaram a pesquisar mais sobre os impactos e consequências dos acidentes de trânsito envolvendo estudantes entre as idades de 4 a 19 anos no trajeto escolar. Descobri que eles afetam desde indicadores econômicos, como o PIB do país, até questões sociais e afetivas, atingindo famílias vítimas de tragédias no trânsito.

A partir dessa constatação, ficou evidente a relevância de indicadores educacionais como o IDEB e o PISA, e como a Matemática, por meio da análise de números e estatísticas, pode se tornar ferramenta de conscientização e prevenção de acidentes.

Quadro 1: Mortes por acidentes de trânsito versus impacto econômico e leis

Impacto descritivo	Impactos financeiros e de leis
Mortes anuais no trânsito	Estima-se que ocorram 45 mil mortes por ano no Brasil devido a acidentes de trânsito.
Impacto econômico anual	Os acidentes de trânsito geram um custo aproximado de R\$ 50 bilhões por ano.
Causa principal de mortes em crianças (5-14 anos) em 2017	Os acidentes de trânsito foram a principal causa de morte de crianças entre 5 e 14 anos no Brasil em 2017.
Mudanças legislativas	Recentemente, houve um endurecimento da legislação, com maior punição para homicídios culposos no trânsito.
Recomendação de especialistas	Especialistas defendem a implementação de programas de educação no trânsito nas escolas brasileiras.

Fonte: Senado.leg (2022) - Quadro criado e adaptado pelos autores (2024).

Como educadora, comecei a refletir sobre como os conceitos matemáticos poderiam ser introduzidos nos processos de ensino e aprendizagem, de modo que a formação prévia dos professores e o conhecimento dos estudantes contribuíssem para um alerta pedagógico sobre os riscos viários. Pensei em como, por meio do ensino da Matemática, crianças e adolescentes poderiam desenvolver habilidades e competências que as ajudassem a interpretar riscos e se proteger no trajeto escolar.

No contexto da segurança viária, a Matemática transforma dados em conhecimento: permite calcular distâncias e tempos de deslocamento, avaliar probabilidades de risco e apoiar decisões conscientes que protejam vidas. De maneira semelhante, a linguagem e a cultura exercem papel fundamental na

formação de consciência e responsabilidade social. O manifesto da atriz Alice Carvalho ilustra como palavras e raízes culturais podem inspirar coragem, pertencimento e cuidado: *“Eu já não tenho mais medo do mundo. Eu tenho uma raiz que me rege. Eu sou da paz e lhe recebo lá em casa... Meu povo é forte, meu sotaque é lindo. Não mexa comigo que eu sou nordestino.”* (Carvalho, 2019).

Assim como as palavras do manifesto despertam reflexão e proteção, a Matemática aplicada à vida cotidiana e à segurança no trânsito deixa de ser apenas disciplina abstrata. Ao conectar números, dados e experiências sociais, podemos revelar riscos, inspirar cuidado e promover conscientização sobre o trajeto escolar, cumprindo, na prática, o que Paulo Freire nos ensina: compreender o mundo para agir de forma crítica e ética (Freire, 2005).

A força da Matemática, assim como a força das palavras e das raízes culturais, reside em dar voz à realidade e à vida cotidiana. Aplicada à Educação para o Trânsito, ela se torna instrumento de transformação social, capaz de orientar decisões, reduzir riscos e promover cidadania, contribuindo para que crianças e adolescentes se protejam em seus trajetos diários entre casa e escola.

Desenvolvimento

Os acidentes de trânsito permanecem entre as principais causas de morte de crianças e adolescentes, configurando um grave problema de saúde pública (OMS, 2020; IPEA, 2022). O trajeto escolar — deslocamento diário entre casa e escola — representa um contexto de elevada vulnerabilidade, especialmente em regiões com desigualdades sociais e infraestrutura urbana precária (DETRAN-DF, 2024).

Quadro 2: Estatísticas de Acidentes de Trânsito com mortes de crianças e adolescentes no Distrito Federal (2019-2020)

Ano	Faixa etária	Número de mortes	Variação em relação ao ano anterior
2019	Crianças (até 12 anos)	4	-
2020	Crianças (até 12 anos)	2	Redução de 50%
2019	Adolescentes (13-17 anos)	2	-
2020	Adolescentes (13-17 anos)	4	Aumento de 100%
2019	Total de menores de 18 anos	6	-
2020	Total de menores de 18 anos	6	Nenhuma variação

Fonte: DETRAN-DF (2021). Quadro criado e adaptado pelos autores (2024).

A integração da Matemática com a Educação para o Trânsito encontra respaldo na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), que orienta o ensino articulado a situações reais e à formação cidadã, enfatizando

competências de análise de dados, resolução de problemas e tomada de decisões fundamentadas. Nesse sentido, a Matemática exerce papel essencial na compreensão da realidade cotidiana, permitindo analisar dados sobre acidentes, mortalidade infantil e adolescente, identificar padrões de risco e avaliar impactos sociais e econômicos decorrentes dessas tragédias (Rozestraten, 1988a; ONG Criança Segura, 2023; OPAS, 2011; MJSP, 2024).

Mesmo com investimentos significativos em infraestrutura — R\$ 138 milhões em 2023 (Comunicabr, 2023) — e programas de segurança viária, os números continuam alarmantes, com média de 65 mortes diárias no país (MJSP, 2024) e persistência de acidentes fatais em trajetos escolares (DETRAN-DF, 2021). Tais dados evidenciam não apenas a gravidade do problema, mas também a importância de medidas preventivas baseadas em informação quantitativa, essenciais para orientar políticas públicas eficazes (IPEA, 2023; WHO, 2021).

Tomamos consciência do fato de que o trânsito resulta do comportamento humano, e que esse tipo de comportamento está entre os mais perigosos, uma vez que causa a morte anualmente de 50.000 brasileiros, dentre os quais 5.000 são crianças. A percepção é um componente importante desse comportamento. (Rozestraten, 1988a, p. 128).

Nesse contexto, o ensino da Matemática torna-se instrumento de formação cidadã, integrando conceitos estatísticos e percentuais à compreensão de riscos e prevenção de acidentes. O domínio de conteúdos matemáticos permite aos alunos interpretar relatórios, gráficos e indicadores, como IDEB e PISA, e relacioná-los à realidade social, promovendo competências críticas e reflexivas sobre segurança viária (ONSV, 2019).

O Programa Detran nas Escolas, instituído em 2015, fortalece essa articulação entre Matemática e educação para o trânsito, capacitando professores da rede pública e promovendo atividades pedagógicas voltadas a crianças e adolescentes (DETRAN-DF, 2015; FNDE-Sigarp, 2024). Por meio de materiais didáticos, jogos, campanhas educativas e propostas lúdicas, os estudantes aprendem a relacionar números, estatísticas e riscos viários, desenvolvendo consciência cidadã e comportamento seguro no trânsito (Marcos Wesley, 2018; Detran DF, 2023).

Essa integração se ancora nas teorias de Piaget e Vygotsky, valorizando o desenvolvimento cognitivo e social do estudante. Ao explorar conteúdos matemáticos contextualizados na vida cotidiana, os alunos compreendem conceitos abstratos por meio da interação com o meio, experiências práticas e

mediação pedagógica, fortalecendo não apenas a aprendizagem da disciplina, mas também a percepção crítica sobre comportamento, risco e prevenção (Piaget, 1978; Vygotsky, 1998).

Assim, a Matemática se apresenta como instrumento de transformação social, capaz de formar cidadãos conscientes, críticos e atuantes na promoção de um trânsito mais seguro, transformando números em conhecimento, cuidado e ação social.

Metodologia

A pesquisa adotou uma abordagem mista, de natureza qualitativa e quantitativa, possibilitando a articulação entre dados estatísticos oficiais e as percepções de professores e familiares sobre a segurança viária no trajeto escolar e sua relação com o ensino da Matemática. O estudo foi desenvolvido em três etapas:

1. Pesquisa documental e estatística: Análise de dados secundários provenientes de fontes públicas e institucionais, como o DETRAN-DF, o Observatório Nacional de Segurança Viária, a Organização Mundial da Saúde (OMS) e o Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), com o objetivo de contextualizar a mortalidade de crianças e adolescentes no trânsito e identificar indicadores relevantes ao problema investigado.

2. Pesquisa de campo: Realizada em uma escola pública rural do Distrito Federal, envolvendo professores e pais ou responsáveis por estudantes do Ensino Fundamental I. A coleta de dados ocorreu por meio de questionários online, elaborados e aplicados via Google Forms, no período de outubro a novembro de 2024, com a participação de 19 responsáveis e de 15 professores. Os instrumentos abordaram aspectos relacionados à segurança viária, ao ensino da Matemática, à formação docente e ao conhecimento sobre o Programa Detran nas Escolas. A participação foi voluntária e anônima, mediante aceite do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, conforme a Resolução nº 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde.

3. Análise dos dados: Os dados foram analisados por meio de análise estatística descritiva para as questões fechadas e análise qualitativa de conteúdo para as respostas abertas, com apoio dos gráficos gerados automaticamente pela plataforma Google Forms após o encerramento da coleta de dados. Esses recursos auxiliaram na organização, visualização e interpretação dos resultados, possibilitando a identificação de padrões, percepções e lacunas formativas. A integração entre dados primários e secundários favoreceu uma compreensão ampliada do fenômeno investigado.

Quadro 3: Iniciativas Educacionais de Seguranças no Trânsito em Crianças e Adolescentes

Ação	Descrição	Data de execução
Campanhas Educativas	Desenvolver campanhas educativas para sensibilizar a população sobre os cuidados necessários para garantir a segurança dos menores no trânsito.	Outubro de 2020 (Dia das Crianças)
Atividades de Educação no Parque da Cidade e Águas Claras	Realização de atividades interativas como jogos e quebra-cabeças educativos com foco em atitudes seguras para crianças e adolescentes.	Outubro de 2020
Promoção do Uso de Equipamentos de Segurança	Reforçar a importância do uso correto de dispositivos de retenção para crianças, de acordo com a faixa etária.	Campanha contínua (2020 e além)
Orientações sobre Travessias Seguras	Instruir os pais e responsáveis sobre a necessidade de acompanhamento das crianças nas travessias e garantir o uso correto do cinto de segurança e cadeirinhas.	Campanha contínua (são apresentadas em veículos de comunicação no DF todos os anos desde 2017)
Alertas aos Adolescentes sobre Comportamentos de Risco	Informar os adolescentes sobre os perigos de atravessar ruas de forma imprudente, usar fones de ouvido ou celular ao caminhar ou pedalar.	Campanha contínua (são apresentadas em veículos de comunicação no DF todos os anos desde 2017)

Fonte: DETRAN DF (2021) - Quadro adaptado pelos autores (2024).

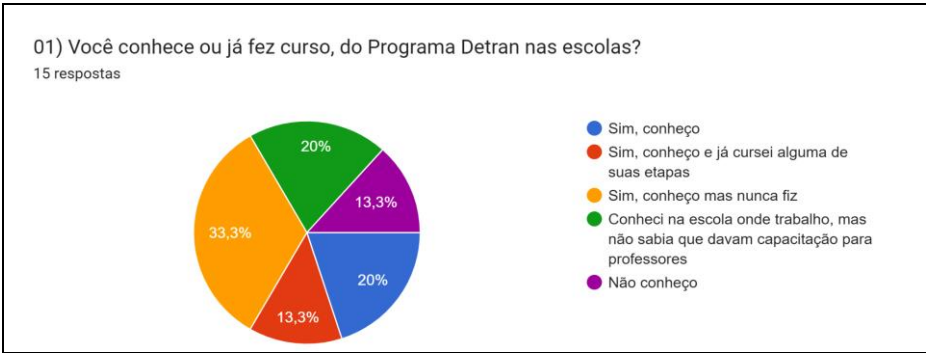
Discussão e Análise de Dados

A segurança no trajeto escolar continua sendo um desafio crítico no Distrito Federal e em todo o Brasil, apesar das iniciativas de educação para o trânsito. O Programa Detran nas Escolas constitui uma estratégia relevante para prevenção e conscientização, mas sua implementação apresenta lacunas significativas.

Dados recentes indicam que a escola investigada teve dois acidentes graves com vítimas fatais durante o trajeto escolar, o que reflete um problema global crescente: o alto índice de mortes e lesões entre jovens estudantes em vias urbanas. A OMS (2018) aponta que os acidentes de trânsito são uma das principais causas de morte entre crianças e adolescentes, com o trajeto escolar representando uma das situações de maior risco em nível global nos últimos anos (FIA2015).

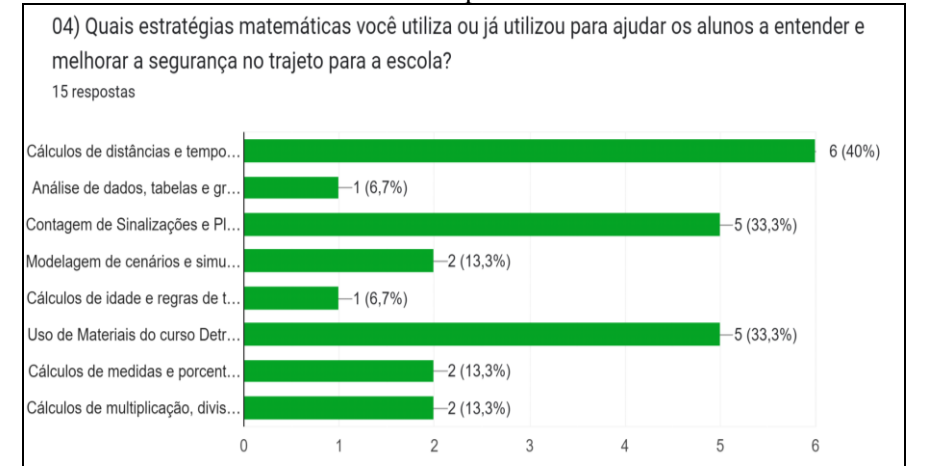
Os resultados apresentados nos gráficos referentes ao questionário aplicado transmitem essa sensação de falta de atenção para essa área. Dos 15 professores da escola investigada, 80% desconheciam o curso oferecido pelo Detran DF, correspondendo a 46,2% dos docentes da instituição e apenas 0,034% do total de professores do Distrito Federal (DETRAN DF, 2024). Quanto à integração da Matemática à Educação para o Trânsito, 70% dos professores nunca aplicaram essa abordagem em sala de aula, representando 42,3% da escola e 0,032% no DF (Questionário aplicado, 2024). Por outro lado, aproximadamente 90% dos responsáveis reconheceram que o ensino da Matemática contribui para orientar os filhos sobre segurança viária (Questionário aplicado, 2024).

Gráfico 1: Conhecimento do Programa Detran nas Escolas (professores)



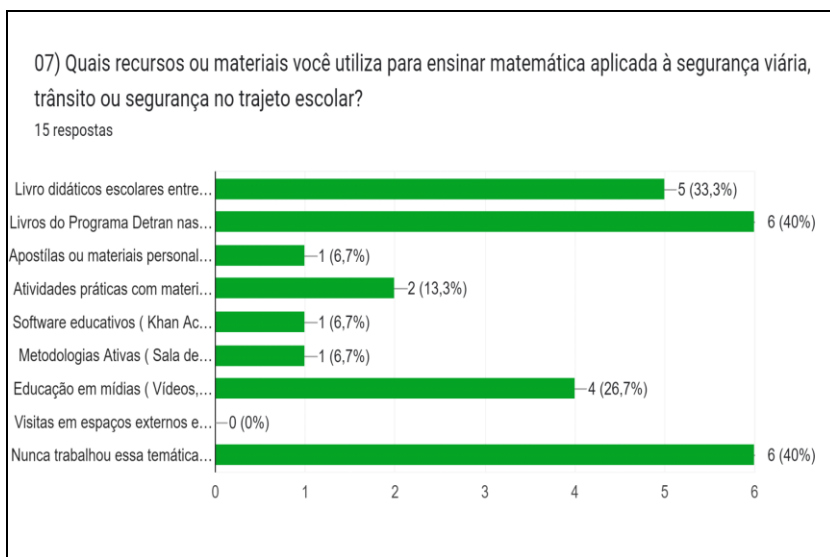
Fonte: Gráfico de resultados do questionário gerado pelo Google Forms - 2024.

Gráfico 2: Professores - Estratégias matemáticas p/segurança no trajeto escolar – questão 04



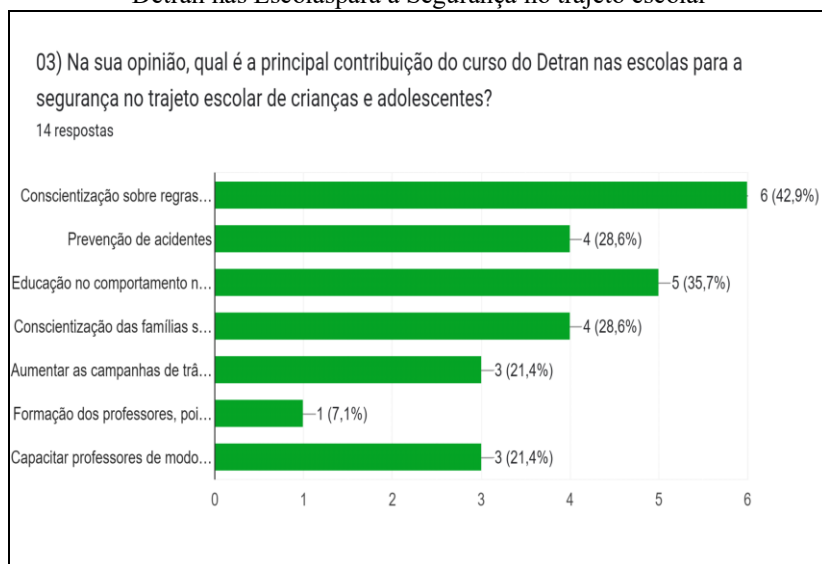
Fonte: Gráfico de resultados do questionário gerado pelo Google Forms (2024).

Gráfico 3: Professores - Recursos didáticos – questão 07



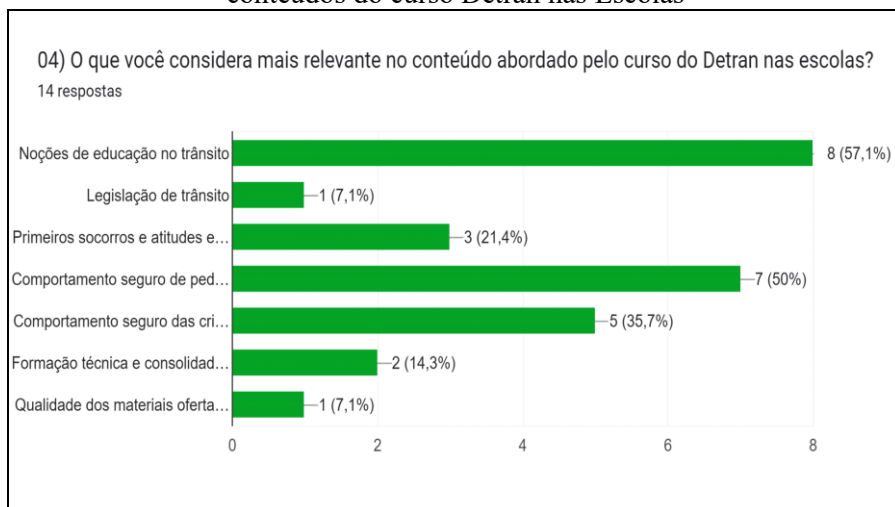
Fonte: Gráfico de resultados do questionário gerado pelo Google Forms (2024).

Gráfico 4: Gráfico e percentuais da pergunta N° 3: Qual a contribuição do curso Detran nas Escolas para a Segurança no trajeto escolar



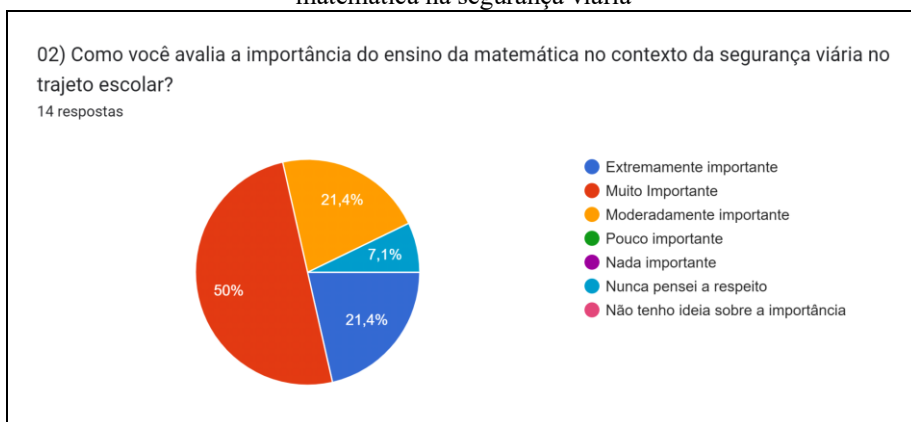
Fonte: Gráfico de resultados do questionário gerado pelo Google Forms (2024).

Figura 5: Gráfico e percentuais da pergunta Nº 4: Qual a Relevância dos conteúdos do curso Detran nas Escolas



Fonte: Gráfico de resultados do questionário gerado pelo Google Forms (2024)

Figura 6: Gráfico e percentuais da pergunta Nº 2: A importância do ensino da matemática na segurança viária



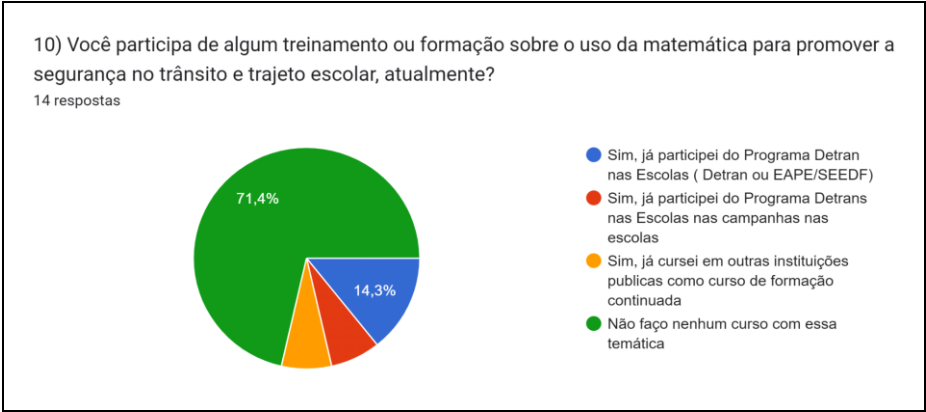
Fonte: Gráfico de resultados do questionário gerado pelo Google Forms (2024).

Embora o transporte escolar gratuito contribua para a redução de riscos, ainda ocorrem acidentes graves no trajeto até o ponto de ônibus, especialmente envolvendo crianças com necessidades especiais, que dependem integralmente desse serviço (DETRAN DF, 2012; FNDE, 2007). Um caso emblemático ocorreu em 10 de outubro de 2012, quando um estudante do 4º ano, de 10 anos, foi atropelado após desembarcar de um ônibus escolar, falecendo no local (G1,

2012; relato da escola, 2024). Esse episódio evidencia a vulnerabilidade das crianças no trajeto escolar e reforça a importância de políticas públicas e programas de transporte seguro, como o Programa Caminho da Escola, voltado à redução de acidentes em áreas rurais (FNDE, 2007).

A análise dos dados revelou lacunas estruturais no Programa Detran nas Escolas. A formação docente é insuficiente: 93,3% dos professores nunca receberam cursos de Educação para o Trânsito, e apenas 2 de 15 participantes realizaram o curso oferecido pelo programa (Questionário aplicado, 2024). Além disso, a visibilidade do programa nas redes sociais ainda é limitada, sem certificação no Instagram e com baixo engajamento em outras plataformas como YouTube e LinkedIn (DETRAN DF, 2024), enquanto campanhas educativas nacionais são escassas e, muitas vezes, defasadas (Observatório Nacional de Segurança Viária, 2023).

Figura 7: Gráfico e percentuais da pergunta Nº 10: Se fez Curso de Formação de Matemática e Trânsito



Fonte: Gráfico de resultados do questionário gerado pelo Google Forms (2024).

Quadro 4: Ranking de Órgãos Certificados e Não Certificados nas Redes Sociais com Foco em Educação para o Trânsito no Brasil

Órgão Público	Certificado	Seguidores
CBMDF (Corpo de Bombeiros Militar do DF)	Sim	109 mil
PCDF (Polícia Civil do DF)	Sim	148 mil
GOV DF (Governo do Distrito Federal)	Sim	246 mil
SSP DF (Secretaria de Segurança Pública do DF)	Sim	29.4 mil
PMDF (Polícia Militar do DF)	Sim	201 mil

EDUCA DF (Secretaria de Educação do DF)	Sim	98.7 mil
Secretaria de Saúde do DF	Sim	143 mil
Detran RJ (Departamento de Trânsito do Rio de Janeiro)	Sim	139 mil
Detran SP (Departamento de Trânsito de São Paulo)	Sim	58.8 mil
DER DF (Departamento de Estradas de Rodagem do DF)	Não	14.8 mil
Detran DF (Departamento de Trânsito do Distrito Federal)	Não	46.9 mil

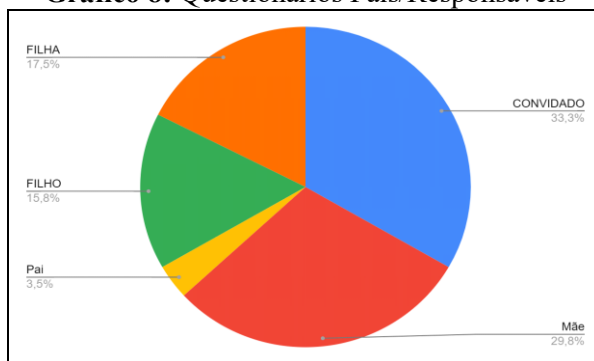
Fonte: Elaboração própria (2024), com base em dados coletados nos perfis oficiais dos órgãos públicos no Instagram, considerando o número de seguidores e a verificação das contas no período de coleta.

Observação: a coluna "Certificado" refere-se ao selo de verificação fornecido pelo Instagram para garantir a autenticidade da conta. A fim de evitar o risco de páginas falsas.

Referente a formação continuada dos docentes, o perfil dos docentes confirma a predominância feminina (12 mulheres e 3 homens), com formação majoritariamente em especialização lato sensu (73,3%), graduação (20%) e mestrado (6,7%) (Questionário aplicado, 2024). Apesar do alto número de pós-graduados lato sensu, a baixa presença de formação stricto sensu indica a necessidade de incentivo à continuidade acadêmica em áreas que integrem Educação Matemática e Educação para o Trânsito (Vygotsky, 2001; Piaget, 1970).

Quanto ao perfil dos responsáveis que participaram da pesquisa, dos 19 entrevistados, 17 eram mães e apenas dois pais, geralmente os principais condutores das crianças no trajeto escolar. Esse viés evidencia que grande parte da segurança depende de indivíduos pouco envolvidos com ações educativas e políticas de prevenção (Questionário aplicado, 2024).

Gráfico 8: Questionários Pais/Responsáveis



Fonte: Gráfico de resultados do questionário gerado pelo Google Forms (2024).

Os dados estatísticos complementam a análise: apesar da redução de mortes no trânsito no Brasil, de 45.000 em 2017 para 24.000 em 2023, o país ainda está distante da meta global da ONU de reduzir 50% das fatalidades até 2020 (OMS, 2019). No Distrito Federal, ocorrem aproximadamente 300 mortes anuais, com taxa de mortalidade ocupando a 8ª posição nacional por 100.000 habitantes (IPEA, 2023). Embora investimentos em infraestrutura e educação viária tenham avançado, a divulgação pública e o engajamento social permanecem limitados (Observatório Nacional de Segurança Viária, 2023).

Quadro 5: Comparativo dos anos 2022 e 2023 referentes a número de mortes acidentes com mortes versos acidentes com mortes no trânsito.

Ano	Número de Acidentes com Mortes	Variação (%) em relação ao ano anterior	Número de Mortes no Trânsito	Variação (%) em relação ao ano anterior
2022	266	-	288	-
2023	231	-13%	248	-14%

Fonte: Detran DF (2024) Quadro criado pela autora (2024).

Quadro 6: Relatório IPEA 2023 (Balanço da primeira década de ação pela segurança no trânsito no Brasil e perspectivas para a segunda década)

Posição	Estado	Número de Mortes /Ano (aprox.)	Taxa de Mortalidade	Fonte: (2021/2023)
1	SP	8.000+	Relativamente alta	Ipea, PRF
2	MG	5.000+	Alta	Ipea, PRF
3	BA	4.200+	Alta	Ipea, PRF
4	RJ	3.800+	Alta, principalmente motocicletas	Ipea, PRF
5	PE	2.900+	Alta	Ipea, PRF
6	DF	300+ (aproximadamente)	8º lugar por 100.000 habitantes	Ipea, PRF, dados 2021-2023

Fonte: Ipea, PRF, Ministério da Saúde (dados de 2021-2023).

Diante desses resultados, a pesquisa confirma que a integração da Matemática com o Programa Detran nas Escolas é uma estratégia eficiente para promover cidadania, prevenção e segurança viária, especialmente quando os

conceitos matemáticos — cálculos de tempo, medidas de percurso e análise de dados estatísticos — são aplicados para conscientização prática dos estudantes (Piaget, 2008; D'Ambrosio, 2019; Vygotsky, 2001).

Considerações Finais

Desde o início desta pesquisa, o objetivo foi compreender como a integração do ensino da Matemática com o Programa Detran nas Escolas poderia contribuir para a formação de uma nova consciência sobre segurança viária no trajeto escolar. A reflexão sobre este tema surge da realidade alarmante: apesar dos avanços em conscientização, os índices de acidentes fatais com crianças e adolescentes permanecem elevados (DETRAN DF, 2015).

A pesquisa evidenciou que, embora o Programa Detran nas Escolas seja uma iniciativa positiva, sua implementação enfrenta lacunas estruturais e sociais importantes:

- Formação docente limitada: poucos professores recebem formação continuada, comprometendo a aplicação pedagógica efetiva ao longo do ano;
- Baixa aplicação pedagógica: quase nenhum docente utiliza recursos matemáticos para relacionar a disciplina à segurança viária;
- Visibilidade restrita: o programa apresenta engajamento limitado nas redes sociais e campanhas educativas nacionais escassas;
- Engajamento parcial das famílias: a maioria dos responsáveis não está envolvida diretamente na condução das crianças, aumentando o risco no trajeto escolar.

O caso do estudante de 10 anos, que faleceu em 2012 durante o trajeto escolar (G1, 2012; relato da escola, 2024), evidencia de forma trágica a vulnerabilidade das crianças e a urgência de políticas preventivas, transporte seguro e educação contínua para o trânsito. Para gerar impacto real na redução de acidentes, recomenda-se:

- Formação continuada e abrangente de professores;
- Maior visibilidade e campanhas contínuas do Programa Detran nas Escolas;
- Abordagem interdisciplinar conectando conteúdos escolares à realidade cotidiana;
- Engajamento ativo de famílias e comunidade.

A transformação desejada vai além da sala de aula: ao educar para o

trânsito, educamos para a vida. Cada gesto de conscientização contribui para salvar vidas, e essa missão deve ser abraçada por todos os segmentos da sociedade — educadores, pais, alunos e profissionais da área (Freire, 1967; Vygotsky, 1989).

Referências

- Besson, L. (2015). **Save Kids Lives** - A film by Luc Besson [Vídeo]. YouTube. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=eo5SUFVobEw>. Acesso em: 23 jan. 2026.
- The Guardian. (2015, 7 outubro). **Save kids' lives**: world exclusive trailer of Luc Besson's road safety film [Vídeo]. Disponível em: <https://www.theguardian.com/world/video/2015/oct/07/save-kids-lives-world-exclusive-trailer-of-luc-bessons-road-safety-film-video>. Acesso em: 23 jan. 2026.
- Brasil. (1997). **Lei nº 9.503, de 23 de setembro de 1997**. Institui o Código de Trânsito Brasileiro. Diário Oficial da União.
- Brasil. (2001). Conselho Nacional de Educação. **Parecer CNE/CES nº 1.302, de 6 de novembro de 2001**: Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Diário Oficial da União.
- Brasil. (2003). Conselho Nacional de Educação. **CNE/CES nº 3, de 18 de fevereiro de 2003**: Diretrizes Curriculares Nacionais dos Cursos de Graduação em Matemática. Diário Oficial da União.
- Brasil. (2021). Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica**. Brasília: MEC.
- Brasil. (s.d.). Ministério da Educação. Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br>. Acesso em: 23 jan. 2026.
- Brasil. (s.d.). Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental.
- Carvalho, A. (2024). **Alice Carvalho** [Vídeo]. YouTube. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=N4HFZOJnoRg&t=58s>. Acesso em: 23 jan. 2026.
- Castro, M. M. F. D. S. (2021). **Intervenções educativas como ferramenta para prevenção de acidentes com pré-escolares**: revisão integrativa.
- D'Ambrosio, U. (s.d.). A Matemática e sua História: Uma Introdução. São Paulo: [s.n.].
- D'Ambrosio, U. (1999). A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. In M. A. V. Bicudo (Org.), **Pesquisa em educação matemática**: concepções & perspectivas (pp. 97–

- 115). São Paulo, SP: Editora UNESP.
https://cattai.mat.br/site/files/ensino/uneb/pfreire/docs/HistoriaDaMatematica/Ubiratan_DAmbrosio_doisTextos.pdf
- D'Ambrosio, U. (s.d.). **A Matemática e a Cultura: A Construção do Conhecimento Matemático**. São Paulo: [s.n.].
- DETRAN DF. (s.d.). **Programa Detran nas Escolas**. Disponível em:
<https://www.detran.df.gov.br/detran-nas-escolas>. Acesso em: 23 jan. 2026.
- Distrito Federal. (2023). Secretaria de Educação do Distrito Federal. PPP – **Projeto Político Pedagógico da Escola Classe Riacho Fundo II**. Brasília: SEEDF.
- G1. (2012, 10 outubro). **Criança morre atropelada por ônibus escolar no Riacho Fundo II, no DF**. Disponível em: <https://g1.globo.com/distrito-federal/noticia/2012/10/crianca-morre-atropelada-por-onibus-escolar-no-riacho-fundo-ii-no-df.html>. Acesso em: 23 jan. 2026.
- G1. (2022, 17 julho). **A pandemia poderá retirar 9,7 milhões de crianças da escola até o final do ano, estima a OMS**. Disponível em:
<https://g1.globo.com/ciencia-e-saude/noticia/2022/07/17/ano-pandemia-retira-97-mi-criancas.ghhtml>. Acesso em: 23 jan. 2026.
- INEP. (2023). MEC e INEP divulgam **resultados do Censo Escolar**. Disponível em:
<https://www.gov.br/inep/pt-br>. Acesso em: 23 jan. 2026.
- INEP. (s.d.). **Censo Escolar: Resultados**. Disponível em:
<https://www.inep.gov.br/areas-de-atuacao/pesquisa-educacional/censo-escolar>. Acesso em: 23 jan. 2026.
- IPEA. (2024). **O investimento em infraestrutura de transportes no DF é de R\$ 138,6 milhões em 2024, aumento de 164% em relação a 2022**. Disponível em: <https://www.gov.br/ipea/pt-br>. Acesso em: 23 jan. 2026.
- ONU Brasil. (s.d.). **Unesco alerta que 244 milhões de crianças não começarão o ano letivo - Perspectiva Global**. Disponível em: <https://news.un.org/pt>. Acesso em: 23 jan. 2026.
- Piaget, J. (2008). **A psicologia da criança** (8. ed.). Rio de Janeiro, RJ: Bertrand Brasil.
- Senado Federal. (s.d.). **Trânsito brasileiro: 45 mil mortes e R\$ 50 bilhões de prejuízo econômico**. Disponível em: <https://www12.senado.leg.br/noticias>. Acesso em: 23 jan. 2026.
- Site Criança Segura.org. (s.d.). **Como prevenir acidentes de trânsito**. Disponível em: <https://crianca.org.br/aprenda-a-prevenir/como-prevenir-acidentes-de-transito/>. Acesso em: 23 jan. 2026.
- The Guardian. (2015, 7 outubro). **Save kids' lives: world exclusive trailer of Luc Besson's road safety film** [Vídeo]. Disponível em:
<https://www.theguardian.com/world/video/2015/oct/07/save-kids-lives->

world-exclusive-trailer-of-luc-bessons-road-safety-film-video. Acesso em: 23 jan. 2026.

Vygotsky, L. S. (2001). **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo, SP: Martins Fontes.

11- Entre movimentos e números: o jogo de damas e a Matemática Probabilidade no Ensino Médio

João Batista Borges Junior²²

Nilton Moura Barroso Neto²³

Andréia Borges Avelar da Silva²⁴

Introdução

O foco do presente trabalho foi investigar como o jogo de damas pode ser integrado ao ensino da Matemática, utilizando o tabuleiro e as regras do jogo como recurso pedagógico para fomentar o ensino e aprendizagem da disciplina. A escolha desse tema decorre da necessidade de buscar metodologias inovadoras que despertem o interesse dos estudantes e promovam maior engajamento nas aulas, especialmente diante das dificuldades diagnosticadas em habilidades matemáticas básicas.

A pesquisa e a prática foram realizadas com alunos da 1ª e 2ª séries do Ensino Médio da Escola Estadual Professora Maria Helena Scannavino, localizada em Barretos, São Paulo. A partir de uma avaliação diagnóstica aplicada no início do ano letivo, constatou-se significativa defasagem no desempenho dos estudantes em conteúdos essenciais da Matemática. Diante desse cenário, o jogo de damas foi selecionado como ferramenta didática, considerando sua ampla aceitação entre os alunos, que já participavam de torneios e campeonatos internos, além da disponibilidade dos tabuleiros no ambiente escolar.

A justificativa para a utilização do jogo de damas como recurso pedagógico fundamenta-se em sua capacidade de estimular o raciocínio lógico, a tomada de decisão e a resolução de problemas, competências diretamente

²²Pós-Graduado Lato Sensu em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília. joaotatistabarretos@gmail.com

²³Doutor em Matemática pela Universidade de Brasília. Professor do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília. niltonmoura@unb.br

²⁴Doutora em Matemática pela Universidade de Brasília, Professora da Faculdade de Planaltina da Universidade de Brasília. andreiaavelar@unb.br

relacionadas ao aprendizado matemático. Ao relacionar a Matemática com uma prática lúdica presente no cotidiano escolar, buscou-se favorecer a construção de significados e ampliar a motivação dos estudantes.

O objetivo principal deste estudo foi possibilitar que os alunos observassem e compreendessem a Matemática presente nas estratégias do jogo, estabelecendo associações que lhes fornecessem ferramentas para resolver problemas matemáticos previstos no currículo da disciplina. Para a coleta de dados, foram considerados o desempenho em sala de aula, a participação nas atividades propostas e os resultados obtidos nas avaliações aplicadas.

Os resultados e a prática evidenciaram maior interesse dos estudantes nas aulas regulares de matemática, uma vez que puderam relacionar os conteúdos trabalhados com situações práticas de sua vida diária. Dessa forma, este trabalho contribui para a reflexão sobre metodologias alternativas no ensino da Matemática e aponta o potencial dos jogos de estratégia como instrumentos pedagógicos eficazes, uma vez que, com a prática e associação visual do conteúdo trabalhado com exemplos práticos e lúdicos, o interesse do aluno aumenta seu aprendizado.

Metodologia

A pesquisa caracteriza-se como qualitativa, pois busca compreender os significados atribuídos pelos estudantes ao processo de aprendizagem da Matemática mediado pelo jogo de damas. Essa abordagem permite analisar não apenas os resultados objetivos, mas também aspectos subjetivos como motivação, engajamento e estratégias cognitivas.

O estudo foi desenvolvido na Escola Estadual Professora Maria Helena Scannavino, pertencente ao Programa Ensino Integral (PEI), localizada em Barretos/SP. A instituição desempenhou papel decisivo para a execução do projeto, oferecendo apoio institucional e incentivando a participação dos estudantes.

Os sujeitos da pesquisa foram alunos do ensino médio, selecionados de forma intencional, considerando a disponibilidade e o interesse em participar das atividades propostas. A participação foi voluntária e acompanhada pela equipe pedagógica da escola.

Foram utilizados os seguintes instrumentos:

- Avaliação diagnóstica inicial para identificar defasagens em habilidades matemáticas.
- Observação participante durante as aulas e atividades com o jogo de damas.

- Registros de desempenho escolar, considerando participação, resolução de atividades e resultados em avaliações.
 - Relatos informais dos estudantes sobre suas percepções e experiências.
- O percurso metodológico seguiu etapas organizadas:
- Aplicação da avaliação diagnóstica.
 - Planejamento das atividades integrando conteúdos matemáticos ao jogo de damas.
 - Desenvolvimento das aulas com uso do tabuleiro e recursos digitais (Material EFAPE).
 - Observação e registro das interações e desempenhos dos alunos.
 - Análise dos resultados obtidos nas avaliações e atividades.

A metodologia adotada fundamenta-se em autores que defendem o papel dos jogos e da gamificação na educação:

- *Huizinga (1971)*: o jogo como atividade voluntária, regida por regras, que promove tensão e alegria.
- *Resnick (2020)*: a aprendizagem criativa como ambiente fértil para curiosidade, inventividade e criticidade.
- *Esquivel (2017)* e *Prazeres (2019)*: a gamificação como estratégia para engajamento, motivação e protagonismo discente.

Os dados foram analisados de forma descritiva e interpretativa, buscando identificar padrões de comportamento, estratégias de resolução de problemas e indícios de aprendizagem significativa. A análise contemplou tanto aspectos quantitativos (resultados das avaliações) quanto qualitativos (observações e relatos).

A pesquisa respeitou os princípios éticos da investigação científica, garantindo anonimato dos participantes e utilização dos dados exclusivamente para fins acadêmicos.

Aplicação Prática: Progressão Geométrica com o Tabuleiro de Damas

A progressão geométrica (PG) é um dos conteúdos fundamentais da Matemática no ensino médio. Entretanto, muitos estudantes apresentam dificuldades em compreender sua lógica e aplicação. A utilização do jogo de damas como recurso pedagógico surge como estratégia inovadora, pois permite que os alunos visualizem sequências numéricas diretamente no tabuleiro, tornando o aprendizado mais concreto e significativo.

Figura 1: Representação de uma PG no tabuleiro de damas.

	a	b	c	d	e	f	g	
8	3	6	12	24				8
7								7
6								6
5								5
4								4
3								3
2								2
	a	b	c	d	e	f	h	

Fonte: Do arquivo dos autores (2024).

A técnica Virem e Converse (Doug Lemov, 2018) foi aplicada para estimular a interação entre pares, aumentando a participação e promovendo discussões curtas e objetivas sobre o conteúdo. Essa metodologia favorece a aprendizagem colaborativa e o protagonismo discente.

Os estudantes receberam tabuleiros de damas e foram convidados a analisar uma sequência numérica proposta. A tarefa consistia em verificar se a sequência correspondia a uma PG.

- Os números foram dispostos nas casas do tabuleiro, representando os termos da sequência.
- Os alunos observaram que, ao multiplicar por 2, obtinha-se uma sequência crescente.
- Concluíram que se tratava de uma progressão geométrica, pois o quociente entre um termo e seu antecessor resultava sempre em um mesmo valor, denominado **razão (q)**.

Observando a Figura 1:

- Na casa (a,8) temos o primeiro termo $a_1 = 3$.
- Na casa (b,8) temos o segundo termo $a_2 = 6$.
- Na casa (c,8) temos o terceiro termo $a_3 = 12$.
- Na casa (d,8) temos o quarto termo $a_4 = 24$.

Com a técnica Foco no Conteúdo, os alunos aprenderam a determinar qualquer termo de uma PG utilizando a expressão do termo geral:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1},$$

onde:

- a_n é o termo geral da PG.
- a_1 representa o primeiro termo.
- q é a razão.
- n indica a posição do termo na sequência.

O tabuleiro foi utilizado como recurso visual para reforçar a compreensão da fórmula e facilitar a associação entre os conceitos matemáticos e o jogo.

Quadro 1: Exemplos práticos no tabuleiro – parte 1

Casa do Tabuleiro	Valor Numérico	Observação
1ª casa	2	Primeiro termo
2ª casa	4	$2 \cdot 2$
3ª casa	8	$4 \cdot 2$
4ª casa	16	$8 \cdot 2$

Fonte: Do arquivo dos autores (2024).

Observando a Tabela 1, temos um exemplo de sequência crescente. Supondo que o primeiro termo seja $a_1 = 2$ e a razão $q = 2$, a sequência será: 2, 4, 8, 16, 32, etc.

De outra forma, na Tabela 2, temos um exemplo de sequência decrescente. Considerando $a_1 = 81$ e $q = \frac{1}{3}$, a sequência será: 81, 27, 9, 3, 1, ..., etc.

Quadro 2: Exemplos Práticos no tabuleiro – parte 2

Casa do Tabuleiro	Valor Numérico	Observação
1ª casa	81	Primeiro termo
2ª casa	27	$81 \cdot \frac{1}{3}$
3ª casa	9	$27 \cdot \frac{1}{3}$
4ª casa	3	$9 \cdot \frac{1}{3}$

Fonte: Do arquivo dos autores (2024).

Durante a realização da atividade, observou-se alguns aspectos esperados relativos ao comportamento dos estudantes, em especial:

- Engajamento: os alunos se sentiram motivados pela utilização do jogo.
- Compreensão conceitual: maior clareza sobre a definição de PG e aplicação da fórmula do termo geral.
- Raciocínio lógico: desenvolvimento de estratégias ao relacionar jogadas com sequências matemáticas.
- Aprendizagem significativa: associação entre conceitos abstratos e situações práticas do cotidiano escolar.

O uso do tabuleiro de damas para o ensino de progressão geométrica demonstrou ser uma estratégia eficaz, capaz de transformar aulas tradicionais em experiências dinâmicas e significativas. Além de facilitar a compreensão dos conceitos matemáticos, promoveu maior participação dos estudantes e contribuiu para o desenvolvimento de habilidades cognitivas e socio-emocionais.

Ensinando plano cartesiano com o tabuleiro de damas

O ensino do plano cartesiano é uma habilidade prevista na BNCC, especificamente na competência EM13MAT501, que propõe investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente tais relações (Brasil, 2017, p.110).

Apesar de sua relevância, muitos estudantes apresentam dificuldades para compreender conceitos básicos como coordenadas, pares ordenados e a distinção entre os eixos x e y . Nesse contexto, o jogo de damas surge como recurso pedagógico inovador, pois o tabuleiro já possui uma estrutura que pode ser associada diretamente ao plano cartesiano.

Os estudantes foram convidados a observar o tabuleiro de damas e relacionar:

- As letras na parte inferior com o eixo horizontal (x , eixo das abscissas).
- Os números na lateral esquerda com o eixo vertical (y , eixo das ordenadas).

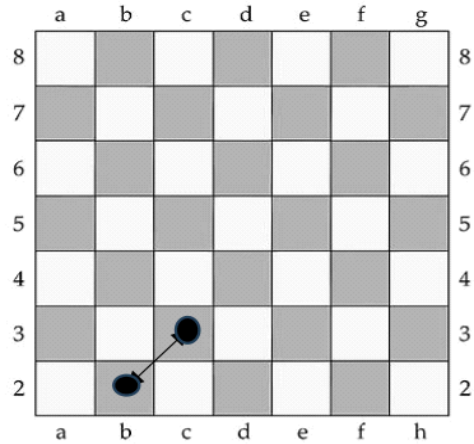
Assim, cada casa do tabuleiro pôde ser identificada por um **par ordenado** (x, y). Por exemplo:

- A casa na *linha 2 coluna b* corresponde ao ponto $(b, 2)$.
- A casa na *linha 3 coluna c* corresponde ao ponto $(c, 3)$.

Durante o jogo, os alunos anotaram suas jogadas em planilhas, estabelecendo relações entre as posições das peças e os pontos no plano

cartesiano. Esse procedimento permitiu compreender que cada jogada depende de dois elementos (letra e número), reforçando o conceito de par ordenado.

Figura 2: Representação do movimento do Exemplo 1



Fonte: Do arquivo dos autores (2024).

Exemplo 1: jogada simples. Uma peça branca move-se de b2 para c3. A visualização deste movimento está representada na Figura 2.

- No plano cartesiano: $(x,y) = (b,2) \rightarrow (c,3)$.
- Observação: o movimento corresponde a uma translação no plano, deslocando a peça uma unidade para a direita e uma unidade para cima.

Exemplo 2: Sequência de jogadas. A tabela 3 mostra um exemplo de uma sequência possível de jogadas, onde observa-se uma correlação entre jogadas no jogo de damas e movimentos no plano cartesiano.

Quadro 3: Sequência de jogadas e movimentos no plano.

Jogada	Casa inicial	Casa final	Representação no plano
1ª	b2	c3	$(b,2) \rightarrow (c,3)$
2ª	b6	c5	$(b,6) \rightarrow (c,5)$
3ª	d6	e5	$(d,6) \rightarrow (e,5)$

Fonte: Do arquivo dos autores (2024).

Na primeira linha da tabela 3, observa-se o movimento de $(b,2)$ para $(c,3)$. De maneira mais clara, o x está representado nos rótulos das colunas do tabuleiro, e o y está representado nos rótulos das linhas.

Esse registro permite que os alunos visualizem o jogo como uma sequência de pontos e movimentos no plano cartesiano.

Como resultados, pode-se observar a compreensão de pares ordenados, os alunos perceberam que a ordem dos símbolos é relevante, distinguindo (x, y) de (y, x) . O relacionamento com funções, ao observar que cada jogada depende da anterior, os estudantes foram introduzidos ao conceito de função, ainda que de forma inicial.

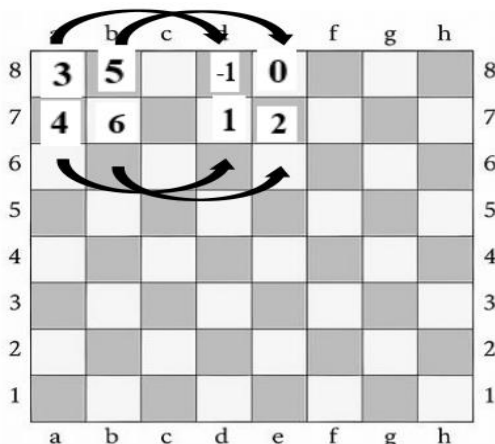
Com essa contextualização, observou-se a correção de defasagens, muitos erros em avaliações anteriores estavam relacionados à dificuldade em identificar coordenadas. O uso do tabuleiro permitiu sanar essa lacuna.

O ensino do plano cartesiano por meio do jogo de damas mostrou-se eficaz para superar dificuldades recorrentes dos estudantes. A associação entre casas do tabuleiro e pontos no plano cartesiano possibilitou uma compreensão mais clara das coordenadas, pares ordenados e até mesmo da ideia de função. Essa prática reforça o potencial dos jogos como ferramentas pedagógicas, capazes de transformar conteúdos abstratos em experiências concretas e significativas.

Ensinando matrizes com o tabuleiro de damas

O ensino de matrizes é parte essencial do currículo de Matemática no ensino médio. Entretanto, comumente os alunos apresentam dificuldades em compreender sua estrutura e aplicações. O tabuleiro de Damas, por sua organização em linhas e colunas, constitui um recurso didático útil para introduzir o conceito de matriz de forma concreta e visual.

Figura 3: Soma de matrizes no tabuleiro de damas.



Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Para a atividade envolvendo matrizes, os estudantes receberam tabuleiros de damas e foram orientados a observar sua estrutura:

- **Linhas horizontais** correspondem às **linhas da matriz**.
- **Colunas verticais** correspondem às **colunas da matriz**.
- Cada casa pode ser representada por um elemento, onde i indica a linha e j a coluna.

Assim, o tabuleiro de 8x8 pode ser representado como uma matriz $A_{8 \times 8}$. Um dos exemplos desenvolvidos foi o de representar no tabuleiro a seguinte soma de matrizes, como representado na figura 3.

Soma de matrizes

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$$

Nesta atividade, por uma disposição visual concreta proporcionada pelo tabuleiro de damas, o aluno é levado a realizar uma associação assertiva entre os elementos na soma de matrizes, somando corretamente os elementos em posições correspondentes da primeira matriz e da segunda matriz, conforme indicam as setas na figura 3.

Ensinando translação no tabuleiro de damas

A translação é uma transformação no plano que desloca todos os pontos de uma figura **na mesma direção, sentido e distância**, sem alterar sua forma, tamanho ou orientação. Desta forma, têm-se figuras simétricas, obtidas uma da outra por uma translação.

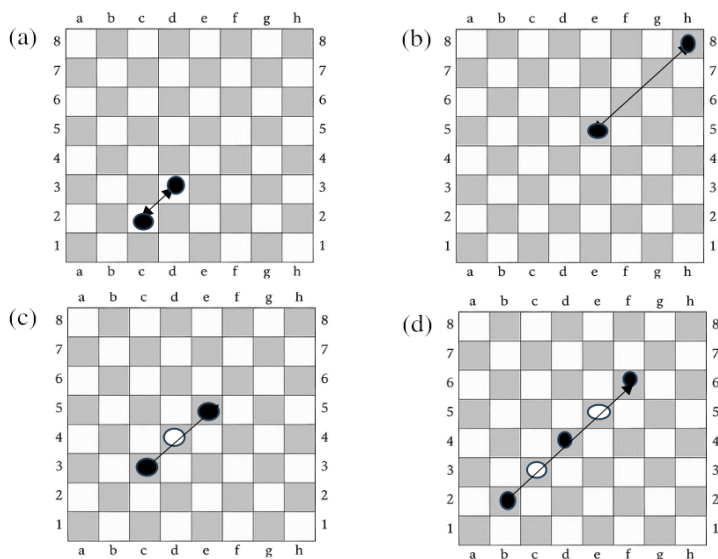
No contexto do jogo de damas, a translação é o movimento natural das peças. Embora o termo “translação” possa parecer técnico, a sua aplicação no jogo de damas é bastante intuitiva. Para entender como a translação se dá no jogo de damas, consideramos algumas características interessantes:

- **Direção:** As peças de damas se movem exclusivamente nas diagonais do tabuleiro. Essa restrição na direção de movimento é a característica principal da translação nas damas.
- **Distância:** Normalmente, as peças se movem uma casa por vez ao longo da diagonal. Essa limitação na distância percorrida em um único movimento também é um aspecto da translação no jogo.

- **Peças simples:** Movem-se apenas para frente (em direção à linha oposta) nas diagonais;
- **Damas:** Têm mais liberdade de movimento, podendo se mover para frente ou para trás, quantas casas quiserem, ao longo das diagonais.

A translação também está intrinsecamente ligada ao mecanismo de captura das Damas. Para capturar uma peça adversária, você “pula” sobre ela, movendo sua peça para a casa livre imediatamente após a peça capturada. Essa captura, na verdade, é uma combinação de movimentos de translação: você move sua peça para uma casa diagonalmente adjacente e, em seguida, para a casa livre, além da peça capturada.

Figura 4: Exemplos de movimentação das peças no jogo de damas.



Fonte: Do arquivo dos autores (2024).

Alguns exemplos foram trabalhados em sala, a fim de relacionar jogadas de damas e a translação. Na Figura 1 (a) observa-se o movimento simples de peça comum, em (b) o movimento da dama, em (c) exemplificou-se uma movimentação de captura de peças no jogo, em (d) observa-se a movimentação de captura de várias peças no jogo de damas. Em todos estes exemplos, fica evidente o movimento de translação, conforme explicação a seguir:

- Movimento simples de peça comum: Uma peça localizada na casa C3 desloca-se para a casa D4. Esse movimento corresponde a uma

translação de uma unidade na diagonal, sempre em direção à linha oposta do tabuleiro.

- Uma dama posicionada em E5 pode deslocar-se para H8. Nesse caso, observa-se uma translação múltipla, pois a peça percorre três casas na diagonal, demonstrando a liberdade de movimento característica da dama.
- Uma peça em C3 move-se para E5, saltando sobre uma peça adversária em D4. Esse deslocamento é uma translação composta: primeiro, a peça se desloca para a casa imediatamente adjacente (D4), e em seguida para a casa livre após a peça capturada (E5).
- Uma peça em B2 captura uma adversária em C3, deslocando-se para D4; em seguida, realiza nova captura sobre uma peça em E5, deslocando-se para F6. Esse exemplo mostra uma sequência de translações sucessivas, que se combinam em um único movimento estratégico.

Esses exemplos permitem que o estudante compreenda a translação como um deslocamento sistemático em direção e distância definidas, reforçando a relação entre Matemática e prática lúdica. O jogo de damas, portanto, torna-se um recurso pedagógico que favorece a visualização concreta de conceitos geométricos.

Observou-se que o jogo de damas oferece uma abordagem lúdica e eficaz para o ensino da translação. Ao explorar os movimentos das peças, os estudantes desenvolveram a compreensão de deslocamentos geométricos, relacionando teoria e prática de forma significativa.

Considerações finais

O presente capítulo evidenciou o potencial pedagógico do jogo de damas como recurso para o ensino da Matemática, demonstrando que conteúdos tradicionalmente abstratos podem ser tratados de maneira mais concreta por meio de práticas lúdicas e interativas. A utilização do tabuleiro permitiu aos estudantes compreender conceitos como progressão geométrica, plano cartesiano, matrizes e translação, favorecendo a construção de significados e o desenvolvimento de competências cognitivas essenciais.

Portanto, conclui-se que a integração entre Matemática, atividades lúdicas e materiais concretos constitui uma metodologia inovadora e promissora para o ensino, capaz de transformar desafios em oportunidades de aprendizagem. O jogo de damas, ao mesmo tempo simples e complexo, revela-

se como um instrumento pedagógico poderoso, que pode inspirar novas práticas e pesquisas na área da Educação Matemática.

Referências

- Esquivel, M. (2017). **Gamificação na educação: Estratégias para engajamento e motivação**. Editora Acadêmica.
- Huizinga, J. (1971). **Homo ludens: O jogo como elemento da cultura**. Perspectiva.
- Prazeres, A. (2019). **Gamificação e protagonismo discente: Práticas inovadoras em sala de aula**. EDUPE.
- Resnick, M. (2020). **Jardim de infância para a vida toda: Por que brincar e criar são essenciais para o aprendizado**. Penso.
- Schaeffer, J. (2009). **One jump ahead: Computer perfection at checkers**. Springer.
- Schaeffer, J. (s. d.). **Chinook – Artificial intelligence publications**. University of Alberta.
https://webdocs.cs.ualberta.ca/~jonathan/publications/ai_publications/
- Schaeffer, J. (s. d.). **Chinook (draughts player)**. In *Wikipedia*.
https://en.wikipedia.org/wiki/Jonathan_Schaeffer
- Wikipedia. (s. d.). **Solved game**.
https://en.wikipedia.org/wiki/Solved_game
- Wolfram MathWorld. (s. d.). **Checkers**.
<https://mathworld.wolfram.com/Checkers.html>

12- Contemporaneidade, educação e rendimentos: uma leitura econômica com foco em heterogeneidade e transições

*João Victor Monteiro de Andrade*²⁵

*Mauro Luiz Rabelo*²⁶

Introdução

A relação entre educação e rendimentos é, na tradição econômica, frequentemente descrita como um encadeamento coerente: ao acumular escolaridade, o indivíduo tende a elevar sua produtividade e, por consequência, suas chances de obter salários mais altos (Becker, 1964; Mincer, 1974). No entanto, no contexto contemporâneo — marcado pela aceleração tecnológica, pela reconfiguração institucional e por mudanças sociais recorrentes — a conversão direta entre escolaridade e renda torna-se menos automática e mais dependente de trajetórias ocupacionais, setores, territórios e formas de inserção no trabalho (Acemoglu & Restrepo, 2018; Brynjolfsson & McAfee, 2014).

Este artigo discute por que a educação permanece central, mas deve ser entendida como investimento sujeito a risco, incerteza e heterogeneidade de retornos (Becker, 1964; Spence, 1973). Argumenta-se que indivíduos com escolaridade semelhante podem experimentar resultados econômicos distintos em razão de diferenças de qualidade formativa, contexto familiar, redes de oportunidade, estrutura produtiva regional e dinâmica do mercado de trabalho (Carneiro, Heckman, & Vytlačil, 2011; Heckman, Lochner, & Todd, 2006).

Para organizar essa complexidade, introduz-se uma lente analítica baseada em modelos com agentes heterogêneos — em especial a família de modelos HANK (Heterogeneous Agents New Keynesian) — que conecta decisões individuais (trabalho, consumo, poupança e qualificação) a forças macroeconômicas (preços, salários, política econômica e difusão tecnológica) (Kaplan, Moll, & Violante, 2018; Banco Central do Brasil, 2025). Por fim, o texto explicita implicações pedagógicas para o Ensino Médio e o Superior,

²⁵Doutorando em Computação. UnB, Departamento de Ciência a computação. jotadrade98@gmail.com

²⁶Doutor em Matemática. UnB, Departamento de Matemática. rabelo@unb.br.

sugerindo como o tema pode ser trabalhado em práticas que envolvam leitura de dados, pensamento estatístico e argumentação econômica.

O contexto contemporâneo e a reorganização do valor do trabalho

Tecnologia como força de reorganização econômica

A contemporaneidade é marcada por um traço decisivo: a tecnologia deixou de ser apenas ferramenta auxiliar para se tornar infraestrutura organizadora do trabalho. Processos digitais reordenam competências, reduzem barreiras de entrada em algumas atividades e elevam exigências em outras, acelerando a obsolescência de conhecimentos e tornando o aprendizado contínuo um ativo tão relevante quanto a formação inicial (Acemoglu & Restrepo, 2018; Brynjolfsson & McAfee, 2014).

Essa reorganização produz efeitos ambíguos: abre espaço para mobilidade ocupacional e novas formas de empreendimento, mas também amplia ocupações instáveis, mediadas por plataformas, nas quais rendimentos dependem de métricas de curto prazo e disponibilidade constante. Assim, mais do que o nível de escolaridade, ganha peso a capacidade de atravessar transições e converter competências em valor econômico em ambientes mutáveis (Kaplan *et al.*, 2018).

Mudanças sociais e novas formas de inserção produtiva

Transformações sociais recentes, como a expansão do trabalho remoto, a intensificação da economia de serviços e o crescimento de vínculos menos padronizados aumentaram a diversidade de trajetórias profissionais (Dingel & Neiman, 2020; World Bank, 2019). Nesse cenário, rendimentos tornam-se mais dependentes de combinações específicas de habilidades, redes de acesso a oportunidades e domínio de ferramentas digitais, além de competências de comunicação e coordenação (Autor, Levy, & Murnane, 2003; Autor & Dorn, 2013).

Consequentemente, o retorno econômico da educação passa a depender cada vez mais de *como* ela é vivenciada: se desenvolve autonomia intelectual, competências aplicáveis, adaptabilidade e condições para lidar com incerteza. A escolaridade permanece base importante, mas a qualidade do aprendizado e o ajuste entre formação e dinâmica do mercado tornam-se decisivos para explicar o rendimento observado (Goldin & Katz, 2008; OECD, 2019).

Educação como investimento econômico: promessas, limites e riscos

Capital humano, sinalização e conversão em renda

Sob a lente do capital humano, a educação é frequentemente interpretada como investimento em capital humano: o indivíduo acumula conhecimentos e competências que aumentam sua produtividade potencial (Becker, 1964; Mincer, 1974; Heckman *et al.*, 2006). Em mercados competitivos, maior produtividade tende a ser recompensada com remuneração superior (Card, 1999). Em paralelo, diplomas e certificações também atuam como mecanismo de sinalização, reduzindo incertezas para empregadores e funcionando como credenciais socialmente reconhecidas (Spence, 1973).

No entanto, a conversão entre escolaridade e renda é mediada por fatores institucionais e organizacionais: o mercado não remunera apenas o que se sabe, mas também o que se consegue demonstrar, aplicar, comunicar ou sustentar em contextos específicos. Mudanças tecnológicas podem valorizar determinadas competências e depreciar outras, tornando o retorno educacional condicional ao contexto (Acemoglu & Restrepo, 2018; Autor *et al.*, 2003; Goldin & Katz, 2008).

Custos explícitos, implícitos e custo de oportunidade

A educação também precisa ser compreendida pelo lado do custo. Investir em escolaridade envolve custos diretos (materiais, deslocamento, mensalidades), custos indiretos (cansaço, adiamento de projetos, pressão psicológica) e, sobretudo, custo de oportunidade: o rendimento que poderia ser obtido caso o tempo fosse alocado integralmente ao trabalho. Em termos econômicos, trata-se de um *trade-off* intertemporal (Becker, 1964; Heckman *et al.*, 2006).

Essa estrutura de custos reforça que a escolaridade é um investimento com horizonte temporal longo e retorno incerto. Seu valor econômico depende do equilíbrio entre sacrifícios no presente e ganhos esperados no futuro. Em ambientes de mudança rápida, o equilíbrio entre sacrifícios no presente e ganhos esperados no futuro pode fragilizar-se, exigindo atualização constante e estratégias de inserção profissional (Acemoglu & Restrepo, 2018; Goldin & Katz, 2008; Psacharopoulos & Patrinos, 2018).

Retornos não homogêneos e a centralidade da heterogeneidade

Mesmo quando a relação média entre educação e rendimentos é positiva, a experiência individual pode variar intensamente. Pessoas com a mesma escolaridade podem ter rendimentos distintos em razão da qualidade da formação, do setor de atuação, da região, do tipo de ocupação e do acesso a redes de informação e oportunidades (Carneiro *et al.*, 2011; Heckman *et al.*, 2006).

A heterogeneidade não é exceção, mas parte do fenômeno. Em um cenário contemporâneo, marcado por transformações frequentes, a educação opera menos como um “elevador social” uniforme e mais como um conjunto de possibilidades distribuídas de forma desigual, o que exige métodos capazes de capturar diversidade, transições e trajetórias (Kaplan *et al.*, 2018).

Diálogo com a evidência empírica: síntese do estudo com dados da PNAD

O trabalho que fundamenta esta proposta analisou microdados trimestrais da PNAD Contínua (2015–2023) e encontrou padrão consistente: rendimentos médios e medianos aumentam com níveis educacionais mais elevados, mas os grupos de Mestrado e Doutorado — embora com maiores valores nominais — apresentaram maior sensibilidade a oscilações macroeconômicas e perda real ao longo do período quando ajustados por inflação. Além disso, observou-se forte concentração de indivíduos em níveis intermediários (Ensino Médio e Graduação) e baixa representação nos níveis de pós-graduação, sugerindo barreiras de acesso e permanência (Andrade, 2024).

Essa evidência empírica reforça o argumento central deste texto: a relação entre escolaridade e rendimento é positiva em média, mas marcada por heterogeneidade e dependência de contexto, o que recomenda leituras que considerem a distribuição, as trajetórias e as transições ocupacionais, e não apenas médias agregadas.

Métodos econômicos para compreender educação e rendimentos no tempo

Uma agenda metodológica orientada por transições

Ao estudar a relação entre escolaridade e rendimentos, abordagens estritamente estáticas são insuficientes. A pergunta relevante não é apenas “quem ganha mais”, mas como as trajetórias evoluem: transições da escola ao trabalho, mobilidade ocupacional, entradas e saídas do emprego formal, períodos de informalidade e retornos à educação (Lancaster, 1990; Wooldridge, 2010).

Métodos que capturam essas dinâmicas incluem análises de séries temporais, estudos de coortes, modelos de transição e duração no mercado de trabalho, comparações entre grupos e técnicas voltadas à distribuição de rendimentos, o que ajuda a evitar interpretações simplificadoras em um mundo de alta variabilidade (Angrist & Pischke, 2009; Deaton, 1985; Wooldridge, 2010).

Distribuições importam: além do “indivíduo médio”

Considerar apenas médias pode ocultar desigualdades relevantes. Distribuições de renda podem alongar-se, assimetrias podem intensificar-se e o “caso típico” pode divergir do “caso médio”. Por isso, técnicas que estimam efeitos ao longo da distribuição — como regressões quantílicas e decomposições distributivas — ajudam a identificar impactos diferenciados por quantis de renda (DiNardo, Fortin, & Lemieux, 1996; Firpo, Fortin, & Lemieux, 2009; Juhn, Murphy, & Pierce, 1993; Koenker & Bassett, 1978).

Essa perspectiva dialoga diretamente com a ideia de heterogeneidade: a educação pode melhorar rendimentos, mas de modos distintos conforme contexto, ocupação e trajetória, exigindo métodos que sejam capazes de enxergar essas diferenças (Kaplan *et al.*, 2018; Heckman *et al.*, 2006; Carneiro *et al.*, 2011).

Heterogeneidade e transições na vida econômica: educação como proteção e como risco

Escolaridade como amortecedor de instabilidades

A educação pode funcionar como um *amortecedor* contra instabilidades, pois tende a reduzir a vulnerabilidade ao desemprego, ampliar alternativas ocupacionais e facilitar processos de requalificação ao longo da vida. Sob uma interpretação econômica clássica, isso ocorre porque a escolaridade eleva o estoque de capital humano e amplia a produtividade potencial, o que melhora as condições de transição entre ocupações e aumenta a chance de reinserção quando há rupturas no mercado de trabalho (Becker, 1964; Mincer, 1974; Card, 1999).

Em um ambiente tecnológico dinâmico, escolaridade também pode aumentar a capacidade de absorver choques, porque fortalece a habilidade de aprender continuamente, reorganizar rotinas profissionais e migrar para tarefas com maior complementaridade com novas tecnologias. Dessa forma, a educação atua não apenas como certificação, mas como *capacidade adaptativa* diante de transições frequentes no mundo do trabalho (Acemoglu and Restrepo, 2018; Autor *et al.*, 2003; OECD, 2019).

Contudo, a educação não elimina risco. Em alguns segmentos, formações mais longas podem gerar maior dependência de setores específicos, mais sensíveis a ciclos econômicos, mudanças institucionais e transformações tecnológicas. Assim, o retorno educacional pode ser maior, mas também pode ser mais instável, sobretudo em carreiras fortemente conectadas a ecossistemas de inovação, financiamento e estruturas organizacionais complexas (Goldin and Katz, 2008; Kaplan *et al.*, 2018).

A escola como espaço de construção de repertório para mudanças

Do ponto de vista de política educacional e de pedagogia econômica, a questão contemporânea torna-se: a escola prepara para um emprego ou para mudanças sucessivas? Se o mundo do trabalho exige adaptabilidade, a educação precisa oferecer repertório cognitivo e socioemocional para navegar transições, lidar com incertezas e sustentar projetos de vida ao longo do tempo (OECD, 2019; Bonwell and Eison, 1991).

Isso implica que o valor econômico da educação não se restringe a conteúdos técnicos. Inclui autonomia, pensamento crítico, autogestão, colaboração, leitura de dados, comunicação e capacidade de redefinir metas em ambientes incertos. Em termos de formação, essas competências tendem a emergir de experiências educacionais que combinam desenvolvimento de habilidades (cognitivas e não cognitivas) com práticas de aprendizagem mais ativas e aplicáveis, reforçando resiliência em trajetórias ocupacionais menos lineares (Cunha and Heckman, 2007; Prince, 2004; Heckman *et al.*, 2006; Carneiro *et al.*, 2011).

Modelos HANK e a leitura estrutural da heterogeneidade

Modelos macroeconômicos com “agente representativo” tendem a falhar quando o objetivo é compreender desigualdade e efeitos distributivos. Modelos HANK incorporam explicitamente heterogeneidade entre famílias e trabalhadores e mostram como restrições distintas produzem respostas distintas a choques e políticas ao longo do tempo (Aiyagari, 1994; Kaplan *et al.*, 2018; Kirman, 1992).

No desenho HANK, a escolaridade pode ser tratada como estado que influencia o processo de renda: salário potencial, risco de desemprego, velocidade de recolocação, acesso a setores mais protegidos ou mais voláteis e capacidade de acumular poupança e investir em qualificação. Essa formulação preserva a intuição de capital humano, mas reconhece que os retornos não são uniformes (Becker, 1964; Carneiro *et al.*, 2011; Heckman *et al.*, 2006).

Combinam-se dois elementos:

- uma estrutura macroeconômica na qual preços, salários, juros e demanda agregada interagem com rigidezes e fricções típicas de ambientes reais;
- uma representação detalhada de famílias e trabalhadores com diferentes níveis de renda, riqueza, restrições de crédito, riscos idiossincráticos e propensões de consumo.

O ponto central é que a desigualdade não é apenas um pano de fundo. Ela altera a transmissão de choques econômicos e políticas públicas porque indivíduos respondem de maneiras diferentes conforme sua posição econômica e suas restrições (Kaplan *et al.*, 2018; Auclert, 2019).

Escolaridade como estado econômico dentro do HANK

Para analisar o efeito da escolaridade sobre rendimentos com uma lente HANK, é possível tratar a educação como um *estado* que influencia o processo de renda do indivíduo. Nesse desenho, a escolaridade afeta:

- a produtividade e o salário potencial;
- o risco de desemprego e a velocidade de recolocação;
- a possibilidade de acessar setores mais protegidos ou mais voláteis;
- a capacidade de acumular poupança e investir em novas qualificações.

Essa formulação conversa diretamente com a ideia clássica de educação como investimento em capital humano e com a leitura de que trajetórias de renda dependem de escolaridade e experiência ao longo do ciclo de vida, mas reconhece que os retornos não são uniformes entre indivíduos (Becker, 1964; Mincer, 1974; Heckman *et al.*, 2006; Carneiro *et al.*, 2011).

A partir daí, o HANK permite mensurar, de forma estrutural, como mudanças no contexto contemporâneo (por exemplo, difusão tecnológica, reorganização setorial e instabilidade de vínculos) se traduzem em trajetórias de renda distintas para pessoas com diferentes formações. Não se trata de buscar um único retorno “médio” da educação, mas de mapear *múltiplos retornos possíveis*, condicionados a restrições e escolhas (Kaplan *et al.*, 2018; Banco Central do Brasil, 2025).

Mecanismos de transmissão: efeitos diretos e indiretos

Uma contribuição conceitual importante da abordagem HANK é separar efeitos diretos e indiretos. Em termos intuitivos,

- **Efeitos diretos** são aqueles que atingem o indivíduo de maneira imediata, como variações no rendimento do trabalho ou mudanças no custo de vida.
- **Efeitos indiretos** surgem do ajuste do sistema econômico como um todo: alterações em salários relativos, decisões de empresas, preços, demanda por trabalho e condições de crédito.

Na educação, isso significa que o impacto da escolaridade sobre rendimentos não é apenas a diferença de salário entre níveis educacionais. Também envolve a forma como choques macroeconômicos atingem setores

diferentes, como a inflação e preços relativos afetam grupos com diferentes padrões de consumo e como a política econômica se transmite de modo desigual entre famílias com maior ou menor margem de proteção financeira (Kaplan *et al.*, 2018; Auclert, 2019).

HANK como “métrica” aplicada à economia da educação

Ao invés de tratar o HANK como um modelo distante da realidade educacional, pode-se utilizá-lo como uma espécie de *métrica estrutural* para interpretar o papel da escolaridade na economia contemporânea. Essa métrica se expressa na capacidade de responder perguntas tais como:

- Em quais condições a educação protege rendimentos ao longo do tempo?
- Quando formações avançadas se tornam mais expostas a volatilidade setorial?
- Como a desigualdade inicial amplia ou reduz o efeito de um investimento educacional?
- Que tipo de formação melhora a resiliência financeira diante de mudanças tecnológicas?

Dessa perspectiva, a escolaridade não é apenas um “número de anos” ou uma credencial; ela é um componente que organiza possibilidades de inserção produtiva, exposição ao risco e capacidade de lidar com transições. O HANK, ao incorporar heterogeneidade e decisões intertemporais, permite mensurar esse papel de modo conceitualmente consistente (Kaplan *et al.*, 2018; Banco Central do Brasil, 2025; Kirman, 1992).

PNAD e CAGED como insumos para mapear heterogeneidade e transições

Uma análise orientada por heterogeneidade requer bases capazes de representar pluralidade. A PNAD Contínua oferece informações detalhadas sobre escolaridade, ocupação e rendimentos, permitindo mapear diferenças por território, perfil sociodemográfico e tipo de inserção ocupacional (IBGE, 2023).

O CAGED, ao registrar movimentações do emprego formal, é útil para estudar transições (admissões, desligamentos e mudanças de ocupação) e pode complementar leituras de estoque com leituras de fluxo, ampliando a compreensão de trajetórias no mercado formal (MTE, 2023).

O papel da PNAD na leitura das trajetórias educacionais e de renda

A PNAD, por conter informações detalhadas sobre características sociodemográficas, escolaridade, ocupação e rendimentos, permite observar padrões de mobilidade e de segmentação do mercado de trabalho. Em uma

leitura voltada à heterogeneidade, esse tipo de base ajuda a compreender como escolaridade se relaciona com:

- diferentes formas de inserção ocupacional;
- desigualdades associadas a territórios e contextos sociais;
- variações de rendimentos dentro de um mesmo nível educacional.

Mais importante do que extrair um único resultado é usar a base como mapa para visualizar a diversidade de caminhos, os pontos de ruptura e as diferenças entre grupos que, em análises agregadas, tenderiam a desaparecer. Esse papel informacional é reforçado pela estrutura e documentação da pesquisa, que organizam variáveis educacionais e de trabalho de modo comparável e apropriado para leituras distributivas (IBGE, 2025).

O papel do CAGED na análise de fluxos e transições no emprego formal

O CAGED, por registrar movimentações do emprego formal, é particularmente útil para estudar transições: admissões, desligamentos e mudanças de ocupação. Em uma abordagem contemporânea, essa informação é valiosa para compreender como a dinâmica do mercado formal responde a mudanças tecnológicas e reorganizações produtivas, e como isso se distribui entre perfis educacionais distintos (MTE, 2026a; MTE, 2026b; MTE, 2023).

Ao combinar leituras de estoque (situação em um dado momento) com leituras de fluxo (movimentos ao longo do tempo), torna-se possível construir uma visão mais rica do fenômeno: educação não apenas eleva rendimentos; ela altera probabilidades e trajetórias, influenciando a forma como as pessoas entram, permanecem e transitam no mercado de trabalho. Essa perspectiva também dialoga com uma agenda metodológica orientada por transições, em que mudanças de estado e duração são centrais para interpretar trajetórias econômicas (Lancaster, 1990; Wooldridge, 2010).

Educação e sustentabilidade financeira: do rendimento imediato ao ciclo de vida

Rendimentos não são o único indicador de bem-estar econômico

Quando o tema é sustentabilidade financeira, rendimentos são apenas um componente. A capacidade de sustentar bem-estar econômico ao longo da vida depende também de estabilidade, previsibilidade e gestão de riscos. Em cenários contemporâneos, instabilidades podem ocorrer mesmo em trajetórias altamente qualificadas, e a proteção financeira exige competências que extrapolam o diploma (Acemoglu and Restrepo, 2018; Brynjolfsson and McAfee, 2014; Kaplan *et al.*, 2018).

Assim, a educação influencia a sustentabilidade financeira por dois canais complementares:

- *canal de renda*: aumenta (em média) o potencial de ganhos e melhora alternativas ocupacionais (Becker, 1964; Mincer, 1974);
- *canal de resiliência*: fortalece a capacidade de adaptação, requalificação, tomada de decisão e resposta a choques (Heckman *et al.*, 2006; OECD, 2019; Bonwell and Eison, 1991; Prince, 2004).

A contemporaneidade intensifica o segundo canal. O mundo muda rápido, e o que sustenta financeiramente uma trajetória pode ser menos a “ocupação ideal” e mais a habilidade de reorganizar-se diante de mudanças (Acemoglu and Restrepo, 2018; Brynjolfsson and McAfee, 2014).

Transições como unidade central de análise

Pensar em sustentabilidade financeira implica tomar as transições como unidade analítica central: mudanças de emprego, períodos de estudo, requalificações, interrupções, deslocamentos setoriais e movimentos entre formalidade e informalidade. A educação, nesse cenário, deve ser julgada por sua capacidade de sustentar transições bem-sucedidas, reduzindo perdas prolongadas e ampliando oportunidades de recomposição de renda a (Lancaster, 1990; Wooldridge, 2010; World Bank, 2019).

Um modelo com agentes heterogêneos se torna especialmente útil porque permite imaginar como duas pessoas com escolaridade semelhante podem ter destinos econômicos diferentes: uma com maior rede de apoio, outra mais exposta ao risco; uma em setor mais estável, outra em setor mais volátil; uma com capacidade de poupança, outra com restrição financeira severa. A educação atua em todas essas camadas, mas de forma desigual, o que reforça a necessidade de abordagens que capturem heterogeneidade e efeitos distributivos (Kirman, 1992; Kaplan *et al.*, 2018; Auclert, 2019; Banco Central do Brasil, 2025; Carneiro *et al.*, 2011).

Se a unidade central de análise passa a ser a transição, então a avaliação econômica da educação também precisa incorporar mecanismos de adaptação e reconstrução de trajetórias. A seção seguinte estende o argumento do capítulo para uma dimensão propositiva: como metodologias de educação ativa podem reduzir vulnerabilidades e aumentar a capacidade de conversão da escolaridade em sustentabilidade financeira de longo prazo.

Proposta de ampliação do tema: educação ativa como base de sustentabilidade financeira no longo prazo

Embora seja relevante discutir como a contemporaneidade impacta rendimentos, um deslocamento temático pode tornar o debate mais abrangente e produtivo: em vez de focar apenas enquanto as pessoas ganham em determinado momento, investigar *como* elas sustentam saúde financeira ao longo da vida. Sob essa perspectiva, a educação não é apenas um instrumento de inserção inicial no mercado, mas um processo de formação contínua de julgamento, autonomia e capacidade de reconstrução de trajetórias em cenários incertos (Dewey, 1938; Freire, 1996).

Essa mudança de foco favorece uma leitura mais realista: a sustentabilidade financeira não depende apenas de um salto pontual de renda, mas da habilidade de atravessar transições ocupacionais, lidar com instabilidade e tomar decisões sob restrições. Em outras palavras, a educação passa a ser vista como um repertório de ação no tempo, capaz de reduzir vulnerabilidades e ampliar possibilidades de reinvenção (Dewey, 1938; Freire, 1996).

Metodologias ativas e competências para um mercado instável

A educação ativa, baseada em metodologias que colocam o estudante como participante central do processo de aprendizagem, é especialmente adequada para esse novo foco. Em termos pedagógicos, ela se associa à ideia de aprendizagem como experiência e construção de significado, na qual o sujeito aprende ao mobilizar conhecimentos, testar hipóteses, refletir e reorganizar sua compreensão do mundo (Bonwell and Eison, 1991; Kolb, 1984; Prince, 2004).

Abordagens como aprendizagem baseada em problemas (PBL), projetos, estudos de caso, sala de aula invertida e ensino híbrido podem ser compreendidas como expressões concretas desse princípio. Elas deslocam o eixo de transmissão passiva de conteúdo para a mobilização ativa de competências: analisar situações, propor caminhos, justificar escolhas, comunicar resultados e aprender a aprender (Bonwell and Eison, 1991; Savery, 2006; Bishop and Verleger, 2013; Garrison and Kanuka, 2004; Prince, 2004). Nesse desenho, a formação tende a produzir competências que funcionam como ativos econômicos duráveis:

- pensamento crítico e tomada de decisão em contextos incertos (Bruner, 1961);
- resolução de problemas complexos e capacidade de aplicar conhecimento (Savery, 2006; Kolb, 1984);

- comunicação, cooperação e coordenação em equipes diversas (Vygotsky, 1978);
- autonomia e aprendizagem contínua ao longo do ciclo de vida (Zimmerman, 2002).

Essas competências ampliam a capacidade de transição ocupacional e reduzir o risco de obsolescência profissional. Em termos econômicos, isso significa aumentar a *sustentabilidade financeira*, não apenas por elevar rendimentos, mas por diminuir fragilidades diante de mudanças, ao fortalecer a capacidade de reorganizar escolhas e de reconstruir a própria trajetória quando as condições do mercado se alteram (Bonwell and Eison, 1991; Prince, 2004, Kolb, 1984; Zimmerman, 2002).

Educação ativa como estratégia para reduzir heterogeneidade de resultados

A heterogeneidade de retornos educacionais não decorre apenas de desigualdades externas; ela também pode refletir diferenças no modo como as pessoas aprendem e convertem escolaridade em competência efetiva. Nesse sentido, metodologias ativas contribuem para diminuir a distância entre credencial e a capacidade prática ao favorecerem participação, compreensão profunda, autonomia e aplicação do conhecimento em situações reais (Bonwell and Eison; 1991, Prince, 2004; Kolb, 1984).

Além disso, reduzir heterogeneidade não significa padronizar sujeitos, mas fortalecer a consistência do processo formativo. Quando objetivos de aprendizagem, práticas pedagógicas e formas de avaliação se alinham, a probabilidade de que o estudante termine sua formação com competências transferíveis tende a aumentar, pois a escola deixa de avaliar apenas memorização e passa a valorizar desempenho, argumentação e solução de problemas (Biggs and Tang, 2011; Wiggins and McTighe, 2005). Nesse ponto, a avaliação formativa exerce papel decisivo: ao produzir feedback e orientar ajustes ao longo do percurso, ela funciona como mecanismo de construção gradual de competência e não como veredito final de desempenho (Black and Wiliam, 1998).

Esse conjunto de escolhas pedagógicas se torna particularmente relevante em um contexto que exige competências transferíveis: habilidades que migram entre setores, permitem reinvenção profissional e sustentam decisões melhor informadas. Sob esse prisma, a educação ativa tende a produzir um retorno amplo: protege rendimentos, amplia oportunidades e fortalece a resiliência econômica, não por prometer um resultado automático, mas por

estruturar capacidades que permanecem úteis em diferentes fases do ciclo de vida (Hattie, 2009, Zimmerman, 2002; Black and Wiliam, 1998).

Implicações pedagógicas para o Ensino Médio e Superior

Em uma coletânea dedicada a práticas pedagógicas, o tema “educação e rendimentos” pode ser trabalhado como projeto interdisciplinar que mobiliza estatística, leitura de dados e argumentação. No Ensino Médio, por exemplo, a análise de séries temporais simples, medidas de tendência central (média e mediana) e leitura de gráficos pode ser articulada a discussões sobre desigualdade e escolhas educacionais, fortalecendo letramento estatístico e tomada de decisão informada.

No Ensino Superior, especialmente em cursos de Licenciatura, Economia, Administração e áreas afins, é possível ampliar para regressões (incluindo quantílicas), decomposições distributivas e estudos de transição, utilizando recortes didáticos dos microdados da PNAD. Essa abordagem aproxima conteúdo matemático-estatístico de problemas reais, favorecendo aprendizagem ativa por projetos e desenvolvimento de competências transferíveis.

Considerações finais

Argumentou-se que a relação entre educação e rendimentos, embora positiva em média, torna-se insuficiente quando interpretada como mecanismo automático de ascensão econômica no mundo contemporâneo. Transformações tecnológicas e sociais reorganizam o valor do trabalho e aumentam a frequência de transições ocupacionais, fazendo com que o retorno educacional dependa do contexto, da qualidade formativa e das trajetórias individuais. Nesse cenário, leituras metodológicas sensíveis à distribuição e à heterogeneidade — apoiadas por bases como PNAD e CAGED e por modelos como os HANK — oferecem um quadro analítico mais consistente para compreender o fenômeno.

Do ponto de vista pedagógico, o tema abre oportunidade para práticas que integrem Matemática, a Estatística e a economia aplicada, com uso de dados públicos para a análise crítica e a formação para decisões em um mercado de trabalho em mudança.

Referências

- Acemoglu, D., & Restrepo, P. (2018). **Artificial intelligence, automation and work**. Working Paper No. 24196. National Bureau of Economic Research.
- Aiyagari, S. R. (1994). **Uninsured idiosyncratic risk and aggregate saving**. The Quarterly Journal of Economics, 109(3), 659–684.

- Angrist, J. D., & Pischke, J.-S. (2009). **Mostly harmless econometrics: An empiricist's companion**. Princeton University Press.
- Auclert, A. (2019). **Monetary policy and the redistribution channel**. *American Economic Review*, 109(6), 2333–2367.
- Autor, D. H., & Dorn, D. (2013). **The growth of low-skill service jobs and the polarization of the U. S. labor market**. *American Economic Review*, 103(5), 1553–1597.
- Autor, D. H., Levy, F., & Murnane, R. J. (2003). **The skill content of recent technological change: An empirical exploration**. *The Quarterly Journal of Economics*, 118(4), 1279–1333.
- Banco Central do Brasil. (2025). **Uma introdução aos modelos HANK**. Blog do Banco Central do Brasil.
- Becker, G. S. (1964). **Human capital: A theoretical and empirical analysis, with special reference to education**. University of Chicago Press.
- Biggs, J., & Tang, C. (2011). **Teaching for quality learning at university**. Open University Press.
- Bishop, J. L., & Verleger, M. A. (2013). **The flipped classroom: A survey of the research**. In *Proceedings of the 120th ASEE Annual Conference & Exposition*. Atlanta, GA.
- Black, P., & Wiliam, D. (1998). **Assessment and classroom learning**. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 5(1), 7–74.
- Bonwell, C. C., & Eison, J. A. (1991). **Active learning: Creating excitement in the classroom** (ASHE-ERIC Higher Education Report No. 1). Washington, DC.
- Bruner, J. S. (1961). **The act of discovery**. *Harvard Educational Review*, 31, 21–32.
- Brynjolfsson, E., & McAfee, A. (2014). **The second machine age: Work, progress, and prosperity in a time of brilliant technologies**. W. W. Norton & Company.
- Card, D. (1999). **The causal effect of education on earnings**. In O. Ashenfelter & D. Card (Eds.), *Handbook of labor economics* (Vol. 3, pp. 1801–1863). Elsevier.
- Carneiro, P., Heckman, J. J., & Vytlacil, E. J. (2011). **Estimating marginal returns to education**. *American Economic Review*, 101(6), 2754–2781.
- Cunha, F., & Heckman, J. J. (2007). **The technology of skill formation**. *American Economic Review*, 97(2), 31–47.
- Deaton, A. (1985). **Panel data from time series of cross-sections**. *Journal of Econometrics*, 30(1–2), 109–126.
- Dewey, J. (1938). **Experience and education**. Macmillan.
- DiNardo, J., Fortin, N. M., & Lemieux, T. (1996). **Labor market institutions and**

- the distribution of wages, 1973–1992:** A semiparametric approach. *Econometrica*, 64(5), 1001–1044.
- Dingel, J. I., & Neiman, B. (2020). **How many jobs can be done at home?** Working Paper No. 26948. National Bureau of Economic Research.
- Firpo, S., Fortin, N. M., & Lemieux, T. (2009). **Unconditional quantile regressions.** *Econometrica*, 77(3), 953–973.
- Freire, P. (1996). **Pedagogia da autonomia:** Saberes necessários à prática educativa. Paz e Terra.
- Garrison, D. R., & Kanuka, H. (2004). Blended learning: **Uncovering its transformative potential in higher education.** *The Internet and Higher Education*, 7(2), 95–105.
- Goldin, C., & Katz, L. F. (2008). **The race between education and technology.** Belknap Press of Harvard University Press.
- Hattie, J. (2009). **Visible learning:** A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement. Routledge.
- Heckman, J. J., Lochner, L. J., & Todd, P. E. (2006). **Earnings functions, rates of return and treatment effects:** The Mincer equation and beyond. In E. A. Hanushek & F. Welch (Eds.), *Handbook of the economics of education* (Vol. 1, pp. 307–458). Elsevier.
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. (2023). **PNAD contínua:** Dicionário de microdados (documentação). IBGE.
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. (2025). **Pesquisa nacional por amostra de domicílios contínua (PNAD contínua).** IBGE.
- Juhn, C., Murphy, K. M., & Pierce, B. (1993). Wage inequality and the rise in returns to skill. *Journal of Political Economy*, 101(3), 410–442.
- Kaplan, G., Moll, B., & Violante, G. L. (2018). **Monetary policy according to HANK.** *American Economic Review*, 108(3), 697–743.
- Kirman, A. (1992). **Whom or what does the representative individual represent?** *Journal of Economic Perspectives*, 6(2), 117–136.
- Koenker, R., & Bassett, G. (1978). **Regression quantiles.** *Econometrica*, 46(1), 33–50.
- Kolb, D. A. (1984). **Experiential learning:** Experience as the source of learning and development. Prentice Hall.
- Lancaster, T. (1990). **The econometric analysis of transition data.** Cambridge University Press.
- Mincer, J. (1974). **Schooling, experience, and earnings.** National Bureau of Economic Research.

- Ministério do Trabalho e Emprego. (2023). **Microdados RAIS e CAGED**.
- Ministério do Trabalho e Emprego. (2026a). **O que é o CAGED**.
- Ministério do Trabalho e Emprego. (2026b). **O que é o novo CAGED**.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2019). **OECD learning compass 2030: Future of education and skills 2030**.
- Prince, M. (2004). Does active learning work? A review of the research. **Journal of Engineering Education**, 93(3), 223–231.
- Psacharopoulos, G., & Patrinos, H. A. (2018). **Returns to investment in education: A decennial review of the global literature**. Education Economics.
- Savery, J. R. (2006). **Overview of problem-based learning: Definitions and distinctions**. *Interdisciplinary Journal of Problem-Based Learning*, 1(1), 9–20.
- Spence, M. (1973). **Job market signaling**. *The Quarterly Journal of Economics*, 87(3), 355–374.
- Vygotsky, L. S. (1978). **Mind in society: The development of higher psychological processes**. Harvard University Press.
- Wiggins, G., & McTighe, J. (2005). **Understanding by design** (Expanded 2nd ed.). ASCD.
- Wooldridge, J. M. (2010). **Econometric analysis of cross section and panel data** (2nd ed.). The MIT Press.
- World Bank. (2019). **World development report 2019: The changing nature of work**.
- Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a self-regulated learner: An overview. **Theory Into Practice**, 41(2), 64–70.

13- Estratégias e Impactos do Ensino Exploratório no Ensino de Funções Exponenciais

*Josyane Santos Azevedo*²⁷

*Nilton Moura Barroso Neto*²⁸

*Rui Seimetz*²⁹

Introdução

Nos últimos anos, avaliações de larga escala têm evidenciado um desafio persistente: muitos estudantes chegam ao Ensino Médio com dificuldades significativas em matemática, especialmente quando precisam resolver problemas, justificar estratégias e interpretar resultados. Em 2023, por exemplo, os indicadores do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) mostraram um desempenho abaixo do observado no período pré-pandemia, reforçando a urgência de repensarmos práticas de sala de aula que, muitas vezes, não têm conseguido promover uma aprendizagem sólida e duradoura.

Esse cenário não se limita a uma realidade local. Segundo Serrazina, essa dificuldade também é observada em Portugal. Em diferentes contextos educacionais, percebe-se a mesma inquietação: estudantes até conseguem reproduzir procedimentos, mas enfrentam obstáculos quando o desafio exige raciocínio, tomada de decisão, argumentação e comunicação matemática. Diante disso, a matemática escolar evidencia seu propósito mais formativo: não apenas chegar a uma resposta, mas construir caminhos, comparar ideias, testar hipóteses e atribuir sentido ao que se faz.

A resolução de problemas matemáticos desempenha um papel crucial no desenvolvimento de habilidades que são aplicáveis em diversas situações do dia a dia, conforme Romanatto (2012).

²⁷Especialista em Métodos de Ensino em Matemática. Universidade de Brasília -UnB, Departamento de Matemática. josyanedsp@gmail.com

²⁸ Doutor em Matemática- Universidade de Brasília- UnB. Departamento de Matemática. niltonmoura@unb.br

²⁹ Doutor em Matemática. Universidade de Brasília -UnB. Departamento de Matemática. rseimetzunb.br

Assim, entendemos que na resolução de problemas, os estudantes vão exercitar as suas mais diversas capacidades intelectuais como também mobilizar estratégias das mais diversas naturezas para encontrar a resposta, tais como: criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos, interpretação dos resultados, etc. Enfim, é o que a Matemática pode fazer pelo estudante e não o contrário (Romanatto, 2012).

Diante disso, cresce a busca por abordagens que tornem o aprendizado mais significativo, participativo e intelectualmente exigente sem perder de vista o currículo e as competências esperadas para a etapa. É nesse ponto que se insere este capítulo: apresentar, de forma prática e aplicável, como o ensino exploratório pode contribuir para o desenvolvimento de competências matemáticas no Ensino Médio, com foco específico no estudo da função exponencial.

Ao longo desta obra, o leitor encontrará uma defesa clara de que ensinar por meio de exploração não significa deixar o aluno sozinho, nem transformar a aula em um espaço de tentativas aleatórias. Pelo contrário: trata-se de uma forma de ensinar em que o professor planeja intencionalmente tarefas ricas, organiza o trabalho coletivo e conduz discussões que ajudam os estudantes a transformarem estratégias intuitivas em conhecimento matemático estruturado.

Um ponto central dessa abordagem é a escolha de tarefas exploratórias. Diferentemente de atividades tradicionais que frequentemente são fechadas e centradas na aplicação direta de um procedimento, uma tarefa exploratória convida o estudante a pensar, decidir, justificar e revisar. Ela exige maior atenção e envolvimento, porque solicita a elaboração de estratégias, a análise de diferentes caminhos de resolução e a reflexão sobre a coerência dos resultados. Assim, o erro deixa de ser apenas falha e passa a ser parte do processo de aprendizagem, funcionando como material de discussão, ajuste e avanço conceitual.

Neste capítulo, a função exponencial foi escolhida como eixo porque ela ocupa um lugar importante no currículo e, ao mesmo tempo, é um conteúdo em que muitos estudantes apresentam dificuldades: compreender crescimento e decaimento, interpretar parâmetros, relacionar representações (tabela, expressão algébrica, gráfico) e conectar o modelo a situações reais. Em um mundo marcado por fenômenos como crescimento populacional, juros compostos, variações percentuais, disseminação de informações e dinâmicas

epidemiológicas, compreender o pensamento exponencial é mais do que um tópico escolar: é uma competência para ler e interpretar a realidade.

Para potencializar essa compreensão, também exploramos o uso de recursos digitais, com destaque para a plataforma Desmos, que permite visualização dinâmica de gráficos, experimentação com parâmetros e comparação entre diferentes modelos. Quando bem integrada à aula, a tecnologia deixa de ser apenas um recurso e se torna um meio para que o aluno observe padrões, formule conjecturas e valide ideias com base em evidências visuais e numéricas.

Mais do que apresentar conceitos prontos, a intenção desta obra é oferecer percurso didático que valorize o protagonismo do estudante, que pensa e argumenta; o papel mediador do professor, que observa, questiona, seleciona estratégias e sistematiza; a aprendizagem coletiva, em que as ideias circulam, se confrontam e se refinam; a construção de significado, conectando diferentes representações e contextos. Assim, a questão que o acompanhará ao longo deste capítulo pode ser sintetizada da seguinte forma: se muitos alunos têm dificuldades em resolver problemas, de que maneira uma aula organizada a partir de tarefas exploratórias pode transformar essa realidade? A resposta não será dada como promessa simples ou fórmula universal, mas construída com exemplos, propostas de tarefas, orientações de condução da aula e discussões sobre o que observar na prática.

Por fim, este livro foi pensado para a prática, sendo um convite ao professor para planejar, conduzir e refletir sobre aulas de função exponencial com base em tarefas exploratórias, fortalecendo a participação dos estudantes e a construção de significado em Matemática.

Metodologia

A abordagem escolhida foi a exploratória. O ensino exploratório tem como objetivo a escolha de atividades exploratórias ou investigativas que possam direcionar a aula para a construção do conteúdo. Canavarro (2011) coloca o professor no papel de mediador desse processo de aprendizagem, citando os desafios que o professor enfrenta ao escolher uma tarefa que se adapte às suas necessidades, de modo que todas as habilidades sejam desenvolvidas em sala de aula. Isso demonstra que uma única tarefa pode ser capaz de abordar todo o conteúdo.

O Ensino Exploratório acontece de forma coletiva, ou seja, os estudantes realizam a atividade em grupos para que possam compartilhar e

realizar trocas de ideias na resolução da tarefa que podem fornecer um melhor rendimento e compreensão de acordo com o NCTM (2007),

A aprendizagem com compreensão poderá ainda ser aperfeiçoada através das interações na turma, à medida que os alunos sugerem ideias e conjecturas matemáticas, aprendem a avaliar o seu próprio raciocínio e o dos colegas, e desenvolvem capacidades de raciocínio matemático. Como tal, cada tarefa culmina sempre com um momento de discussão coletiva, como forma de refletir, discutir ideias, processos e conclusões (p. 23).

Ao longo dessa trajetória o professor encontrará alguns desafios, desde a escolha de uma atividade que contemple todas as habilidades e competências até a participação de todos e a melhor forma de se avaliar em sala de aula. De acordo com o Ministério de Educação – ME (2007):

A diversificação de tarefas e de experiências de aprendizagem é uma das exigências com que o professor se confronta, e a escolha das que decide propor aos alunos está intimamente ligada com o tipo de abordagem que decide fazer, de cunho essencialmente direto ou transmissivo, ou de caráter mais exploratório. Em qualquer caso, é preciso que as tarefas no seu conjunto proporcionem um percurso de aprendizagem coerente que permita aos alunos a construção dos conceitos fundamentais em jogo, a compreensão dos procedimentos matemáticos em causa, o domínio da linguagem matemática e das representações relevantes, bem como o estabelecimento de conexões dentro da Matemática e entre esta disciplina e outros domínios (ME, 2007, p.11).

A pesquisa foi aplicada em seis turmas do 1º ano do Ensino Médio, com cerca de 35 estudantes cada. As tarefas foram realizadas em grupos de cinco alunos, com flexibilidade no tamanho quando necessário, inclusive para adaptações a estudantes com dificuldades de socialização, favorecendo a colaboração. Para a execução das atividades, foram utilizados *Chromebooks* com acesso à plataforma Desmos, ferramenta essencial para a condução das tarefas investigativas em ambiente interativo.

A atividade de aquecimento foi planejada para quebrar o gelo. As questões foram organizadas para promover aprendizagem progressiva: na primeira, todos os grupos resolveram o mesmo enunciado com respostas diferentes, permitindo comparação e debate; na segunda, os estudantes preencheram uma tabela de função exponencial com base em experiências anteriores com funções afim e quadrática; na terceira, identificaram a curva

formada pelos pontos; e, na quarta, analisaram o comportamento do gráfico com a variação das variáveis, buscando padrões.

A atividade foi realizada em duas aulas duplas (120 minutos). Entretanto, devido ao calor, às queimadas na Flona e à falta de ventilação no ambiente escolar, as aulas foram reduzidas para 30 minutos, exigindo a aplicação em quatro horários.

A análise dos resultados foi conduzida a partir de imagens, vídeos e anotações dos estudantes em folhas próprias. A análise qualitativa desses dados permitiu compreender as interações e aprendizagens, além de avaliar a abordagem exploratória e contribuir para práticas pedagógicas inovadoras no ensino de Matemática. A seguir, apresenta-se o plano de aula.

Quadro 1: Plano de aula

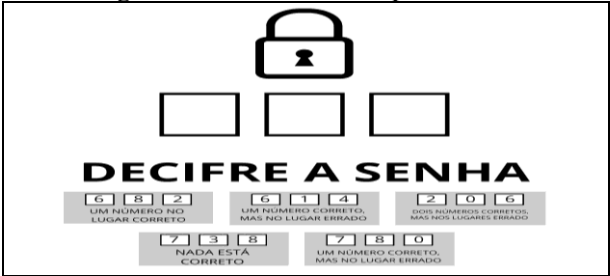
Conteúdo	Função Exponencial
Objetivo(s) de aprendizagem	(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
Conhecimentos prévios	Definição de Função, Gráficos de uma Função Exponencial, Coordenadas no Plano Cartesiano
Ano de Escolaridade	1º ano do Ensino Médio
Duração da aula	100 minutos
Materiais necessários	• Lápis; • Borracha; • Folha de papel quadriculado; • Atividade impressa para preenchimento das respostas; • Fichas de papel segundo exigido pela tarefa; • Dispositivos eletrônicos.

Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Atividade de aquecimento

Função Exponencial

Figura 1: Atividade de aquecimento



Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Instruções iniciais:

- Para a tarefa a seguir formem um grupo de até 5 pessoas;
- Para realizar a atividade, organize as fichas por cores e nomes escritos em seu verso. São eles: pessoas infectadas e país.

Figura 2: Cartas dos países e a quantidade de infectados



Fonte: Arquivo dos autores (2024).

- Em seguida, cada grupo escolherá um país e sorteará a quantidade de pessoas infectadas inicialmente para responder a atividade a seguir:

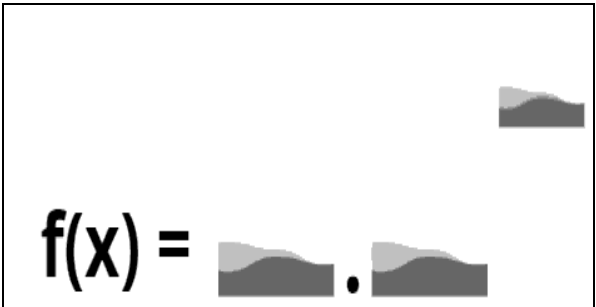
Tarefa Exploratória

Uma pesquisa publicada na revista científica “Nature Human Behaviour”, do grupo “Nature”, mostra que, nos 3 primeiros meses de pandemia, cada pessoa infectada com a Covid-19 no Brasil infectou, em média, outras três com a doença. Países como Itália, França, Reino Unido e Espanha, cujas estimativas eram aproximadamente 2 pessoas. A taxa de transmissão pode variar por vários fatores como medidas de controle, comportamento da população e características do vírus.

Questão 1

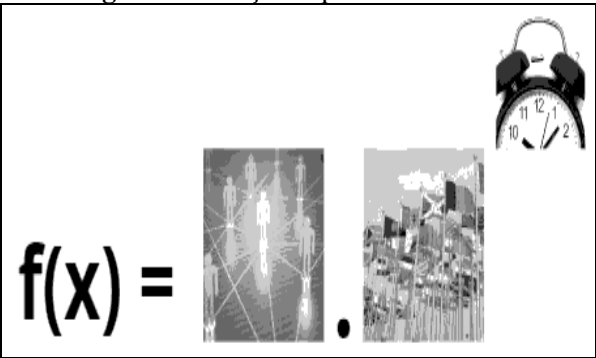
Agora que você já escolheu um país e quantidade de pessoas infectadas inicialmente, coloque as cartas nos espaços abaixo, formando a função que determina a taxa de contaminação ao longo do trimestre.

Figura 3: Posição esperada das cartas



Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Figura 4: Posição esperada das cartas



Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Questão 2

Preencha o quadro a seguir:

Quadro 2: Escolhas dos participantes

Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Questão 3

Na folha quadriculada, desenhe um plano cartesiano e marque os pontos obtidos na questão 2. Após marcar os pontos, construa o gráfico correspondente.

Questão 4

Utilizando o software **DESMOS**, realize simulações para observar as mudanças no gráfico conforme o valor do **coeficiente a** diminui e conforme ele aumenta. Em seguida, faça o mesmo para a **base b**. Após a realização das atividades será realizado um mapa mental, juntamente com os alunos, sobre função exponencial.

Apresentação e análise dos resultados

Atividade de aquecimento

A atividade de aquecimento tinha como objetivo promover a interação e aproximar a disciplina dos alunos que não tinham afinidade com ela. A atividade era semelhante às experiências da realidade dos alunos, assim como aos desafios encontrados na internet. Nesse contexto, o resultado foi satisfatório, pois nenhum grupo deixou de resolver a atividade, mesmo sabendo que ela não seria utilizada para pontuação.

Figura 5: Estudante explicando como solucionou a atividade



Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Figura 6: Correção da atividade realizada por um estudante



Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Figura 7: A atividade foi realizada descartando os valores incorretos.

Fonte: Os autores (2024).

Questão 1

Na questão 1, revisamos a formação de funções exponenciais a partir de problemas previamente abordados utilizando o ensino tradicional. Os alunos conseguiram construir a função sem dificuldades significativas. No entanto, foi necessário esclarecer o uso do expoente. Muitos alunos colocaram o número 3 como expoente, devido à taxa de infecção ser trimestral, mas não perceberam que o problema também pedia a função que determina a taxa de infecção trimestral.

Outra correção necessária a ser realizada nessa questão foi a utilização de uma incógnita que foi lembrada a sua necessidade através das seguintes perguntas:

- Como podemos definir uma função afim?

Resposta:

- Como podemos definir uma função quadrática?

Resposta:

- Como podemos definir uma função exponencial?

Resposta:

- O que está faltando então para a função ser exponencial?

Resposta: está faltando a incógnita.

- E onde devemos colocar a variável?

Resposta: no expoente.

Durante a aula, trocamos as variáveis de lugar e tentamos identificar o que cada variável representava. Por exemplo, se algum grupo escrevesse a função exponencial de forma incorreta, analisávamos o significado matemático do que havia sido escrito pelo grupo. Então, ao invés de apontar o erro do estudante, buscávamos entender o que aquela função, na qual o estudante posicionou os números ou as imagens, estava dizendo.

Em alguns momentos, os alunos interpretavam o erro falando que a taxa inicial de infectados estava variando, porém deveria ser um número fixo. Em outros momentos, eles observavam que o tempo estava fixo e a quantidade de infectados estava aumentando, o que não fazia sentido. Esse momento eu diria que foi um momento rico de trocas.

Os alunos ainda não tinham tido nenhum contato com função exponencial, apenas com equação exponencial e função afim e quadrática.

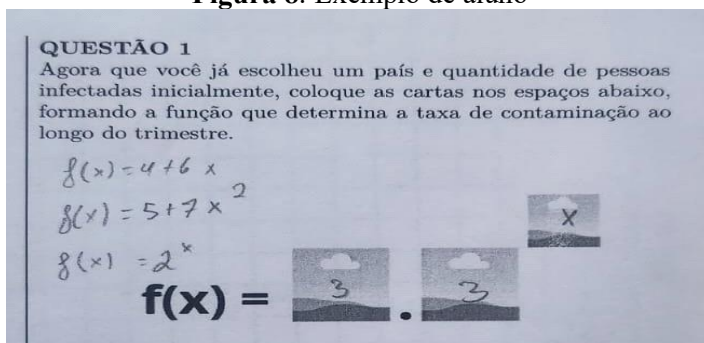
A função pode ser representada como:

$$f(x) = (\text{taxa de contaminação de cada país}) \cdot (\text{pessoas infectadas inicialmente})^{(\text{tempo})}$$

Essa abordagem ajudou os alunos a compreenderem melhor a estrutura e o significado da função exponencial no contexto do problema.

Na Figura 8 abaixo temos anotações que conseguimos visualizar dos exemplos citados pelos grupos para diferenciar as funções afim, quadrática e exponencial. A função $f(x) = 3 \cdot 3^x$ representa que inicialmente havia 3 pessoas infectadas no Brasil que possui a taxa de contaminação igual a 3.

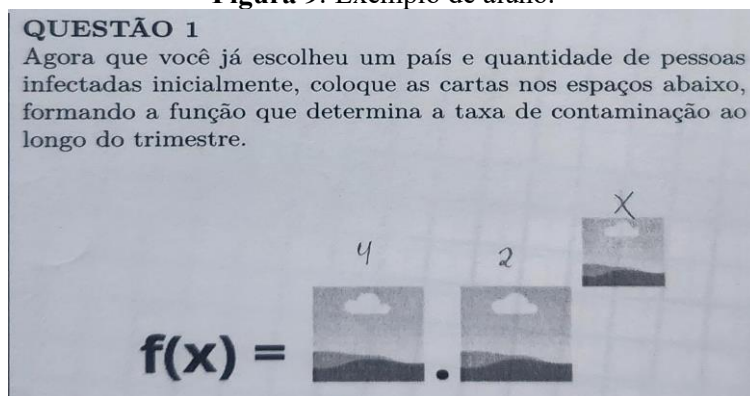
Figura 8: Exemplo de aluno



Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Na figura 9 temos expressão algébrica ou Exemplo de aluno. função a qual representa que haviam 4 pessoas infectadas inicialmente nos países europeus, no qual a taxa de contaminação é igual a 2.

Figura 9: Exemplo de aluno.



Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Questão 2

Nesta questão, revisamos o uso de tabelas para determinar os valores de uma função exponencial a partir de valores específicos de X, gerando assim pontos no plano cartesiano. A introdução da tabela na atividade visava facilitar o entendimento e a construção do gráfico na questão seguinte.

Antes de iniciar a resolução, fizemos algumas perguntas para assegurar que os alunos realizassem as substituições corretamente. Questionamos se era possível substituir X por qualquer número inteiro. A resposta foi negativa, pois a variável X correspondia aos meses, limitando assim os valores possíveis para X a números inteiros positivos que representavam o tempo em meses. Foi

questionado se a variável poderia ser substituída por 0, e a resposta foi afirmativa, visto que, matematicamente, isso representa a quantidade inicial de pessoas infectadas.

Durante o processo de resolução, alguns alunos decidiram ajustar os valores da variável para simplificar os cálculos necessários. Essa prática ajudou a reduzir a complexidade das contas, permitindo que se concentrassem melhor na compreensão do comportamento da função exponencial ao longo do tempo.

Figura 10: Tabela construída pelos estudantes.

Questão 1
 $f(x) = 4 \cdot 2^x$

Questão 2

x	$y = a \cdot b^x$	$y(x, y)$
2	$4 \cdot 2^2 = 4 \cdot 4 = 16$	$16(2, 16)$
4	$4 \cdot 2^4 = 4 \cdot 16 = 64$	$64(4, 64)$
3	$4 \cdot 2^3 = 4 \cdot 8 = 32$	$32(3, 32)$
5	$4 \cdot 2^5 = 4 \cdot 32 = 128$	$128(5, 128)$

Fonte: Arquivos dos autores (2024).

Figura 11: Tabela construída por outro grupo de estudantes

Questão 1:

$$f(x) = 4 \cdot 3^x$$

Questão 2:

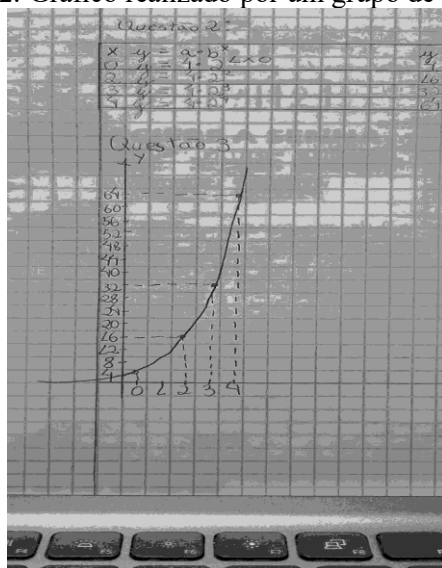
x	$y = a \cdot b^x$	y	(x, y)
0	$y = 4 \cdot 3^0 = 4 \cdot 1 = 4$	4	(0, 4)
2	$y = 4 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$	4	(2, 36)
1	$y = 4 \cdot 3^1 = 4 \cdot 3 = 12$	4	(1, 12)
3	$y = 4 \cdot 3^3 = 4 \cdot 27 = 108$	4	(3, 108)

Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Questão 3

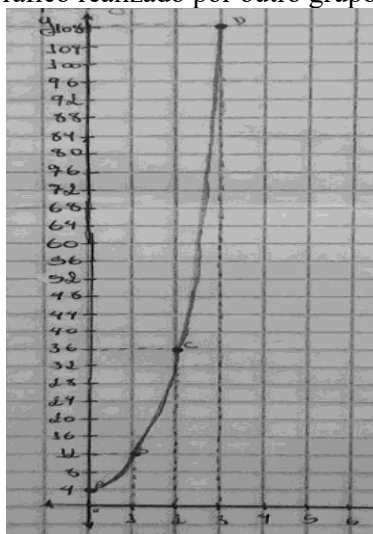
A construção do gráfico era um dos principais objetivos da atividade. De modo geral, todos os grupos realizaram essa tarefa sem necessitar de ajuda. Entretanto, houve necessidade de intervenção ao elaborar o plano cartesiano. Muitos alunos não mantinham proporções consistentes ao espaçar os pontos em um mesmo eixo, o que alterava o formato da curva do gráfico. Por isso, antes de começar a construção do gráfico, tivemos que relembrar alguns grupos sobre a importância de usar escalas corretamente.

Figura 12: Gráfico realizado por um grupo de estudantes



Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Figura 13: Gráfico realizado por outro grupo de estudantes



Fonte: Arquivo dos autores (2024).

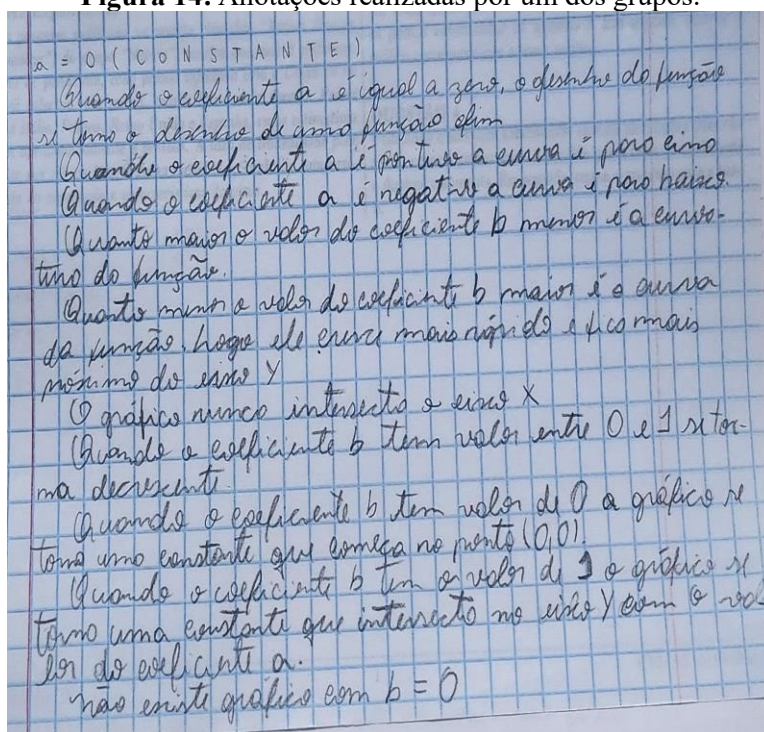
Questão 4

Após concluírem a construção dos gráficos da questão anterior, os grupos trocaram seus gráficos entre si para analisar as diferenças, considerando que estavam trabalhando com diferentes funções em toda a sala. As variações

observadas eram mínimas, já que todas as funções eram crescentes, embora as escalas utilizadas variassem entre os grupos.

Após essa análise comparativa, iniciamos uma pesquisa utilizando a plataforma Desmos. Nela, inserimos a função e utilizamos controles deslizantes para modificar os valores de a e b . Exploramos diversas combinações, tornando os valores iguais, maiores ou menores do que zero, enquanto registrávamos os resultados e padrões observados. Isso permitiu uma compreensão mais profunda de como os parâmetros afetam a forma e o comportamento da função exponencial.

Figura 14: Anotações realizadas por um dos grupos.

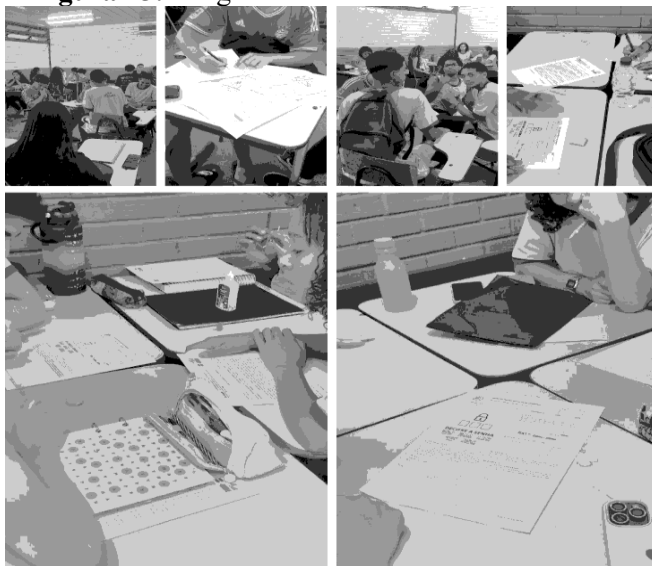


Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Imagens das turmas realizando a atividade

Na figura 15 apresentamos imagens dos estudantes realizando as atividades.

Figura 15: Imagens realizadas durante a atividade.



Fonte: Arquivo dos autores (2024).

Considerações finais

A pesquisa realizada teve como objetivo avaliar o impacto do ensino exploratório no ensino de Matemática. Ao longo do ano letivo de 2024, o trabalho pedagógico não se restringiu a uma única abordagem, pois também foram empregadas metodologias como ensino tradicional, jogos digitais e físicos e o uso de plataformas digitais, especialmente no primeiro semestre. Esse percurso permitiu observar o engajamento dos estudantes em diferentes formatos de aula e compreender que os resultados de participação variaram conforme a estratégia adotada.

Os dados e as vivências em sala evidenciaram que nenhuma metodologia, isoladamente, consegue envolver todos os alunos de forma igualmente eficaz. Em atividades em grupo, por exemplo, foi recorrente a presença de estudantes que participaram pouco, muitas vezes por entenderem que a avaliação seria apenas coletiva. No segundo semestre, mesmo com a implementação de um jogo interativo multidisciplinar na plataforma Wordwall e com a oferta de prêmios, parte da turma optou por não participar. Ainda assim, percebeu-se que ajustes na condução das estratégias permitiram envolver novos alunos, reforçando a importância de flexibilizar métodos e intervenções para ampliar o alcance pedagógico.

No caso específico das tarefas exploratórias, observou-se um aumento notável na participação dos estudantes e a construção de um ambiente mais interativo e colaborativo. As discussões e os debates se tornaram mais consistentes, o que enriqueceu o processo de ensino e aprendizagem. Esse cenário foi especialmente significativo durante a introdução do conteúdo de logaritmos, quando muitos estudantes conseguiram identificar semelhanças com as funções exponenciais, compreender notações e reconhecer, com maior clareza, a relação inversa entre logaritmos e exponenciais, indicando uma compreensão mais intuitiva de conceitos matemáticos complexos.

Apesar dos resultados positivos, a implementação da proposta enfrentou desafios, sobretudo técnicos. O processo de login nos *Chromebooks* exigiu e-mail e senha dos estudantes, e houve dificuldades relacionadas a comandos básicos de uso do computador. Essas limitações foram parcialmente mitigadas pelo trabalho em grupo, que favoreceu a ajuda mútua e fortaleceu a cooperação, mas também evidenciaram a necessidade de suporte e de ações de letramento digital para que o uso de tecnologias potencialize, de fato, as aprendizagens.

Em síntese, a pesquisa indicou que a integração de diferentes metodologias, com destaque para as tarefas exploratórias, pode enriquecer significativamente o ensino de Matemática ao promover maior interação, colaboração e aprofundamento conceitual. Ao mesmo tempo, os obstáculos técnicos observados reforçam que práticas inovadoras demandam condições de implementação, acompanhamento e apoio adequados, para que seus benefícios sejam ampliados e cheguem a um número maior de estudantes.

Agradecimentos

Agradecemos, primeiramente, a Deus, que tem nos guiado em nossas decisões e iluminado nosso caminho ao longo desta trajetória. Agradecemos aos nossos familiares pelo amor, apoio e encorajamento constantes, fundamentais para que chegassemos até aqui. Agradecemos também aos professores e orientadores da Especialização de Ensino em Matemática (UAB/UnB), bem como a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para que essa produção fosse possível.

Referências

- Brasil. Ministério da Educação. (2018). **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação.
- Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). **Práticas de ensino exploratório da matemática: O caso de Célia**. In Encontro de Investigação

- em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática (pp. 255–266).
- Christiansen, B., & Walther, G. (n.d.). **Task and activity**. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243–307). D. Reidel.
- Cyrino, M. C. C. T., & Teixeira, B. R. (n.d.). **O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia**. In M. C. C. T. Cyrino (Ed.), (dados bibliográficos incompletos).
- Ministério da Educação [ME]. (2007). **Programa de Matemática para o Ensino Básico**. ME.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2007). **Princípios e normas para a Matemática escolar**. APM.
- Romanatto, M. C. (2012). **Resolução de problemas nas aulas de Matemática**. *Revista Eletrônica de Educação*, 6(1), 303.
- Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal. (2014). **Currículo em movimento: Ensino médio**. SEDF.
- Serrazina, L. O. (n.d.). **Resolução de problemas**. (dados bibliográficos incompletos).
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). **Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice**. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268–27
- Teixeira, B. R. (2016). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: Elaboração e perspectivas**. Eduel.

14- Conhecimentos Prévios de Perímetro de um Grupo de Estudantes do Ensino Médio

*Leonardo Martins Vanini*³⁰

*Rui Seimetz*³¹

Introdução

Os conhecimentos prévios dos estudantes possuem papel fundamental nos processos de ensino e aprendizagem de matemática, no qual constituem a base sobre a qual os novos conceitos serão construídos e ressignificados. No ensino de Matemática, em especial acerca dos conceitos geométricos como os de perímetro e conforme Lukesi (2013), busca-se compreender o que os estudantes já sabem, sendo essencial à organização das propostas didáticas, das quais possibilitam a construção da aprendizagem conceitual e procedimental de forma mais consistente.

Após analisar os dados históricos das avaliações de larga escala da escola na qual o estudo foi aplicado, observaram-se indicadores classificados como *baixo* para esse objeto de conhecimento. Propiciando a necessidade da aplicação de uma tarefa diagnóstica de modo a compreender o que os estudantes demonstram conhecer acerca do assunto. Diante desses resultados, justifica-se o presente estudo dado o caráter estruturante desse objeto de conhecimentos na compreensão de outros conteúdos da geometria. No qual, mesmo sendo introduzido no Ensino Fundamental, evidências demonstram dificuldades nas aplicações desse conteúdo matemático ao longo da Educação Básica.

Reconhecendo esse contexto, surgiram questionamentos docentes, dos quais este estudo buscou responder, a saber: quais conhecimentos prévios os estudantes possuem acerca de perímetro? Quais seriam suas possíveis dificuldades ao abordar o tema? Por fim, se de fato constatadas as dificuldades apresentadas nas avaliações de larga escala, como realizar uma intervenção?

³⁰Doutor em Educação Matemática. Faculdade Anhanguera de Linhares/Administração. professor@leomartins.net.

³¹Doutor em Matemática. Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. rseimetz@unb.br.

Nessa perspectiva, este estudo se direcionou a atingir o objetivo de investigar os conhecimentos prévios de perímetro de um grupo de estudantes de uma escola pública na cidade de Linhares. Para tanto, foi adotou-se a abordagem qualitativa, fundamentada no *Desing Experiment*, explorando a fase *prospectiva* desse processo metodológico. Assim, as outras fases *reflexiva* e *retrospectiva* serão apresentadas no próximo Capítulo, sendo essa uma limitação desse texto. A análise dos dados, possibilitou o levantamento dos conhecimentos prévios, reconhecer as lacunas na aprendizagem e propor uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem de perímetro.

Avaliação Diagnóstica

Avaliar é uma ação constituinte do processo educativo, configurando-se um dos elementos centrais desse processo. Se articula com as decisões pedagógicas, com a organização do ensino, bem como, com a promoção da aprendizagem dos estudantes. Na visão de pesquisadores brasileiros, como Luckesi (2013), o ato de avaliar não pode se resumir à atribuição das notas ou verificar o rendimento dos alunos, deve envolver ações sistemáticas que possibilitam compreender como o estudante aprende.

Historicamente, a prática avaliativa relaciona-se à concepção classificatória e, de maneira geral, excludente. No qual seu foco recaía na mensuração de desempenho, considerando os estudantes como aptos ou inaptos (Hoffmann, 2014). Nessa perspectiva, Luckesi (2013) já enfatizava que essa prática de processo avaliativo inviabiliza a democratização do ensino, implicando tanto na expansão do ensino quanto na sua qualidade.

A avaliação precisa ser um ato de investigação da qualidade da aprendizagem, cuja finalidade principal é subsidiar o planejamento e a intervenção pedagógica (Luckesi, 2013). Para o autor, implica diagnosticar uma realidade para, a partir disso, decidir como agir, superando a lógica punitiva e classificatória que historicamente marcou a cultura escolar. Assim, esse instrumento passa a assumir o papel de mediador entre o ensino e a aprendizagem.

Estudos, como os desenvolvidos por Libâneo (2013), apresentam a aprendizagem escolar como um processo de articulação entre novos conteúdos e os saberes já construídos ao longo da vida dos estudantes. Bem como reforçam a importância de identificar tais conhecimentos prévios dos alunos.

Nessa perspectiva, insere-se a avaliação diagnóstica, tendo como objetivo principal a identificação dos conhecimentos prévios, dificuldades e potencialidades dos estudantes, bem como o seu modo de pensar antes ou até

mesmo no início de um processo de ensino. Haydt (2010) destaca que esse tipo de avaliação permite ao docente conhecer sua turma e possibilita adequações dos conteúdos e suas estratégias didáticas.

Corroborando com essa perspectiva, a pesquisadora Hoffmann (2014) destaca que a prática da avaliação diagnóstica precisa ser contínua de observação, escuta e análise das produções dos estudantes. Vasconcellos (2012) destaca a necessidade de articulação com a concepção crítica do planejamento docente como mediador do conhecimento, reforçando que não se trata de rotular o estudante, mas da compreensão da realidade.

No campo da Educação Matemática, assume relevância ainda maior no qual consideramos que os conhecimentos matemáticos são progressivamente construídos, tendo como base os conhecimentos anteriores. Assim, a falta de um processo de diagnóstico pode conduzir os professores à adoção de metodologias descontextualizadas com a realidade dos estudantes e sem significado para eles, tornando-a difícil.

A avaliação diagnóstica contribui na promoção de uma educação inclusiva, pois se torna possível identificar diferentes necessidades dos estudantes. Diante do exposto, compreende-se que a avaliação diagnóstica constitui um elemento fundamental para a organização da aula, especialmente quando vinculada a perspectivas investigativas e formativas de ensino.

Trajetória Hipotética de Aprendizagem

Em 1995 o pesquisador Martin Simon, apresentou em seus estudos o constructo da *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) ou, em português, Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA). Trata-se de um percurso de aprendizagem planejado pelo professor com foco na aprendizagem do aluno.

Para Simon (1995) é *hipotético* pois o planejamento do professor se materializará no instante da sua aplicação, tornando-se uma trajetória de aprendizagem. A *trajetória* faz referência ao percurso no qual a aprendizagem ocorre. Por sua vez, Vanini e Lobo da Costa (2022) enfatizam que *Hipotética de Aprendizagem* são as previsões feitas pelo professor em seu planejamento sobre o transcorrer da aula de modo a propiciar a aprendizagem.

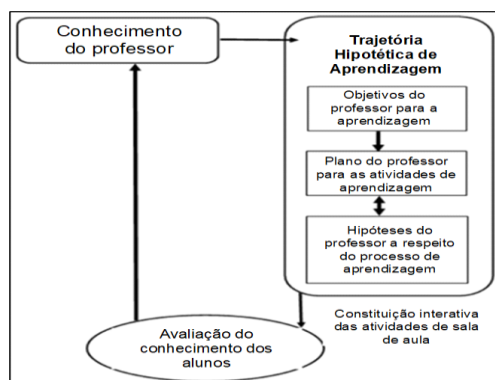
Assim, destaca-se que Simon (1995) se fundamentou no construtivismo para pensar sobre a aprendizagem, percebendo a necessidade de pensar acerca da aplicação da teoria no ensino de matemática.

Para Simon (1997, p. 56, tradução nossa), “[...] muitos professores desenvolveram seus modelos de ensino no contexto de milhares de horas como alunos em sala de aula tradicionais”, em vez de se fundamentarem em modelos

explícitos de aprendizagem. Como efeito, as hipóteses, suposições, expectativas, os pressupostos e os valores dos professores referentes à aprendizagem e ao ensino de Matemática tenderam a se basear no modelo de palestra-demonstração em que o ensino se demonstra predominante (Martins, 2023).

Assim, Simon (1995) propôs um modelo de ensino baseado em modelos de aprendizagem do aluno, no qual denominou de Ciclo de Ensino de Matemática (*Mathematics Teaching Cycle*) (CEM). Para o autor, trata-se de um esquema de inter-relação cíclica dos aspectos do conhecimento, pensamento, tomada de decisão e tarefa do professor. Na Figura 1 é ilustrado o CEM.

Figura 1: Ciclo de Ensino de Matemática proposto por Simon



Fonte: Vanini; Lobo da Costa (2022).

Observa-se, conforme ilustrado na Figura 1, que o Ciclo de Ensino de Matemática envolve o conhecimento do professor, a avaliação do conhecimento dos alunos e a THA. Dada a característica cíclica do CEM, este pode apresentar modificações ao longo do desenvolvimento das aulas – quando se torna uma Trajetória de Aprendizagem com replanejamentos ou ajustes contínuos sobre o que o professor hipotetizou inicialmente.

Para Martins (2023) o conhecimento do professor consiste em, mas não se limita a, seu conhecimento de Matemática, seu conhecimento de tarefas e representações matemáticas, suas concepções de aprendizagem e de ensino de Matemática, seu conhecimento da aprendizagem do aluno de determinado conteúdo e de modelos de conhecimento dos alunos.

Metodologia

Alinhado às perspectivas de Severino (2023) este estudo é classificado como qualitativo, desse modo, o foco será no aprofundamento do

conhecimento, deixando de se restringir aos dados numéricos e mantendo o diálogo em sala de aula, nas rubricas dos alunos e nas interações provenientes do ambiente escolar.

Este estudo é do tipo *Design Experiment*, fundamentada em Paul Cobb, Jere Confrey, Andrea di Sessa, Richard Lehrer e Leona Schauble (Cobb *et al.*, 2003). Trata-se de uma metodologia intervencionista, no qual possibilita flexibilidade ao pesquisador ao longo da aplicação da investigação planejada, assim, as contingências que ocorrem ao longo da execução são absorvidas e precisam ser evidenciadas pelo pesquisador.

Cobb *et al.* (2003) enfatizam três fases do *Design Experiment*, a saber: *prospectiva*; *reflexiva*; e *retrospectiva*. A fase *prospectiva* diz respeito às etapas que antecedem as intervenções. Neste estudo essa fase se desdobrou em: escolha do referencial teórico; desenvolvimento e aplicação da tarefa diagnóstica; desenvolvimento das intervenções; escolha dos instrumentos de coleta de dados.

A confiabilidade do *Design Experiment* em pesquisas qualitativas na área da Educação Matemática,

[...] será expressa na riqueza dos detalhes, nas evidências dos registros realizados em cada uma das suas fases, no qual caberá ao pesquisador realizar o relacionamento entre as fases demonstrando assim o domínio pelo método e, consequentemente, a validade e confiabilidade de sua pesquisa”(Martins & Lobo da Costa, 2024, p. 16).

Este estudo foi aplicado a um grupo de estudantes do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública localizada na cidade capixaba Linhares. O grupo foi composto por 12 alunos, que voluntariamente aceitaram participar do projeto, bem como seus pais e/ou responsáveis autorizaram a sua participação nos processos intervencionistas. Os nomes dos alunos foram substituídos aleatoriamente por A1, A2, A3 até A12, garantindo o anonimato dos sujeitos participantes da pesquisa.

Os dados foram produzidos via: 1) rubrica dos alunos nos protocolos das tarefas; 2) registro no caderno de anotações das ocorrências; 3) fotografias da realização das tarefas. Utilizou-se como instrumentos de pesquisa: 1) tarefas; 2) formulário, possibilitando aos alunos e/ou grupo de alunos o registro das rubricas.

Procedimentos Metodológicos

- Elaboração e aplicação de uma tarefa diagnóstica, adaptada de Bessa (2015) sobre o Perímetro de figuras planas;
- Análise dos dados criados na aplicação da Tarefa Diagnóstica;
- Proposta de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem.

Fase Prospectiva

Essa fase envolveu o desenvolvimento da Fundamentação Teórica deste estudo, no qual nas seções anteriores foram abordadas sobre Avaliação Diagnóstica e a Trajetória Hipotética de Aprendizagem. Além disso, ocorreu a elaboração e a aplicação da tarefa diagnóstica, finalizando com a organização da proposta intervencionista com o GeoGebra.

A tarefa diagnóstica buscou identificar os conhecimentos prévios dos alunos acerca do objeto matemático em estudo. A Tarefa Diagnóstica, ilustrada na Figura 2, foi composta por cinco problemas adaptados da tese defendida por Marcio Leite de Bessa em 2015.

Os cinco problemas de perímetros, buscou conhecimentos prévios dos estudantes acerca do conceito de perímetro, para ser apresentado de forma descritiva; buscou por conhecimentos procedimentais, no qual a segunda e terceira questões se resumiria no somatório dos valores; buscou conhecimentos das propriedades geométricas, pelas quartas e quintas questões os resolvidores deveriam relacionar medidas correspondentes dos lados de polígonos.

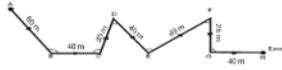
Figura 2: Tarefa Diagnóstica proposta

Tarefa Diagnóstica

Nome: _____

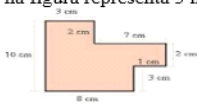
QUESTÃO 01:
O que é o Perímetro para você?
Resposta: _____

QUESTÃO 02
Para ir e voltar da escola, Antônio realiza o trajeto ilustrado na figura a seguir:



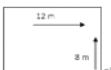
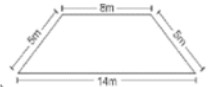
Determine a distância percorrida por Antônio para ir e voltar da escola.
Resposta: _____

QUESTÃO 03:
A figura abaixo representa a planta baixa da casa Luciene, onde cada centímetro na figura representa 3 metros na realidade.



Qual é o perímetro da casa de Luciene?
Resposta: _____

QUESTÃO 04:
Determine o perímetro de cada figura

a)  b)  c) 

QUESTÃO 05
Rodrigo reservou em sua chácara um terreno de forma retangular para o plantio de flores.



Determine o perímetro do terreno para o plantio de flores.
Resposta: _____

Fonte: pesquisadores (2024).

Esse instrumento foi aplicado no dia três de setembro de 2024, utilizando o tempo de duas aulas geminadas, totalizando 100 minutos de atividades.

Análise dos dados na Fase Prospectiva

A fase prospectiva analisou os dados da Tarefa Diagnóstica de modo a proporcionar uma THA como processo intervencionista.

Inicialmente, questionou-se aos alunos o que é perímetro, no qual os registros de suas rubricas são apresentados no Quadro 1.

Quadro 1: Rubricas dos alunos acerca do que é perímetro.

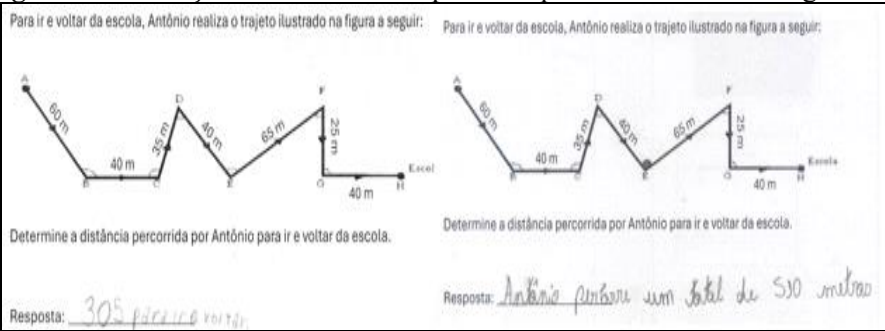
ALUNO	RUBRICA
A1	É a medida ao redor.
A2	A medida do contorno.
A3	Sem resposta.
A4	É a medida de todos os lados.
A5	Sem resposta.
A6	É a linha que contorna algo.
A7	Sem resposta.
A8	Sem resposta.
A9	Sem resposta.
A10	A soma de todos os lados.
A11	Sem resposta.
A12	Mede a distância e medidas.

Fonte: Pesquisadores (2024).

As rubricas dos alunos, apresentado no Quadro 1, possibilita inferir que: um participante (A10) respondeu o esperado, ou seja, “a soma de todos os lados”; cinco deles (A1, A2, A4, A6, A12) relacionaram suas respostas com medidas, contorno ou distância; e a metade deixaram a tarefa sem resposta.

O segundo problema proposto, estava em determinar uma distância a ser percorrida, considerando o percurso para ida e retorno. A resposta esperada era a adição de cada segmento por duas vezes, ou seja, 610 metros. Na Figura 3, são apresentadas a resolução de A2 e A12, respectivamente os registros da esquerda e direita.

Figura 3: Resolução de A2 e A12 no primeiro problema da tarefa diagnóstica



Fonte: Pesquisadores (2024).

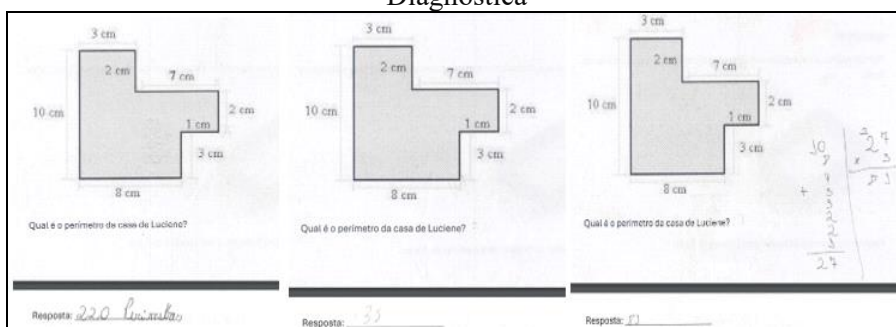
As duas soluções apresentadas na Figura 3 demonstram o entendimento de somatório por parte dos dois alunos. O aluno A2, assim como A1, A4, A6, A8 e A9, realizaram parcialmente os cálculos, pois deixaram de observar que o

percurso era de ida e volta. Por sua vez, A12 percebeu a necessidade de dobrar o percurso de ida, porém os cálculos apresentados foram insuficientes para solução adequada. Erros no desenvolvimento dos cálculos também foram identificados nos registros de A5, A7 e A11. Esse problema teve 17% de assertividade com os alunos A3 e A10.

Para solucionar o terceiro problema os alunos deveriam mobilizar os conhecimentos acerca da adição, bem como realizar a proporção de cada centímetro para três metros ou, inclusive, operação de multiplicação.

Nesse sentido, 25% dos alunos (A2, A7 e A10) obtiveram sucesso na resolução. Na Figura 4 é apresentado os registros de A1, A4 e A5 no terceiro problema da tarefa diagnóstica.

Figura 4: Resolução de A1, A4 e A12 no terceiro problema da Tarefa Diagnóstica

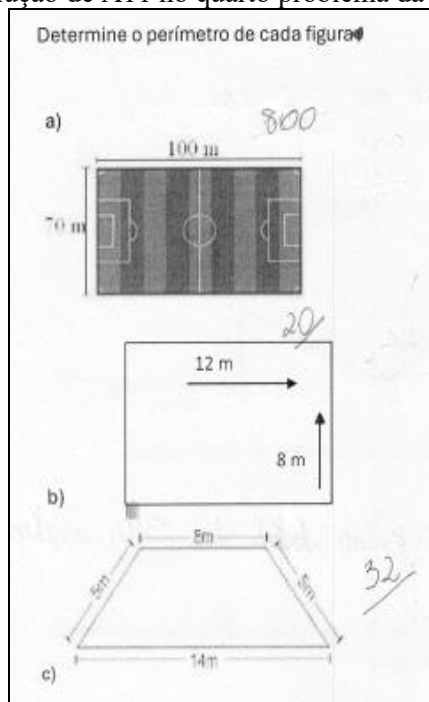


Fonte: Pesquisadores (2024).

Os três registros apresentados na Figura 4 corresponde aos registros dos demais alunos com insucesso na resolução do problema. Observa-se respostas sem procedimentos de cálculos, operações realizadas de forma incorreta e, conseqüentemente, soluções incorretas.

No quarto problema proposto, o aluno deveria reconhecer padrões do polígono com a finalidade de obter a solução desejada. Para tanto, foram apresentadas três figuras, sendo duas com dados parciais e outra com todos os lados. A Figura 5 ilustra as rubricas de A11.

Figura 5: Resolução de A11 no quarto problema da tarefa diagnóstica



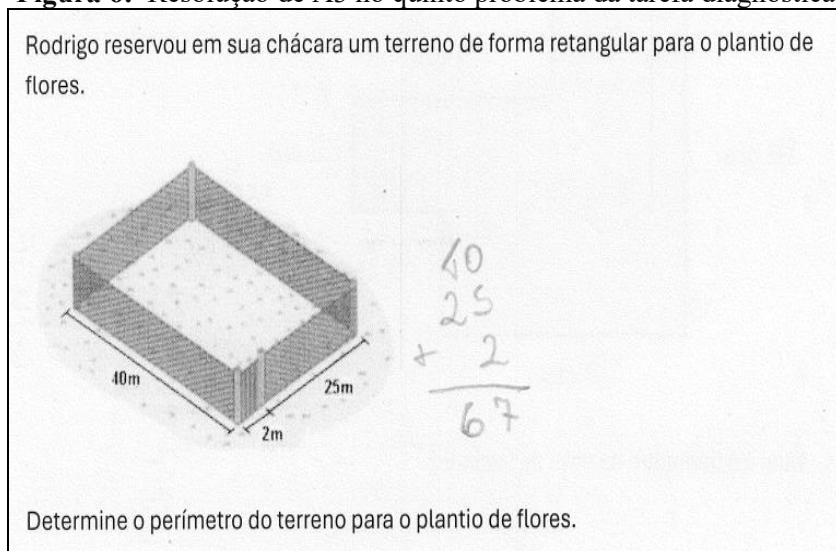
Fonte: Pesquisadores (2024).

Obtiveram sucesso na solução 17% (A7 e A10) dos sujeitos participantes da pesquisa. No registro de A11, ilustrado na Figura 5, evidenciamos: a dificuldade em conhecer as características/padrões de figuras planas, principalmente: reconhecer a congruência dos lados; considerar para o cálculo de perímetro apenas as medidas explícitas; e relacionar um problema ao outro e retomar ao problema anterior. As dificuldades relacionadas, diante do registro de A11, correspondem as dos demais alunos com registros incorretos.

O último problema da tarefa diagnóstica o aluno deveria obter como resposta 134 metros, devendo: relacionar a figura com um retângulo (como mencionado no próprio problema); reconhecer as propriedades do retângulo; identificar que a largura corresponde a 27 metros, obtendo por meio do somatório.

Na Figura 6 é apresentado o registro de A3.

Figura 6: Resolução de A3 no quinto problema da tarefa diagnóstica



Fonte: Pesquisadores (2024).

Conforme mostrado na Figura 6, A3 registrou a medida de 67 metros, considerou o perímetro como a soma dos lados com os dados explícitos. Evidencia-se a necessidade de compreender as propriedades de polígonos. Do mesmo modo, outros seis alunos (A1, A4, A6, A8, A9 e A12) realizaram seus registros. Temos 17% dos participantes (A7 e A11) obtiveram sucesso na resolução do problema proposto e os demais deixaram o problema sem solução e/ou resposta.

Proposta de Trajetória Hipotética de Aprendizagem

Diante dos resultados obtidos no teste diagnóstico, organizou-se a construção no GeoGebra, disponibilizadas gratuitamente no sistema colaborativos do site [geogebra.org](https://www.geogebra.org).

Trata-se de um retângulo, tendo o foco no reconhecimento das propriedades do polígono, reconhecer os dados essenciais para o cálculo do perímetro e, conseqüentemente, definir o que é perímetro.

Após a aplicação desse processo intervencionista, inserindo as tecnologias digitais de Geometria Dinâmica, aplicou-se uma tarefa final. Essa tarefa final foi integralmente retirada do Material Estruturado das Orientações Curriculares da Secretaria Estadual de Estado da Educação para o Componente Curricular de Matemática, para as primeiras séries do Ensino Médio. Nas Figuras 7, 8, 9 e 10 são apresentadas as Atividades que compuseram a tarefa

final. Destaca-se que as análises desses dados serão apresentadas em outro Capítulo, com foco nas fases *reflexiva* e *retrospectiva* do *Desing Experiment*.

Figura 7: Tarefa Final de 1 a 3

Fonte: Espírito Santo (2024).

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 1

A função que melhor representa o perímetro de um hexágono regular é:

A) $y = x$
B) $y = x + 6$
C) $y = 6x$
D) $6y = x$
E) $6y = x + 6$

Atividade 2

Um quadrado de perímetro 60 cm teve a medida de seus lados triplicada. O perímetro desse novo quadrado é:

A) 60 cm
B) 120 cm
C) 180 cm
D) 225 cm
E) 360 cm

Atividade 3

O gráfico acima é a representação gráfica do perímetro do

A) quadrado
B) hexágono regular
C) octógono regular
D) decágono regular
E) icosaágono regular

Figura 8: Tarefa Final de 4 a 6

Fonte: Espírito Santo (2024).

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 4

Quando variamos a medida x do lado de um quadrado, seu perímetro também varia. Então, o perímetro do quadrado é dado em função da medida x do lado, ou seja, $f(x) = 4x$.

Um quadrado cujo perímetro é 36 cm tem cada lado medindo:

A) 6 cm
B) 9 cm
C) 12 cm
D) 18 cm
E) 72 cm

Atividade 5

(M120141A8) O perímetro de um hexágono regular cujo lado possui medida de 6 cm é

A) $6\sqrt{3}$
B) 18
C) $18\sqrt{3}$
D) 36
E) $27\sqrt{3}$

Atividade 6

(M090047CE) Pedro cercou um terreno quadrado de lado igual a 90 metros. Quantos metros de muro Pedro construiu para cercar todo esse terreno?

A) 90
B) 180
C) 360
D) 810
E) 3 600

Figura 9: Tarefa Final de 7 a 8

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 7

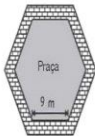
(M100500H6) Na cidade onde Pedro mora há uma praça cujo formato é um quadrado que possui 12 metros de lado. Nessa mesma cidade, o prefeito deseja construir outra praça, com o formato de um hexágono regular e de mesmo perímetro que a praça já existente.

Qual será a medida, em metros, do lado dessa nova praça que o prefeito deseja construir?

A) 2
B) 8
C) 12
D) 24
E) 72

Atividade 8

(M090205G5) Todos os dias de manhã, Rafael dá três voltas completas em torno de uma praça que tem o formato de um hexágono regular, como mostra o desenho abaixo.



Quantos metros, no mínimo, Rafael percorre por dia em volta dessa praça?

A) 27
B) 54
C) 152
D) 162
E) 304

13

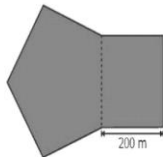
Fonte: Espírito Santo (2024).

Figura 10: Tarefa Final de 9 a 10

ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

Atividade 9

(M090184G5) A figura abaixo representa a planta de um sítio, cujo terreno é formado pela justaposição de uma parte no formato de um pentágono regular e outra parte no formato de um quadrado.



Esse sítio foi todo cercado com 4 voltas de arame farpado.

A quantidade mínima de arame necessária para cercar esse sítio é de

A) 7 200 metros.
B) 5 600 metros.
C) 4 400 metros.
D) 2 800 metros.

Atividade 10

(M100019EX) Para formar o quadrado abaixo, Paulo usou quatro fichas quadradas, com perímetro medindo 12 cm cada uma. Essas fichas foram colocadas lado a lado, sem sobreposição.



Determine a medida do perímetro, em centímetros, desse quadrado.

A) 24
B) 36
C) 48
D) 72
E) 96

14

Fonte: Espírito Santo (2024).

Além desses itens, também foi realizado um questionário final sobre as percepções dos estudantes após a intervenção utilizando o GeoGebra. O questionário é ilustrado na Figura 11.

Figura 11: Tarefa Final de 9 a 10

Questionário sobre a intervenção com o GeoGebra	
NOME: _____	DATA: _____
1. Figura Analisada:	
2. Represente o polígono com as informações apresentadas em tela	
3. Calcule o perímetro, tente fazer diferente do que é apresentado em tela	
4. Faça alterações nos vértices da figura, apresente a figura do polígono com as medidas de lados e calcule o perímetro.	
5. O que é Perímetro?	
6. O uso do GeoGebra facilitou a compreensão das características do polígono apresentado?	
7. O uso do GeoGebra facilitou a compreensão do cálculo de perímetro do polígono apresentado?	
8. O uso de tecnologias te auxiliou a compreender o que é Perímetro?	

Fonte: Pesquisadores (2024).

Considerações Finais

Este estudo, recorte de uma pesquisa realizada na Especialização em Metodologias de Ensino em Matemática da Universidade de Brasília, teve como objetivo investigar os conhecimentos prévios de perímetro de um grupo de estudantes do Ensino Médio, tomando como referência a Avaliação Diagnóstica e a Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), no âmbito da fase prospectiva de um Design Experiment.

Os problemas questionamentos que conduziram esse estudo foram respondidos, no qual: foram apresentados os conhecimentos prévios dos estudantes sobre perímetro; identificou-se as dificuldades ao ser abordado o tema; na tarefa diagnóstica, constatou-se resultados semelhantes aos históricos das avaliações de larga escala.

Os resultados obtidos evidenciam que, embora o conceito de perímetro seja introduzido ainda no Ensino Fundamental, persistem lacunas conceituais e procedimentais significativas entre os estudantes, especialmente no que se refere à compreensão das propriedades das figuras planas, à leitura e

interpretação de situações-problema e à mobilização adequada de operações matemáticas.

A aplicação da tarefa diagnóstica mostrou-se um instrumento potente para identificar para além dos acertos e erros dos estudantes, proporcionando, sobretudo, reconhecer os modos de pensar que sustentam os desenvolvimentos das tarefas por parte dos alunos. Identificou-se a associação do perímetro às medidas explicitadas na figura, desconsiderando propriedades geométricas como congruência de lados e características específicas de polígonos, como o retângulo. Destaca-se também as dificuldades de proporcionalidade, adição de segmentos e compreensão de percursos de ida e volta. Reforçando a necessidade de intervenções que articulem conceitos geométricos e aritmético.

Nesse sentido, a avaliação diagnóstica, fundamentada em autores como Luckesi, Hoffmann e Haydt, cumpriu seu papel formativo ao subsidiar o planejamento docente e orientar a elaboração de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem coerente com a realidade dos estudantes. Ao invés de assumir um caráter classificatório, a avaliação permitiu compreender o estágio de desenvolvimento conceitual dos alunos, possibilitando a proposição de intervenções mais significativas, alinhadas a uma perspectiva investigativa do ensino de Matemática.

A organização da THA, apoiada no constructo de Simon, evidenciou a importância do conhecimento do professor sobre o conteúdo, sobre a aprendizagem dos estudantes e sobre o uso de recursos didáticos, como as tecnologias digitais de Geometria Dinâmica. A proposta de intervenção com o GeoGebra emerge, portanto, como uma estratégia promissora para favorecer a exploração das propriedades das figuras, a visualização dinâmica e a construção do conceito de perímetro de maneira mais significativa.

Por fim, destaca-se que este estudo se limita à fase prospectiva do Design Experiment, não contemplando as análises referentes às fases *reflexiva* e *retrospectiva*, as quais serão apresentadas no próximo Capítulo deste livro.

Ainda assim, os resultados aqui discutidos reforçam a relevância da avaliação diagnóstica como elemento estruturante do processo de ensino e aprendizagem em Matemática e apontam para a necessidade de práticas pedagógicas que considerem os conhecimentos prévios dos estudantes como ponto de partida para a construção do conhecimento geométrico.

Dessa forma, espera-se que este estudo contribua para reflexões e ações docentes voltadas a um ensino de Matemática mais investigativo, formativo e alinhado às necessidades reais dos estudantes.

Referências

- Bessa, M. L. (2015). **Aprendizagem de geometria no curso de pedagogia: Um experimento de ensino sobre a formação dos conceitos de perímetro e área baseado na teoria de V. V. Davydov** (Tese de doutorado). Pontifícia Universidade Católica de Goiás. <https://tede2.pucgoias.edu.br/handle/tede/731>
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. **Educational Researcher**, 32(1), 9–13.
- Espírito Santo, Secretaria de Estado da Educação. (2024). **Material estruturado: Matemática, 27ª semana, 1ª série do ensino médio**. <https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/wp-content/uploads/2024/08/1a-serie-27a-semana-2024-MAT-F.pdf>
- Haydt, R. C. C. (2010). **Avaliação do processo ensino-aprendizagem** (7ª ed.). São Paulo: Ática.
- Hoffmann, J. (2014). **Avaliar para promover: As setas do caminho** (16ª ed.). São Paulo: Mediação.
- Libâneo, J. C. (2013). **Didática** (2ª ed.). São Paulo: Cortez.
- Luckesi, C. C. (2013). **Avaliação da aprendizagem escolar: Estudo e proposições** (22ª ed.). São Paulo: Cortez. <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788524921063/>
- Martins, L., & Lobo da Costa, N. M. (2024). Confiabilidade e validade do design experiment em investigações qualitativas. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, 17(2), 201–207. <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2024v17n2p201-207>
- Martins, L. (2023). **Trajetória hipotética de aprendizagem em trigonometria: Conhecimentos mobilizados por um grupo de estudantes** (Tese de doutorado). Universidade Anhanguera de São Paulo. <https://repositorio.pgsscogna.com.br/handle/123456789/61999>
- Severino, A. J. (2013). **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. **Journal for Research in Mathematics Education**, 26(2), 114–145.
- Simon, M. A. (1997). Developing a new model of mathematics teaching: An imperative for research on mathematics teacher development. In E. Fennema & B. S. Nelson (Eds.), **Mathematics teachers in transition**. Routledge.
- Vanini, L. M., & Lobo da Costa, N. M. (2022). Uma análise automatizada de avaliação diagnóstica em uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre trigonometria. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. <https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/484167-UMA-ANALISE-AUTOMATIZADA-DE-AVALIACAO-DIAGNOSTICA-EM-UMA-TRAJETORIA-HIPOTETICA-DE-APRENDIZAGEM-SOBRE-TRIGONOMETRI>

15- Trajetória hipotética de aprendizagem de perímetro mediada com GeoGebra

*Leonardo Martins Vanini*³²

*Rui Seimetz*³³

Introdução

As tecnologias, presentes nas mais diversas formas, têm possibilitado transformações sociais ao longo do tempo. Seus avanços têm possibilitado o desenvolvimento de ferramentas tecnológicas, sendo inevitável dissociá-las da contemporaneidade, inclusive com os avanços das inteligências artificiais (Cardoso; Volpi, 2023).

O ambiente escolar, com suas particularidades, torna-se um espaço de debates e discussões acerca do tema, no qual pesquisadores de todas as partes do mundo têm se debruçado em estudos relacionados à tecnologia e à educação. Araújo (2017) observa que dentre elas, na Matemática, o GeoGebra tem se destacado no desenvolvimento dos estudantes em diversos eixos curriculares, no qual há ênfase à Geometria e no estudo de Grandezas e Funções.

De modo a oficializar a possibilidade de o professor aplicar tecnologias educacionais em sala de aula, é comum observar a tecnologia sempre presente. Em especial, os documentos curriculares das escolas estaduais do Espírito Santo, apresenta, no eixo de Geometria, o objeto matemático perímetro. Os documentos normativos do Currículo Capixaba (Espírito Santo, 2018) evidenciam, de forma sugestiva, a Investigação Matemática e o software de geometria dinâmica GeoGebra para o desenvolvimento das habilidades e competências de Matemática.

Desse modo, observa-se a possibilidade de realização de uma intervenção matemática em uma Escola Estadual do Espírito Santo, localizada na cidade de Linhares, sendo possível: acesso à internet; acesso aos equipamentos de informática; acesso ao software GeoGebra; professor-

³²Doutor em Educação Matemática. Faculdade Anhanguera de Linhares/ Administração. professor@leomartins.net.

³³Doutor em Matemática. Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. rseimetz@unb.br.

pesquisador com conhecimento tecnológico, de conteúdo e pedagógico; bem como a articulação com o currículo estadual.

Diante do exposto, a questão geradora deste estudo é: que conhecimentos matemáticos um grupo de estudantes pode mobilizar ao longo de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem sobre perímetro de figuras planas com uso de software de geometria dinâmica? Com o propósito de responder às questões, o objetivo geral foi investigar os desafios e possibilidades do uso do software de geometria dinâmica, em sala de aula de Matemática, com estudantes do 1º ano do Ensino Médio, para o ensino de perímetro.

Metodologicamente, este estudo é qualitativo, classificado como *Design Experiment*. Limitando-se, neste texto, as fases reflexivas e retrospectivas.

Tecnologias Digitais

A evolução tecnológica tem viabilizado o aumento do acesso, possibilitando sua presença cada vez mais frequente nos ambientes escolares (Borba; Penteado, 2019). Por vez, para além dos equipamentos físicos e, principalmente, as tecnologias educacionais têm permitido a mediação tecnológica, colaborativa e a aprendizagem ativa dos alunos (Munhos, 2016).

O termo tecnologia pode provocar certas dúvidas no leitor, o qual tem experiência de usar desde um giz até computadores. No entanto, ao adentrarmos no campo das tecnologias educacionais, tornar-se-á necessário entendermos que seu conceito aborda não só o uso, mas a inserção das tecnologias nas finalidades pedagógicas, objetivando potencializar e tornar significativa os processos de ensino e aprendizagem.

Na prática, a educação vem utilizando-se de diversas tecnologias de mídia, com o objetivo de aprimorar o conhecimento dos alunos e auxiliar o professor em suas aulas. As chamadas multimídias, são a união dos recursos audiovisuais com os recursos da informática. É esta união que transformou e vem transformando o sistema de ensino (Lacerda, 2001, p. 121).

Para a inserção das tecnologias no ambiente escolar é necessário a infraestrutura com acesso à internet de modo estável, equipamentos, bem como acessibilidade aos recursos digitais (Maia; Vasconcelos; Menezes, 2024). Nesse tripé, definido pelos autores, é imprescindível a atuação do professor na integração em suas práticas de ensino.

Corroborando com essas perspectivas os pesquisadores Santos, Ribas e Oliveira (2017), descrevem elas como meio e não como fim. Essa perspectiva

tem o foco nas tecnologias em sala de aula como suporte para as descobertas dos alunos ao longo de uma investigação, reforçando o papel de mediação do professor e incentivador, pois equipamentos e softwares por si só, não fazem nada.

Dentre as tecnologias digitais disponíveis, Nogueira, Nery e Braga (2020) destacam o GeoGebra, *software* de geometria dinâmica, no qual proporcionando a autonomia de forma ativa dos alunos, caracterizando-o como uma metodologia ativa. Bem como, defendem o uso do aplicativo aos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

Oliveira *et al.* (2024) enfatizam o GeoGebra como recurso tecnológico que oferece aos alunos e professores um ambiente digital único, no qual contempla os recursos geométricos e algébricos de forma integrada. Os pesquisadores concatenam com Nogueira, Nery e Braga (2020) evocando as contribuições do *software* nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

De modo geral, os benefícios das tecnologias educacionais, em especial do GeoGebra, estão nas possibilidades de: construir os objetos; manipular os objetos no formato digital; observar as alterações e testar conjecturas; validar conceitos e justificações; desenvolver habilidades geométricas e algébricas; promover aprendizagem; promover a participação ativa dos alunos; explorar e investigar a Matemática.

Acerca do uso de tecnologias educacionais no ensino de Matemática, observa-se os casos de sucesso, como nas pesquisas: Almeida (2024), no qual pesquisou sobre o ensino de Matemática Financeira via jogos digitais; Santos e Honorato (2024) abordam a inclusão com o uso das tecnologias digitais na Educação; Martins (2023) inserindo as tecnologias em uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem de Trigonometria, utilizando o GeoGebra como instrumento de intervenção; Nonato (2023), fundamentando a inserção das tecnologias e apoiando seu estudo no modelo teórico TPACK, com foco nos professores do Ensino Superior; e Nogueira (2020), também à luz do TPACK, explorou a programação com *software* Scratch, integrado as placas *Makey Makey*.

Metodologia

Alinhado às perspectivas de Severino (2013) este estudo é classificado como qualitativo. Bem como, este estudo é do tipo *Design Experiment*, fundamentada em Paul Cobb, Jere Confrey, Andrea di Sessa, Richard Lehrer e Leona Schauble (Cobb *et al.*, 2003). Trata-se de uma metodologia

intervencionista, a qual possibilita flexibilidade ao pesquisador ao longo da aplicação da investigação planejada. Cobb *et al.* (2003) enfatizam três fases do *Design Experiment*, a saber: *prospectiva*, *reflexiva* e *retrospectiva*. Este estudo, focará nas fases *reflexiva* e *retrospectiva*

Na fase *reflexiva* da pesquisa é o momento de o pesquisador apresentar como ocorreram as intervenções e quais foram as contingências que ocorreram ao longo do processo e expor as tratativas sobre como as circunstâncias divergentes do planejado foram incorporadas. Para Martins (2023), nessa etapa, os dados são coletados por meio dos protocolos das tarefas aplicadas nas intervenções, bem como das anotações em caderno de notas do pesquisador.

Por fim, na fase *retrospectiva* é a etapa na qual os dados coletados devem ser analisados pelo pesquisador à luz das teorias escolhidas. Assim, estima-se constituir a análise dos protocolos dos alunos e na produção da síntese dos resultados obtidos, no qual auxiliaram nas conclusões da pesquisa.

Este estudo foi aplicado a um grupo de estudantes do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual localizada na cidade capixaba de Linhares. O grupo foi composto por 12 alunos, que voluntariamente aceitaram participar do projeto, bem como seus pais e/ou responsáveis autorizaram a sua participação nos processos intervencionistas. Os nomes dos alunos foram substituídos aleatoriamente por A1, A2, A3 até A12, garantindo o anonimato dos sujeitos participantes da pesquisa.

Os dados foram produzidos via: 1) rubrica nos protocolos das tarefas; 2) registros no caderno de anotações; 3) fotografias. Utilizou-se como instrumentos de pesquisa: 1) tarefas; 2) formulário, possibilitando aos alunos e/ou grupos de alunos o registro das rubricas.

Procedimentos Metodológicos

- Aplicação de uma tarefa diagnóstica, adaptada de Bessa (2015) sobre o perímetro de figuras planas;
- Os alunos acessaram a construção no site do GeoGebra (<https://www.geogebra.org/m/GbBGDXd>) para exploração dos conceitos de perímetro de figura plana;
- Enquanto os alunos exploram a construção no GeoGebra, realizam os registros nos protocolos de pesquisa;
- Os alunos realizam a Tarefa Final.

Descrições e Análises das Fases *Reflexiva e Retrospectiva*

Neste capítulo são apresentadas as análises do estudo, no qual foi constituído e fundamentado pelo processo metodológico do *Design Experiment*, quais sejam: a fase prospectiva, a reflexiva e a retrospectiva, além da análise dos dados de cada fase.

Fase Reflexiva da Pesquisa

A proposta inicial desta investigação tinha como sujeitos alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental. Porém, diante do alinhamento junto a equipe pedagógica da escola, julgou-se necessário estar adequado ao currículo da escola e, diante da situação, optou-se por adequar a pesquisa com o foco nos alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Na Figura 1, apresenta-se os registros da aplicação da Tarefa Diagnóstica.

Figura 1: Aplicação da tarefa diagnóstica



Fonte: Pesquisadores (2024).

Esse processo, ilustrado na Figura 1, foi realizado no dia 03 de setembro de 2024, com os alunos participantes voluntários da pesquisa. Foram utilizadas duas aulas seguidas, totalizando 100 minutos.

Após a aplicação da Tarefa Diagnóstica, ilustrada na Figura 1, procedeu com as análises dos dados e, consequentemente com o foco no planejamento inserir a tecnologia no processo de investigação matemática.

A escola, campo desta pesquisa, dispõe de computadores portáteis com função de notebook, tablet e, em especial, a tela sensível ao toque. São 120 equipamentos organizados em três racks com 40 unidades cada. O rack, tem a função de armazenagem, organização, carregamento e segurança dos equipamentos. Esses equipamentos estão disponíveis em todas as escolas estaduais do Espírito Santo.

Diante dessa disponibilidade de equipamentos e acesso à internet, oferecido pela própria instituição de ensino onde realizou o estudo, no dia 05

de setembro (2024), foram realizadas as intervenções com o apoio do GeoGebra, conforme apresentado na Figura 2.

Figura 2: Alunos manipulando o GeoGebra na intervenção



Fonte: Pesquisadores (2024).

Acerca desse processo, ocorreu uma contingência. Para intervenção com o GeoGebra era estimado o uso individual e em sala de aula por parte dos alunos. Por sua vez, diante das condições de conexões de internet da escola, necessitou alterar o local de intervenção da sala de aula para a biblioteca, mantendo o acesso individualizado dos equipamentos, porém sentados em grupos.

No dia 06 de setembro de 2024 foi aplicada a tarefa final, no qual os alunos participaram de forma voluntária. Na Figura 3 é apresentado a realização desse instrumento final pelos alunos.

Figura 3: Alunos realizando a tarefa final



Fonte: Pesquisadores (2024).

Nessa Tarefa Final, ilustrada na Figura 3, os alunos mobilizaram conhecimentos acerca de perímetros, incluindo outros polígonos como Hexágono e Pentágonos. Para realização da tarefa foram necessárias duas aulas geminadas, totalizando 100 minutos.

As análises dos dados produzidos ao longo do processo de intervenção são apresentadas na próxima Seção.

Fase Retrospectiva da Pesquisa

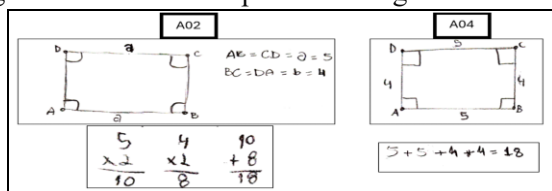
Esta etapa do Design Experiment tem como foco apresentar os resultados do processo intervencionista. Para tanto, essa seção está organizada em duas partes: Intervenção com o GeoGebra; e tarefa final.

Intervenção com GeoGebra

Esse processo intervencionista teve como foco a mobilização de conhecimentos acerca de perímetro de figuras planas, em especial os retângulos. Inicialmente os alunos foram orientados sobre o GeoGebra e, após esse momento, os alunos tiveram acesso a construção desejada no software em estudo e foram orientados por protocolo de pesquisa.

A primeira tarefa exigiu dos alunos a representação do polígono apresentado na tela do GeoGebra. A segunda tarefa pediu aos alunos o perímetro. Na Figura 4 são apresentados os registros de A2 e A4 nas duas tarefas.

Figura 4: Registro de A2 e A4 na primeira e segunda tarefas da intervenção



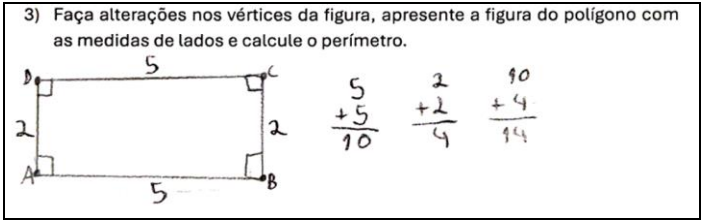
Fonte: Pesquisadores (2024).

Os registros de A2 e A4, ilustrados na Figura 4, apresentam diferenças nas medidas dos lados informados na própria figura por eles realizadas, bem como diferenciam nos cálculos; enquanto A2 multiplica por dois a medida do comprimento e a medida da altura para depois somar, A4 realiza a soma de todos os lados. Porém, ambos alunos obtiveram sucesso ao solucionar o problema proposto. Assim como A2 e A4, outros oito alunos (A1, A5, A6, A7, A8, A9, A10 e A12) obtiveram êxito ao resolverem o problema proposto, ou seja, aproximadamente 83% mobilizaram conhecimentos de perímetro.

Com o GeoGebra, Martins (2023) identificou registros coincidentes, destacando que os alunos tendem a repetir o mesmo desenho ilustrado em tela. Observa-se tal característica realizadas nas rubricas de A2, A5, A7, A9 e A10, quer realizaram os registros semelhantes ao do GeoGebra.

Para o terceiro problema os alunos deveriam manipular o polígono no GeoGebra, observando as características do polígono, os lados congruentes e as mudanças no perímetro conforme ocorria a manipulação. Na Figura 5 são ilustradas as rubricas de A8.

Figura 5: Registro de A8 na terceira tarefa da intervenção.



Fonte: Pesquisadores (2024).

As rubricas de A8, representadas na Figura 5, proporcionam afirmar que os estudantes trilharam pelos mesmos caminhos para realização da tarefa anterior. Percebe-se que A8 utilizou da estratégia de adição, coincidente com o processo de multiplicação realizado por A2 e ilustrado na Figura 4.

O percentual de assertividade do item foi de aproximadamente 83%. Observando os registros, os mesmos alunos participantes acertaram as três primeiras questões e utilizaram os mesmos processos de resolução.

Questionados sobre o que é perímetro? As respostas foram sintetizadas no Quadro 1.

Quadro 1: Registros dos alunos acerca do conceito de perímetro

ALUNO	RUBRICA
A1	Soma dos lados.
A2	Soma de todos os lados.
A3	Soma de todos os lados.
A4	É a soma de todos os lados.
A5	É a soma de todos os lados.
A6	É a soma de todos os lados.
A7	Soma de todos os lados.
A8	A soma das medidas de todos os lados.
A9	A soma de todos os lados da área.
A10	Soma dos lados.
A11	Soma de todos os lados.
A12	Soma de todos os lados.

Fonte: Pesquisadores (2024).

Todos os alunos, conforme dados apresentados no Quadro 1, relacionam perímetro com soma. Observa-se o registro de A9 com o termo “área”, embora tenha ficado evidenciado que o estudante se referiu ao contorno de uma região poligonal. Tal relação pelos alunos já foi observada em outros estudos, como o de Perrotta e Perrota (2008). Ao comparar com os dados da Tarefa Diagnóstica, houve um avanço de 17% para 100% acerca do conceito de perímetro.

Nessa perspectiva, tanto A3 quanto A11, confundiram perímetro com área e em ambos os problemas que foram propostos obtiveram insucesso na resolução por apresentarem em seus resultados a área dos polígonos. Essa confusão entre área e perímetro Santos (2017) atribuiu isso à maior usabilidade com maior frequência diante das necessidades de medir regiões planas no cotidiano.

Acerca da tecnologia empregada, a saber o GeoGebra, os alunos foram questionados: “o uso do GeoGebra facilitou a compreensão do cálculo de perímetro do polígono apresentado?”.

Os dados produzidos na pesquisa e enfatizam que todos os alunos participantes desse processo intervencionista conseguiram compreender o cálculo do perímetro com a utilização do GeoGebra. Destaca-se a resposta de A2, com a justificativa de “ajudou no passo a passo do exemplo a seguir”, bem como no registro de A7 “sim, pois conseguimos mexer na figura”.

As justificações, apresentadas por A2 e A7, são exploradas por Araújo (2017), no qual o pesquisador enfatiza o GeoGebra como ferramenta para manipulações, explorações e investigações.

Resultados semelhantes, obteve Nogueira (2015, p. 106), em um dos relatos dos sujeitos da pesquisa é enfatizado “Mudou muito, pois com a teoria em sala de aula em conjunto com uso do GeoGebra, em laboratórios de informática, as aulas de geometria ficariam muito mais interessantes e práticas, tanto para o professor quanto para o aluno”.

Destarte, o último questionamento no protocolo da pesquisa foi: “o uso de tecnologias te auxiliou a compreender o que é perímetro?”. Os resultados enfatizam que todos os alunos acreditam no potencial das tecnologias para a aprendizagem de perímetro. Assim como no estudo desenvolvido por Martins (2003), houve uma semelhança nas respostas entre o software GeoGebra e o uso das tecnologias para a aprendizagem de um objeto matemático. Nota-se que nessa situação, os alunos acabam tendo rubricas semelhantes em suas respostas.

Acerca da utilização do GeoGebra para investigar e solucionar problemas, os resultados obtidos nessa etapa da pesquisa, equiparam-se aos resultados dos pesquisadores Oliveira *et al.* (2024), em que todos utilizaram o software para resolver os problemas propostos; os alunos descrevem que o GeoGebra facilita a aprendizagem, assim como as tecnologias educacionais.

Fase Retrospectiva da Tarefa Final

A Tarefa Final foi composta por um conjunto de dez problemas, no qual foram disponibilizados pela Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo

(Espírito Santo, 2024). Na Figura 6 é apresentada a síntese dos resultados, a letra “C” representa que o aluno solucionou o problema de forma correta, enquanto a letra “E” indica o erro na rubrica do aluno participante da pesquisa.

Figura 6: Síntese da Tarefa Final

ALUNO	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
A01	C	C	E	C	C	C	E	C	C	C
A02	E	C	E	C	C	C	C	C	C	C
A03	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
A04	C	E	E	C	C	C	C	C	C	C
A05	C	C	E	C	C	C	C	C	C	C
A06	E	C	E	C	C	C	C	C	C	E
A07	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
A08	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
A09	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
A10	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
A11	E	C	E	C	C	C	C	C	C	C
A12	E	C	C	C	C	C	C	C	C	C
CERTO	8	11	6	12	12	12	11	12	12	11
% CERTO	66,67	91,67	50,00	100,00	100,00	100,00	91,67	100,00	100,00	91,67
ERRADO	4	1	6	0	0	0	1	0	0	1
% ERRADO	33,33	8,33	50,00	0,00	0,00	0,00	8,33	0,00	0,00	8,33

Fonte: Pesquisadores (2024).

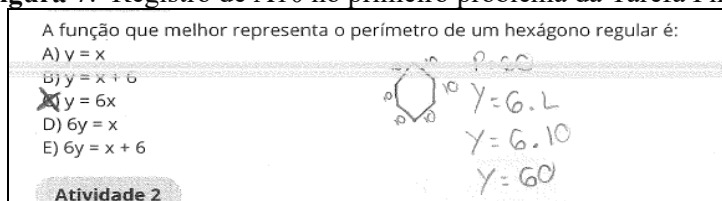
Conforme exposto na Figura 6, os sujeitos da pesquisa responderam todos os problemas propostos. Comparando esses dados com os da Tarefa Diagnóstica um dos pontos que divergem é a tentativa de solucionar os problemas, evitando deixar o item sem resposta.

Tal condição foi observado nos estudos de Almeida (2024) e Martins (2023). Ambos os pesquisadores destacaram a importância da motivação dos alunos em tentarem solucionar os problemas propostos, não necessariamente com assertividade, mas a tentativa demonstra o interesse e o engajamento dos alunos com o conjunto de tarefas propostas.

Observa-se o aumento da assertividade nos resultados dos alunos, no qual todos os alunos souberam solucionar os problemas propostos em Q04, Q05, Q06, Q08 e Q09, obtendo 100% de respostas certas para esses itens no Teste Final. Por sua vez, o problema com menor assertividade foi o terceiro problema, no qual 50% dos alunos obtiveram sucesso em seus registros.

O primeiro problema da tarefa final relacionou o perímetro de um polígono, no caso um hexágono, com a lei de formação de uma função afim. De acordo com a Figura 11, 66,67% dos alunos obtiveram sucesso ao resolverem o problema proposto. Na Figura 7 é apresentado as rubricas de A10.

Figura 7: Registro de A10 no primeiro problema da Tarefa Final

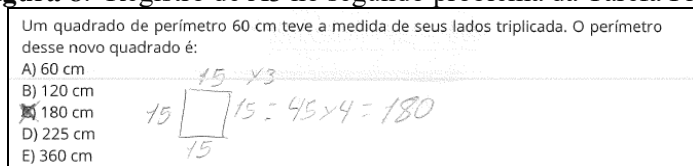


Fonte: Pesquisadores (2024).

Os registros de A10 demonstram que o aluno estipulou um certo valor para reconhecer o padrão de resposta e confirmar que a alternativa assinalada, letra C, com $y = 6x$, corresponde a função do perímetro de um hexágono regular. Nota-se, que o uso do GeoGebra, possibilita aos estudantes a manipulação das figuras e, consequentemente estimar valores pode facilitar a compreensão de um problema. A estimativa para solucionar problema é evidenciada no estudo de Bessa (2015).

Ampliação e redução de figuras estão sempre presentes. No caso do segundo problema foi apresentado o perímetro inicial do quadrado e questionado sobre o novo perímetro no caso de triplicar os lados. Onze alunos (91,67%) acertaram a resolução, na Figura 8 é ilustrado o registro de A3.

Figura 8: Registro de A3 no segundo problema da Tarefa Final

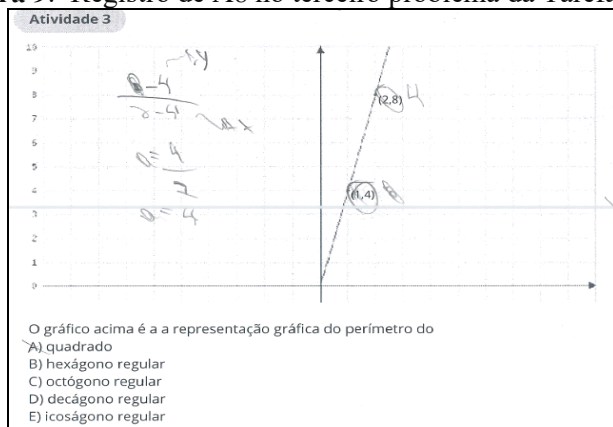


Fonte: Pesquisadores (2024).

No registro de A3, ilustrado na Figura 8 observa-se a estratégia também realizada por outros quatro alunos: A1; A4; A5; A10. Nesse caso, realizaram o desenho do polígono e registraram as medidas dos lados.

O terceiro problema, no qual houve 50% de assertividade, foi o problema com menor assertividade entre os alunos. Na Figura 9 é ilustrada as rubricas de A8 para tentar solucionar o problema proposto.

Figura 9: Registro de A8 no terceiro problema da Tarefa Final



Fonte: Pesquisadores (2024).

Nota-se, conforme ilustrado na Figura 9, a assertividade em assinalar a opção “A”, correspondente ao “quadrado” por parte de A8. Os registros de A8 na figura demonstra que ele fez uma divisão entre os valores de “y” pelo valor de “b”, identificando a quantidade de lados igual a 4. Essa proposição, foi observada ao longo da intervenção com o uso do GeoGebra, em que os alunos observaram a regularidade do polígono enquanto estavam manipulando o objeto.

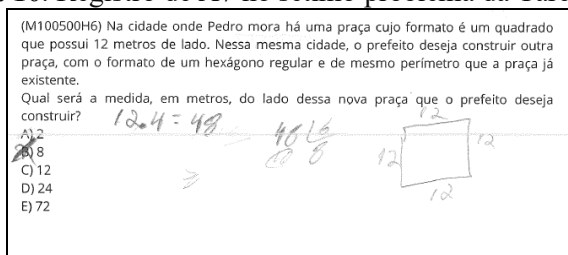
O quarto, quinto e sexto problema foi resolvido por todos os alunos de forma assertiva, ou seja, 100% dos alunos acertaram a resolução propostas. No quarto problema foi apresentado o perímetro do quadrado de 36 cm, sendo solicitado a medida dos lados, todos dividiram por 4 e obtiveram 9 cm como resposta.

O quinto problema questionou aos estudantes o perímetro de um hexágono regular com medida de lado igual a 6 cm. Todos os alunos realizaram a multiplicação de 6 vezes 6, obtendo como resposta 36. Em relação ao sexto problema foi apresentado um contexto de uma região quadrada com lado medindo 90 metros, nessa atividade todos realizaram a multiplicação por 4 e obtiveram como resposta 360 metros.

Para esse conjunto de tarefas, em que os estudantes conseguiram mobilizar os conhecimentos sem demonstrar dificuldades, pode ser classificada como exercícios. É comum após o processo de intervenção que os alunos possam reduzir o desafio de algumas tarefas propostas. Na pesquisa de Martins (2023) algumas tarefas, que previamente haviam sido consideradas com desafio elevado, após a aplicação da intervenção passaram a ser considerado com desafio baixo.

A sétima questão abordou a congruência do perímetro de um quadrado com o do hexágono regular. 91,67% dos alunos participantes (11) obtiveram êxito ao solucionar o problema. Na Figura 10 é ilustrada a resolução de A7 no sétimo problema da Tarefa Final.

Figura 10: Registro de A7 no sétimo problema da Tarefa Final

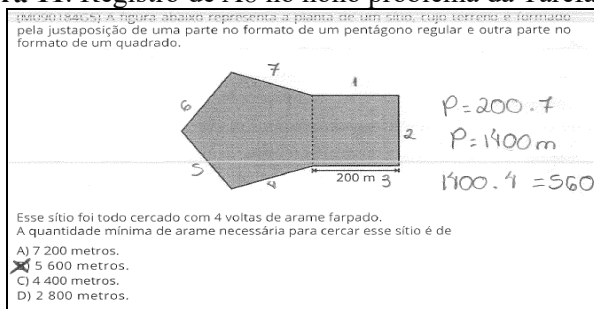


Fonte: Pesquisadores (2024).

Conforme ilustrado na Figura 10, A7 compreendeu que o perímetro do hexágono era equivalente ao perímetro do quadrado e, após ter calculado o perímetro do quadrado, fez a divisão por 6 obtendo 8 como a solução.

Acerca dos problemas 8 e 9 todos os alunos participantes lograram êxito em suas respostas. Acerca do oitavo problema os alunos deveriam calcular o perímetro de uma praça, conhecendo um dos lados. Por sua vez, na nona questão aos alunos deveriam compreender a correspondência entre o lado do quadrado com o lado do pentágono. Na Figura 11 é demonstrado o registro de A8 na nona tarefa proposta.

Figura 11: Registro de A8 no nono problema da Tarefa Final

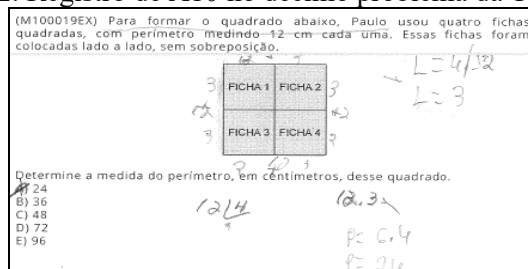


Fonte: Pesquisadores (2024).

A resolução apresentada por A10 se assemelha aos registros de outros cinco alunos (A3, A7, A9, A10 e A12). Em seu registro observa-se a atenção dada na contagem dos lados a serem considerados para o perímetro. Martins (2023) enfatizou que os alunos participantes de sua pesquisa utilizam a figura de apoio para realização de registros que possam auxiliá-los a solucionarem o problema.

O último problema da tarefa final também envolveu o conhecimento acerca da justaposição de polígonos. Para essa décima questão quatro quadrados de perímetro de 12 centímetros formava um quadrado maior. Esse problema foi resolvido com sucesso por 11 alunos, ou seja, com 91,67% de assertividade. Na Figura 12 é apresentada a resolução de A10.

Figura 12: Registro de A10 no décimo problema da Tarefa Final



Fonte: Pesquisadores (2024).

A resolução demonstrada na Figura 12, realizada por A10, demonstra a compreensão do aluno em reconhecer o perímetro dos quadrados menores. Para tanto a estratégia utilizada foi a divisão de 12 por 4, obtendo 3 como a medida dos lados menores. Com essa informação A10 reconheceu que cada lado do quadrado maior era formado por duas vezes o lado do menor, logo 6 cm. Com tal informação, multiplicou por 4 e obteve 24 cm.

Os resultados apresentados por A10 se assemelham com os registrados por A3, A5, A7, A9 e A12. Nesses registros a percepção da necessidade de realizar a divisão; reconhecer o lado maior como 6 e, por fim, multiplicar por 4 e obter a solução desejada.

Enquanto Almeida (2024) aplicava os jogos digitais para o ensino de Matemática Financeira, observou os avanços da mobilização de conhecimentos matemáticos com o uso das tecnologias educacionais. Nessa mesma perspectiva, Araújo (2017) evidencia a importância da GeoGebra para o desenvolvimento das habilidades essenciais, quais sejam, nesse estudo perímetro.

Em síntese, a realização do percurso de Tarefa Diagnóstica, intervenção com GeoGebra e Tarefa Final, observou o engajamento dos alunos na realização das tarefas, bem como o aumento da assertividade na solução dos problemas por parte dos alunos participantes do processo intervencionista.

Considerações Finais

Os avanços tecnológicos têm propiciado pesquisas interessantes acerca da aplicabilidade no contexto escolar. É fato que as tecnologias não podem se reduzir ao simples uso, mas é preciso inseri-las no espaço educacional, promovendo de fato o seu devido papel nos processos de ensino e aprendizagem dos alunos.

Observando o contexto de uma escola estadual localizada na cidade de Linhares/ES, com os recursos tecnológicos disponíveis, delineou-se o presente estudo tendo como objetivo investigar os desafios e possibilidades do uso do software de geometria dinâmica, em sala de aula de matemática, com estudantes do 1º Ano do Ensino Médio para o ensino de perímetro.

Para atingir o objetivo proposto utilizou-se de um processo intervencionista, fundamentado metodologicamente no Design Experiment. A investigação ocorreu em três etapas, sendo elas: uma Tarefa Diagnóstica; uma intervenção com o GeoGebra; e a Tarefa Final.

A Tarefa Diagnóstica demonstrou que os estudantes estavam com dificuldades em conceituar e mobilizar conhecimentos acerca de perímetro. Para além disso, foi observado questões deixadas sem respostas por parte dos alunos. Ao longo dos processos de intervenção com o GeoGebra, foi percebida a participação de todos os envolvidos na pesquisa, realizando os registros propostos nos protocolos de pesquisa e na manipulação do software.

Ao término do processo intervencionista, foi proposta uma tarefa individual impressa. Apesar do recurso tecnológico ter sido diferente do processo intervencionista, ou seja, ao invés do uso de computadores portáteis, passou a ser utilizado papel, os alunos participaram ativamente e tentaram solucionar todos os problemas que foram propostos na Tarefa Final.

Quanto aos desafios com as tecnologias, em especial no que diz respeito ao uso do GeoGebra, está o conhecimento tecnológico do professor acerca da ferramenta, suas limitações e aplicações. É preciso observar como a construção chega para os alunos, se o professor irá construir com os alunos, se o professor irá disponibilizar para os alunos ou se será aproveitada alguma construção já realizada por alguém na comunidade do GeoGebra – o que foi o caso do presente estudo.

Não ocorreu ao longo desse processo de investigação, mas como relata Almeida (2023) é preciso estar atento ao tipo de conexão antes de organizar os alunos, principalmente em locais em que a conexão com os provedores acaba sendo deficiente. De todo modo, as possibilidades para integrar o uso do GeoGebra nas aulas de Matemática são diversas, em especial se tratando do ensino de perímetro. É preciso estar atento ao nível de conhecimento

tecnológico dos alunos, mas inserir o GeoGebra para manipular as construções já realizadas por outros membros da comunidade é algo imprescindível e proporciona a participação e o engajamento de todos os alunos, principalmente para manipularem os objetos construídos.

Quanto ao ensino de perímetro, ficou evidente a mobilização dos conhecimentos acerca das propriedades dos polígonos, melhorando e reforçando os conhecimentos prévios dos estudantes. Houve melhoria na resolução de problemas mais sofisticados, em que os alunos deveriam realizar mais de uma operação para obter a solução desejada. Desse modo, observa-se a criatividade na resolução de problemas por parte dos alunos.

Nesse sentido é primordial e necessário reforçar que a tecnologia não é o fim e sim o meio, sendo primordial o papel do professor para mediação, planejamento e organização dos espaços de aprendizagem com a inserção de recursos tecnológicos que propiciem aprendizagem. O professor monitora, garante o uso consciente e com propósito por parte do aluno.

Os resultados deste estudo reforçam a importância do GeoGebra para o contexto escolar e, principalmente, enquanto uma tecnologia educacional. A inserção desse software de geometria dinâmica foi suficiente para que os alunos, participantes do presente estudo, lograssem êxito na resolução dos problemas envolvendo perímetro.

Dessa forma, o objetivo desse estudo foi atingido e os questionamentos iniciais foram respondidos. Para além de terem deixado as marcas nesse presente Trabalho de Conclusão de Curso, deixou também marcas na vida pessoal dos estudantes. É por essas razões que nós, docentes, precisamos implementar cada vez mais a integração de tecnologias em sala de aula..

Referências

- Almeida, W. R. (2024). **Sequência didática em matemática financeira com jogos digitais** (Dissertação de mestrado). Centro Universitário Anhanguera de São Paulo. <https://repositorio.pgsscogna.com.br/handle/123456789/68346>
- Araújo, J. J. (2017). **O software GeoGebra numa proposta de formação continuada de professores de matemática do ensino fundamental** (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto. https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/9343/6/DISSERTA%C3%87%C3%83O_SoftwareGeoGebraProposta.pdf
- Bessa, M. L. (2015). **Aprendizagem de geometria no curso de pedagogia: Um experimento de ensino sobre a formação dos conceitos de perímetro e área baseado na teoria de V. V. Davydov** (Tese de doutorado). Pontifícia

Universidade Católica de Goiás.

<https://tede2.pucgoias.edu.br/handle/tede/731>

Borba, M. C., & Pentead, M. G. (2019). **Informática e educação matemática** (6ª ed.). São Paulo: Autêntica.

<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788551306628/>

Cardoso, E. M., & Volpi, F. M. (2023). Educação e tecnologia: Uma revisão narrativa da relação escola e tecnologia no Brasil. **Anais do Seminário de Desenvolvimento, Conhecimento e Tecnologia**, 1–18.

<https://artigos.devtec.com.br/index.php/devtec/article/view/5>

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. **Educational Researcher**, 32(1), 9–13.

Espírito Santo. (2024). **27ª semana: Rotina pedagógica.**

<https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/wp-content/uploads/2024/08/1a-serie-27a-semana-2024-MAT-F.pdf>

Espírito Santo, Secretaria de Estado da Educação. (2018). **Currículo do Espírito Santo: Matemática.**

https://sedu.es.gov.br/Media/sedu/pdf%20e%20Arquivos/Curriculo_ES_Matematica.pdf

Lacerda, A. C. (2001). **A história da tecnologia na educação: Do quadro de giz à realidade virtual** (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina. <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/81464>

Maia, L. E. de O., Vasconcelos, F. H. L., & Menezes, D. B. (2024). Impacto das tecnologias educacionais no processo de ensino e aprendizagem: Desafios e oportunidades. **Cuadernos de Educación y Desarrollo**, 16(3), e3539.

<https://doi.org/10.55905/cuadv16n3-007>

Martins, L. M. (2023). **Trajetória hipotética de aprendizagem em trigonometria: Conhecimentos mobilizados por um grupo de estudantes** (Tese de doutorado). Universidade Anhanguera de São Paulo.

<https://repositorio.pgsscogna.com.br/handle/123456789/61999>

Munhoz, A. S. (2016). **Tecnologias educacionais**. São Paulo: Saraiva.

Nogueira, C. A., Nery, E. S. S., & Braga, M. D. (2020). Formação continuada de professores de matemática: Um olhar para as metodologias ativas nos processos de ensino e de aprendizagem. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, 5(2), 90–111.

<https://doi.org/10.34179/revisem.v5i2.12654>

Nogueira, C. A. (2015). **Ensino de geometria: Concepções de professores e potencialidades de ambientes informatizados** (Dissertação de mestrado).

Universidade de Brasília.
<https://repositorio.unb.br/jspui/handle/10482/18664>

- Nonato, K. J. (2023). **Tecnologias digitais e as marcas no currículo da formação inicial de professores de matemática** (Tese de doutorado). Universidade Anhanguera de São Paulo.
<https://repositorio.pgsscogna.com.br/handle/123456789/52540>
- Oliveira, C. S., Geller, M., Pereira Filho, A. D., & Sousa, L. M. de. (2024). Software GeoGebra nos processos de ensino e aprendizagem de geometria analítica em uma turma da 3ª série do ensino médio. **Observatorio de la Economía Latinoamericana**, 22(1), 745–771. <https://doi.org/10.55905/oelv22n1-040>
- Perrotta, R. C., & Perrotta, S. G. M. (2008). Considerações sobre o ensino de área e perímetro. **Dialogia**, (4), 81–88. <https://doi.org/10.5585/dialogia.v4i0.874>
- Santos, P. K., Ribas, E., & Oliveira, H. B. (2017). **Educação e tecnologias**. Porto Alegre: SAGAH.
- Santos, G. F., & Honorato, J. (2024). Uso de tecnologias educacionais na educação de estudantes surdos. **Revista Diálogos e Perspectivas em Educação Especial**, 11(1), e0240007.
<https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/dialogoseperspectivas/article/view/14690>
- Severino, A. J. (2013). **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez.

16- Métodos quantitativos aplicados à análise de indicadores de desempenho escolar

Leonardo Santos da Cruz³⁴

Mauro Luiz Rabelo³⁵

Introdução

Em âmbito nacional, os indicadores de desempenho escolar baseiam-se, principalmente, em avaliações padronizadas que fornecem métricas quantitativas sobre a qualidade da educação. Entre esses indicadores, destaca-se, por exemplo, a Prova Brasil, que integra o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Tais avaliações são amplamente utilizadas para mensurar o desempenho dos estudantes em diversas disciplinas, oferecendo uma visão abrangente do nível de aprendizagem em diferentes regiões do país e permitindo comparações padronizadas. Outro indicador significativo é o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), que combina dados de desempenho acadêmico com taxas de aprovação para gerar um índice que reflete a qualidade educacional de escolas e municípios. A análise do IDEB possibilita uma avaliação contínua e direcionada, auxiliando a formulação de políticas públicas e estratégias pedagógicas. Dessa forma, a utilização dessas avaliações como indicadores de desempenho torna-se essencial para a análise de dados educacionais.

A avaliação educacional constitui uma prática essencial e contínua no âmbito do ensino, crucial para monitorar o progresso do processo de aprendizagem. Sua função vai além de atribuir notas: é fundamental para comparar os resultados alcançados com os objetivos estabelecidos, identificar avanços e obstáculos e orientar ajustes necessários (Rabelo, 2013, p. 268). Em vez de ser apenas um meio de mensuração do desempenho, a avaliação representa um instrumento valioso de coleta de dados sobre o aproveitamento

³⁴Mestre em Estatística. UnB, Instituto de Ciências Exatas. leonardo-7238@hotmail.com.

³⁵Doutor em Matemática. Universidade de Brasília- UnB. Departamento de Matemática. rabelo@unb.br.

dos estudantes, fornecendo informações tanto sobre o trabalho docente quanto sobre o desenvolvimento discente.

A prática avaliativa desempenha papel crucial ao orientar e direcionar os estudantes durante seu percurso educacional. Além de fornecer subsídios sobre atitudes, aptidões, interesses e desafios, a avaliação também constitui um estímulo importante para o sucesso de todos os envolvidos. Por meio de provas, exercícios, observações e entrevistas, o professor coleta informações sobre o progresso dos estudantes desde o início da aprendizagem até o momento atual. Assim, avaliar pode ser útil para registrar a progressão dos alunos e suas dificuldades, permitindo acompanhamento mais detalhado e superação de obstáculos específicos.

No ensino de Matemática, em particular, a avaliação pode ser plural, no sentido de verificar se foram assimiladas técnicas de cálculo, demonstração e suas possíveis aplicações na própria matemática ou em áreas correlacionadas. Portanto, a avaliação não apenas mede a assimilação de conceitos e técnicas, mas também auxilia na melhoria da metodologia de ensino e no desenvolvimento da autoconfiança dos estudantes, sendo fundamental para o sucesso educacional. Nesse sentido, convém perguntar: que recursos estatísticos podem ser empregados para analisar o desempenho escolar a partir de indicadores? A partir dessa questão, torna-se possível propor direcionamentos para pesquisas futuras, considerando objetivos como: categorizar diferentes formas de análise quantitativa de desempenho; e desenvolver ferramentas de categorização para essas análises, utilizando recursos matemáticos e estatísticos que fundamentem sua aplicação.

Considerando os aspectos apresentados até o momento, o presente ensaio busca apresentar um conjunto de ferramentas estatísticas que, dependendo da estrutura dos dados, podem ser extremamente úteis para a compreensão e a verificação da fidedignidade dos indicadores de desempenho escolar, viabilizando o uso adequado desses indicadores na formulação de políticas públicas, por exemplo. Para alcançar esse propósito, serão apresentadas algumas exemplificações baseadas em uma análise exploratória de dados.

Inicialmente, discutem-se aspectos elementares relacionados às avaliações e ao seu reconhecimento como indicadores de desempenho. Em seguida, apresentam-se ferramentas que podem ser empregadas na análise dos dados provenientes dessas avaliações e indicadores. Nessa etapa, exploram-se exemplos com o objetivo de ilustrar justificativas plausíveis para o uso de ferramentas de análise de dados, considerando a natureza das informações a

serem estudadas. Para esse propósito, realiza-se a análise exploratória dos dados de desempenho dos estudantes em avaliações aplicadas por professores.

Posteriormente, os dados das avaliações são considerados de forma temporal e conjunta, por meio da aplicação de instrumentos estatísticos voltados à análise de séries temporais e de dados multivariados. Nesse contexto, destacam-se ferramentas como modelos de suavização temporal e análise de clusters. A metodologia adotada neste ensaio é essencialmente descritiva e correlacional, buscando analisar relações entre variáveis específicas no contexto do ensino básico.

A amostra utilizada nas exemplificações é composta por estudantes da Educação Básica da rede pública de Brasília, distribuídos em três turmas (A, B e C), com quantitativos variando entre 17 e 31 estudantes, selecionados de forma aleatória. Nas exemplificações, empregou-se o software R (R Core Team, 2021), no qual foram implementados códigos que possibilitaram a geração de representações gráficas dos resultados. Espera-se que as discussões propostas contribuam para a compreensão do uso de ferramentas analíticas voltadas à avaliação do desempenho escolar, bem como para a identificação de variáveis preditoras capazes de subsidiar o desenvolvimento de intervenções específicas.

A justificativa para este ensaio reside na importância de reconhecer e empregar ferramentas adequadas para compreender determinantes do desempenho escolar, a partir da análise de indicadores educacionais. Tal abordagem visa apoiar a formulação de políticas educacionais mais eficazes e direcionadas, capazes de promover um ambiente escolar mais favorável ao sucesso acadêmico dos estudantes.

Indicadores

De modo geral, é essencial apresentar os conceitos fundamentais que embasam as técnicas utilizadas na extração de informações a partir de dados. Da mesma forma, é relevante delimitar conceitos como avaliações e indicadores de desempenho. Nesta seção, esses e outros conceitos são definidos e exemplificados, além de serem apresentadas técnicas estatísticas importantes para a análise de dados.

Muito se discute sobre indicadores em instituições públicas, tanto educacionais quanto não educacionais. Trata-se de um tema recorrente e de grande relevância. Quando considerados na Educação, os indicadores desempenham papel fundamental ao fornecer informações objetivas e quantitativas sobre o desempenho escolar, a qualidade do ensino e o acesso à

educação. Em um cenário cada vez mais orientado à gestão de resultados e à melhoria da qualidade educacional, esses indicadores são essenciais para que gestores, professores e formuladores de políticas públicas tomem decisões baseadas em evidências, e não apenas em impressões ou experiências isoladas.

Além disso, a importância dos indicadores educacionais se estende à prestação de contas e à transparência. Instituições de ensino, públicas ou privadas, têm a responsabilidade de demonstrar seus resultados à sociedade. Ao monitorar indicadores educacionais, gestores escolares e governamentais podem justificar o uso de recursos, adaptar políticas para melhor atender às necessidades da população e estabelecer metas de desenvolvimento alinhadas a padrões nacionais e internacionais. Tecnicamente, há diferenças significativas de metodologia e abordagem para a definição de indicadores, à medida que se alteram o objeto e o propósito da avaliação. De maneira geral, a literatura especializada oferece subsídios para a elaboração de indicadores adequados a diferentes finalidades, como se observa na definição a seguir:

O indicador é uma medida, de ordem quantitativa ou qualitativa, dotada de significado particular e utilizada para organizar e captar as informações relevantes dos elementos que compõem o objeto da observação. É um recurso metodológico que informa empiricamente sobre a evolução do aspecto observado (Ferreira, Cassiolato & Gonzalez, 2009, p. 24).

Já a Fundação Nacional da Qualidade (FNQ) apresenta uma visão mais restrita sobre indicadores ao afirmar que sua característica principal é a existência de fórmulas mais complexas para o cálculo, que preconizam, no mínimo, uma razão entre duas informações. Se não houver divisão de duas informações, não existe indicador genuíno, mas apenas uma informação ou um número “puro” (FNQ, 2024, p. 5).

Refletir sobre a importância dos indicadores em instituições educacionais é fundamental. Em essência, esses instrumentos servem para avaliar se as metas estabelecidas estão sendo efetivamente alcançadas. No contexto da gestão, qualquer ação se mostra eficaz quando contribui para o cumprimento dos objetivos organizacionais. Assim, ao atingir suas metas, a instituição valida a adequação das estratégias adotadas por meio dos indicadores; caso contrário, eles funcionam como alerta para a necessidade de ajustes e melhorias. Os indicadores permitem monitoramento sistemático do desempenho, viabilizando intervenções mais rápidas para evitar desvios nos processos. A partir das informações obtidas, torna-se possível avaliar com maior precisão o desempenho de equipes, atividades, processos e da própria

gestão, o que facilita a tomada de decisões e a implementação de ações voltadas ao aprimoramento de resultados.

Conclui-se, portanto, que os indicadores funcionam como alicerces para decisões embasadas de gestores e formuladores de políticas públicas e educacionais. Também fornecem suporte para redirecionar iniciativas, ajustando estratégias a fim de otimizar resultados e recursos. Além disso, permitem reconhecer e valorizar o desempenho de unidades, departamentos, setores ou projetos específicos e auxiliam a comunicar expectativas de maneira clara e precisa.

Avaliações como indicadores

O uso de avaliações como indicadores de desempenho escolar é amplamente adotado, tanto para medir a aprendizagem dos estudantes quanto para avaliar a qualidade das instituições de ensino. Embora essas avaliações possam fornecer dados valiosos, seu uso excessivo e como única métrica de sucesso gera controvérsias. Avaliações tradicionais, como provas escritas, apresentam limitações ao não captarem a complexidade do aprendizado, podendo induzir práticas como o “ensino para o teste” e ignorar habilidades socioemocionais e criativas. Ademais, a pressão por resultados pode ampliar desigualdades, especialmente em contextos socioeconômicos desfavoráveis. Enquanto exames padronizados, como provas do SAEB no Brasil, ajudam a orientar políticas públicas, a redução do desempenho educacional a números pode distorcer o processo de ensino. Nesse sentido, é necessário conhecer previamente modelos de avaliação que podem ser empregados nas instituições de ensino. Descrevem-se, a seguir, de forma breve, alguns tipos de avaliação:

A *avaliação diagnóstica* tem como finalidade identificar conhecimentos prévios, habilidades e dificuldades dos estudantes, geralmente no início de um período letivo ou de uma nova etapa de aprendizagem. Seus resultados subsidiam o planejamento pedagógico e a definição de estratégias de ensino (Luckesi, 2006). Pode ser realizada por meio de provas escritas ou orais, avaliações online, questionários e simulados. Em larga escala, o SAEB — do qual a Prova Brasil faz parte — avalia o desempenho de estudantes do ensino fundamental e médio em língua portuguesa e matemática. Os dados do SAEB, combinados às taxas de aprovação, contribuem para o cálculo do IDEB, indicador da qualidade da educação básica no país.

A *avaliação somativa* analisa o desempenho global do estudante ao final de um período de ensino, como semestre ou ano letivo, verificando o nível de domínio dos conteúdos trabalhados (Fernandes, 2008). Seus resultados permitem comparar desempenhos ao longo do tempo e avaliar a efetividade de

intervenções pedagógicas. Esse tipo de avaliação é aplicado por meio de exames objetivos, provas dissertativas e outros instrumentos centrados em conteúdos curriculares (Bloom, Hastings & Madaus, 1983). O ENEM é exemplo relevante de avaliação somativa no Brasil, utilizado para medir o desempenho ao final do ensino médio e como critério de acesso a instituições de ensino superior no país e no exterior.

A *avaliação formativa* acompanha continuamente o processo de aprendizagem, com o objetivo de verificar se as práticas pedagógicas estão promovendo os resultados esperados. Ela permite identificar dificuldades, ajustar metodologias e orientar professores e estudantes durante o percurso educativo (Fernandes, 2008). Pode ocorrer por meio de atividades diárias, estudos de caso, listas de exercícios, seminários, trabalhos escolares e autoavaliações, funcionando como importante indicador do progresso do estudante ao longo do processo de ensino-aprendizagem.

A *avaliação comparativa* analisa o desempenho dos estudantes ao longo de diferentes períodos, possibilitando a comparação entre resultados obtidos em momentos distintos. Os intervalos de comparação são definidos por profissionais da educação, e os instrumentos podem incluir testes rápidos, relatórios e sínteses de conteúdo. Em âmbito internacional, o PISA, coordenado pela OCDE, avalia estudantes de 15 anos em leitura, matemática e ciências, permitindo a comparação do desempenho educacional entre países e oferecendo subsídios para análises sobre a qualidade do ensino.

As *avaliações ipsativas* comparam o desempenho do estudante consigo mesmo, priorizando o progresso individual ao longo do tempo, e não a comparação com outros estudantes (Fernandes, 2008). Esse tipo de avaliação busca estimular a autoavaliação, a autossuperação e o desenvolvimento contínuo. Embora não existam sistemas nacionais institucionalizados de avaliação ipsativa, práticas como autoavaliação e abordagens utilizadas na educação inclusiva e no ensino especial podem ser consideradas exemplos desse modelo avaliativo.

Os diferentes tipos de avaliação educacional — diagnóstica, formativa, somativa, comparativa e ipsativa — podem ser compreendidos como indicadores de desempenho no contexto do processo de ensino-aprendizagem. Isso ocorre porque produzem informações objetivas e subjetivas capazes de evidenciar o nível de aprendizagem, o progresso dos estudantes e a efetividade das práticas pedagógicas adotadas. Segundo Luckesi (2006), a avaliação não deve ser entendida apenas como mecanismo de mensuração, mas como instrumento que subsidia decisões pedagógicas, aproximando-se diretamente

do conceito de indicador de desempenho educacional. Assim, esses tipos de avaliação podem ser considerados indicadores de desempenho, desde que utilizados de forma sistemática, com critérios claros e alinhados aos objetivos educacionais.

Nesse sentido, é natural questionar quais ferramentas de análise de dados são adequadas para avaliar indicadores de desempenho educacional oriundos das avaliações diagnóstica, somativa, formativa, comparativa e ipsativa, considerando a natureza dos dados (quantitativos, qualitativos ou mistos) e o objetivo da análise (diagnóstico, acompanhamento, comparação ou tomada de decisão). Na próxima seção, discutem-se e exemplificam-se as principais ferramentas estatísticas adequadas, com fundamentação teórica.

Ferramentas Estatísticas

Na esfera da estatística multivariada, a análise de clusters pelo método K-means surge como recurso para segmentar alunos, turmas ou escolas em grupos homogêneos a partir de múltiplas características mensuráveis. O algoritmo opera escolhendo K centróides e atribuindo cada observação ao centróide mais próximo, normalmente usando distância euclidiana, e iterando até a estabilidade das posições dos centróides. Em educação, o K-means pode agrupar perfis de aprendizagem, identificar subgrupos com necessidades semelhantes ou segmentar escolas por desempenho e características contextuais, subsidiando políticas direcionadas. Entretanto, é necessário padronizar variáveis (para evitar que escalas discrepantes dominem a distância), escolher adequadamente o número de clusters e atentar-se a outliers que podem distorcer os grupos formados (MacQueen, 1967, p. 282).

Para séries temporais, modelos autorregressivos, de médias móveis e variações que agreguem diferenciação e sazonalidade (ARIMA e SARIMA), bem como o modelo ETS (suavização exponencial com tendência e sazonalidade), oferecem quadro flexível de previsão, adequado para séries de curto e médio prazo, como matrículas, índices de desempenho ao longo dos anos ou taxas de evasão. Ao modelar separadamente nível, tendência e componente sazonal — em formulações aditivas ou multiplicativas, conforme a natureza dos dados — o ETS privilegia observações recentes por meio de ponderações exponenciais, possibilitando respostas rápidas a mudanças recentes no padrão observado. A formulação em espaço de estados permite, ainda, o emprego de algoritmos de estimação eficientes, tornando o ETS apropriado para cenários operacionais de gestão escolar que exigem projeções atualizadas (Hyndman *et al.*, 2002).

Testes estatísticos inferenciais, como o teste t de Student, a ANOVA e testes não paramétricos (Mann-Whitney e Kruskal-Wallis), são indicados para verificar diferenças significativas entre grupos, períodos ou intervenções pedagógicas. Esses testes são amplamente aplicados em avaliações comparativas e somativas, permitindo analisar se variações no desempenho são estatisticamente relevantes. Segundo Dancey e Reidy (2019), a inferência estatística é fundamental para validar conclusões em pesquisas educacionais.

Outras ferramentas importantes são a correlação e a regressão estatística, frequentemente empregadas para analisar relações entre variáveis educacionais, como desempenho, frequência, métodos de ensino e fatores socioeconômicos. A correlação de Pearson ou Spearman permite identificar associações entre indicadores, enquanto a regressão linear simples ou múltipla possibilita prever resultados a partir de variáveis explicativas. Segundo Cohen *et al.* (2013), esses métodos contribuem para compreender fatores que influenciam o desempenho escolar.

Por fim, a Teoria Clássica dos Testes (TCT) é amplamente utilizada para analisar a qualidade dos instrumentos avaliativos, especialmente em avaliações somativas e diagnósticas. Indicadores como coeficiente alfa de Cronbach, índice de dificuldade e discriminação dos itens permitem avaliar a confiabilidade e a consistência dos testes. Conforme Pasquali (2010), a TCT é essencial para garantir a validade dos resultados provenientes de provas e exames educacionais.

Empregando os recursos de análise de dados

O objetivo desta seção é exemplificar, de forma sucinta, a utilização de algumas ferramentas estatísticas na análise de indicadores. Inicialmente, a estatística descritiva configura-se como ponto de partida para a interpretação dos resultados das avaliações educacionais, uma vez que possibilita a organização e a síntese dos dados coletados. Medidas como média, mediana, moda e desvio-padrão permitem resumir o desempenho dos estudantes e identificar padrões gerais de aprendizagem. Segundo (Triola, 2017), essas medidas são fundamentais para a compreensão inicial dos dados e são amplamente utilizadas em avaliações somativas e diagnósticas, pois descrevem tanto o desempenho médio quanto a dispersão dos resultados.

Dessa forma, é conveniente, sempre que possível, construir tabelas e gráficos simples com estatísticas resumo, que viabilizem a apresentação das características descritivas do conjunto de dados. A Tabela 1 exemplifica o conjunto de dados de uma avaliação objetiva de determinada turma.

Tabela 1: Estatísticas resumo da Turma A

Bimestre	n	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	SD	CV	K
1°	31	2,36	6,11	6,09	9,31	2,07	34,06	-0,14
2°	31	4,78	8,85	8,61	9,97	1,29	14,99	-1,63
3°	31	2,60	7,50	7,03	9,90	2,11	30,05	-0,61

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

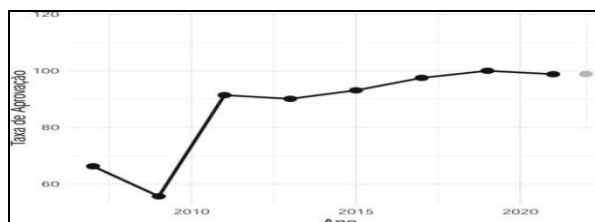
As estatísticas indicam que a turma apresentou melhora significativa do 1° para o 2° bimestre, com aumento da média e da mediana e redução expressiva da variabilidade, evidenciada pelo menor desvio-padrão (SD) e coeficiente de variação (CV). No 3° bimestre, observa-se leve queda no desempenho médio e aumento da dispersão, sugerindo maior heterogeneidade entre os estudantes. Em todos os bimestres, a assimetria é negativa, mais acentuada no 2°, indicando concentração de notas altas e poucos valores baixos. O curtose (K) elevada, sobretudo no 2° bimestre, aponta distribuição mais concentrada em torno da média, reforçando a ideia de desempenho mais homogêneo nesse período.

Análise de séries temporais

A análise de tendência e séries temporais é especialmente adequada para avaliações comparativas e ipsativas, pois permite acompanhar a evolução do desempenho ao longo do tempo. Por meio de gráficos de linha, regressão simples e análise de crescimento, é possível verificar progressos, estagnações ou retrocessos na aprendizagem.

De acordo com (Field, 2018), esse tipo de análise é essencial quando o foco está no acompanhamento longitudinal dos resultados educacionais. Como exemplo, pode-se considerar o modelo ETS (Exponential Smoothing State Space Model) para projetar e comparar a projeção com os dados presentes no banco do IDEB, relativos à taxa de aprovação da instituição cujos dados foram coletados. O conjunto de dados empregado para realizar a análise apresenta amostras obtidas em intervalo bianual. Ademais, esse conjunto de dados caracteriza-se como série temporal, sendo, portanto, ideal para o emprego do modelo ETS. A seguir, apresenta-se a série temporal relativa à taxa de aprovação de uma instituição de ensino básico do Distrito Federal.

Figura 1: Série temporal da taxa de aprovação



Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Observa-se tendência de crescimento nas taxas de aprovação ao longo do tempo. A série histórica, que abrange o período de 2009 a 2021, possibilita estimar a taxa de aprovação em 2023. Como as taxas de aprovação são fundamentais na composição do IDEB, essa estimativa possibilita simular o valor do indicador, fornecendo projeção do progresso educacional da escola. Com isso, torna-se possível analisar a evolução do desempenho educacional conforme mensurado pelo respectivo indicador. A Tabela 2 apresenta o resumo do modelo ETS ajustado aos dados.

Tabela 2: Parâmetros do modelo ETS para a taxa de aprovação do IDEB

Modelo	ETS(A,N,N)
Suavização(α)	0,7548
Estadoinicial (I)	65,8436
Desviopadrão(σ)	14,8425
AICc	69,49402
BIC	63,73235

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Os dados apresentados referem-se ao modelo ETS(A,N,N), variante do ETS, em que as componentes Erro (E), Tendência (T) e Sazonalidade (S) são especificadas para a série temporal. O modelo escolhido — ETS(A,N,N) — utiliza erro aditivo (“A”) e não incorpora tendência (“N”) nem sazonalidade (“N”). Esse modelo é adequado para séries temporais que apresentam estabilidade ou crescimento suave ao longo do tempo, sem tendência de longo prazo nem flutuações sazonais.

O parâmetro de suavização, $\alpha = 0,7548$, indica o peso atribuído às observações recentes. Valores mais altos de α sugerem maior sensibilidade do modelo a mudanças recentes, o que é útil quando variações recentes se refletem rapidamente no comportamento da série. Nesse caso, com α próximo de 0,75,

o modelo ajusta-se de forma responsiva a novas observações, refletindo mudanças nas taxas de aprovação sem exagerar a variabilidade.

O estado inicial, $l = 65,8436$, representa o ponto de partida estimado para a taxa de aprovação no início da série, em torno do qual o modelo inicia suas previsões. O desvio padrão dos resíduos, $\sigma = 14,8425$, indica o grau de dispersão dos dados em relação ao valor previsto pelo modelo. Por fim, os critérios de informação AICc e BIC avaliam a qualidade do ajuste, permitindo comparar modelos alternativos, em que menores valores indicam melhor equilíbrio entre precisão e simplicidade.

Observando a Figura 1, nota-se que a tendência projetada é bastante próxima à observada em 2021, situando-se próxima ao valor real, que foi de 99,1%. A taxa de aprovação simulada foi de 98,8622%, correspondendo a um erro de aproximadamente 0,2378%.

Ademais, ao aplicar o teste de Kolmogorov-Smirnov para verificar a normalidade dos resíduos, constatou-se p-valor de 0,2757, superior ao nível de significância de 0,05, indicando que não é possível rejeitar a hipótese nula de que os resíduos seguem distribuição normal. Essa característica é desejável para modelos dessa natureza, pois contribui para a confiabilidade dos resultados.

Embora a análise apresente consistência, é importante ressaltar que a quantidade de dados disponível é relativamente pequena. Recomenda-se, portanto, a obtenção de maior número de observações, de modo a tornar as análises mais robustas e possibilitar ajuste mais adequado do modelo. Além disso, é fundamental empregar — embora não apresentados neste trabalho em razão do caráter ilustrativo do exemplo — análises e testes de validação, como gráficos de autocorrelação, para avaliar e corroborar a qualidade do ajuste.

Análise de regressão linear e análise de cluster

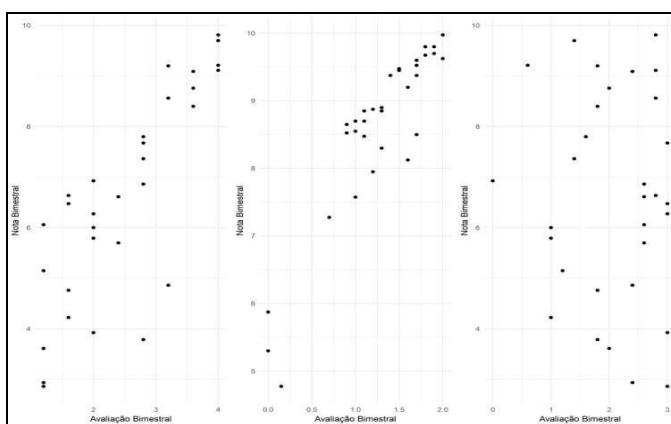
Em alguns casos, deseja-se verificar o nível de correlação entre duas variáveis em análise. Por exemplo, pode-se investigar o grau de relação entre a aprovação de um estudante e a nota obtida em uma avaliação bimestral ou semestral. Nesse contexto, é possível avaliar, a depender da configuração dos dados, o nível de correlação linear por meio do coeficiente de correlação de Pearson. Além disso, quando essa correlação é identificada, podem ser ajustados modelos de regressão linear simples para analisar a taxa de crescimento ou, de modo geral, a relação de proporcionalidade entre as duas variáveis.

Embora esse recurso apresente grande relevância e ampla aplicabilidade, em alguns casos, dependendo da estrutura do conjunto de dados,

não é possível ajustar esse tipo de modelo, especialmente quando não se observa relação linear entre as variáveis. Dessa forma, alternativa viável consiste em realizar classificações ou agrupamentos das observações. Nesse sentido, podem ser empregados métodos de análise de agrupamentos (cluster analysis). Existem diversos métodos disponíveis, sendo um dos mais utilizados o método K-means.

No conjunto de dados em análise, por exemplo, observa-se a relação entre as variáveis Nota Bimestral, que corresponde quantitativamente à avaliação somativa, e Avaliação Bimestral, que é uma avaliação objetiva cujo valor compõe parte percentual da avaliação somativa.

Figura 2: Gráficos de dispersão de avaliações



Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Observando os gráficos, não é possível identificar de imediato relação evidente entre a nota final e a avaliação de maior peso, indicando possível influência mais subjetiva da avaliação bimestral. Com recursos estatísticos, pode-se, porém, observar padrões ou relações mais estruturadas. Nesse sentido, aplica-se a análise de cluster via K-means.

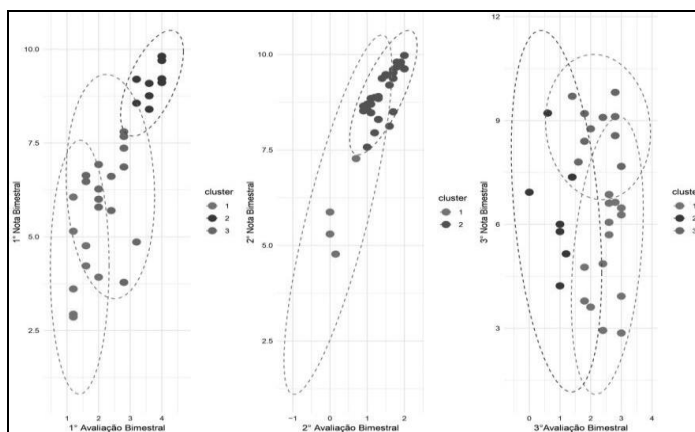
A análise de cluster, ou agrupamento, é técnica de aprendizado não supervisionado utilizada para identificar padrões e segmentar dados. O algoritmo K-means é amplamente aplicado nesse contexto, sendo particularmente eficaz e de fácil interpretação para dados bidimensionais. O objetivo do K-means é particionar os dados em K clusters, agrupando pontos com base na proximidade a centróides previamente definidos.

No caso de dados bivariados, o K-means é particularmente visual, permitindo representar os pontos em gráfico de dispersão. Esse aspecto facilita

a identificação inicial de agrupamentos e a definição do número de clusters (K). Para os casos em estudo, empregaram-se números de clusters variando de 1 a 3, a fim de estabelecer categorização mais parcimoniosa.

O modelo assume clusters aproximadamente elípticos e de tamanhos semelhantes, hipótese que, neste caso, mostrou-se apropriada. De forma geral, o valor de K deve ser escolhido com cuidado, pois escolhas inadequadas podem levar a agrupamentos pouco representativos, o que não ocorreu nos dados analisados. A seguir, apresenta-se o gráfico de uma das turmas.

Figura 3: Gráficos de análise de clusters



Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Agora é possível verificar que alguns clusters podem ser identificados, indicando categorias nas quais os estudantes podem ser alocados, considerando suas notas finais e o desempenho na atividade avaliativa de maior peso aplicada durante o bimestre. Nota-se que, nos dois primeiros bimestres, os clusters apresentam configuração que estabelece relação considerável entre as variáveis analisadas. No primeiro bimestre, os três clusters indicam categorias de estudantes com desempenho excelente, intermediário e abaixo da média de aprovação. Já no segundo bimestre, observa-se que grande parte dos estudantes se enquadrou em cluster com notas consideravelmente altas, tanto nas avaliações quanto nas notas finais bimestrais.

Considerações finais

O presente ensaio apresentou um conjunto integrado de instrumentos estatísticos destinados à análise de indicadores de desempenho escolar, articulando conceitos de avaliação educacional com técnicas de análise de dados (estatística descritiva, modelos de séries temporais, regressão, análise de

clusters e teoria dos testes). A exemplificação com dados de turmas da rede pública do Distrito Federal e a aplicação de modelos em R demonstram a aplicabilidade prática das abordagens discutidas.

Ainda que os exemplos sejam promissores — ao destacarem a utilidade de indicadores padronizados para subsidiar decisões pedagógicas e de gestão —, é imprescindível reconhecer algumas limitações: o tamanho reduzido das amostras pode gerar potenciais vieses de mensuração, exigindo testes auxiliares para validação mais robusta dos modelos. Recomenda-se, sempre que possível, a ampliação da base de dados, a implementação de procedimentos de validação (como diagnósticos de resíduos, validação cruzada e comparação entre modelos) e, quando conveniente, a consideração de variáveis contextuais socioeconômicas que possam explicar heterogeneidades observadas.

Por fim, enfatiza-se que indicadores educacionais devem ser usados de forma crítica e complementar a outros instrumentos qualitativos. Quando bem calibrados e acompanhados de análises estatísticas rigorosas, esses indicadores constituem ferramentas valiosas para orientar políticas públicas e intervenções pedagógicas que promovam equidade e melhoria contínua do processo de ensino-aprendizagem.

Referências

- Bardin, L. (2016). **Análise de conteúdo**. Edições 70.
- Berbel, N. A. N. (2011). **As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes**. Semina: Ciências Sociais e Humanas, 32(1), 25–40.
- Bloom, B.S., Hastings, J.T., & Madaus, G.F. (1983). **Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar**. Livraria Pioneira Editora.
- Box, G. E. P., & Jenkins, G. M. (1968). **Some recent advances in forecasting and control**. Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics), 17(2), 91–109.
- Cohen, J., Cohen, P., West, S. G., & Aiken, L. S. (2013). **Applied multiple regression/ correlation analysis for the behavior all sciences**. Routledge.
- Dancey, C. P., & Reidy, J. (2019). **Estatística sem matemática para psicologia** (7ª ed.). Penso.
- Ester, M., Kriegel, H.-P., Sander, J., & Xu, X. (1996). **A density-based algorithm for discovering clusters in larges patial data bases with noise**. In Proceedings of the Second International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD'96) (pp. 226–231). AAAI Press.
- Fernandes, D. (2008). **Para uma teoria da avaliação no domínio das aprendizagens**. Estudos em Avaliação Educacional, 19(41).

- <https://doi.org/10.18222/cae194120082065>
- Ferreira, H., Cassiolato, M., & Gonzalez, R. (2009). **Uma experiência de desenvolvimento metodológico para avaliação de programas: O modelo lógico do Programa Segundo Tempo** (Relatório Técnico nº 1369). IPEA.
- Field, A. (2018). **Discovering statistics using IBM SPSS statistics**. Sage. Freire, P. (2006). **Pedagogia do oprimido**. Paz e Terra.
- Fundação Nacional da Qualidade. (2024). **Sistema de indicadores**. <https://cqh.org.br/wp-content/uploads/FNQ-Sistema-de-indicadores.pdf>
- Hambleton, R. K., Swaminathan, H., & Rogers, H. J. (1991). **Fundamentals of item response theory**. Sage.
- Harvey, A. C. (1990). **Forecasting, structural time series models and the Kalmanfilter**. Cambridge University Press.
- Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2002). **A state space framework for automatic forecasting using exponential smoothing methods**. *International Journal of Forecasting*, 18(3), 439–454.
- Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2018). **Forecasting: Principles and practice**. O Texts. <https://otexts.com/fpp3/>
- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. (2024). **Consulta ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB)**. [<http://ideb.inep.gov.br/>] (<http://ideb.inep.gov.br/>)
- Luckesi, C. C. (2006). **Avaliação da aprendizagem escolar: Estudos e proposições** (18ªed.). Cortez.
- MacQueen, J. (1967). **Some methods for classification and analysis of multivariate observations**. In *Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*. University of California Press.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2019). **Education at a glance**. OECD Publishing.
- Pasquali, L. (2010). **Psicometria: Teoria dos testes na psicologia e na educação**. Vozes.
- R Core Team. (2021). **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing. <https://www.R-project.org/>
- Rabelo, M. L. (2013). **Avaliação educacional: Fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro**. SBM.
- Triola, M. F. (2017). **Introdução à estatística**. LTC

17- Educação Matemática na perspectiva da Educação em Direitos Humanos: desafios e possibilidades a partir da percepção discente

*Lucicleide de Oliveira Franco Alves³⁶
Rui Seimetz³⁷*

Introdução

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa qualitativa realizada em um curso de reforço escolar no Distrito Federal, com foco na Educação Matemática na perspectiva da Educação em Direitos Humanos. A investigação buscou compreender de que maneira a Educação Matemática pode promover os princípios dos Direitos Humanos e identificar práticas pedagógicas eficazes para integrar essa abordagem ao ensino de Matemática. As respostas dos participantes evidenciam os desafios enfrentados pelos alunos na articulação entre Educação Matemática e Educação em Direitos Humanos, ressaltando a necessidade de práticas pedagógicas mais críticas, integradoras e contextualizadas.

Neste trabalho, apresentamos algumas metodologias para o desenvolvimento da Educação Matemática e Educação em Direitos Humanos. Atuando em aulas de reforço por algum tempo, foi percebido pelos pesquisadores que os alunos têm visto a Matemática como uma disciplina neutra, focada em desenvolver habilidades técnicas. No entanto, uma abordagem inovadora vem ganhando espaço, integrando a Educação Matemática à Educação em Direitos Humanos.

O *objetivo geral* da pesquisa foi investigar a Educação Matemática, sua perspectiva crítica e sua relação com a Educação em Direitos Humanos, e como

³⁶Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB). cleideoliveiraalves76@gmail.com

³⁷Doutor em Matemática. Universidade de Brasília-UnB. Departamento de Matemática. rseimetz@unb.br

os alunos respondem a essa perspectiva de ensino, e então aplicar metodologias diferenciadas e perceber se os alunos compreenderam como a Matemática está inserida na Educação em Direitos Humanos.

A maioria dos alunos tem aversão à Matemática e conseqüentemente suas dificuldades. Outros alunos que sabem realizar as operações matemáticas, as fazem de maneira mecânica, seguindo a “receita”, sem compreender o processo que percorrem. Outro problema frequente é que na maioria das escolas o professor de matemática não possui formação específica em Matemática, e muitas vezes esse professor não gosta da disciplina e tem dificuldade em ensiná-la, algumas vezes deixando isso transparecer para os alunos. Ressalta-se que existem professores que não apresentam essa dificuldade, gostam de ensinar Matemática e fazem a diferença na aprendizagem de seus alunos.

Diante desta inquietude é que surgiu a ideia por meio de um questionário, dessa pesquisa. Investigar e analisar se a metodologia utilizada pelo professor de Matemática facilita a compreensão dos conteúdos ensinados, se as atividades propostas dificultam a interpretação dos enunciados ou problemas matemáticos, qual a percepção dos estudantes quanto a avaliação por provas, como é sentimento do estudante nas aulas, quais os conhecimentos dos participantes da pesquisa acerca de interação entre Educação Matemática e Educação em Direitos Humanos.

Este trabalho é composto por uma Introdução na qual tem-se uma breve descrição do que é a Educação Matemática e Educação em Direitos Humanos. A seguir, apresentamos a Metodologia usada na pesquisa. Na continuação, temos a apresentação e análise das informações coletadas. Por fim, finalizamos com as considerações finais.

A Educação Matemática e a Educação em Direitos Humanos

A Educação Matemática

A Matemática, como conhecemos hoje, surgiu no Antigo Egito e no Império Babilônico, por volta de 3500 a.C. Porém, desde a pré-história, os seres humanos já usavam os conceitos de contar e medir. Por isso, a Matemática não teve nenhum inventor, mas nasceu a partir da necessidade das pessoas em medir e contar objetos. Segundo o historiador Carl Boyer, em sua obra *História da Matemática*, explica que a Matemática evoluiu de forma gradual a partir das necessidades práticas da humanidade, como comércio, agricultura e construção. Além disso, filósofos como Aristóteles e matemáticos como Euclides ajudaram a estruturar e desenvolver a matemática como ciência.

No Brasil, a Educação Matemática tem em seu bojo o germe da ruptura nas relações enrijecidas de saber/poder, tanto no nível amplo, das práticas divisórias sociais, como no âmbito da universidade, lugar em que a tradição tem imposto hierarquias diferenciadas às atividades de pesquisa, ensino e extensão. Desta forma, cabe refletir sobre o panorama da Educação Matemática na perspectiva da Educação em Direitos Humanos.

A Educação Matemática tem sua trajetória iniciada desde o século XIX, e surgiu da necessidade de buscar formas mais eficazes de ensinar e aprender matemática. No Brasil, ela chegou ao Brasil nos anos 1950, mas somente a partir da década de 1980 houve a ampliação das discussões referentes à efetivação da Educação Matemática como área capaz de romper com os modelos tradicionais de ensino.

Em 1988, com a implantação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) por Ubiratan D'Ambrosio, a Educação Matemática tornou-se realidade em nosso país (MOREIRA, 2019).

Educação em Direitos Humanos

Em relação aos desafios da educação inclusiva e equitativa, a autora Vera Maria Candau tem contribuído significativamente para esse estudo. Assim, Candau, em suas reflexões sobre Educação em Direitos Humanos, destaca a importância de uma educação que valorize a diversidade e promova a inclusão, ressaltando que a escola deve ser um espaço de reflexão sobre as desigualdades sociais e de formação de cidadãos comprometidos com a transformação social. Essa abordagem inovadora, que articula a Educação Matemática com Educação em Direitos Humanos, surge como resposta à necessidade de preparar os alunos para atuarem como cidadãos críticos e conscientes, trazendo questões sociais para a sala de aula de matemática, como a desigualdade de gênero, o acesso desigual à educação. Dessa maneira os alunos podem desenvolver uma compreensão mais profunda da sociedade em que vivem, utilizando os conceitos matemáticos para refletir sobre esses problemas e propor soluções.

No entanto, a equidade e a inclusão na Educação Matemática continuam sendo ensinadas predominantemente como uma disciplina técnica e isolada, focada no desenvolvimento de habilidades analíticas. Para superar essa visão restrita, é necessário um reposicionamento curricular que integre explicitamente os Direitos Humanos nos objetivos da Educação Matemática, possibilitando uma prática pedagógica que promova não apenas o domínio de técnicas matemáticas, mas também o pensamento crítico e a reflexão social (Freire, 1998).

A proposta de integrar a Educação em Direitos Humanos à Educação Matemática representa um passo fundamental na construção de uma sociedade mais democrática e justa. Ao preparar os alunos não apenas para o mercado de trabalho, mas também para atuarem como agentes de mudança social, essa abordagem tem o potencial de contribuir para a formação de cidadãos capazes de compreender e agir sobre as desigualdades e injustiças do mundo. Dessa forma, a pesquisa sobre essa temática tem uma importância central na promoção de uma educação transformadora, que vai além da simples transmissão de conhecimentos técnicos, alcançando a formação de indivíduos comprometidos com os direitos humanos e a justiça social.

O curso no qual desenvolveu-se a pesquisa fica situado no bairro Asa Norte, na cidade de Brasília, foi fundado no ano de 2022. Atende atualmente alunos do Ensino Fundamental (primeiro ao nono ano) e alunos do Ensino Médio, funcionando nos turnos matutino, vespertino e noturno. A maioria dos alunos vive no bairro do curso, outros alunos vivem em bairros vizinhos e se deslocam até o curso para adquirirem conhecimentos aprofundados do conteúdo que não aprenderam nas suas respectivas escolas. Brandão em seu livro “O que é Educação”, mostra que a educação se dá em qualquer lugar, levando em consideração o que o indivíduo já traz de conhecimento através de sua cultura, crença e costumes.

Ninguém escapa da educação, em casa, na rua, na igreja ou na escola, de um modo geral todos nós buscamos novos conhecimentos, todos nós envolvemos pedaços da vida com ela: para aprender, para ensinar, para aprender e ensinar, para saber, para fazer, para ser ou para conviver, todos os dias misturamos a vida com a educação, com uma ou com várias (Brandão, 2007, p. 7).

Os alunos do curso em questão apresentam muita dificuldade na aprendizagem. A maioria lê, porém não compreendem o que está sendo lido. Tem dificuldades em interpretação de textos, muitos ainda não sabem realizar corretamente as operações básicas, não entendem as notações e linguagem matemáticas, e não fala-se de algo rebuscado, a linguagem trivial como por exemplo, “a diferença entre dois números” ou “o produto entre dois números”. O autor Jürgensen (2019) defende uma educação matemática orientada para a justiça social, destacando dois objetivos pedagógicos principais: o desenvolvimento de uma leitura crítica do mundo através da matemática e a promoção do sucesso escolar no sentido tradicional.

Assim, os objetivos desta pesquisa foram investigar as percepções dos alunos sobre a disciplina Matemática e a relação entre Educação Matemática e a Educação em Direitos Humanos, buscando compreender como essa articulação pode contribuir para a formação de uma educação que seja humana, estética e pautada nos valores de justiça social e equidade. Ao focar nas percepções e práticas, pretende-se não apenas apresentar uma análise teórica, mas também lançar luz sobre as condições e desafios práticos que envolvem a implementação de uma educação matemática verdadeiramente transformadora.

Os alunos responderam um questionário de 21 questões disponibilizadas no Google Forms e o mesmo está no Apêndice 1 deste trabalho. O questionário teve três grupos de perguntas: O Grupo 1 de questões continha perguntas acerca dos dados pessoais; o Grupo 2 teve perguntas a respeito da Educação Matemática e o Grupo 3, tinha perguntas sobre a Educação em Direitos Humanos.

Apresentação e análise das informações

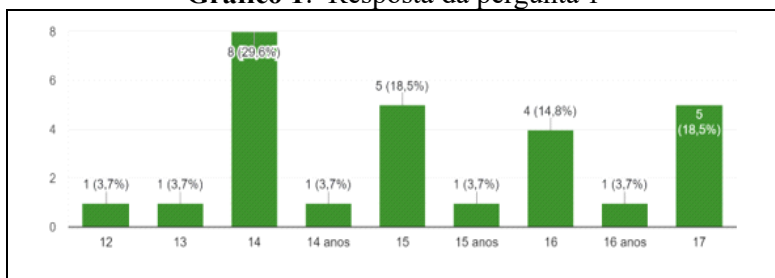
Respostas dos alunos ao Questionário – Grupo 1 – Dados Pessoais

A seguir, para cada pergunta do questionário aplicado (Apêndice), temos as respostas obtidas e quantitativos de cada opção. Tem-se gráficos para visualizar cada situação.

Em relação às perguntas no questionário do Grupo 1 sobre “os dados pessoais” os alunos marcaram positivamente ou negativamente a informação”, dessa forma, pode servir para detectar o grau de satisfação do aluno com sua identidade, gênero, etnia, raça, conhecimento sobre o tema da pesquisa e o colégio que estuda.

Quando perguntados “quais eram as idades dos alunos”, gráfico 1 mostra que os alunos pesquisados tinham idades entre 12 a 17 anos. Para a pergunta 1:” Qual é a sua idade?” obteve-se 27 respostas

Gráfico 1: Resposta da pergunta 1

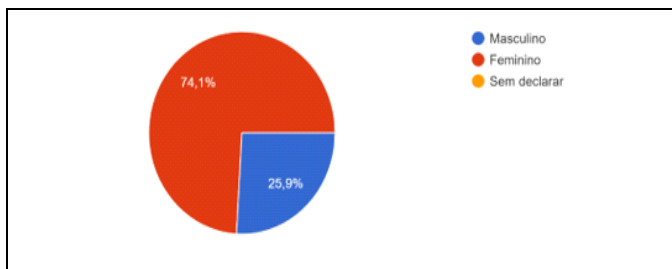


Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

O gráfico 1 mostra que as idades 14, 15 e 17 anos predominam nessa pesquisa.

Quando perguntados “quais eram os gêneros dos alunos”, o gráfico 2 abaixo mostra que dos alunos pesquisados 74,1% eram do sexo feminino, enquanto 25,9% eram do sexo masculino. O gráfico 2 apresenta a resposta da pergunta: “Qual é o seu gênero?”

Gráfico 2 – Resposta da pergunta 2



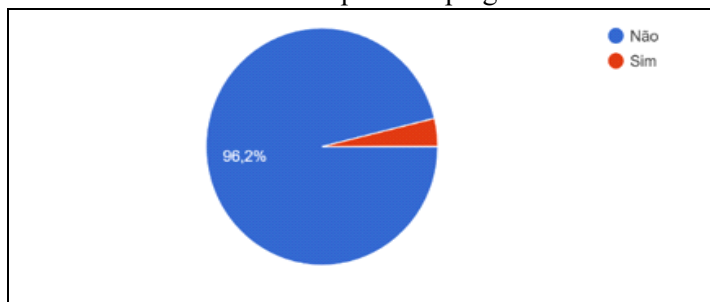
Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

As respostas para a pergunta 2 mostram que a grande maioria dos respondentes é do gênero feminino.

Quando perguntados “quais eram as deficiências dos alunos”, o gráfico 3 abaixo mostra que dos alunos pesquisados, 96,2% não tinham nenhum tipo de deficiência, enquanto o restante não apresentou valores de referência.

O gráfico 3 apresenta 26 respostas relacionadas a pergunta: “Você se considera uma pessoa com deficiência?”

Gráfico 3: Resposta da pergunta 3



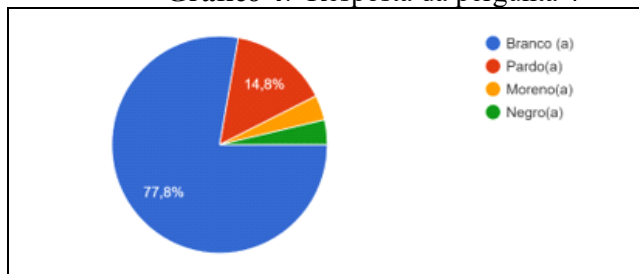
Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

Os resultados mostrados no gráfico 3 mostram que quase totalidade dos respondentes não se considera uma pessoa com deficiência.

Para a pergunta: “Qual deficiência?”, obtivemos 5 respostas. Foram elas: Não considero que eu tenha; Síndrome de Tourette; nenhuma; Nenhuma; Não me considero uma pessoa com deficiência.

Quando perguntados: “Qual era sua cor/raça ou etnia dos alunos”, o gráfico 4 mostra que dos alunos pesquisados 77,8% eram de cor branco(a), 14,8% eram de cor pardo(a) e o restante não apresentaram valores de referência.

Gráfico 4: Resposta da pergunta 4



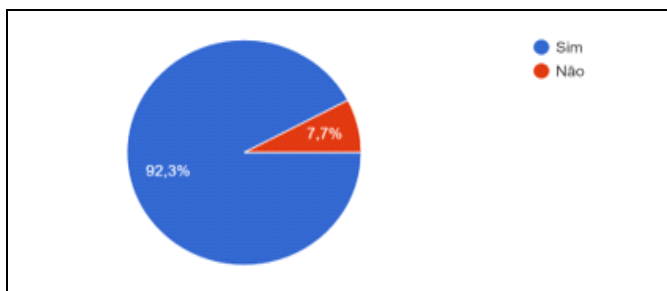
Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

Quanto a cor/raça ou etnia, a grande maioria dos respondentes se declarou branco(a).

Quando perguntados: “os alunos tinham conhecimento sobre direitos humanos”, o gráfico 5 mostra que 92,3% dos alunos tinham conhecimento sobre direitos humanos, enquanto 7,7% dos alunos pesquisados não tinham conhecimento ou nunca ouviram falar o que era direitos humanos.

No gráfico 5 temos representação das 26 respostas coletadas para a pergunta; “você tem conhecimento sobre o que são direitos humanos?”

Gráfico 5: Resposta da pergunta 5



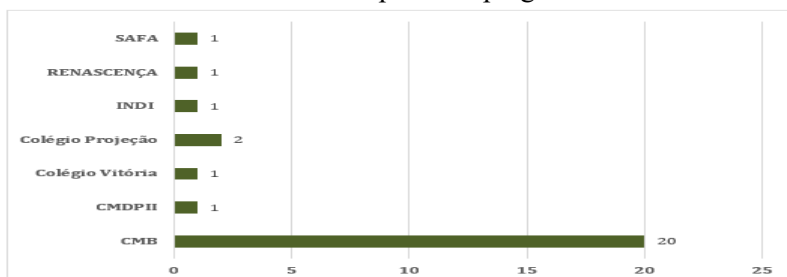
Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

Quanto ao conhecimento acerca de direitos humanos, a grande maioria dos respondentes manifestaram que tem conhecimento.

Quando perguntados: “Qual colégio você estuda” o gráfico 6 mostra que a maioria dos alunos pesquisados estudam no Colégio Militar de Brasília (CMB), uma resposta do Colégio Militar do Corpo de Bombeiro (CMDPII), uma resposta do Colégio Vitória, uma resposta do Colégio INDI, uma resposta do Colégio SAFA, uma resposta do Colégio Renascença e duas respostas do Colégio Projeção.

No gráfico 6 temos representação das 27 respostas coletadas para a pergunta: “Qual colégio você estuda?”

Gráfico 6: Resposta da pergunta 6



Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

Os resultados relacionados a “Qual colégio você estuda” mostra que em sua grande maioria os respondentes estudam no CMB.

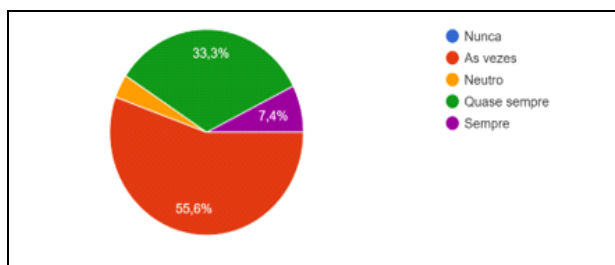
Respostas dos alunos ao Questionário – Grupo 2 – Educação Matemática

Em relação as perguntas no questionário do Grupo 2 sobre “Educação Matemática” os alunos marcaram positivamente ou negativamente a informação, dessa forma, podem servir para detectar o grau de satisfação ou dificuldade do aluno com a Matemática

Quando perguntados: “o aluno apresenta dificuldade em compreender os conteúdos ensinados” o gráfico 7 mostra que dos alunos pesquisados 55,6% as vezes apresentam dificuldade, 33,3% quase sempre apresentam dificuldade, 7,4% sempre apresentam dificuldade e o restante dos alunos não apresentaram valores de referência.

No gráfico 7 temos 27 respostas da pergunta “Durante as aulas de matemática, você apresenta dificuldade em compreender os conteúdos ensinados?”

Gráfico 7: Resposta da pergunta 7



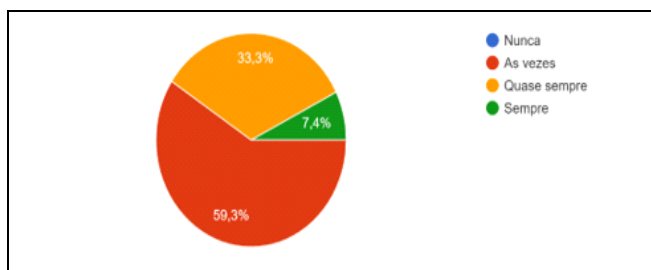
Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

Em relação a essa questão de dificuldades em aulas de matemática, todos responderam terem dificuldades e a opção “Nunca” não teve na lista de respostas.

Quando perguntados: “o aluno tem dificuldade em interpretar os enunciados ou problemas matemáticos”, o gráfico 8 mostra que dos alunos pesquisados 59,3% as vezes apresentam dificuldade, 33,3% quase sempre apresentam dificuldade, 7,4% sempre apresentam dificuldade.

O gráfico 8 tem as 27 respostas da pergunta “Durante as atividades propostas pelo professor, você tem dificuldade em interpretar os enunciados ou problemas matemáticos?”

Gráfico 8: Resposta da pergunta 8



Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

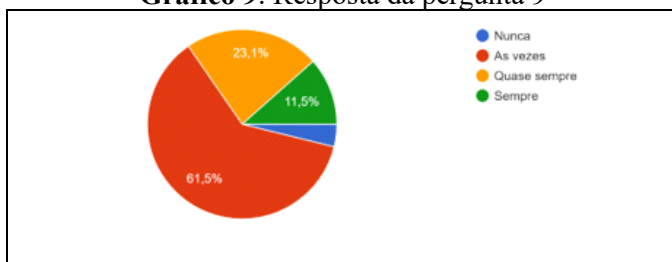
Observa-se que a resposta “Nunca” não foi marcada nas opções e isso indica que os alunos sabem interpretar os enunciados ou problemas matemáticos.

Quando perguntados “em relação as provas o aluno considera que existe uma exigência maior do que outra forma de avaliação feita pelo professor” o gráfico 9 mostra que dos alunos pesquisados 61,5% as vezes

apresentam exigência maior, 23,1% quase sempre apresentam exigência maior, 11,5% sempre apresentam exigência maior feita pelo professor e o restante não apresentaram valores de referência.

O gráfico 9 apresenta 26 perguntas “Em relação as provas de matemática, você considera que existe uma exigência maior do que outra forma de avaliação feita pelo professor?”

Gráfico 9: Resposta da pergunta 9



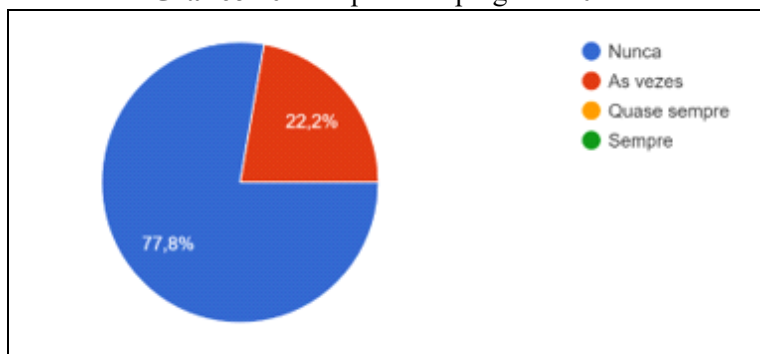
Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

Os resultados relacionados a “existência de exigência maior do que outra forma de avaliação feita pelo professor” mostram que em sua grande maioria os respondentes que “as vezes”, isso ocorre.

Quando perguntados “em relação sua participação nas aulas de matemática, você se sente ignorado(a) por colegas ou professores na escola” o gráfico 10 mostra que dos alunos pesquisados 77,8% nunca foram ignorados por colegas ou professores da escola enquanto 22,2% as vezes foram ignorados por colegas ou professores da escola.

O gráfico 10 apresenta as 27 respostas da pergunta “em relação sua participação nas aulas de matemática, você se sente ignorado(a) por colegas ou professores na escola?”

Gráfico 10: Resposta da pergunta 10



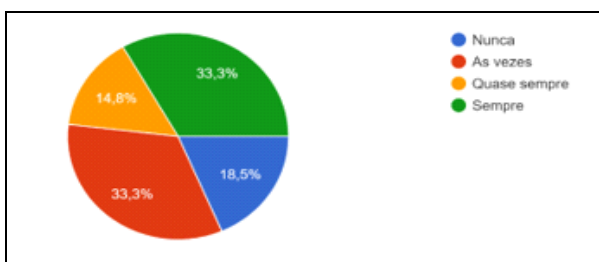
Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

Aqui as opções “Sempre” ou “Quase sempre” não foram marcadas e isso pode indicar que inclusão social dentre os respondentes com colegas e/ou professores na escola.

Quando perguntados: “quando encerra o bimestre, sua nota é inferior à média de aprovação, você sente uma baixa autoestima”, o gráfico 11 mostra que dos alunos pesquisados 33,3% as vezes apresenta baixa autoestima, 33,3% sempre apresentam baixa autoestima, 18,5% nunca apresentam baixa autoestima, 14,8% quase sempre apresentam baixa autoestima.

O gráfico 11 apresenta as 27 respostas da pergunta para a perguntas “Quando encerra o bimestre, sua nota é inferior à média de aprovação, você sente uma baixa autoestima?”

Gráfico 11: Resposta da pergunta 11



Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

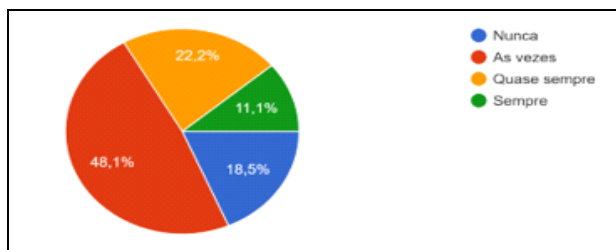
Observa-se que apenas um terço dos respondentes não sentem uma baixa autoestima, por terem nota do bimestre inferior à média de aprovação.

Respostas dos alunos ao Questionário – Grupo 3 – Educação em Direitos Humanos

Em relação as perguntas no questionário do Grupo 3 sobre “Educação em Direitos Humanos” os alunos marcaram positivamente ou negativamente a informação, dessa forma, podem servir para detectar o conhecimento dos alunos com a temática Direitos Humanos.

Quando perguntados “Em algum momento de sua vida escolar, você presenciou alguma fala sobre educação em direitos humanos” o gráfico 12 mostra que dos alunos pesquisados 48,1% as vezes presenciou alguma fala sobre educação em direitos humanos, 22,2% quase sempre presenciou alguma fala sobre educação em direitos humanos, 18,5% nunca presenciou alguma fala sobre educação em direitos humanos, 11,1% sempre presenciou alguma fala sobre educação em direitos humanos.

Gráfico 12: Resposta da pergunta 12



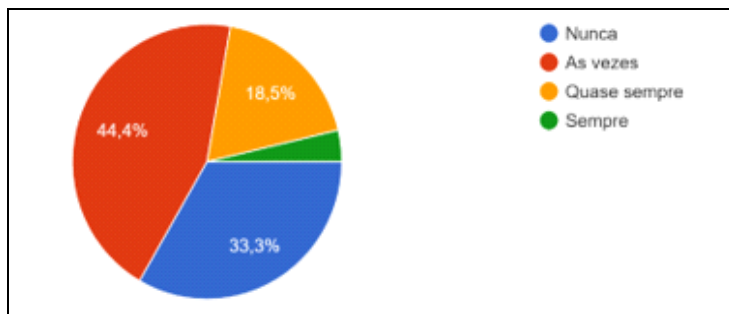
Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

Das respostas obtidas para pergunta 12, observa-se que menos de 20% nunca observou alguma fala sobre educação em direitos humanos e um pouco mais de 10% sempre presenciou. Esses dados indicam o quanto é necessário investir em Educação em Direitos Humanos.

Quando perguntados: “o colégio que você estuda já desenvolveu ou desenvolve algum projeto na área de educação em direitos humanos” o gráfico 13 mostra que dos alunos pesquisados 44,4% as vezes desenvolveu ou desenvolve algum projeto na área de educação em Direitos Humanos, 33,3% nunca desenvolveu ou desenvolve algum projeto na área de educação em Direitos Humanos, 18,5% quase sempre desenvolveu ou desenvolve algum projeto na área de educação em direitos humanos.

O gráfico 13 contempla as respostas de 27 alunos referente a pergunta “ O colégio que você estuda já desenvolveu ou desenvolve algum projeto na área de educação em direitos humanos?”

Gráfico 13: Resposta da pergunta 13



Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

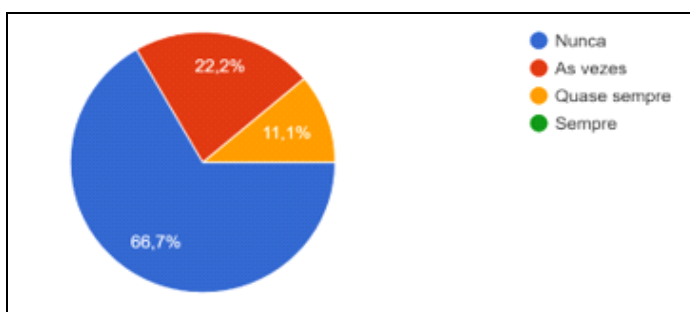
Observa-se que apenas menos de 10% dos respondentes informaram que o colégio em que estuda já desenvolveu ou desenvolve algum projeto na

área de educação em direitos humanos. Esses dados ratificam o quanto é necessário investir em Educação em Direitos Humanos.

Quando perguntados: “O calendário escolar da Secretaria de Educação do Distrito Federal promove uma Semana Distrital da Conscientização e Promoção da Educação Inclusiva aos Alunos com Necessidades Especiais. Você já presenciou alguma temática sobre esse assunto nas aulas de matemática” o gráfico 14 mostra que dos alunos pesquisados 66,7% responderam que o colégio nunca promoveu uma semana da Conscientização e Promoção da Educação Inclusiva aos Alunos com Necessidades Especiais, 22,2% responderam que as vezes o colégio promove uma semana da Conscientização e Promoção da Educação Inclusiva aos Alunos com Necessidades Especiais e 11,1% responderam que o colégio quase sempre promove uma semana da Conscientização e Promoção da Educação Inclusiva aos Alunos com Necessidades Especiais.

O gráfico 14 contempla 27 respostas dos alunos referente a pergunta “O calendário escolar da Secretaria de Educação e de Estado do Distrito Federal promove uma Semana Distrital da Conscientização e Promoção da Educação Inclusiva aos Alunos com Necessidades Especiais. Você já presenciou alguma temática sobre esse assunto nas aulas de matemática?”

Gráfico 14: Resposta da pergunta 14



Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

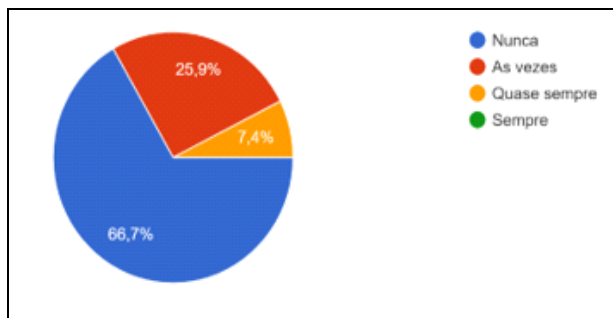
Observa-se que mais de 60% dos respondentes informaram que “Nunca” ouviram falar da Semana Distrital da Conscientização e Promoção da Educação Inclusiva aos Alunos com Necessidades Especiais. Esses dados indicam o quanto é necessário investir em políticas públicas em Educação em Direitos Humanos.

Quando perguntados “o calendário escolar da Secretaria de Educação do Distrito Federal promove uma Semana Distrital da Conscientização e

Promoção da Educação Inclusiva aos Alunos com Necessidades Especiais. Você já participou de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina” o gráfico 15 mostra que dos alunos pesquisados 66,7% responderam que nunca participou de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina”, 25,9% responderam que as vezes participa de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina, 7,4% responderam que quase sempre participou de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina.

O gráfico 15 contempla as respostas dos alunos para a pergunta “o calendário escolar da Secretaria de Educação do Distrito Federal promove uma Semana Distrital da Conscientização e Promoção da Educação Inclusiva aos Alunos com Necessidades Especiais. Você já participou de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina?”

Gráfico 15: Resposta da pergunta 15



Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

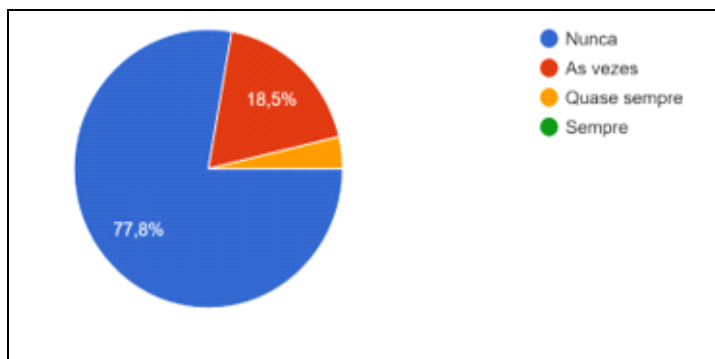
Observa-se que mais de 60% dos respondentes informaram que “Nunca” participaram de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina. Esses dados indicam o quanto é necessário investir em políticas públicas em Educação em Direitos Humanos nas escolas.

Quando perguntados: “o calendário escolar da Secretaria de Educação do Distrito Federal promove uma Semana da Educação Para a Vida. Você já presenciou alguma temática sobre esse assunto nas aulas de matemática” o gráfico 16 mostra que dos alunos pesquisados 77,8% responderam que o colégio nunca promoveu uma Semana da Educação Para a Vida presenciou

algum assunto sobre essa temática nas aulas de matemática, 18,5% responderam que as vezes o colégio promove uma Semana da Educação Para a Vida presenciou algum assunto sobre essa temática nas aulas de matemática e outros não apresentaram valores de referência.

O gráfico 16 contempla as respostas dos alunos para a pergunta “o calendário escolar da Secretária de Educação e de Estado do Distrito Federal promove uma Semana da Educação Para a Vida. Você já presenciou alguma temática sobre esse assunto nas aulas de matemática?”

Gráfico 16: Resposta da pergunta 16



Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

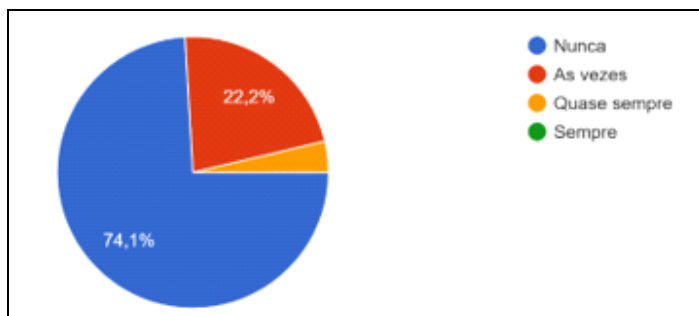
Observa-se que mais de 70% dos respondentes informaram que “Nunca” o colégio promoveu uma Semana da Educação Para a Vida e nem presenciaram algum assunto sobre essa temática nas aulas de matemática. Esses dados reforçam a importância de investir em políticas públicas em Educação em Direitos Humanos nas escolas.

Quando perguntados “o calendário escolar da Secretária de Educação do Distrito Federal promove uma Semana da Educação Para a Vida. Você já participou de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina” o gráfico 17 abaixo mostra que dos alunos pesquisados 74,1% responderam que nunca participou de um projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina, 22,2% responderam que as vezes participa de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina e outros não apresentaram valores de referência.

O gráfico 17 contempla as respostas dos alunos para a pergunta “o calendário escolar da Secretária de Educação e de Estado do Distrito Federal promove uma Semana da Educação Para a Vida. Você já participou de algum

projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina?”

Gráfico 17: Resposta da pergunta 17



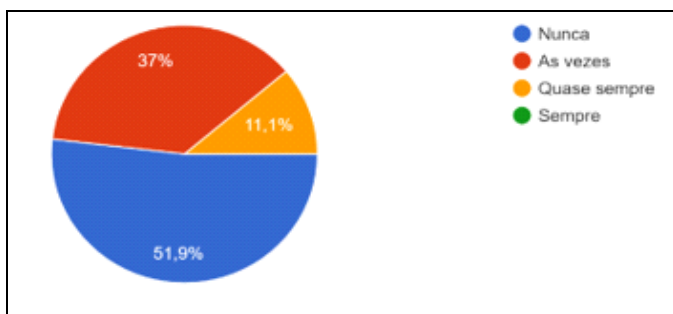
Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

Observa-se que mais de 70% dos respondentes informaram que “Nunca” participaram de projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina. Esses dados reforçam a importância de investir em políticas públicas em Educação em Direitos Humanos nas escolas.

Quando perguntados “o calendário escolar da Secretaria de Educação e de Estado do Distrito Federal promove uma Semana Escolar de Combate à Violência Contra a Mulher. Você já presenciou alguma temática sobre esse assunto nas aulas de matemática” o gráfico 18 mostra que dos alunos pesquisados 51,9% responderam que o colégio nunca promoveu uma Semana Escolar de Combate à Violência Contra a Mulher e nunca ouviu falar sobre essa temática nas aulas de matemática, 37,7% responderam que o colégio as vezes promove uma Semana Escolar de Combate à Violência Contra a Mulher e fala sobre essa temática nas aulas de matemática e 11,1% responderam que o colégio quase sempre promove uma Semana Escolar de Combate à Violência Contra a Mulher.

O gráfico 18 contempla as respostas dos alunos para a pergunta “o calendário escolar da Secretaria de Educação e de Estado do Distrito Federal promove uma Semana Escolar de Combate à Violência Contra a Mulher. Você já presenciou alguma temática sobre esse assunto nas aulas de matemática?”

Gráfico 18 – Resposta da pergunta 18



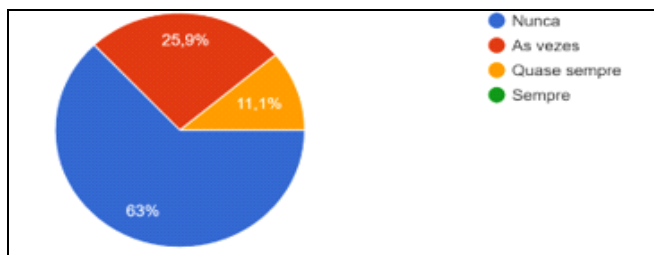
Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

Observa-se que mais de 50% dos respondentes informaram que o Colégio “Nunca” promoveu Semana Escolar de Combate à Violência Contra a Mulher e nunca ouviram falar sobre essa temática nas aulas de matemática. Esses dados reforçam a importância de investir em políticas públicas em Educação em Direitos Humanos nas escolas, visto que os dados divulgados pela mídia de Violência Contra a Mulher são alarmantes.

Quando perguntados “o calendário escolar da Secretaria de Educação e de Estado do Distrito Federal promove uma Semana Escolar de Combate à Violência Contra a Mulher. Você já participou de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina” o gráfico 19 mostra que dos alunos pesquisados 63% nunca participou de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina, 25,9% responderam que as vezes participa de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina e 11,1% responderam que quase sempre participa de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina.

O gráfico 19 contempla as respostas dos alunos para a pergunta “o calendário escolar da Secretaria de Educação e de Estado do Distrito Federal promove uma Semana Escolar de Combate à Violência Contra a Mulher. Você já participou de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina?”

Gráfico 19 – Resposta da pergunta 19



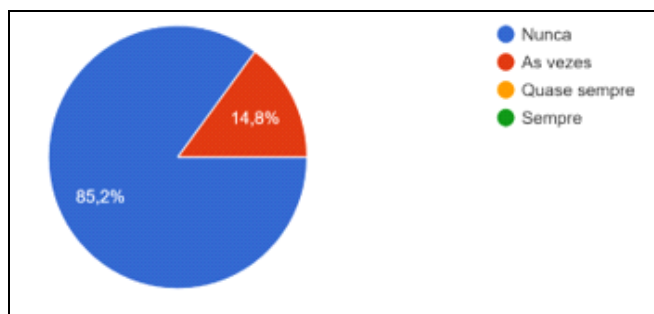
Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

Observa-se que mais de 60% dos respondentes informaram que “Nunca” participaram de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina. Esses dados reforçam a importância de investir em políticas públicas em Educação em Direitos Humanos nas escolas, visto que os dados divulgados pela mídia de Violência Contra a Mulher são alarmantes.

Quando perguntados “o dia 20/11 é Dia Nacional de Zumbi e da Consciência Negra (feriado distrital). Você já presenciou alguma temática sobre esse assunto nas aulas de matemática” o gráfico 20 mostra que dos alunos pesquisados 85,2% responderam que nunca presenciou alguma temática sobre esse assunto nas aulas de matemática, 14,8% responderam que as vezes presencia alguma temática sobre esse assunto nas aulas de matemática.

O gráfico 20 contempla as respostas dos alunos para a pergunta “o dia 20/11 é Dia Nacional de Zumbi e da Consciência Negra (feriado distrital). Você já presenciou alguma temática sobre esse assunto nas aulas de matemática?”

Gráfico 20 – Resposta da pergunta 20



Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

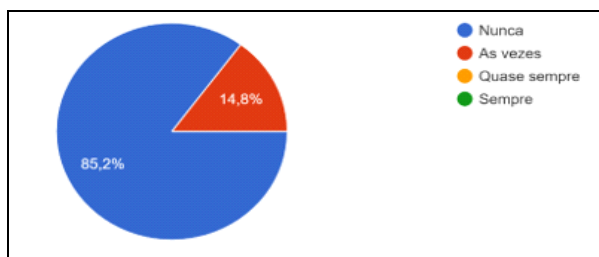
Observa-se que mais de 85% dos respondentes informaram que “Nunca” presenciaram que o dia 20/11 é Dia Nacional de Zumbi e da

Consciência Negra (feriado distrital), nas aulas de matemática. Esses dados reforçam a importância do tema ser discutido nas reuniões de coordenação pedagógicas das escolas.

Quando perguntados “O dia 20/11 é Dia Nacional de Zumbi e da Consciência Negra (feriado distrital). Você já participou de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina” o gráfico 21 mostra que dos alunos pesquisados 85,2% responderam que nunca participou de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina, 14,8% responderam que as vezes participa de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina.

O gráfico 21 contempla as respostas dos alunos para a pergunta “O dia 20/11 é Dia Nacional de Zumbi e da Consciência Negra (feriado distrital). Você já participou de algum projeto com essa temática, tendo a participação do professor(a) matemática com outra disciplina”

Gráfico 21 – Resposta da pergunta 21



Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2024.

Das respostas da pergunta 21 para a qual tem-se 85,2% de não participação em algum projeto, pode-se inferir que isso tenha ocorrido pois ao comparar com a pergunta 4, no qual 77,8% dos respondentes declararam serem de cor branco(a).

Considerações finais

Ao final deste período e aplicação do questionário, fez-se entender a ideia de que é necessário buscar novas metodologias para o desenvolvimento da integração entre a educação matemática e os direitos humanos, para apresentar uma abordagem inovadora e necessária no cenário educacional contemporâneo. Na visão tradicional da Matemática como uma disciplina técnica e isolada, focada no desenvolvimento de habilidades analíticas, começa a ser contestada por uma perspectiva mais abrangente, que enxerga a matemática como uma

ferramenta poderosa para promover equidade, justiça social e cidadania. Nesse sentido, a matemática pode deixar de ser apenas um conjunto de técnicas para se tornar um meio de reflexão crítica sobre as realidades sociais e de transformação do mundo.

Autores como Vera Maria Candau e Ubiratan D'Ambrosio desempenham um papel central nessa diversidade de diálogo. Neste sentido, Candau, ao defender uma educação que valorize e promova a inclusão e D'Ambrosio, com sua teoria da Etnomatemática, que coloca a matemática como uma construção cultural e social, assim sugerem que a matemática pode e deve ser utilizada para enfrentar as injustiças sociais. Essa visão abre espaço para uma nova prática pedagógica, que ultrapassa os modelos tradicionais de ensino e promove uma formação que visa a criação de cidadãos críticos e mais conscientes.

A pesquisa proposta, ao focar nas percepções dos alunos na disciplina de matemática sobre a integração entre direitos humanos e educação matemática, busca evidenciar como essa abordagem pode contribuir para a formação de uma sociedade mais democrática e justa. No entanto, reconhece-se que ainda há desafios consideráveis a serem superados, como a visão restrita da matemática como uma disciplina puramente técnica. Para que essa integração seja plenamente realizada, é fundamental um reposicionamento curricular que permita a inserção explícita dos direitos humanos nos objetivos da educação matemática, promovendo não apenas o desenvolvimento de habilidades técnicas, mas também o pensamento crítico e a reflexão social.

Portanto, a presente pesquisa visou contribuir para a promoção de uma educação transformadora, que vai além da transmissão de conhecimentos técnicos e visa a formação integral dos estudantes, comprometida com a construção de uma sociedade mais justa e equitativa. Ao preparar os alunos para atuar como agentes de mudança social, a educação matemática alinhada aos direitos humanos demonstra seu potencial para formar indivíduos conscientes, críticos e engajados na luta por justiça social.

Referências

- Boyer, B. C. (2003). **História da Matemática**. Revista por Uta C. Merzbach, tradução Elza F. Gomide. 2ª edição. São Paulo.
- Brandão, C. R.. (2007). **O que é Educação**. Coleção Primeiros Passos. 1ª Edição. São Paulo: Brasiliense.
- Brasil. (2001). Ministério da Educação. Parecer CNE/CES nº 1302/2001. Dispõe sobre as **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura** e ainda a Resolução CNE/CES

nº 3, de 18.02.2003. Diário Oficial da União. nº 40, de 25.02.2003. Aprovado em 06.11.2001.

- Brasil. (2011). Texto orientador para a elaboração das **Diretrizes Nacionais da Educação em Direitos Humanos (DNEDH)**. Conselho Nacional de Educação. Disponível em: <https://portal.mec.gov.br/docman/setembro-2011-pdf/8830-texto-subsidios-diretrizes-edh-pdf>. Acesso em 30 de novembro de 2023.
- Brasil. (2015). **Resolução CNE/CP nº 02/2015**, de 01 de julho de 2015. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. MEC. CNE. Brasília.
- Candau, V. M., & Sacavino, S. (Orgs.). (2000ª). **Educar em direitos humanos. Construir democracia**. Rio de Janeiro: DP&A.
- D'Ambrosio, U. (2002). **Etnomatemática - Elo entre as tradições e a modernidade**. 2ª Edição. Belo Horizonte: Autêntica.
- Jürgensen, B. D. da C. P. (2019). Lendo e escrevendo o mundo com Matemática: estudando trigonometria com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 33, n. 65, p. 1400- 1423, Dec. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/VM8cT9HqJSxTWHYXkSS3V8j/?format=html&lang=pt>. Acesso em: 05 Feb. 2020. Epub Dec 02, 2019. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a20>.
- Silva, J. M. P., & Moreira, G. E. (2018). As contribuições de John Dewey para a Educação Matemática Brasileira na década de 1930/1940. **Revista Temporis [Ação]** (Periódicoacadêmico de História, Letras e Educação da Universidade Estadual de Goiás). Cidade de Goiás; Anápolis. (2018). v. 18, n. 02, p. 15-33 de 250, jul./dez.. Acesso em 01/12/2024: <https://www.revista.ueg.br/index.php/temporisacao/article/view/8357>

18- Uma proposta lúdica para o ensino de álgebra: análise do jogo Laplace

*Letícia Ribeiro Gomes Herculano*³⁸

*Raquel Carneiro Dörr*³⁹

Introdução

No Brasil, o ensino de álgebra começou a ganhar espaço por volta do século XIX. De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1993), houve uma preocupação em introduzi-la no ensino brasileiro por meio de aulas avulsas. Nesse contexto inicial, a álgebra era ensinada de maneira bastante mecânica e reprodutiva, com foco na repetição de procedimentos. Com o passar do tempo, especialmente durante o Movimento da Matemática Moderna, iniciou-se uma discussão crítica no que se refere a essa abordagem. A partir desse debate, emergiu uma visão mais abrangente e integral do ensino de álgebra, como exemplificado por Lins (1997, p.137), que afirmou: “a álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade”. Dessa forma, as práticas educacionais sobre álgebra evoluíram para incorporar não apenas técnicas, mas também a compreensão profunda dos conceitos subjacentes.

Sobre essa realidade, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) vem dizer que o papel da Matemática no ensino médio é:

“[...] no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade,..., Tais considerações colocam a área de Matemática e suas Tecnologias diante da responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes, para promover ações que estimulem e provoquem seus processos de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos e que favoreçam a tomada de decisões orientadas pela ética e o bem comum” (Brasil, 2018, p. 518).

³⁸Especialista em Metodologias de Ensino pelo Departamento de Matemática da Universidade de Brasília. E-mail: leticiarghf@gmail.com

³⁹Doutora em Educação. Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. E-mail: raqueldorr@unb.br

Na construção de modelos de resolução de problemas, a álgebra se torna uma das ferramentas que o professor pode utilizar para alcançar os objetivos apresentados pela BNCC (Brasil, 2018). Para tanto, ele deve mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, argumentar, comunicar e, com base em discussões e avaliações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados. Ao estar inteiramente ligada com a álgebra dos Anos Finais do Ensino Fundamental, a álgebra no Ensino Médio é apresentada como um aprofundamento dos conceitos no cotidiano e realidade do aluno.

O ensino de álgebra é uma parte essencial no processo de formação do ser humano, independentemente da área acadêmica que a pessoa pretende atuar. Essa disciplina, como parte da Matemática, representa a construção de uma base sólida de conhecimento e raciocínio indispensável para o exercício da cidadania, o que justifica ser um conteúdo obrigatório no ensino básico. No entanto, a forma como ela é aplicada no contexto escolar representa uma realidade desafiadora para os estudantes, os quais encontram limitações para o seu aprendizado concreto. De acordo com Coelho e Aguiar (2018, p. 171), “[...] isso ocorre em vista da ênfase que se dá a seus aspectos técnicos, deixando de lado, muitas vezes, o desenvolvimento dos conceitos e uma busca por um pensamento mais abstrato”.

Dificuldades de Ensino e Aprendizagem com Relação ao Conteúdo de Funções

O ensino de funções tem enfrentado dificuldades de aprendizagem, muitas vezes decorrentes do despreparo dos professores, assim como ocorre em outras áreas da matemática. Wambier, *et al.* (2017) afirmam que “Os docentes encontram dificuldades em disseminar seus conhecimentos, talvez devido a empecilhos que se estabelecem no ambiente escolar ou até mesmo que se formaram durante sua trajetória profissional.” A Matemática é frequentemente apresentada como um conteúdo linear, em que um conceito se constrói sobre o outro. No entanto, essa abordagem pode dificultar o entendimento dos alunos, que muitas vezes têm dificuldades em acompanhar esse raciocínio progressivo.

De certo modo, a Matemática, quando traduzida como disciplina escolar, apresenta os assuntos de modo linear, ou seja, considera-se que cada conceito ou definição é derivado de anteriores e, sendo assim, não é possível compreendê-los sem ter compreendido os anteriores. (De Oliveira, D.; Drigo, M, 2022, p. 326)

Dessa forma, quando o conteúdo de funções é apresentado, muitas vezes os alunos acumulam uma defasagem de conhecimento, o que torna o

aprendizado ainda mais difícil, podendo levar ao desinteresse. Esse processo é agravado pelo fato de que, como aponta Moura (2023, p.5), “[...] se o docente não tiver domínio do conteúdo que irá trabalhar, poderá utilizar de forma exaustiva e monótona tal recurso, resultando em aulas desmotivadoras que produzem alunos copistas.”. Neste cenário, os estudantes não aprendem de fato, apenas decoram o conteúdo, perpetuando a defasagem e comprometendo o aprendizado dos conteúdos subsequentes.

O ensino de funções nas escolas é colocado como uma parte do ensino de álgebra, que, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), sustenta-se na crença de que o pensamento algébrico somente se manifesta e se desenvolve a partir do cálculo literal. Esse pensamento desconsidera o fato de que o pensamento algébrico é “uma forma de estruturação do pensamento - passível de ser desenvolvida desde a Educação Infantil, percorrendo toda a escolaridade - que pressupõe a generalização, transpondo situações particulares a ideias gerais” (Ferreira, 2017, p.20-1). Serve para uma leitura do mundo de forma mais lógica, não sendo reduzida somente a um instrumento técnico-formal para facilitar a resolução de certos problemas.

Uso de Jogos Didáticos no Ensino da Matemática

O uso de jogos no ensino de Matemática tem se popularizado cada vez mais. Fiorentini (2021) aponta que, em eventos educacionais, nota-se o grande interesse dos professores por materiais didáticos e jogos. As atividades programadas que discutem temas relacionados a essa abordagem são amplamente procuradas.

Os jogos possuem características específicas. Como afirma Grando (2019, p. 398), “[...] o jogo tem regras que precisam ser respeitadas durante toda a partida; é necessário deixar claro quem é o vencedor ou se há um empate. Além disso, o jogo tem um movimento (início, meio e fim), o que lhe garante uma ordem, além de ser uma atividade voluntária”. No contexto pedagógico, no entanto, o caráter voluntário do jogo nem sempre está presente, pois ele é usado com objetivos educacionais.

O professor deve buscar jogos com caráter pedagógico, adaptando modelos existentes ou criando novos, com o intuito de envolver os alunos e promover o aprendizado (Grando, 2019, p. 398). No ensino de matemática, o jogo é visto como um agente cognitivo que auxilia o aluno a tomar decisões e refletir acerca de suas ações. Além de desenvolver o conhecimento matemático, o jogo também favorece o desenvolvimento da linguagem, estimulando o aluno a se posicionar criticamente diante de diversas situações (Cabral, 2006, p. 20).

Implementação de Jogos Didáticos no Ensino de Álgebra

A implementação de jogos didáticos no ensino de álgebra, especialmente no Ensino Médio, está fundamentada nos estudos que apontam o jogo como uma ferramenta que contribui para o desenvolvimento do raciocínio, da interação e da aprendizagem dos alunos. Conforme a BNCC, a aprendizagem de álgebra no Ensino Médio deve ter "foco na construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade." (Brasil, 2018, p. 518).

Portanto, o jogo deve ser uma ponte entre o conteúdo matemático e a realidade vivida pelos estudantes, integrando-os de forma significativa. Além disso, a BNCC ressalta que a área de Matemática e suas Tecnologias tem a responsabilidade de aproveitar o potencial dos estudantes, promovendo ações que estimulem a reflexão e a abstração, desenvolvam modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos, e favoreçam a tomada de decisões éticas, orientadas para o bem comum (Brasil, 2018, p. 518).

Dessa forma, podemos considerar que os jogos didáticos podem ser usados com o objetivo de promover o ensino e a aprendizagem de álgebra, proporcionando decisões éticas, criativas e reflexivas. Assim, entende-se que a implementação dos jogos está alinhada às diretrizes da BNCC.

Possibilidades do Uso de Jogos Didáticos no Ensino da Matemática

Como a matemática é uma área de conhecimento abstrata, o uso de jogos em seu ensino apresenta algumas vantagens como as citadas por Silva:

“[...] fixação de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão; desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos); aprender a tomar decisões e saber avaliá-las; significação para conceitos aparentemente incompreensíveis; propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (interdisciplinaridade); (...) as atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem. Útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; as atividades com jogos permitem ao professor identificar, diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos.” (Silva, 2022, p. 22)

O uso de jogos didáticos, ao tornar o aprendizado matemático mais lúdico, tem sido um tema de estudo cada vez mais relevante. No entanto, para se ter êxito na aplicação desse recurso pedagógico, é fundamental que o professor atue como mediador no processo, garantindo que as vantagens sejam plenamente alcançadas. Como afirmam Fiorentini e Miorim (1990, p. 9), "nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem

estar em segundo plano. A simples introdução de jogos ou atividades no ensino da Matemática não garante uma melhor aprendizagem desta disciplina." Assim, o papel do professor é essencial para que o uso de jogos didáticos promova uma aprendizagem significativa e eficaz.

Como diz Cabral (2006, p. 29), outros pontos vantajosos são que “[...] os jogos podem ser utilizados para introduzir, amadurecer conteúdos e preparar o aluno para aprofundar os conteúdos já trabalhados. Devem ser escolhidos e preparados com cuidado para levar o aluno a adquirir conceitos matemáticos importantes.”, o autor conclui indicando que não devemos utilizar como apenas instrumentos recreativos, mas sim como ferramentas educativas, tomando sempre cuidado com a forma que o jogo vai ser conduzido em sala de aula.

O jogo construído

O jogo foi realizado em uma escola pública do Distrito Federal em turmas do 1º ano do Ensino Médio no ano letivo de 2024. O principal objetivo do jogo é alcançar um melhor aprendizado da álgebra desses alunos por meio de uma forma divertida e lúdica de revisar o conteúdo didático trabalhado em sala de aula.

Consiste em um jogo de tabuleiro, que ganha a equipe que chegar primeiro ao centro. Para isso, o jogador deve passar por algumas perguntas, sejam elas de matemática ou de conhecimentos gerais que abordam outras matérias. Uma atividade simples, mas divertida para os estudantes.

O Processo de Construção

O Jogo Laplace, construído para essa investigação, foi inspirado em um jogo de tabuleiro de super-heróis que a autora jogou com seu primo de sete anos. Pensando em uma adaptação, ela decidiu incorporar perguntas e respostas, mesclando-as com curiosidades matemáticas. Assim, foi criado um jogo de tabuleiro, cujo mapa faz alusão à proporção áurea. O objetivo é chegar à 'terra', proporcionando aos alunos uma pequena revisão de conhecimentos gerais e outras matérias que eles já estudaram.

O nome do jogo foi escolhido através de um formulário do google, onde os alunos participantes da pesquisa puderam votar. Os nomes sugeridos estavam relacionados ao seu desenvolvimento com a área de funções. A ideia de colocar o nome de algum matemático surgiu após a autora conhecer dois jogos matemáticos de nomes Pitágoras e Arquimedes.

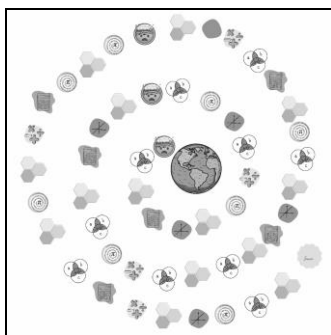
Os nomes colocados em votação foram: Euler, Laplace, Gauss e Galois. Os estudantes votaram após a primeira aplicação do jogo e Laplace

ganhou com 28,95% dos votos totais, ficando, portanto, como o nome definitivo.

A construção do tabuleiro foi pensada em colocar temas relacionados aos assuntos matemáticos que os alunos estavam estudando, mas pode ser facilmente adaptado para um novo conteúdo. O primeiro assunto abordado foi “funções afins” e o segundo “funções quadráticas”, assuntos estes direcionados ao 1º ano do Ensino Médio. Com esse foco, os jogadores devem ter como conhecimento prévio as quatro operações básicas: soma, multiplicação, divisão e subtração; potenciação e resolução de equações de primeiro e segundo grau.

O objetivo geral matemático do jogo é a fixação do conteúdo, abordada de forma lúdica, sendo uma revisão diferente. Assim surgiu o jogo Laplace, no qual os jogadores passam por várias casas contendo informações acerca de como devem prosseguir e ações que devem executar, como sorte e revés, perguntas de conhecimentos matemáticos e gerais, cujo objetivo é chegar à “terra” ponto final do tabuleiro:

Figura 1: Tabuleiro 1.0



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

Regras do jogo

- *Primeira versão*

Número de jogadores: dois a seis jogadores ou duas a seis equipes.

Idade recomendada: alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Tempo estimado de jogo: 50 minutos.

Objetivo do jogo: ser a primeira equipe a chegar ao centro do tabuleiro, a “terra”.

Componentes do Jogo: 16 peças de quebra cabeça que formam o tabuleiro, um dado de 12 faces numerado de -6 a 6; 27 cartas revés; 21 cartas benefícios; 16 cartas diagrama; 18 cartas Pi; 18 cartas funções; 20 cartas operações; 8 peças em formato de sólidos geométricos.

Figura 2: Tabuleiro e cartas na primeira versão



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

As cartas contêm curiosidades matemáticas, dicas de resolução de funções do primeiro grau, perguntas de curiosidades gerais e perguntas de conhecimentos gerais.

Preparação - montagem do tabuleiro com as 16 peças: escolha uma pessoa para ser a mediadora do jogo e dispor as cartas em conjuntos de cada tipo. Em seguida, é necessário fazer um conjunto com uma carta de cada para serem as cartas da casa em forma de hexágono. Cada jogador ou equipe escolhe seu peão e coloca no início do tabuleiro.

Figura 3: Gráfico de algumas cartas

Assim como Arquimedes encontrou a solução perfeita ao gritar "Eureka!", você encontrou a sua vantagem. Não jogue o dado vermelho na próxima rodada	Assim como Galileu Galilei desafiou as convenções para explorar o universo, você também pode retornar ao jogo. Volte ao jogo.	Assim como Euclides estabeleceu os fundamentos da geometria, você pode reconstruir sua estratégia. Volte ao jogo.	Assim como Fibonacci revelou padrões na natureza, você também pode encontrar um novo padrão de sucesso. Volte ao jogo
Assim como Marie Curie enfrentou obstáculos em suas descobertas, você também pode enfrentar uma pequena reversão. Volte 2 casas.	Assim como Euclides estabeleceu as bases da geometria, você pode retroceder um passo para avançar melhor. Volte 2 casas.	Assim como Fibonacci encontrou sequências na natureza, você pode recuar temporariamente. Volte 2 casas.	Assim como Leonardo da Vinci refinou suas técnicas ao enfrentar desafios, você também pode voltar atrás para avançar melhor. Volte 3 casas.

Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

Regras Básicas:

Ordem de Jogada: após escolher quem começa o jogo, a ordem segue em “sentido horário”.

Movimentação: em cada rodada o jogador ou equipe rola o dado. Se o valor for positivo, avança a quantidade de casas sinalizadas, mas se for negativo, retrocede as casas. Quando o valor do dado for positivo, o mediador do jogo retira a carta da casa e lê em voz alta para todos ouvirem. A equipe ou jogador deverá responder ou receber a dica. Caso a resposta seja incorreta, deverá ficar uma rodada sem jogar. Encerrando assim o turno e passando para o próximo jogador.

Ações especiais: as cartas de benefícios podem ser utilizadas a qualquer momento pela equipe que a adquiriu, salvo quando as de “revés” as anularem.

Condições de vitória: para vencer o jogo, a equipe ou jogador deve tirar o número exato para chegar à “terra”; caso contrário, deverá voltar às casas restantes.

- *Segunda versão*

Na segunda versão das regras do jogo, mudaram-se apenas os dados: anteriormente era apenas um dado de doze faces numeradas de -6 a 6, que passou para dois dados de doze faces numeradas de 1 a 12, onde um está na cor vermelha e o outro na cor verde; um para sinalizar as casas que deveriam voltar e outro para as casas que avançariam. Mudança essa que ocorreu para impedir que o jogo acabasse muito rápido.

A regra dos dados segue assim: rolam-se os dados, realizando as somas dos números que aparecerem. Se a soma for positiva, o jogador moverá a peça nas casas para frente de acordo com o número apresentado. Se a soma for um valor negativo, o jogador retrocede a peça nas casas na quantidade que apareceu na soma dos dados verde, soma quantas casas devem andar e o vermelho subtrai, podendo sair dessas operações números tanto positivos como negativos. Essa modificação ocorreu pela observação dos jogadores tiraram muitos números negativos e foi uma forma de diminuir a reincidência desses mesmos números.

- *Terceira versão*

Na terceira versão, ocorreu uma mudança nas casas do tabuleiro, na quantidade de cartas, equilibrando a quantidade de cartas por tipo e uma reorganização nas perguntas apresentadas. A autora observou que a quantidade de casas era desproporcional, então, para equilibrar, colocou o mesmo tanto de casas para cada carta, gerando a mesma quantidade de cada tipo de carta.

Por fim, chegou à seguinte conclusão:

Nome do jogo: Laplace.

Número de jogadores: duas a seis equipes.

Idade recomendada: alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Tempo estimado de jogo: 50 minutos.

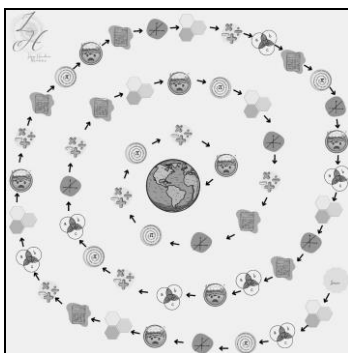
Objetivo do jogo: ser a primeira equipe a chegar ao centro do tabuleiro, a “terra”.

Componentes do Jogo: 16 peças de quebra cabeça que formam o tabuleiro; um dado de 12 faces numerado de 1 a 12; um dado de 20 faces numerado de 1 a 20; 20 cartas revês; 20 cartas benefícios; 20 cartas diagrama; 20 cartas Pi; 20 cartas funções; 20 cartas operações; 20 peões em formato de sólidos geométricos.

As cartas contêm curiosidades matemáticas, dicas de resolução de funções do primeiro grau, perguntas de curiosidades e perguntas de conhecimentos gerais.

Preparação: montagem do tabuleiro com as 16 peças; em seguida deve escolher uma pessoa para ser a mediadora do jogo, que disporá as cartas em conjuntos de cada tipo. Na sequência, deve-se fazer um conjunto com uma carta de cada para ser as cartas da casa em forma de hexágono. Cada jogador ou equipe escolhe seu peão e coloca no início do tabuleiro.

Figura 4: versão final do tabuleiro



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

Aplicações em sala de aula

Relato da Primeira aplicação

As primeiras experiências com o jogo ocorreram nas turmas de 1º G a 1º L em uma escola pública do Distrito Federal, durante a última aula antes das provas do Segundo Bimestre, em junho de 2024. As questões do jogo eram sobre equações do primeiro grau. O objetivo era verificar o conhecimento da

teoria relacionada e cálculos, como coeficiente angular e linear, ponto de interseção com o eixo x e y, etc. A primeira turma a participar foi a do 1º J, que se mostrou bastante envolvida e entusiasmada com a proposta de uma aula diferente. Os alunos, divididos em quatro equipes formadas livremente, escolheram seus peões para iniciar a atividade. Nessa aplicação inicial, com o dado variando de -6 a 6, observou-se que muitos alunos obtinham números negativos, o que os impedia de avançar além da primeira curva do tabuleiro, desmotivando alguns deles ao longo da atividade. Ansiosos para concluir o jogo e alcançar a 'terra', e com o término da aula se aproximando, começaram a lançar o dado apenas para determinar o vencedor. Por fim, a equipe que liderava recebeu a carta 'volte ao início', o que reanimou o interesse dos demais alunos que haviam perdido a esperança de alcançar os líderes. Foi observado que a classe não aprendeu ou absorveu muito do conteúdo pela falta de perguntas que os fizessem calcular ou utilizar papel e caneta.

Na segunda turma, 1º G, os alunos foram levados ao laboratório de biologia para uma mudança de ambiente e para preservar o tabuleiro. A turma era composta por 11 garotos e 6 meninas, os quais estavam ansiosos com a alteração na rotina da aula. Ao chegarem, dividiram os grupos; escolheram representantes, sendo duas meninas e quatro meninos para ficarem próximos ao tabuleiro. No entanto, a maioria dos alunos demonstrou grande desinteresse pelo que estava acontecendo e praticamente não participou da atividade. Aqueles que ficaram ao redor do tabuleiro participaram, mas enfrentaram o mesmo obstáculo da primeira turma com os números negativos, o que acabou desmotivando aqueles que estavam inicialmente animados. Além disso, foi observado que os alunos próximos ao tabuleiro pouco absorveram do conteúdo, pois as cartas de Matemática raramente saíam para eles, evidenciando a necessidade de uma mudança no jogo. Como podem ser vistas as aplicações:

Figura 5: Primeira aplicação no 1º G



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

Figura 6: Primeira aplicação no 1º



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

A terceira turma, 1º L, não foi participativa. Parecia que estava apenas cumprindo mais uma etapa desinteressante da escola, em que era obrigada a participar. Foram os 45 minutos de jogo mais longos que teve durante toda a primeira aplicação. A classe não se envolveu, teve um trio de alunos que comemorou quando tirou números negativos. Foi observado que esta turma em especial estava mais interessada em mexer no celular do que participar da atividade proposta. Por fim, quando o horário do intervalo chegou, os alunos não pensaram duas vezes antes de sair correndo.

Com a quarta turma, 1º I, houve uma alteração na regra do dado: os números -6 e -5 passaram a ser considerados positivos, o número 6 foi transformado em 9, e apenas os números de -4 a -1 permaneceram negativos. Nessa experiência, os alunos que não demonstraram interesse foram liberados da aula. Com as mudanças feitas na regra do jogo, pela primeira vez, uma equipe conseguiu chegar à 'terra'. No entanto, foi observada a falta de perguntas construtivas de Matemática e situações-problema, destacando a necessidade de adaptar o dado e modificar algumas regras do jogo original. Com os alunos engajados, a atividade fluiu de forma divertida e educativa, com eles prestando atenção nas dicas e realmente aprendendo. Algumas perguntas surgiram, como 'Quando poderemos usar a calculadora? Haverá alguma questão de Matemática em que usaremos ela?', revelando assim uma falha no jogo por não incluir situações-problema e questões de cálculo.

Para finalizar a primeira aplicação, o jogo foi aplicado em uma quinta turma, 1º K, com 11 alunos participando de atividades, sendo 4 meninos e 7 meninas. Desta vez o tabuleiro foi montado na sala de aula em vez do

laboratório, o mediador do jogo não foi a professora como foi nas outras turmas, mas a representante da turma. O grupo foi dividido em quatro equipes, onde apenas uma equipe não estava interessada na atividade proposta. Foi observado que os alunos que normalmente não participam das aulas expositivas foram os mais engajados no jogo e até se lamentavam por não saber a resposta de algumas cartas. Nessa turma foi proposto que os números -6 ao -4 fossem considerados positivos e os outros continuariam com o valor sinalizado no dado. O detalhe que mais deixou os alunos envolvidos no jogo foi o maior interesse pelas perguntas de conhecimentos gerais e curiosidades, mostrando que podem ter uma atividade de matemática que se correlaciona com conhecimentos gerais e temas diversos, incluindo outros conhecimentos. Durante a semana de primeira aplicação, essa foi a turma que a atividade proposta deu mais certo.

Figura 7: Primeira aplicação 1º K



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

Segunda aplicação

Com as modificações feitas, o jogo foi aplicado novamente nas turmas do 1º ano G, I, J e L. As turmas I e J ficaram juntas nessa aplicação. Foi observado que nessas novas três aplicações os alunos se envolveram mais e se divertiram. O assunto matemático que os alunos tiveram que resolver no Terceiro Bimestre eram questões do segundo grau que envolviam a concavidade, intersecção com os eixos x e y , coeficientes, construção do gráfico etc.

A professora começou a aula montando o tabuleiro do jogo em quatro mesas. Em seguida, uniu em uma sala as turmas do primeiro I e do primeiro J subindo uma aula. Fez a chamada e como a sala estava muito cheia (sabendo

que muitos alunos ali só estavam pela chamada) perguntou quem estava interessado em participar da atividade. Aqueles que levantaram a mão dizendo que não estavam interessados, a professora direcionou para a sala ao lado que estava vazia para assim fazerem outra atividade que não fosse o jogo. Os alunos que ficaram foram divididos em quatro equipes com quatro membros cada. Ficando 16 alunos no total.

No início do jogo, uma das equipes demonstrou desinteresse e começou a usar o celular, o que fez com que a atividade fosse realizada apenas com os outros três grupos. Observou-se que, ao caírem em uma casa com uma questão de Matemática, como por exemplo: “Determine as coordenadas do vértice da função quadrática, os alunos pediam o pincel do quadro para tentar resolver o problema. Ao notar a dificuldade em alcançar o resultado correto, a professora, após um tempo de tentativas e solicitações dos grupos, oferecia dicas e auxiliava na solução.

Figura 8: Segunda aplicação 1º I e 1º J, alunas calculando no quadro



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

Com as outras turmas, a professora fez o mesmo processo de chegar em sala, montar o tabuleiro e dividir a turma em quatro equipes. Alguns alunos não se animaram e outros sim. O grande diferencial foi a turma L, pois grande parte dos alunos participou. Foi observado um esforço maior entre os estudantes, que tentaram resolver as questões até chegar ao final do jogo.

Figura 9: Alunos do 1ºG na segunda aplicação do jogo



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

Análises

Após a explicação de como o jogo funcionava em todas as turmas, houve uma parte de pelo menos um quarto que não mostrou interesse pela atividade e se afastou do tabuleiro, optaram por ficar conversando ou utilizando os telefones celulares. A professora atribui essa falta de interesse a uma aversão criada nos anos anteriores ao estudo, ou porque acreditavam que a atividade não acrescentaria algo para a vida deles. Aqueles que se interessaram participaram mostrando entusiasmo para a partida. Foi um momento de descontração tanto para a professora quanto para os alunos, seja na primeira ou na segunda aplicação da atividade.

Uma das dificuldades de engajamento dos estudantes apresentou-se quando viram que o jogo se tratava de uma atividade de Matemática e não um jogo de tabuleiro apenas recreativo. Esta dificuldade pode ser contornada com a apresentação de perguntas de conhecimentos gerais e afins. A segunda dificuldade encontrada foi o desânimo, pois os jogadores não conseguiam avançar as casas por causa do dado negativo, que não permitia um avanço rápido, mas provocava muitos retrocessos. Esta dificuldade foi contornada com a mudança do jogo e de algumas regras.

Após estas aplicações, foi observado que o jogo necessita de algumas modificações de regras, cartas e até mesmo design do tabuleiro, pois como citado anteriormente, a atividade lúdica não pode se centrar nela mesma, devendo trazer conhecimento e fixação do conteúdo Fiorentini e Miorim (1990). O objetivo não foi alcançado, pois ao olhar as notas que os estudantes alcançaram no teste aplicado, percebeu-se que estas foram baixas, com uma média de notas de 2 pontos de 10. Muitos estudantes queriam pular as partes de

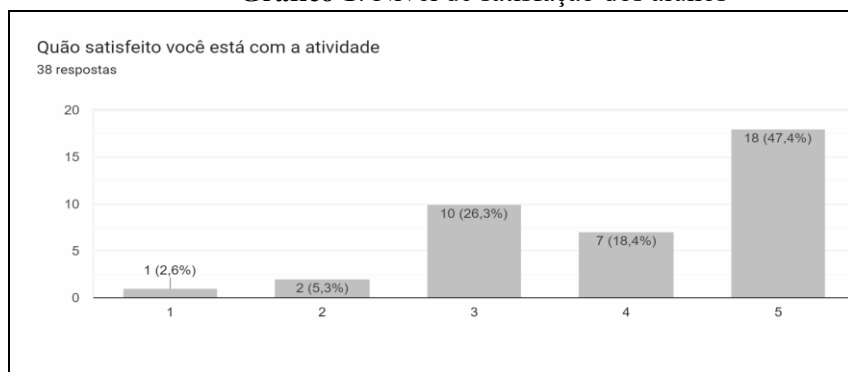
resolução de problemas por não terem a base do conteúdo ou pelo simples fato de não se sentirem totalmente motivados.

No ponto de vista matemático, foi encontrada muita defasagem dos conteúdos abordados, equações do primeiro e segundo grau, precisando de ajuda na resolução e interpretação dos problemas constantes nos exercícios e provas aplicados pela professora. Além desse ponto, foi observado que os estudantes, cerca de 20%, que possuíam o conhecimento prévio, como potência, divisão de fração, resolução de equações, se envolveram com o jogo, conseguiram responder perguntas e tirar uma boa nota no final do teste aplicado, com notas variando de 7 a 9.

Resultados

Após a realização do Jogo Laplace, foi aplicado um formulário aos alunos participantes. O retorno dos estudantes foi bastante positivo e muitos pediram que a atividade fosse aplicada mais vezes em sala de aula.

Gráfico 1: Nível de satisfação dos alunos



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

Em relação a relevância do jogo teve algumas respostas bem interessantes. Apresentamos aqui algumas respostas dos estudantes:

“eu achei importante o uso dessa atividade pelos seguintes motivos: ajudou no entendimento sobre função e tirou dúvidas, aumentou o nosso conhecimento com dicas e curiosidades e também aprendemos de uma forma mais divertida. Achei superlegal e interessante essa maneira de trabalhar, só acho que na correria não valeu a pena pq tirou a aula que poderia ser uma revisão, mas fora isso adorei, se bimestre que vem tiver mais tempo seria legal fazer ele de novo. Então achei importante, pois aprendemos de uma maneira mais interessante assim chamando mais a nossa atenção.” (sic)

“Achei relevante trazer conteúdo do cotidiano e matemático de maneira divertida, além de estabelecer perguntas simples, e faz lembrar de outros jogos de perguntas e respostas que eu fazia com meus pais quando tinha 7 anos, então me traz uma nostalgia jogar esse tipo de jogo novamente.” (sic).

A grande maioria foram comentários genéricos como: “Sim, porque foi uma forma divertida de aprender.” (sic)

Considerando os resultados obtidos na prova aplicada ao final do segundo bimestre, nota-se que não foram satisfatórios como o retorno que os alunos apresentaram em suas falas. Foram obtidas muitas notas baixas, em torno de 80% dos alunos, mas aqueles que realmente participaram e prestaram atenção na atividade tiram notas altas como 8, 9 e 10 cerca de 20% dos estudantes.

Conclusões

Nesse relato foi possível observar que os alunos gostam e aprovam a utilização de jogos didáticos, principalmente em álgebra durante a aula, uma vez que foi observado que aqueles que participaram da atividade pediam à professora que repetisse a atividade em sala. No contexto escolar, o jogo Laplace foi testado e apesar dos alunos sinalizarem que gostaram da atividade, o jogo em si, não provocou muito impacto na aprendizagem dos alunos. Uma hipótese para este fato é a falta de conhecimentos prévios, como, por exemplo, regras de potência e equações que são requisitos necessários para a aprendizagem dos conteúdos. Foi sinalizada à professora a necessidade de revisão constante desses conteúdos aos estudantes, mais um benefício do jogo desenvolvido.

Para a autora do jogo a expectativa da atividade estava muito alta de aceitação dos estudantes e principalmente de seus desenvolvimentos perante o conteúdo trabalhado. De início houve uma quebra da expectativa com a falta de pré-requisitos dos estudantes. Também se mostrou como o uso de um recurso como o jogo pode ser um processo de ensino-aprendizagem divertido tanto para o educador quanto para o educando. Quanto à construção do jogo, foi um momento desafiador, pensar em como criar um tabuleiro que fala com o contexto matemático, em uma forma de guardar o tabuleiro e ele ser também uma forma de incentivar os alunos com o raciocínio lógico. Pensar nas cartas e seus tipos. Mas no final foi um processo divertido e criativo, feito no laboratório da escola em que o jogo foi aplicado.

Uma falha na aplicação da atividade pode ser relacionada quando os alunos tiveram uma percepção mais lúdica do jogo do que pedagógica. Isso

pode ser contornado com a substituição de algumas cartas de conhecimentos gerais por cartas de conhecimento prévio. Apesar dos percalços, pode-se chegar à conclusão que o jogo em si funciona como uma atividade pedagógica de matemática. Os problemas encontrados foram causados pela defasagem dos alunos em relação aos conteúdos prévios e falta de interesse dos alunos. Fato que pode ser contornado com a aplicação dos jogos matemáticos aos Anos Finais do Ensino Fundamental, onde ocorre o ensino dos pré-requisitos necessários para o aprendizado dos assuntos abordados.

Uma das dificuldades da pesquisa foi a falta da realização de um teste ou formulário para verificação dos conhecimentos dos estudantes antes da aplicação do jogo para, assim, poder comparar a mudança do conhecimento e aprendizado dos alunos após a aplicação do jogo.

Por fim, para uma pesquisa futura, coloca-se a questão: o jogo pode ser adaptado para outras turmas e aplicado em diversas idades e realidades de alunos? Tendo uma amplitude maior de pesquisa e estudo direcionado à aplicabilidade do jogo em qualquer sala de aula, surge a pergunta: o jogo Laplace pode ser adaptado para outras disciplinas?

Referências

- Brasil. (2018). **Base Nacional Comum Curricular**. Ensino Médio. Brasília: MEC.
- Cabral, M. A. (2006). **A utilização de jogos no ensino de matemática**. 2006. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Coelho, F. U., & Aguiar, M. (2018). **A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino**. Estudos Avançados, 32(94), 171-187.
- De Oliveira, L. V. D., & Drigo, M. (2022). **Dificuldades de ensino e aprendizagem em matemática no ensino superior na perspectiva de docentes e discentes**. Série-Estudos - Periódico do Programa de Pós-Graduação em Educação da UCDB, [S. l.], v. 26, n. 58, p. 323–340. DOI: 10.20435/serie-estudos.v26i58.1569. Disponível em: <https://serie-estudos.ucdb.br/serie-estudos/article/view/1569>. Acesso em: 17 nov. 2024.
- Escola, Brasil. (s.d) "**Abu Jafar Mohamed ibn Musa al-Khwarizmi**"; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilescuela.uol.com.br/biografia/abu-jafar-mohamed-ibn-musa.htm>. Acesso em 04 de setembro de 2024.
- Ferreira, M. C. N.; Ribeiro, M., & Ribeiro, A. J. (2017). **Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Zetetiké, Campinas, v.25, n.3, p.496-514, set./dez.
- Fiorentini, D.; Miorim, M. Â., & Miguel, A. (1993). **Educação Algébrica: Perspectivas e desafios**. Campinas: Papirus.

- Fiorentini, D., & Miorim, M. A. (1990). **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Boletim da SBEM-SP, São Paulo, ano 4, n.7, p. 5-10, jul./ago.
- Grando, Regina Célia.(2019). Recursos didáticos na educação matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, [S. l.], v. 5, n. 02, p. 393–416, 2019. DOI: 10.36524/dect.v5i02.117. Disponível em: <https://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect/article/view/117>. Acesso em: 14 set. 2024.
- Lins, R. C., & Gimenez, J. (2020). **Perspectivas em Aritmética a Álgebra Para o Século XXI**.
- Moura, K. de O.; Eleuterio, W. R., & Freitas, J. L. A. (2023). **Principais causas de dificuldades de aprendizagem em Língua Portuguesa, Matemática e Ciências: o que dizem os pesquisadores**. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/373326964_PRINCIPAIS_CAUSAS_DE_DIFICULDADES_DE_APRENDIZAGEM_EM_LINGUA_PORTUGUESA_MATEMATICA_E_CIENCIAS_O_QUE_DIZEM_OS_PESQUISADORES. Acesso em: [04 de setembro de 2024].
- Silva, E. B. (2022). **Vantagens e desvantagens do uso de jogos matemáticos no presencial e no remoto: perspectivas elencadas por professores de Matemática do Agreste de Pernambuco**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática – Licenciatura) – Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Caruaru.
- Wambier, E.; Wolf, E. I.; Bergrav, E. S.; Arnemann, L. L.; Weber, E., & Abitante, L. G. (2017). **Dificuldades na aprendizagem da matemática com vista à função de primeiro grau**. Revista de Educação Matemática, v. 12, n. 1, p. 27-48.

19- O Jogo das funções: uma proposta didática para a revisão de funções

Transtorno do Espectro Autista: um estudo participante

Lucas Matheus de Lima Dal Berto⁴⁰

Igor dos Santos Lima⁴¹

Introdução

O ensino de Matemática no Ensino Médio ainda é, em grande parte, marcado por metodologias tradicionais, centradas em aulas expositivas e na aplicação mecanizada de fórmulas. Embora esse modelo permita a apresentação de grande volume de conteúdo, observa-se que ele nem sempre favorece a compreensão conceitual ou engajamento dos estudantes, especialmente quando os conteúdos não se conectam de forma significativa à experiência dos alunos. Como consequência, muitos discentes relatam dificuldades em retomar conteúdos já trabalhados e demonstram insegurança ao resolver problemas matemáticos.

Diante desse cenário, surge a seguinte questão de pesquisa: de que maneira o uso de jogos pode contribuir para a melhoria da compreensão de conteúdos matemáticos relacionados a funções no Ensino Médio? A partir dessa problematização, o objetivo geral deste trabalho é investigar como a utilização de jogos pode auxiliar na revisão e consolidação de conteúdos de funções, favorecendo o engajamento e a aprendizagem dos alunos do Ensino Médio. Este capítulo constitui um recorte do trabalho desenvolvido para a obtenção do título de especialista em Educação Matemática, no qual se investigou a aplicação de metodologias lúdicas no ensino de funções.

Os jogos, quando utilizados como recurso pedagógico, configuram-se como uma alternativa metodológica capaz de promover maior participação dos estudantes no processo de ensino-aprendizagem. Ao serem aplicados após aulas

⁴⁰Doutor em Matemática. Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. lucasmatheusdelimadalberto@gmail.com

⁴¹Doutor em Matemática. Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. igor.matematico@gmail.com

expositivas, podem contribuir para a consolidação dos conteúdos, permitindo que os alunos revisitem conceitos matemáticos em um ambiente lúdico, interativo e colaborativo. Nessa perspectiva, o jogo deixa de assumir apenas caráter recreativo e passa a funcionar como uma ferramenta didática complementar, favorecendo a aplicação prática dos conhecimentos previamente estudados.

Este trabalho investigou a aplicação do Jogo das Funções como recurso pedagógico em uma turma do Ensino Médio de escola privada. A pesquisa foi motivada pela observação da turma em que o pesquisador atuava como professor regente, na qual se observou que muitos alunos apresentavam dificuldades em resolver problemas envolvendo conteúdos já trabalhados e frequentemente relatavam não se sentirem confiantes em sua compreensão. A proposta consistiu em implementar o jogo como estratégia de revisão desses conteúdos, buscando analisar seus efeitos no engajamento dos alunos e no processo de aprendizagem.

A escolha do Jogo das Funções baseou-se na proposta desenvolvida por Lima e Silva, que o estruturaram como ferramenta facilitadora na construção do conhecimento matemático relacionado ao conteúdo de funções, inicialmente aplicada no contexto da disciplina Elementos de Matemática, na Universidade Federal de Goiás, com o objetivo de sanar dificuldades recorrentes enfrentadas posteriormente em Cálculo I (Silva, 2008). Segundo a autora, o jogo tem como finalidade desenvolver o conhecimento matemático necessário, estimular a curiosidade e a criatividade dos alunos permitindo que os alunos adotem estratégias próprias durante as partidas, configurando-se como um recurso didático complementar relevante (Silva, 2008).

A partir dessa proposta, o presente estudo adaptou o Jogo das Funções à realidade de uma turma do Ensino Médio, considerando que os conteúdos abordados no jogo já haviam sido trabalhados anteriormente e que havia a necessidade de uma revisão sistematizada. Assim, buscou-se verificar se a aplicação dessa atividade lúdica poderia cumprir função pedagógica relevante, contribuindo para a consolidação dos conceitos matemáticos relacionados às funções e para a promoção de uma aprendizagem mais significativa.

Jogos, Matemática e Pesquisa

Relatos frequentes indicam que o ensino de Matemática nas escolas ainda é conduzido por abordagem tradicional (Alves *et al.* (2023) e Tarouco, Silva e Silva (2016)), na qual uma grande quantidade de conteúdo é ministrada

em curto espaço de tempo, limitando as oportunidades para que o aluno exerça sua criatividade na resolução de atividades e na compreensão de conceitos. Esse formato muitas vezes gera desmotivação em relação à disciplina, pois o aluno não participa ativamente do processo de construção do conhecimento nem consegue integrar esse aprendizado ao seu cotidiano. Isso reforça a percepção de que a Matemática é uma disciplina difícil e distante da realidade, contribuindo para o desinteresse e o desengajamento dos estudantes.

Os jogos aplicados ao ensino de Matemática podem incentivar o desenvolvimento de pensamento crítico e reflexivo, ao estimular os alunos a estabelecerem relações lógicas e a perceberem que o jogo oferece uma alternativa para uma aprendizagem mais significativa, além do tradicional quadro e giz utilizados nas aulas expositivas, como podemos ver nos trabalhos de R. Grando (1995, 2000 e 2024) e T. Kishimoto (1994 e 1997). Contudo, o uso de jogos educacionais, assim como qualquer outra atividade pedagógica, exige um planejamento cuidadoso e uma organização prévia. É fundamental estabelecer de forma clara os objetivos e a finalidade desses jogos, para que eles funcionem como um recurso eficaz no processo de aprendizagem.

Este trabalho explora o uso de um jogo no ensino a partir das perspectivas teóricas já citadas de R. Grando e T. Kishimoto, que discutem o jogo como uma metodologia capaz de oferecer uma nova abordagem de aprendizagem, em que o aluno atua como agente ativo, construindo um conhecimento mais significativo. Para iniciar essa abordagem, é essencial definir *o que caracteriza um jogo*.

De acordo com Grando (2000, p. 1) que destaca que a definição de jogo abrange diversas perspectivas — filosófica, histórica, pedagógica e psicológica —, o que torna desafiador estabelecer uma única conceituação para o termo. A autora ressalta que, devido a essa multiplicidade de abordagens, o conceito de jogo é complexo e varia conforme o contexto. Nesse sentido, Grando ainda afirma que:

É extremamente difícil falar em definição de jogo, na medida em que o jogo é um daqueles termos que parecem impossíveis de se definir, ou seja, a busca pela definição poderia limitar o próprio conceito. O que nos resta identificar são algumas características que constituem e tentam estabelecer o que seria jogo (Grando, 1995, p.33).

Seguindo essa linha de raciocínio, Kishimoto (1994, p. 02) complementa: "A variedade de fenômenos considerados como jogo mostra a complexidade da tarefa de tentar defini-lo." Assim, o conceito de jogo abrange

tantos sentidos que uma definição única poderia, eventualmente, excluir alguma característica importante, como sua ludicidade ou aplicabilidade. Dessa forma, o jogo, ao integrar elementos como regras, criatividade e interação, ultrapassa sua função meramente recreativa e consolida-se como ferramenta pedagógica versátil e enriquecedora.

O uso de jogos no contexto educacional é frequentemente associado à Educação Infantil, devido ao caráter lúdico e motivador que esses recursos oferecem para a construção do conhecimento. Contudo, essas características transcendem as etapas iniciais do ensino e se mostram igualmente relevantes para outras etapas, como o Ensino Médio e Superior. A capacidade dos jogos de criar um ambiente de prazer, ação ativa e motivação não apenas maximiza o aprendizado, mas também torna os conteúdos mais acessíveis e significativos para os alunos, independentemente de sua faixa etária, indo de acordo com Kishimoto (1997, p. 36-37) ao afirmar que:

Quando as situações lúdicas são intencionalmente criadas pelo adulto com vistas a estimular certos tipos de aprendizagem, surge a dimensão educativa. Desde que mantidas as condições para a expressão do jogo, ou seja, a ação intencional da criança para brincar, o educador está potencializando as situações de aprendizagem. Utilizar o jogo na educação infantil significa transportar para o campo do ensino-aprendizagem condições para maximizar a construção do conhecimento, introduzindo as propriedades do lúdico, do prazer, da capacidade de iniciação e ação ativa e motivadora.

Embora o trecho enfatize a educação infantil, a aplicação do Jogo das Funções no Ensino Médio revelou que essas propriedades também são fundamentais nessa etapa escolar. Durante as partidas, os alunos demonstraram que o caráter lúdico do jogo despertava sua curiosidade e engajamento, enquanto o prazer em jogar tornava o ambiente mais acolhedor para o processo de aprendizagem.

Os jogos podem ser utilizados como ferramentas para introduzir, consolidar e aprofundar conteúdos, preparando os alunos para expandir os conhecimentos já trabalhados. É essencial que sejam cuidadosamente selecionados e planejados, de modo a ajudar os estudantes a adquirirem ou revisarem conceitos matemáticos relevantes.

Em vez de serem vistos apenas como instrumentos recreativos, os jogos devem ser utilizados como facilitadores no processo de aprendizagem,

colaborando para superar bloqueios que os alunos possam ter em relação a determinados conteúdos matemáticos, uma vez que:

O jogo, em seu aspecto pedagógico, se apresenta produtivo ao professor que busca nele um aspecto instrumentador e, portanto, facilitador na aprendizagem de estruturas matemáticas, muitas vezes de difícil assimilação, e também produtivo ao aluno, que desenvolveria sua capacidade de pensar, refletir, analisar, compreender conceitos matemáticos, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las (investigação matemática), com autonomia e cooperação (Grando, 2000, p. 28).

Assim, os jogos não só engajam o aluno, mas também o capacitam a construir o conhecimento matemático de maneira significativa e contextualizada, reforçando habilidades críticas como o pensamento reflexivo e a análise. E ainda nesse contexto, Kishimoto (1997, p. 66) afirma que "[...] o jogo potencializa a exploração e a construção do conhecimento, por contar com a motivação interna, típica do lúdico", corroborando a ideia apresentada por Lima e Santos (2022, p. 12) de que, quanto mais prazeroso e envolvente for o momento de aprendizagem para o aluno, mais leve, descontraída e eficaz será a aprendizagem. Esse efeito foi observado em alguns alunos ao longo do desenvolvimento deste trabalho, destacando a relevância de um ambiente lúdico e motivador para facilitar e enriquecer o processo de aprendizado.

No contexto pedagógico, os jogos assumem um papel significativo na promoção da aprendizagem ativa e na consolidação de conceitos matemáticos por meio da prática e do pensamento estratégico. Sobre essa perspectiva, o uso de jogos é defendido como uma forma de explorar a estrutura matemática e incentivar a resolução de problemas de maneira investigativa. Conforme destacado:

O jogo propicia o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas na medida em que possibilita a investigação, ou seja, a exploração do conceito por meio da estrutura matemática subjacente ao jogo que pode ser vivenciada pelo aluno quando ele joga, elaborando estratégias e testando-as a fim de vencer o jogo. O cerne da resolução de problemas está no processo de criação de estratégias e na análise, processada pelo aluno, das várias possibilidades de resolução. No jogo ocorre fato semelhante. Ele representa uma situação-problema determinada por regras, em que o indivíduo busca a todo o momento, elaborando estratégias e reestruturando-as, vencer o jogo, ou seja, resolver o problema (Grando, 2004, p. 29).

Esse trecho dialoga diretamente com a proposta do Jogo das Funções, utilizado neste trabalho, ao criar um ambiente onde os alunos, além de revisarem conteúdos matemáticos como funções do 1º e 2º graus, funções exponenciais, logarítmicas e trigonométricas, foram incentivados a desenvolver estratégias e pensar criticamente para solucionar problemas. Esses objetivos estão alinhados à Competência Específica 3 e às habilidades EM13MAT302, EM13MAT304, EM13MAT305 e EM13MAT306 da BNCC (Brasil, 2018, p. 527), que ressaltam a importância de interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, mobilizando conceitos matemáticos de forma significativa.

Além disso, como observado por Borin, a interação entre os alunos durante os jogos potencializa o aprendizado colaborativo, já que:

[...] a todo momento [os alunos] tinham que corrigir os próprios erros, ou os dos colegas, este corrigir e ser corrigido por seus pares eram mais eficientes do que a correção pelo professor, pois seus pontos de vista são semelhantes e a linguagem entre eles mais próxima (Borin, 2007, p. 5).

Borin (2007, p. 9) ainda argumenta que, no contexto dos jogos, onde é praticamente impossível adotar uma atitude passiva devido à alta motivação, percebe-se que, ao discutir Matemática, os alunos não só melhoram seu desempenho, como também exibem atitudes mais positivas em relação ao próprio processo de aprendizagem. No entanto, mesmo com o uso de atividades lúdicas, alguns alunos podem não se engajar plenamente no que foi proposto, desviando-se para conversas sobre assuntos alheios às atividades.

Metodologia

O estudo foi desenvolvido em uma turma da 2ª série do Novo Ensino Médio, no Itinerário Formativo de Ciências da Natureza, em uma escola particular de Goiânia-GO. Durante a aplicação das atividades, a turma contou com aproximadamente 18 alunos presentes, de um total de 25 matriculados; para fins de análise, foram considerados apenas os 13 estudantes que participaram integralmente do pré-teste e do pós-teste. O pesquisador atuou como professor regente da turma durante o período da pesquisa.

A metodologia adotada foi de natureza qualitativa, fundamentada na observação participante, na qual o pesquisador esteve imerso no ambiente escolar, atuando como observador e mediador das atividades. Essa abordagem permitiu acompanhar diretamente as interações, os comportamentos e as dinâmicas de grupo ao longo da aplicação do jogo, seguindo a perspectiva de

descrever, compreender e explicar as ações observadas, conforme Gerhardt e Silveira (2009).

O Jogo das Funções, inspirado na proposta de Lima e Silva (2008), foi adaptado ao conteúdo programático trabalhado com a turma, abrangendo funções do 1º e 2º graus, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. As adaptações incluíram a criação de novas cartas de perguntas, a ampliação do tamanho das cartas e ajustes nas regras, baseadas na mecânica do jogo Cacheta/Pife. Cada jogador recebia nove cartas, e o objetivo consistia na formação de trincas ou quadras de cartas do mesmo tema.

Inicialmente, os alunos exploraram apenas os temas das cartas para se familiarizarem com a dinâmica do jogo. Posteriormente, passou-se a exigir a resolução correta das questões associadas às cartas numeradas para que estas pudessem ser mantidas em jogo, promovendo uma interação mais ativa com os conteúdos matemáticos e favorecendo a revisão dos tópicos estudados.

A execução da metodologia seguiu as seguintes etapas:

Observação

- Contexto: identificação de dificuldades recorrentes nos conteúdos trabalhados no semestre anterior, especialmente funções quadráticas, exponenciais e logarítmicas.
- Objetivo: mapear as principais dúvidas e dificuldades dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos já estudados.
- Metodologia: realizou-se contato prévio com a turma, por meio de observação direta das dificuldades apresentadas pelos alunos.

Pré-Teste

- Contexto: avaliação diagnóstica do conhecimento prévio dos alunos sobre os conteúdos de funções.
- Objetivo: identificar lacunas no aprendizado e orientar o planejamento da aplicação do Jogo das Funções.
- Metodologia: aplicação de teste com questões objetivas e discursivas, abrangendo os conteúdos previamente trabalhados.

Aplicação do Jogo das Funções

- Contexto: realização da atividade em aula dupla, possibilitando maior tempo para o desenvolvimento das dinâmicas.
- Objetivo: promover a revisão dos conteúdos matemáticos por meio de uma abordagem lúdica, incentivando interação, colaboração e desenvolvimento de estratégias.

- Metodologia: organização dos alunos em grupos de seis participantes, com quatro jogadores e dois juízes; utilização de dois baralhos e da folha de perguntas em formato digital.
- Observação: registro das interações, estratégias e dificuldades apresentadas pelos alunos durante o jogo, com ajustes pontuais nas regras para dinamizar a revisão e ampliar a participação.

Pós-Teste

- Contexto: avaliação do impacto do jogo após sua aplicação.
- Objetivo: verificar possíveis avanços na compreensão dos conteúdos de funções.
- Metodologia: reaplicação do teste diagnóstico inicial, com análise comparativa dos resultados antes e após a atividade lúdica.

Revisão Focada nas Dificuldades Identificadas

- Contexto: planejamento da revisão a partir das dificuldades evidenciadas no pós-teste.
- Objetivo: consolidar os conteúdos nos quais os alunos apresentaram maior dificuldade.
- Metodologia: realização de aula de revisão direcionada aos tópicos críticos, com resolução de questões e exemplos complementares.

Coleta e Análise de Dados

- Contexto: análise do impacto do Jogo das Funções no processo de aprendizagem.
- Objetivo: avaliar os efeitos da atividade lúdica no desempenho e no engajamento dos alunos.
- Metodologia: triangulação de dados, combinando observações qualitativas em sala de aula com a análise quantitativa dos resultados das atividades, tendo a sala de aula como principal ambiente de coleta.

Essa estrutura em etapas, evidenciada no fluxograma a seguir (Figura 1), fornece um panorama detalhado da metodologia, permitindo que o processo seja reproduzido em estudos futuros com objetivos semelhantes de investigar o impacto desse jogo, ou de suas adaptações, e do ambiente lúdico na aprendizagem de Matemática.

Figura 1: Fluxograma do trabalho



Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

Apresentação e Análise dos Resultados

Ao analisar os conteúdos já trabalhados nos dois primeiros bimestres— incluindo funções quadráticas, exponenciais e logarítmicas — identificou-se a necessidade de uma abordagem que revisitasse esses tópicos de maneira significativa, uma vez que os alunos informavam que não lembravam como resolver alguns exercícios retirados de vestibulares e do ENEM.

Figura 2: Respostas do Pré-Teste do Aluno A

12. Qual o valor de $\sin(60^\circ)$?

☒ $\frac{1}{2}$
☐ 0
☐ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
☐ Sei lá

13. O gráfico de toda função exponencial tem interseção com o eixo x ?

☐ Sim
☒ Não
☐ Sei lá

14. Qual o valor de $\cos(60^\circ)$?

☒ $\frac{1}{2}$
☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
☐ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
☐ Sei lá

15. Toda função quadrática é simétrica em relação ao eixo y ?

☐ Sim
☐ Não
☒ Sei lá

16. Um táxi tem uma tarifa inicial de R\$ 5,00 e cobra R\$ 2,00 por cada quilômetro rodado. Escreva a função que relaciona o valor total da corrida $V(x)$ em função da distância percorrida x em quilômetros.

Não lembro

17. Uma bola é lançada para o alto, e sua altura $h(t)$, em metros, após t segundos, pode ser descrita pela função $h(t) = -5t^2 + 20t$. Qual é a altura máxima que a bola atinge? $h(t) = -5t^2 + 20t$

não lembro

18. A população de uma cidade cresce 5% ao ano. Se a população inicial é de 10.000 pessoas, qual é a função que descreve a população $P(t)$ após t anos?

expliquei mas não lembro
 sei que tem tempo inicial

19. O pH de uma solução ácida é dado pela fórmula $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$, onde $[\text{H}^+]$ é a concentração de íons de hidrogênio. Se a concentração de íons em uma solução é 1×10^{-5} , qual é o pH da solução?

pessima em logaritmo

20. Use a identidade $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ para encontrar $\cos(x)$ sabendo que $\sin(x) = \frac{3}{5}$.

$0,6 + \cos(x) = 1$
 $\cos(x) = \frac{1}{0,6}$
 $\cos(x) = 1,6$

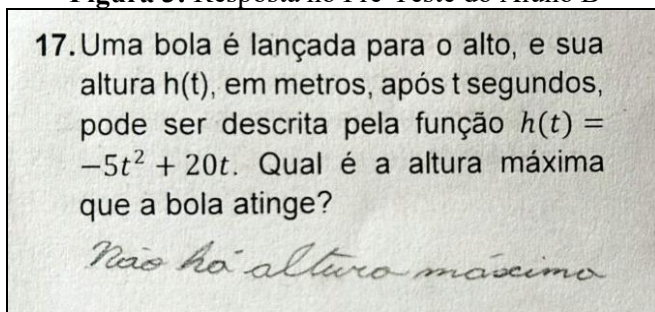
21. Sabendo que $\sin(40^\circ) = 0,64$, qual o valor de $\cos(50^\circ)$?

eu esqueci

Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

Além disso, o planejamento do terceiro bimestre previa o estudo de Trigonometria, que visava “identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.” (BRASIL, 2018). Diante desse cenário, e em diálogo com o orientador, percebemos que a turma apresentava condições favoráveis para a aplicação de uma revisão lúdica dos conteúdos, visando fortalecer a compreensão e a integração dos conceitos estudados. O Jogo das Funções foi então escolhido como a atividade central dessa abordagem, promovendo uma forma de revisão que não apenas reforça o aprendizado, mas também incentiva o envolvimento ativo e colaborativo dos alunos.

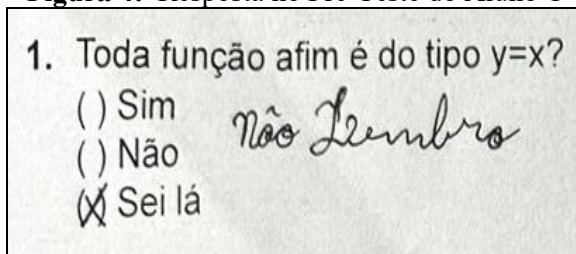
Figura 3: Resposta no Pré-Teste do Aluno B



Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

Após concluir uma parte do conteúdo de Trigonometria, aplicou-se o pré-teste, cujos resultados evidenciaram que conteúdos trabalhados antes das férias escolares não estavam plenamente assimilados, com os alunos demonstrando dificuldade em recordar definições previamente estudadas (Figuras 2, 3 e 4).

Figura 4: Resposta no Pré-Teste do Aluno C



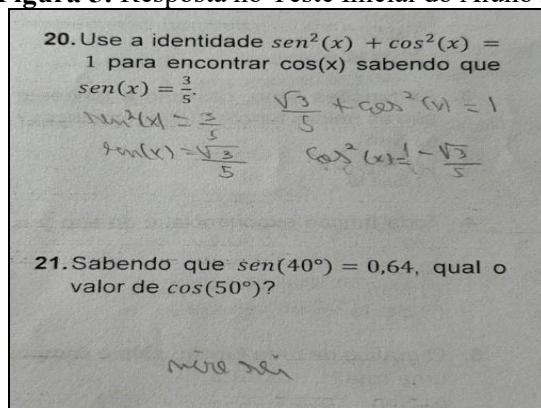
Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

Além disso, foi possível observar que os alunos já demonstravam dificuldade em recordar os conteúdos trigonométricos trabalhados poucos dias antes da aplicação do teste, conforme ilustrado na Figura 5.

No dia da aplicação do jogo, os alunos logo perceberam que a aula seria diferente, já que, em vez da mochila habitual, o professor levou **apenas um envelope** para a sala. Inicialmente, alguns demonstraram desmotivação, acreditando que se tratava de mais um teste. No entanto, ao perguntar à turma se conheciam o jogo de cacheta, o ânimo começou a mudar. Alunos que raramente participavam das aulas comentaram que conheciam o jogo e gostariam de **jogá-lo na escola**, embora soubessem que o baralho é proibido na escola e que ser pego com um poderia resultar em advertência. Informamos que tinha uma surpresa para aquela aula, revelando que jogaríamos uma espécie de cacheta matemática.

Ao mostrar o baralho com conteúdo adaptado, muitos dos alunos se empolgaram, reforçando a ideia da ação ativa e motivadora mencionada no texto de Kishimoto (1997, p. 36-37) uma vez que foi observada momentos em que os alunos assumiram papéis proativos, como mediadores, e se dedicaram a resolver problemas matemáticos. Essa experiência reforça que, mesmo no ensino médio, os jogos podem ser ferramentas valiosas para transformar a dinâmica de sala de aula, promovendo aprendizado significativo, engajamento coletivo e maior interesse pelos conteúdos.

Figura 5: Resposta no Teste Inicial do Aluno D



20. Use a identidade $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ para encontrar $\cos(x)$ sabendo que $\sin(x) = \frac{3}{5}$.

$$\sin^2(x) = \frac{9}{25}$$

$$\frac{9}{25} + \cos^2(x) = 1$$

$$\cos^2(x) = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\cos(x) = \frac{4}{5}$$

21. Sabendo que $\sin(40^\circ) = 0,64$, qual o valor de $\cos(50^\circ)$?

não sei

Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

Explicamos as regras do jogo, destacando que o objetivo era semelhante ao da cacheta tradicional, mas, em vez de formar sequências de cartas, os alunos deveriam criar trincas e/ou quadras com cartas do mesmo

tema, sendo que as cartas numeradas correspondiam a perguntas sobre os temas estudados, encontradas na folha de Perguntas.

Figura 6: Grupo de alunos jogando o Jogo das Funções, com as Perguntas no celular



Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

Ao mencionar que algumas cartas continham perguntas, como pode ser visto nas Figuras 6 e 7, alguns alunos questionaram se seria necessário responder corretamente para manter a carta em mãos ou apenas identificar o tema. Foi decidido que caberia a eles estabelecer essa regra. Inicialmente, observou-se que os alunos jogavam focados apenas em identificar os temas; no entanto, à medida que se familiarizavam com o jogo, passaram a responder às perguntas de forma mais ativa.

Figura 7: Exemplo de uma partida do Jogo das Funções



Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

A turma foi inicialmente organizada em grupos de quatro alunos; entretanto, devido à limitação de baralhos disponíveis, observou-se a formação espontânea de grupos com até seis integrantes, com divisão de funções entre os participantes, em consonância com a perspectiva apresentada por Borin (2007, p. 5).

As duplas principais participavam do jogo enquanto os outros alunos atuavam como juízes, responsáveis por responder às perguntas das cartas numeradas, passando a resposta para a sua dupla, sem que os adversários percebessem a estratégia que estavam utilizando. As respostas eram anotadas no caderno, o que permitia que, nas rodadas seguintes, identificassem rapidamente as respostas corretas e mantivessem as cartas. A turma também decidiu adicionar uma regra: a resposta deveria ser dada em um tempo limitado; caso contrário, a carta retornaria ao monte, mantendo o jogo dinâmico e desafiador.

Figura 8: Grupo de alunos sentado no chão jogando o Jogo das Funções

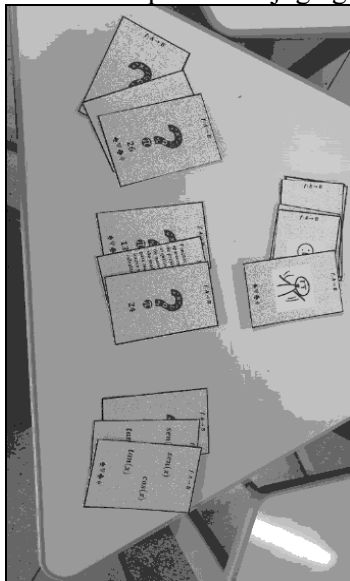


Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

Durante as partidas, observou-se que a maioria dos alunos demonstrou participação ativa e colaborativa, esclarecendo dúvidas tanto relacionadas à dinâmica do jogo quanto aos conteúdos matemáticos envolvidos. Contudo, identificou-se um grupo de alunos que não se engajou na atividade, optando por dedicar-se a tarefas de outra disciplina. Embora tenham afirmado que participariam posteriormente, ao longo das duas aulas não foram observados indícios de envolvimento efetivo, permanecendo em conversas paralelas, uso do celular e registros pontuais no caderno sem relação direta com o jogo. Em nenhum momento esses alunos foram vistos participando das partidas ou

utilizando o material proposto, o que contraria a expectativa de envolvimento ativo em atividades lúdicas, conforme discutido por Borin (2007, p. 9).

Figura 9: Exemplo de um jogo ganho



Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

Após a aplicação do jogo, a escola realizou uma semana de jogos internos, uma espécie de interclasse. A reaplicação do teste, destinada a avaliar se o Jogo das Funções havia cumprido seu objetivo de reforçar o entendimento dos conteúdos, foi marcada para o retorno das aulas após essa semana.

Ao entrar na sala com o pacote de testes, notou-se certa desmotivação entre os alunos, mesmo após uma semana de jogos, que se mostraram surpresos e um pouco confusos ao perceber que se tratava do mesmo teste aplicado anteriormente. Alguns questionaram se havia ocorrido algum engano, afirmando que já haviam feito aquela avaliação. Explicamos então que o objetivo agora era verificar se o jogo tinha efetivamente contribuído para uma melhor compreensão dos conteúdos trabalhados. Com essa explicação, os alunos começaram a responder ao teste.

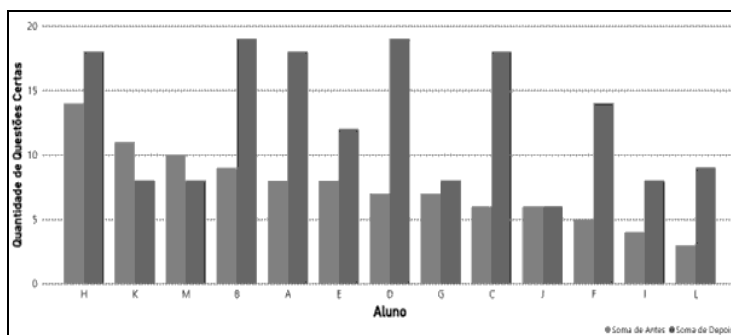
Figura 10: Comparação entre os Testes

Data: <u>23/09</u>	Data: <u>11/10</u>
7. A função exponencial é sempre positiva? ☐ Sim ☐ Não ☒ Sei lá	7. A função exponencial é sempre positiva? ☒ Sim ☐ Não ☐ Sei lá
8. As funções logarítmicas são as inversas das funções exponenciais? ☒ Sim ☐ Não ☐ Sei lá	8. As funções logarítmicas são as inversas das funções exponenciais? ☒ Sim ☐ Não ☐ Sei lá
9. Toda função quadrática tem duas raízes reais? ☒ Sim ☐ Não ☐ Sei lá	9. Toda função quadrática tem duas raízes reais? ☐ Sim ☒ Não ☐ Sei lá
10. Qual o valor de $\tan(45^\circ)$? ☒ 1 ☐ -1 ☐ 0 ☐ Sei lá	10. Qual o valor de $\tan(45^\circ)$? ☒ 1 ☐ -1 ☐ 0 ☐ Sei lá
11. Toda função logarítmica cresce indefinidamente à medida que x aumenta? ☐ Sim ☐ Não ☒ Sei lá	11. Toda função logarítmica cresce indefinidamente à medida que x aumenta? ☐ Sim ☒ Não ☐ Sei lá

Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

Durante a reaplicação, observamos que os alunos levaram mais tempo para resolver as questões, ao contrário da primeira aplicação, quando pareciam responder de forma apressada ou sem muita certeza, talvez devido à dificuldade em recordar os conteúdos. E agora, na segunda, percebeu-se que estavam se esforçando mais e tentando responder com atenção. Em alguns momentos, os alunos que participaram ativamente do jogo comentaram que identificavam as "pegadinhas" nas questões, especialmente aquelas com termos como "todos(as)," e relataram que, na primeira vez, essas nuances passaram despercebidas, mas que agora os conceitos estavam mais claros e sólidos, tornando as questões mais fáceis (Figura 10).

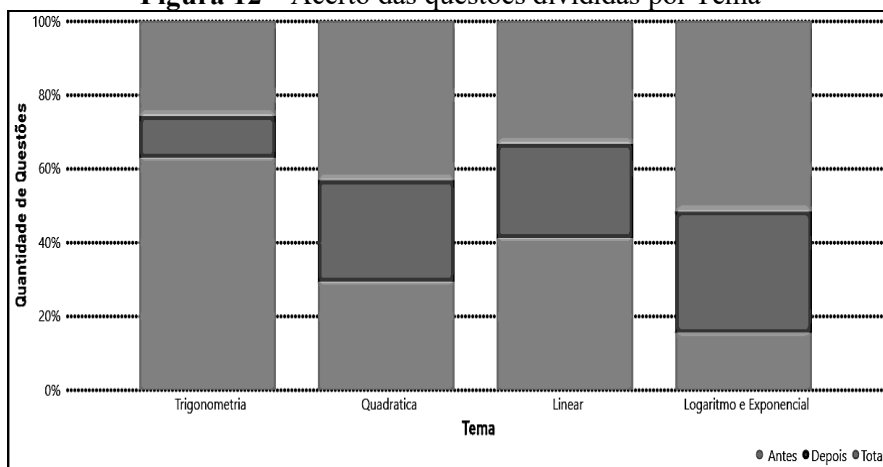
Figura 11: Comparação entre os Testes do Aluno C



Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

Os alunos que não participaram ativamente do jogo demonstraram apatia durante o teste, deixando questões discursivas em branco e marcando a maioria das alternativas como "Sei lá". Ao serem confrontados sobre seu desempenho e comportamento, mencionou-se que a participação nas aulas não estava atingindo as expectativas, já que frequentemente eram vistos conversando sobre assuntos aleatórios e, mesmo com a aplicação de uma atividade lúdica, eles não haviam se engajado. Explicamos que os resultados do teste refletiam suas atitudes durante as aulas. Em resposta, os alunos afirmaram que fariam um esforço para melhorar.

Figura 12 – Acerto das questões divididas por Tema



Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

Após a análise das avaliações, observou-se uma melhora no aprendizado dos alunos (Figura 11). Contudo, algumas dificuldades persistiram em alguns conteúdos, como funções quadráticas, logarítmicas e exponenciais. Conforme ilustrado na Figura 12, as taxas de acerto nesses tópicos

permaneceram abaixo de 60%, especialmente na construção de funções a partir de problemas propostos, como evidenciado na Figura 14.

Figura 13: Comparação entre os Testes do Aluno D

18. A população de uma cidade cresce 5% ao ano. Se a população inicial é de 10.000 pessoas, qual é a função que descreve a população $P(t)$ após t anos? <i>resposta</i> 19. O pH de uma solução ácida é dado pela fórmula $pH = -\log[H^+]$, onde $[H^+]$ é a concentração de íons de hidrogênio. Se a concentração de íons em uma solução é 1×10^{-5}, qual é o pH da solução? <i>resposta</i> 20. Use a identidade $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ para encontrar $\cos(x)$ sabendo que $\sin(x) = \frac{3}{5}$. $\sin^2(x) = \frac{9}{25}$ $\frac{\sqrt{3}}{5} + \cos^2(x) = 1$ $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{5}$ $\cos^2(x) = \frac{1 - \sqrt{3}}{5}$ 21. Sabendo que $\sin(40^\circ) = 0,64$, qual o valor de $\cos(50^\circ)$? <i>resposta</i>	18. A população de uma cidade cresce 5% ao ano. Se a população inicial é de 10.000 pessoas, qual é a função que descreve a população $P(t)$ após t anos? $P(t) = 10.000 + (1 + 0,05)^t$ 19. O pH de uma solução ácida é dado pela fórmula $pH = -\log[H^+]$, onde $[H^+]$ é a concentração de íons de hidrogênio. Se a concentração de íons em uma solução é 1×10^{-5}, qual é o pH da solução? $pH = -\log[1 \times 10^{-5}]$ $pH = -\log[1] + (-5)\log 10$ $pH = 0 + (-5) \cdot 1$ $pH = 5$ 20. Use a identidade $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ para encontrar $\cos(x)$ sabendo que $\sin(x) = \frac{3}{5}$. $\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2(x) = 1$ $\sin(x) = \frac{\sqrt{6}}{5}$ $\frac{9}{25} + \cos^2(x) = 1$ $\cos(x) = 1$ $5 + \cos^2(x) = 25$ $\cos^2(x) = 20$ 21. Sabendo que $\sin(40^\circ) = 0,64$, qual o valor de $\cos(50^\circ)$? $\cos(50^\circ) = 0,64$ $40 + 50 = 90^\circ$

Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

Diante desses resultados, foi planejado um momento de revisão para reforçar os conceitos. Durante essa etapa, foram resolvidas todas as perguntas do Jogo das Funções, além de questões adicionais provenientes de vestibulares e do ENEM, visando esclarecer dúvidas remanescentes e consolidar o aprendizado.

Figura 14: Comparação entre os Testes do Aluno B

12. Qual o valor de $\sin(60^\circ)$? (1) $\frac{1}{2}$ (2) 0 (3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) $\frac{1}{\sqrt{2}}$	12. Qual o valor de $\sin(60^\circ)$? (1) $\frac{1}{2}$ (2) 0 (3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
13. O gráfico de toda função exponencial tem interseção com o eixo x? (1) Sim (2) Não (3) Se lá	13. O gráfico de toda função exponencial tem interseção com o eixo x? (1) Sim (2) Não (3) Se lá
14. Qual o valor de $\cos(60^\circ)$? (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (5) Se lá	14. Qual o valor de $\cos(60^\circ)$? (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (5) Se lá
15. Toda função quadrática é simétrica em relação ao eixo y? (1) Sim (2) Não (3) Se lá	15. Toda função quadrática é simétrica em relação ao eixo y? (1) Sim (2) Não (3) Se lá
16. Um taxi tem uma tarifa inicial de R\$ 5,00 e cobra R\$ 2,00 por cada quilômetro rodado. Escreva a função que relaciona o valor total da corrida $V(x)$ em função da distância percorrida x em quilômetros. $V(x) = 5 + 2x$	16. Um taxi tem uma tarifa inicial de R\$ 5,00 e cobra R\$ 2,00 por cada quilômetro rodado. Escreva a função que relaciona o valor total da corrida $V(x)$ em função da distância percorrida x em quilômetros. $V(x) = 5 + 2x$
17. Uma bola é lançada para o alto e sua altura $h(t)$ em metros, após t segundos, pode ser descrita pela função $h(t) = -5t^2 + 20t$. Qual é a altura máxima que a bola atinge? $h(2) = 20$	17. Uma bola é lançada para o alto e sua altura $h(t)$ em metros, após t segundos, pode ser descrita pela função $h(t) = -5t^2 + 20t$. Qual é a altura máxima que a bola atinge? $h(2) = 20$
18. A população de uma cidade cresce 5% ao ano. Se a população inicial é de 10.000 pessoas, qual é a função que descreve a população $P(t)$ após t anos? $P(t) = 10.000 \cdot (1,05)^t$	18. A população de uma cidade cresce 5% ao ano. Se a população inicial é de 10.000 pessoas, qual é a função que descreve a população $P(t)$ após t anos? $P(t) = 10.000 \cdot (1,05)^t$
19. O pH de uma solução ácida é dado pela fórmula $\text{pH} = -\log[H^+]$, onde $[H^+]$ é a concentração de íons de hidrogênio. Se a concentração de íons em uma solução é 1×10^{-5}, qual é o pH da solução? $\text{pH} = -\log(10^{-5}) = 5$	19. O pH de uma solução ácida é dado pela fórmula $\text{pH} = -\log[H^+]$, onde $[H^+]$ é a concentração de íons de hidrogênio. Se a concentração de íons em uma solução é 1×10^{-5}, qual é o pH da solução? $\text{pH} = -\log(10^{-5}) = 5$
20. Use a identidade $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ para encontrar $\cos(x)$ sabendo que $\sin(x) = \frac{3}{5}$. $\cos(x) = \frac{4}{5}$	20. Use a identidade $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ para encontrar $\cos(x)$ sabendo que $\sin(x) = \frac{3}{5}$. $\cos(x) = \frac{4}{5}$
21. Sabendo que $\sin(45^\circ) = 0,64$, qual o valor de $\cos(45^\circ)$? $\cos(45^\circ) = 0,64$	21. Sabendo que $\sin(45^\circ) = 0,64$, qual o valor de $\cos(45^\circ)$? $\cos(45^\circ) = 0,64$

Fonte: Arquivo do estudo, 2024.

Considerações finais

As análises realizadas ao longo deste trabalho evidenciam que a utilização de atividades lúdicas no ensino de Matemática pode contribuir de significativamente para a consolidação de conteúdos, desde que os estudantes estejam efetivamente envolvidos no processo. No caso dos alunos que participaram ativamente da aplicação do Jogo das Funções, observou-se uma

melhora na compreensão dos conteúdos abordados, tanto a partir da análise comparativa dos testes quanto pelos relatos dos próprios estudantes, que passaram a demonstrar maior segurança em relação a temas anteriormente considerados complexos.

Esses resultados corroboram as contribuições teóricas de Grando e Kishimoto, ao evidenciarem que os jogos, quando planejados com intencionalidade pedagógica, podem favorecer uma aprendizagem significativa, na qual o aluno assume um papel ativo na construção do conhecimento. A aplicação do Jogo das Funções mostrou-se eficaz ao promover a revisão de conteúdos matemáticos de maneira contextualizada, estimulando habilidades como o pensamento crítico, a reflexão, a cooperação e o desenvolvimento de estratégias, elementos fundamentais para a aprendizagem em Matemática.

Além dos ganhos conceituais, a experiência evidenciou o papel do jogo como mediador das interações sociais em sala de aula. A dinâmica proposta favoreceu a colaboração entre os alunos, a troca de estratégias e a construção coletiva do conhecimento, aspectos que reforçam o potencial das atividades lúdicas como instrumentos pedagógicos complementares às metodologias tradicionais. A socialização promovida pelo cumprimento das regras e pela interação durante o jogo contribuiu para um ambiente de aprendizagem mais participativo e significativo.

Entretanto, os resultados também evidenciaram limitações importantes. Um grupo de alunos manteve-se desengajado ao longo da atividade, mesmo diante da proposta lúdica, demonstrando que o uso de jogos, embora eficaz para muitos, não garante, por si só, o envolvimento de todos os estudantes. Esse comportamento indica a necessidade de o professor adotar estratégias pedagógicas diversificadas, capazes de atender aos diferentes perfis presentes em sala de aula, reforçando seu papel como mediador do processo de ensino e aprendizagem.

Dessa forma, conclui-se que o Jogo das Funções constitui um recurso pedagógico relevante para o ensino de Matemática, especialmente no que se refere à revisão e à consolidação de conteúdos relacionados a funções. No entanto, sua eficácia está diretamente relacionada ao planejamento da atividade, à mediação docente e à articulação com outras práticas pedagógicas. Assim, os jogos educacionais devem ser compreendidos como parte de um conjunto mais amplo de estratégias de ensino, que, integradas de maneira equilibrada, podem contribuir para uma aprendizagem mais significativa, inclusiva e efetiva no Ensino Médio.

Referências

- Alves, S. S. *et al.* (2023). **Metodologia tradicional ou ativas? Relatos de professores de matemática**. Anais IX CONEDU. Campina Grande: Realize Editora. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/96241>>. Acesso em: 26/11/2024
- Brasil (2018). Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília.
- Borin, J. (2007). **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. 5ª. ed. São Paulo: CAEM/IME-USP.
- Gerhardt, T. E., & Silveira, D. T. **Métodos de pesquisa** / [organizado por] Tatiana Engel Gerhardt e Denise Tolfo Silveira; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009, p.120. Disponível em: <<https://11nq.com/uuVMw>>. Acesso em: 17/05/2024.
- Grando, R. C. (1995). **O jogo suas possibilidades metodológicas no processo ensino - aprendizagem da matemática**. Dissertação de mestrado submetida à Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação.
- Grando, R. C. (2000). **O conhecimento matemático e o uso de jogos em sala de aula** (tese de doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, São Paulo. Disponível em: <<https://acesse.one/bTcWZ>>. Acesso em: 16/09/2024.
- Grando, R. C. (2004) **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus.
- Kishimoto, T. M. (1994). **O jogo e a educação infantil**. Perspectiva, v. 12, n. 22, p. 105-128.
- Kishimoto, T. M. (1997). **Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação**. 6. ed. São Paulo: CORTEZ.
- Liar's B. (2024). **Liars Bar: A Multiplayer Deception Game on Steam and Consoles**. Disponível em: <<https://liarsbar.cc>>. Acesso em: 27/10/2024.
- Lima, I. S. & Santos, W. P. (2022). **Uma Proposta Lúdica sobre o Summaê no IFG–Câmpus Luziânia**. Brazilian Journal of Science, v. 1, n. 9, p. 9-19.
- Silva, D. L. (2018). **Uso de jogos no ensino: jogo das funções**. Trabalho Final de Curso submetido à Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás como requisito para a obtenção do título de graduação no curso de Licenciatura em Matemática.
- Tarouco, V. L. & Silva, G. P. & Silva, A. C. (2016). **Marcas do ensino tradicional sobre a compreensão da operação de multiplicação em professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo. Disponível em: <https://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5884_3173_ID.pdf>. Acesso em: 26/11/2024.

20- Ambientes virtuais de aprendizagem e ensino de Matemática: contribuições e desafios do Moodle nos anos finais do Ensino Fundamental

Maria Cecília Pereira Oliveira Eberle⁴²

Cleia Alves Nogueira⁴³

Introdução

A utilização de plataformas virtuais no contexto escolar consolidaram-se como uma tendência crescente, impulsionada pela necessidade de adaptação às novas realidades educacionais, especialmente após os desafios impostos pela pandemia de COVID-19. Nesse cenário, os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) mostraram-se importantes para garantir a continuidade do processo educativo e promover práticas pedagógicas mais flexíveis e alinhadas às demandas contemporâneas. Este capítulo apresenta um resumo de uma pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) realizada, intitulada *Potencialidades e Desafios: A Plataforma Moodle para o Ensino de Matemática*, cuja investigação se concentrou nas escolas municipais de Valparaíso de Goiás e analisou o impacto do uso do AVA Moodle no ensino de Matemática para estudantes dos anos finais do ensino fundamental.

Durante o período pandêmico, o uso de plataformas virtuais foi essencial na rede municipal de Valparaíso de Goiás sendo esse uso essencial para a manutenção das atividades escolares. O Moodle foi adotado como ferramenta oficial de ensino, tendo sido implementado em 2020 para todos os professores por meio de ações de formação continuada e estratégias de integração entre escolas, docentes e estudantes. Com o retorno às atividades presenciais, a plataforma passou a ser utilizada como recurso complementar,

⁴²Especialista em Metodologias do Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília. Secretaria Municipal de Educação de Valparaíso de Goiás. sissieberle12@gmail.com

⁴³Doutora e Mestre em Educação pela Universidade de Brasília. Instituto Federal de Brasília. Campus Estrutural. cleianog@gmail.com

configurando um modelo de ensino híbrido, o que suscitou questionamentos sobre sua eficácia pedagógica e sobre os desafios enfrentados pelos professores na articulação entre práticas presenciais e digitais.

Pesquisar a contribuição do AVA Moodle mostrou-se relevante para compreender em que medida essa ferramenta contribui para a melhoria da qualidade do ensino, para o aumento do engajamento dos estudantes e para a promoção da inclusão digital, em consonância com os princípios estabelecidos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Além disso, o estudo buscou analisar como o Moodle apoiou as práticas pedagógicas de professores de Matemática, oferecendo possibilidades de inovação, diversificação metodológica e personalização do ensino, por meio da adequação de conteúdos e atividades às diferentes necessidades dos estudantes.

Diante desse cenário, a questão que orientou a pesquisa foi: quais foram os desafios e as possibilidades do uso do Ambiente Virtual de Aprendizagem Moodle na perspectiva de professores de Matemática dos anos finais do ensino fundamental? Para responder a essa questão, o objetivo geral consistiu em investigar os desafios e as potencialidades do uso do AVA Moodle na prática pedagógica desses professores. Como objetivos específicos, as autoras buscaram identificar os principais desafios enfrentados pelos docentes no uso da plataforma, reconhecer as potencialidades pedagógicas do Moodle, analisar de que forma os professores adaptaram suas práticas para potencializar o uso de suas funcionalidades e avaliar o impacto do AVA na personalização do ensino de Matemática.

A motivação para a realização da pesquisa esteve diretamente relacionada à trajetória profissional de uma das autoras, marcada pela atuação como professora de Matemática e formadora de docentes na rede municipal de ensino, bem como pelo envolvimento direto no processo de implementação e formação do Moodle. Essa experiência permitiu observar e pesquisar tanto o potencial da plataforma como instrumento de inovação pedagógica quanto às limitações de ordem estrutural, técnica e formativa que ainda dificultaram seu uso pleno no contexto escolar.

Assim, este capítulo busca apresentar e discutir os resultados desse estudo, oferecendo uma análise sobre o papel do AVA Moodle no ensino de Matemática, contribuindo para reflexões sobre a integração das tecnologias digitais na educação básica e fornecendo subsídios para ações de formação docente, aprimoramento das práticas pedagógicas e formulação de políticas públicas educacionais.

Referencial Teórico

A utilização de recursos tecnológicos no ensino da Matemática tem se intensificado ao longo dos últimos anos, motivada pela necessidade de adequar as práticas pedagógicas às exigências da sociedade contemporânea. Segundo Moran (2015), a presença das tecnologias nos espaços educativos favorece metodologias mais dinâmicas, interativas e personalizadas, possibilitando aos estudantes aprenderem de acordo com seus próprios ritmos e explorarem diferentes estratégias para a resolução de problemas matemáticos. Nesse sentido, Valente (2013) ressalta que as tecnologias digitais contribuem para a compreensão de conceitos abstratos ao permitir sua representação por meio de simulações e modelagens, ampliando o engajamento e a aprendizagem dos estudantes.

Plataformas Virtuais de Aprendizagem

Os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) têm se consolidado como recursos centrais na educação contemporânea, ao ampliarem as possibilidades de interação entre professores e estudantes, mediar o ensino e favorecer o acesso aos conteúdos. Essas plataformas digitais permitem a personalização da aprendizagem, especialmente por meio do acesso assíncrono aos materiais, ampliando tempos e espaços de estudo. Nessa perspectiva, Castells (2012) destaca que a comunicação mediada por tecnologias digitais possibilita a formação de comunidades virtuais, evidenciando a flexibilidade e a acessibilidade proporcionadas pelos AVA.

Nesse cenário, o Moodle destaca-se como uma alternativa eficaz para o ensino de Matemática, ao promover autonomia discente e diversidade metodológica. Definido como uma plataforma de código aberto amplamente adotada por instituições de ensino (Dougiamas, 2002), o Moodle oferece interfaces interativas que facilitam o compartilhamento de materiais, a realização de atividades e a comunicação por meio de diferentes ferramentas, o que amplia suas possibilidades pedagógicas.

A flexibilidade proporcionada pelos AVA contribui significativamente para o ensino de Matemática, ao permitir que os estudantes organizem seus estudos de forma autônoma e ajustem o ritmo de aprendizagem às suas necessidades. Esse aspecto favorece a revisão de conteúdos, a realização de atividades e o recebimento de feedback, tornando o processo mais dinâmico e personalizado. Conforme Lacerda e Silva (2015), o Moodle favorece a aprendizagem colaborativa, a interatividade e a diversificação das estratégias de ensino.

Além disso, os AVA potencializam a aprendizagem colaborativa ao promoverem espaços de participação ativa, como fóruns e atividades coletivas, favorecendo o diálogo e a construção conjunta do conhecimento. Como afirmam Valentini e Soares (2010, p. 233), “o ambiente virtual de aprendizagem deve favorecer a interatividade entendida como participação colaborativa, bidirecionalidade e dialógica”, reforçando o papel desses espaços na constituição de redes de aprendizagem, no ensino de Matemática representa um avanço pedagógico alinhado às demandas contemporâneas, ao tornar a aprendizagem mais acessível, flexível e significativa.

Formação de Professores para Tecnologias Educacionais

A formação de professores para a utilização das tecnologias no processo de ensino-aprendizagem é um tema de grande relevância na educação contemporânea, sobretudo diante do papel transformador atribuído ao docente. Nessa perspectiva, Paulo Freire (1996) compreende a educação como um ato político que exige do professor uma postura crítica e consciente, indo além do simples domínio técnico das ferramentas digitais. Tal compreensão permite que o uso das tecnologias esteja articulado ao contexto social, favorecendo práticas pedagógicas mais significativas e mediadoras do conhecimento e comprometidas com a transformação da realidade educacional.

Nesse sentido, ensinar em ambientes virtuais implica organizar situações de aprendizagem que estimulem a interação e a reflexão entre professores e estudantes. Conforme destaca Nogueira (2015, p. 54), “[...] ensinar em ambientes virtuais significa criar situações de aprendizagem que permitam a professores e cursistas interações e reflexões sobre as construções realizadas”, possibilitando a (re)construção de conceitos e a atribuição de sentidos ao conhecimento. Dessa forma, a formação contínua do educador torna-se indispensável para a integração crítica e consciente das tecnologias, contribuindo para a construção de ambientes de aprendizagem mais inclusivos e significativos.

A perspectiva construcionista de Papert (1994) aponta que o uso das tecnologias educacionais deve incentivar a participação ativa dos estudantes, rompendo com práticas centradas na simples transmissão de conteúdo. Em consonância com essa ideia, Bacich e Moran (2017) defendem que a integração intencional das tecnologias amplia as possibilidades de aprendizagem ao atribuir ao estudante um papel protagonista. Para que isso se concretize, é essencial que os professores dominem metodologias inovadoras, capazes de articular tecnologia, interação e construção do conhecimento. As contribuições de Piaget (1973) reforçam essa abordagem ao destacar a importância da

interação e da experiência no desenvolvimento cognitivo, evidenciando a necessidade de uma formação docente atenta às diferentes etapas da aprendizagem.

Além das competências pedagógicas e técnicas, a formação docente deve contemplar a reflexão crítica sobre a prática e a construção de uma identidade profissional voltada à pesquisa e à inovação. Valente (2013) destaca que o professor precisa assumir uma postura investigativa frente ao uso das tecnologias, avaliando continuamente suas potencialidades e limitações no contexto educacional. Esse movimento formativo contribui para o desenvolvimento de um olhar crítico, capaz de orientar escolhas metodológicas mais adequadas às necessidades dos estudantes e às demandas da educação contemporânea, para que o uso de um mediador tecnológico não seja meramente uma alegoria sem acrescentar significado educativo.

Em consonância com essa abordagem, Lévy (1999) e Castells (2001) analisam as transformações das relações de aprendizagem na cibercultura e o impacto das redes digitais na organização social, ressaltando a importância de preparar os educadores para atuarem nesse novo cenário. Assim, uma prática pedagógica consciente e eficaz no uso das tecnologias exige uma formação docente que considere a complexidade e a dinamicidade do processo educativo. Essa preparação fortalece o papel do professor como agente de transformação social, capaz de contribuir para uma educação crítica, inovadora e alinhada aos desafios da sociedade atual.

BNCC e Tecnologias na Educação

A BNCC evidencia, de forma objetiva, a importância da integração das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) ao longo da Educação Básica. As tecnologias são compreendidas como elementos fundamentais para o desenvolvimento das competências gerais, contribuindo assim para a formação de estudantes tornando-os aptos a enfrentar as demandas e atividades cotidianas do mundo contemporâneo. Ao incorporar as TDIC ao processo educativo, a BNCC propõe uma abordagem pedagógica ampla e alinhada à realidade tecnológica atual, favorecendo o desenvolvimento de sujeitos críticos, criativos e éticos (Brasil, 2018).

De acordo com as competências:

4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade (Brasil, 2018, p.9).

Nesse sentido, a Competência Geral 4 enfatiza o uso de diferentes linguagens, incluindo a digital, como meios fundamentais de expressão, comunicação e construção de sentidos. Essa orientação amplia as possibilidades de desenvolvimento do pensamento crítico, científico e criativo dos estudantes, sobretudo quando articulada ao uso intencional das tecnologias educacionais. Recursos como softwares de simulação, ambientes virtuais de aprendizagem e diferentes dispositivos digitais favorecem a exploração de conceitos, a formulação de hipóteses e a experimentação de soluções. Ao interagirem com essas ferramentas, os estudantes assumem uma postura mais ativa no processo educativo, construindo conhecimentos de forma autônoma e investigativa.

Mantendo o diálogo entre o processo de ensino-aprendizagem e a tecnologia, a Competência Geral 5 reforça o uso das tecnologias digitais de forma crítica, significativa, reflexiva e ética. Essa competência orienta os estudantes a não apenas consumir informações, mas também a produzi-las e compartilhá-las de maneira responsável. Ao incentivar práticas conscientes no ambiente digital, promove-se o desenvolvimento da autonomia, do pensamento crítico e da ética no uso das tecnologias. Além disso, o desenvolvimento dessa competência contribui para a formação de sujeitos capazes de avaliar conteúdos, identificar informações confiáveis e respeitar princípios sociais e culturais.

Por sua vez, a Competência Geral 6 destaca a valorização da diversidade de saberes e vivências culturais, aspecto que pode ser significativamente potencializado com o uso das TDIC. As tecnologias ampliam o acesso a diferentes manifestações culturais, possibilitando que os estudantes conheçam realidades diversas e ampliem sua visão de mundo, mesmo sem se deslocar para diferentes lugares. Além disso, favorecem interações interculturais por meio de ambientes digitais colaborativos, nos quais

o diálogo e a troca de experiências são incentivados. Nesse contexto, plataformas digitais permitem a exploração de patrimônios culturais locais e globais, enriquecendo o processo educativo.

Desse modo, a BNCC ressalta que a integração das TDIC deve estar articulada ao desenvolvimento de habilidades fundamentais, como pesquisa, colaboração e resolução de problemas. Essas competências são essenciais para que os estudantes possam lidar de maneira autônoma e crítica com as informações disponíveis no contexto digital. Ao aproximar educação e tecnologia, a Base contribui para a construção de aprendizagens significativas e contextualizadas. Esse movimento favorece o protagonismo do estudante no processo educativo e o preparo para situações complexas do cotidiano. Assim, a BNCC reforça a formação de cidadãos aptos a enfrentar os desafios do século XXI, atuando de forma crítica, competente e inovadora em uma sociedade em constante transformação tecnológica.

Personalização do Ensino de Matemática com Moodle

A personalização do ensino da Matemática constitui uma abordagem pedagógica voltada à adequação do processo de ensino-aprendizagem às necessidades, interesses e competências dos estudantes. Essa perspectiva considera os diferentes modos de aprender e os conhecimentos prévios de cada estudante, favorecendo a construção de percursos formativos mais individualizados. De acordo com a Jornada Edu (2023), a personalização envolve a elaboração de planos de aprendizagem que respeitam o ritmo, as habilidades e os interesses dos estudantes, além de estimular a cooperação entre professores e estudantes na definição de metas, tornando o aprendizado mais significativo e motivador.

Nesse contexto, o Ambiente Virtual de Aprendizagem Moodle destaca-se como um recurso que potencializa a personalização do ensino. A plataforma disponibiliza diversos plugins que se assemelham ao software Word e extensões que permitem a criação de atividades diferenciadas, avaliações com correção automática, emissão de certificados personalizados e a realização de videoconferências (Loubak, 2019). Tais recursos possibilitam ao professor adaptar conteúdos, estratégias e formas de acompanhamento, promovendo um ambiente de aprendizagem mais flexível, interativo e alinhado às necessidades individuais dos estudantes.

Além disso, o uso do Moodle no ensino da Matemática favorece a implementação de metodologias ativas, como a sala de aula invertida e a aprendizagem baseada em projetos. Essas abordagens pedagógicas estimulam a participação efetiva dos estudantes, colocando-os como protagonistas de sua

própria aprendizagem. Ao acessar conteúdos previamente e desenvolver atividades colaborativas, os estudantes passam a interagir de forma mais crítica com os conceitos matemáticos. Esse formato contribui para tornar as aulas mais dinâmicas, interativas e contextualizadas. Como destaca a Viva Metodologia (2023), tais estratégias ampliam as possibilidades de construção do conhecimento matemático, tornando o processo de ensino-aprendizagem mais significativo, como a inserção de jogos de acordo com a imagem da Figura 1.

Figura 1: Incorporação de Jogos



Fonte: Elaborado pelas autoras (2024).

A flexibilidade oferecida pelo Moodle permite que cada estudante avance em seu próprio ritmo, respeitando suas necessidades e estilos de aprendizagem. Por meio do acompanhamento contínuo das atividades, o estudante recebe feedbacks frequentes e direcionados, o que favorece a autorregulação da aprendizagem. Essa dinâmica possibilita a identificação de dificuldades e potencialidades de forma mais precisa. Além disso, o ambiente virtual contribui para uma organização mais eficiente do percurso formativo. Assim, a personalização do ensino da Matemática, aliada ao uso do Ambiente Virtual Moodle, configura-se como uma proposta pedagógica inovadora, capaz de atender às singularidades dos estudantes e promover uma aprendizagem mais engajadora, significativa e eficaz.

Avaliação de Matemática com Moodle

A avaliação no ensino da Matemática ocupa um lugar central no processo educativo, pois possibilita ao professor acompanhar de forma sistemática a compreensão dos estudantes e reorientar suas práticas pedagógicas sempre que necessário. Nessa perspectiva, avaliação ultrapassa a função de simples verificação de resultados e passa a assumir um caráter formativo e pedagógico. Ela contribui para a identificação de dificuldades, potencialidades e avanços no percurso de aprendizagem dos estudantes. Luckesi (2010, p. 172) destaca, “[...] a avaliação, por si, é um ato acolhedor, integrativo, inclusivo”, evidenciando sua dimensão humanizadora. Assim, o processo

avaliativo fortalece o acompanhamento do progresso dos estudantes, a reflexão sobre a prática docente e a promoção de aprendizagens mais significativas e contextualizadas.

Além de subsidiar o trabalho docente, a avaliação exerce uma função motivadora, favorecendo o engajamento dos estudantes no processo de aprendizagem. Quando compreendida como parte do percurso formativo, ela contribui para que o estudante se reconheça como sujeito ativo do próprio aprendizado. Hoffmann (2011, s.p.) ressalta que a avaliação deve promover espaços interativos, sem deixar de valorizar a evolução individual e as ações mediadoras voltadas ao coletivo. Nessa perspectiva, o processo avaliativo deixa de ser punitivo e passa a estimular a reflexão e o diálogo. O uso da plataforma Moodle potencializa essa dimensão ao permitir a criação de atividades e quizzes interativos. Esses recursos estimulam a autorreflexão, a autonomia e a participação ativa dos estudantes no processo educativo.

A relevância da avaliação formativa é amplamente discutida na literatura, uma vez que possibilita o acompanhamento contínuo do desenvolvimento dos estudantes ao longo do processo educativo. Para Hadji (2001, p. 10), a avaliação deve se dedicar à regulação das aprendizagens, orientando de forma efetiva o ensino. Nessa perspectiva, a avaliação assume um caráter processual, voltado à compreensão dos avanços e das dificuldades dos estudantes. O uso do Moodle contribui significativamente para essa proposta ao oferecer feedbacks imediatos e possibilitar a personalização dos percursos avaliativos. A adaptação das questões com base nas respostas inseridas permite intervenções pedagógicas mais precisas e direcionadas. Assim, o professor consegue acompanhar tanto o desenvolvimento individual quanto o coletivo da turma, conforme ilustrado na Figura 2.

Figura 2 – Ferramentas do Questionário Moodle



Fonte: Elaborado pelas autoras (2024)

Percurso Metodológico

A análise dos dados desta pesquisa desenvolveu-se de forma sistemática e interpretativa, fundamentada nas contribuições de Bardin (2002), Triviños (1987) e de outros autores da pesquisa qualitativa. Conforme destaca Minayo (2006, p. 21), a pesquisa qualitativa “[...] trabalha com o universo dos significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes [...]”, o que possibilita compreender as percepções dos professores sobre o uso do AVA Moodle. Essa abordagem permitiu evidenciar tanto os desafios quanto as potencialidades envolvidas na utilização da plataforma no contexto educacional analisado.

A análise de conteúdo, segundo Bardin (2002), constitui um conjunto de procedimentos sistemáticos e objetivos voltados à descrição e à interpretação das mensagens, possibilitando inferências acerca das condições de produção e recepção dos discursos. A opção pela análise qualitativa justifica-se pela necessidade de compreender fenômenos educacionais em sua complexidade e em seu contexto natural. No âmbito desta pesquisa, essa escolha permitiu uma exploração aprofundada das respostas dos professores, possibilitando a identificação de sentidos, recorrências e significados que não seriam evidenciados por uma abordagem quantitativa restrita.

A organização dos dados em subtemas favoreceu a identificação de padrões e nuances nas falas dos participantes, como as dificuldades relacionadas à adaptação ao uso do Moodle e às limitações no manejo de suas ferramentas, bem como as potencialidades da plataforma, destacadas pela facilidade de acesso aos materiais e pela possibilidade de personalização das aulas. De acordo com Gil (2008), essa abordagem interpretativa permite ir além das respostas objetivas, considerando as subjetividades e as interpretações individuais dos participantes, o que contribui para uma análise mais aprofundada das categorias temáticas.

A interpretação dos dados foi articulada aos referenciais teóricos que fundamentam a pesquisa, possibilitando uma análise contextualizada do impacto do Moodle no cenário educacional de Valparaíso de Goiás. Ao relacionar as percepções docentes às bases teóricas, o estudo evidenciou tanto as contribuições pedagógicas da plataforma quanto as limitações que ainda demandam aperfeiçoamento. Dessa forma, os resultados oferecem subsídios para a otimização do uso do Moodle na educação básica, indicando caminhos para o aprimoramento das práticas pedagógicas mediadas por tecnologias.

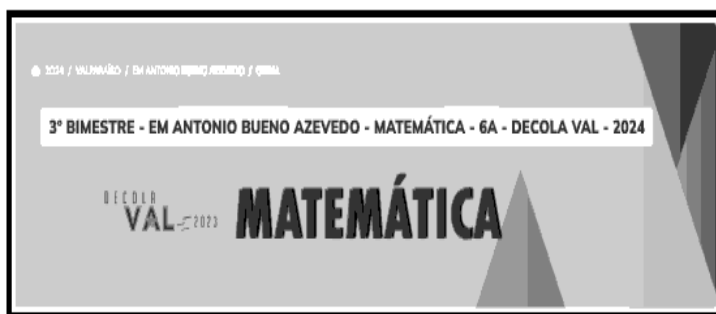
Pesquisa Qualitativa

A pesquisa qualitativa destaca-se como uma abordagem metodológica voltada à compreensão dos fenômenos em sua complexidade e nos contextos em que se manifestam, priorizando a produção de dados descritivos e a interpretação dos sentidos atribuídos pelos sujeitos. Nessa perspectiva, o foco incide sobre os processos e as experiências dos participantes, possibilitando uma leitura aprofundada da realidade investigada. Bogdan e Biklen (1994) afirmam que, "Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal" (Bogdan; Biklen, 1994, p. 47), na pesquisa qualitativa, a fonte direta de dados é o espaço onde a ação e o objeto a ser pesquisado acontecem, no qual o pesquisador atua como principal instrumento de coleta e análise.

Contexto, Participantes e Instrumentos

A pesquisa foi desenvolvida no município de Valparaíso de Goiás, tendo como foco a utilização do Ambiente Virtual de Aprendizagem Moodle, adotado pela rede municipal desde 2020. A plataforma, denominada projeto “DECOLA VAL”, conforme ilustrado na Figura 3, foi inicialmente implementada para atender todos os professores da rede durante o período do ensino remoto, em decorrência da pandemia da Covid-19. Nesse contexto, a Secretaria Municipal de Educação estruturou salas virtuais para toda a rede de ensino e ofertou formação aos docentes, visando ao manuseio da plataforma e à produção de materiais didáticos nas salas virtuais. Posteriormente, o ambiente virtual passou a ser utilizado como complemento às aulas presenciais.

Figura 3: Nomenclatura do projeto pesquisado



Fonte: Elaborado pelas autoras (2024).

A pesquisa contou com a participação de 10 professores de Matemática da rede municipal de ensino, selecionados a partir de critérios como vínculo efetivo ou contratual e atuação nos anos finais do ensino fundamental. O

questionário foi encaminhado a 14 escolas distribuídas em diferentes regiões do município, contemplando distintos contextos socioeconômicos. O instrumento de pesquisa consistiu em um questionário estruturado, elaborado para traçar o perfil dos participantes, compreender sua relação com as tecnologias educacionais e analisar suas percepções sobre o uso do AVA Moodle. Nessa perspectiva, a abordagem qualitativa adotada permite aprofundar a compreensão do universo dos significados atribuídos pelos sujeitos, uma vez que, conforme Minayo (2006), esse tipo de pesquisa possibilita captar nuances, subjetividades e sentidos que extrapolam as aparências da realidade investigada.

Organização e Análise dos Dados

A coleta de dados constituiu uma etapa central desta pesquisa, uma vez que é por meio dela que se reúnem as informações necessárias para responder aos objetivos propostos. Conforme Gil (2008), esse processo deve ocorrer de forma planejada e sistemática, assegurando a confiabilidade e a precisão dos dados obtidos. Nesse sentido, inicialmente foi encaminhada à chefia do Departamento Pedagógico (DEGP) da Secretaria Municipal de Educação a solicitação formal de autorização para a realização da pesquisa acadêmico-científica. Posteriormente, foi elaborado um questionário com questões abertas e fechadas, voltadas à identificação do perfil dos professores de Matemática da rede e às suas percepções acerca do uso do AVA Moodle, sendo então enviado a 14 escolas do município, das quais 10 professores responderam, compondo o grupo de participantes da pesquisa.

A organização dos dados ocorreu de maneira sistemática, com o objetivo de garantir coerência e integridade às informações coletadas, aspectos essenciais para uma análise qualitativa consistente. Após a aplicação dos questionários, todas as respostas foram transcritas e revisadas em um documento digital, evitando perdas ou distorções que pudessem comprometer a interpretação dos resultados. Em seguida, os dados foram organizados em categorias temáticas, adotando-se a análise de conteúdo proposta por Bardin (2002). De acordo com Bardin (2002, p. 96), "[...] a leitura flutuante é a fase inicial em que o analista entra em contato com os documentos a serem analisados, permitindo uma apreensão global dos conteúdos", permitindo identificar recorrências, sentidos e direções preliminares para aprofundamento interpretativo.

A sistematização das respostas em categorias e quadros analíticos possibilitou uma visão mais clara das percepções docentes, favorecendo a comparação entre convergências e divergências. De acordo com Bardin (2002),

o tratamento dos dados deve torná-los significativos e válidos, permitindo evidenciar informações relevantes por meio de quadros e sínteses interpretativas. Essa forma de organização contribuiu para preservar as singularidades das respostas, sem perder de vista os temas centrais emergentes. Assim, a estruturação dos dados sustentou uma análise interpretativa consistente, alinhada às vivências dos professores e ao contexto investigado, corroborando a perspectiva de Triviños (1987) de que a organização sistemática dos dados é indispensável para uma compreensão aprofundada e fidedigna dos fenômenos educacionais.

Resultados e análises

Perfil dos Professores de Matemática

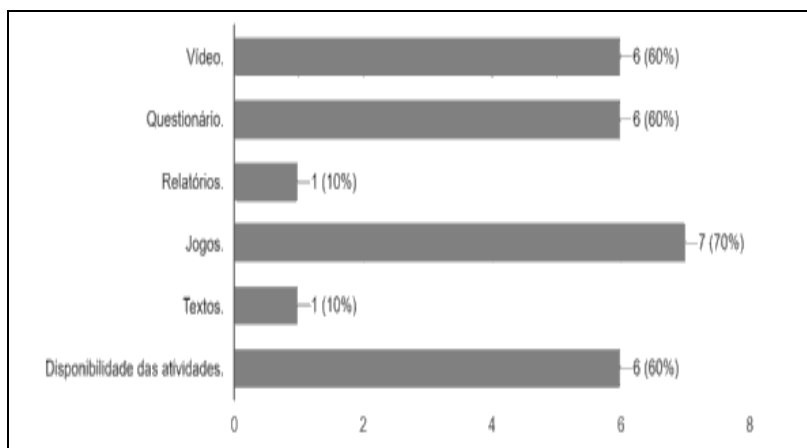
Os professores de Matemática participantes da pesquisa, atuantes no município de Valparaíso de Goiás, apresentavam formação acadêmica consistente, sendo todos licenciados na área, em sua maioria por instituições reconhecidas. Esse percurso formativo evidencia a valorização da qualificação profissional e contribui diretamente para práticas pedagógicas mais estruturadas e comprometidas com a aprendizagem. Além disso, esses docentes possuem, em média, 16 anos de experiência em sala de aula, o que revela maturidade profissional e domínio das dinâmicas escolares. Tal vivência favorece o enfrentamento de desafios cotidianos, a realização de adaptações curriculares e uma compreensão mais crítica dos processos de ensino e aprendizagem.

No que se refere ao uso das tecnologias educacionais, observa-se uma diversidade de níveis de familiaridade e confiança entre os professores. Enquanto alguns demonstram segurança e motivação para integrar recursos digitais às aulas de Matemática, outros ainda encontram dificuldades ou apresentam menor engajamento com essas ferramentas. Essa heterogeneidade indica a necessidade de ações formativas mais específicas e contextualizadas, capazes de atender aos diferentes perfis docentes. Assim, a ampliação do uso pedagógico das tecnologias pode ocorrer de forma mais efetiva, favorecendo práticas mais inovadoras e alinhadas às demandas contemporâneas da educação.

Funcionalidades Interativas Mais Eficazes do Moodle

De acordo com o gráfico 1 ilustrado a seguir apresenta o que os professores pensam sobre as funcionalidades do AVA Moodle que eles consideram mais eficazes para apoiar o ensino de Matemática.

Gráfico 1: Funcionalidades do AVA Moodle Consideradas Mais Eficazes pelos Professores



Fonte: Elaborado pelas autoras (2024).

No que se refere ao uso do AVA Moodle no ensino de Matemática, os dados evidenciam que algumas funcionalidades são percebidas como mais eficazes pelos docentes. Recursos como jogos, vídeos, questionários e a organização das atividades foram os mais valorizados, indicando preferência por ferramentas que favorecem interatividade e envolvimento dos estudantes. Essa percepção dialoga com Bacich e Moran (2017), ao destacarem que metodologias ativas promovem maior participação discente e respeitam diferentes ritmos de aprendizagem. Assim, o uso desses recursos contribui para aulas mais dinâmicas e alinhadas às demandas contemporâneas.

A valorização das funcionalidades interativas pode ser compreendida como uma resposta à necessidade de práticas pedagógicas mais significativas e atrativas. Como destaca Paulo Freire (1996), o educador deve reforçar a capacidade crítica e a curiosidade do educando. Nesse sentido, relatos como o de P1, ao afirmar que “os jogos e simulações matemáticas captam a atenção dos alunos”, e o de P3, que destaca a importância dos vídeos na compreensão dos conceitos, reforçam esse entendimento. Além disso, as funcionalidades de questionários automáticos foram apontadas como relevantes, especialmente por possibilitarem feedback imediato, conforme relata P5, “os quizzes automáticos permitem que os estudantes identifiquem rapidamente suas dificuldades”.

Em contrapartida, textos extensos e relatórios foram menos citados, possivelmente por apresentarem menor potencial interativo quando utilizados de forma isolada.

Moran (2007, p. 21), acrescenta que:

Em síntese, cada vez são mais difundidas as formas de informação multimídia ou a hipertextual e menos a lógico-sequencial. As crianças e os jovens estão totalmente sintonizados com a multimídia e quando lidam com texto fazem-no mais facilmente com o texto conectado através de links, de palavras-chave, o hipertexto.

Apesar disso, não se trata de excluir o uso de textos no ensino da Matemática, mas de integrá-los a outras linguagens e estratégias pedagógicas que crianças e jovens estão fortemente conectados às linguagens multimídia e que o contato com textos se torna mais facilitado quando articulado por meio de links, palavras-chave e estruturas hipertextuais.

Adaptação Pedagógica e Impacto no Engajamento

A inserção do AVA Moodle nas aulas de matemática revelou distintas formas de utilização pedagógica e diferentes percepções quanto ao impacto no engajamento discente. A análise das respostas dos professores permitiu identificar as funcionalidades mais recorrentes, integradas às práticas de ensino e associadas à ampliação da participação dos estudantes. Destacaram-se as videoaulas e os questionários com correção automática, que ofereceram feedback imediato e acesso a conteúdo multimídia para consulta e aprofundamento. Um dos participantes destacou que o ambiente possibilitou a realização de atividades como chats, fóruns, jogos e questionários, favorecendo a interação e o trabalho em equipe, mesmo a distância, de maneira lúdica e processual (P8). Esses recursos contribuíram para o uso de metodologias mais ativas e visuais, ampliando a compreensão dos conteúdos matemáticos.

Parte dos docentes também explorou o Moodle para o desenvolvimento de atividades colaborativas, como discussões orientadas e trabalhos em grupo, promovendo a troca de ideias e o fortalecimento das relações entre os alunos no ambiente virtual. Essas práticas reforçaram o envolvimento dos estudantes ao integrar o aspecto social ao processo de aprendizagem. Nessa perspectiva, Westbrook e Teixeira (2010) afirmaram que “A vida social, pois, não somente exige, para se perpetuar, o ensinar e aprender que constituem a educação, como o seu próprio ser, o próprio processo de vida coletiva, em essência, consiste em ensinar e aprender” (Westbrook & Teixeira, 2010, p. 40). Assim, a aprendizagem colaborativa mediada pelo AVA ampliou as possibilidades formativas ao valorizar a construção coletiva do conhecimento.

Além disso, o Moodle foi utilizado como apoio para revisões de conteúdos e avaliações, por meio de atividades interativas e jogos matemáticos, que tornaram a consolidação dos conteúdos mais dinâmica e acessível. Essa abordagem favoreceu a autonomia dos estudantes e reforçou a aprendizagem contínua, alinhando-se à perspectiva de Papert (1994), “O tipo de conhecimento que as crianças mais precisam é o que as ajudará a obter mais conhecimento” (Papert, 1994, p. 135). No que se refere à motivação, sobressaíram fatores como a familiaridade dos estudantes com as tecnologias, o incentivo à interação colaborativa e o uso de recursos lúdicos para revisão. Conforme Verdaguer (2021), o Moodle disponibiliza ferramentas passíveis de adaptação às necessidades dos estudantes, favorecendo um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e interativo.

Personalização e Inclusão no Ensino de Matemática

O AVA Moodle evidenciou um papel relevante na personalização e na inclusão do ensino de matemática, ao possibilitar a adaptação das práticas pedagógicas às necessidades e aos diferentes ritmos de aprendizagem dos estudantes. A partir das respostas dos professores, observou-se que a plataforma disponibilizou ferramentas que permitiram ao docente organizar trilhas de aprendizagem e propor atividades ajustadas ao nível de compreensão de cada estudante, favorecendo um ensino mais centrado no indivíduo. De acordo com o pesquisado (P6), “É possível criar uma trilha de aprendizagem, onde é possível o estudante seguir o seu ritmo, e o professor como mediador, através das respostas das atividades realizadas pelo discente, consegue descobrir e investir nos níveis individuais de cada estudante”. Essa organização contribuiu para um acompanhamento pedagógico mais sensível às especificidades dos estudantes.

As trilhas personalizadas permitiram que os estudantes progredissem de forma autônoma, contando com a mediação docente para atender demandas específicas ao longo do processo. Essa perspectiva dialogou com Valente (2013), ao considerar que a personalização do ensino mediada por tecnologias educacionais favorece uma educação mais inclusiva, na qual cada estudante pode desenvolver suas habilidades conforme seu ritmo e estilo de aprendizagem. Dessa forma, o ensino tornou-se mais adaptativo e direcionado às particularidades dos estudantes, promovendo um ambiente de aprendizagem mais eficaz e motivador. O uso do Moodle, nesse contexto, fortaleceu práticas pedagógicas que valorizaram o protagonismo discente e a diversificação das estratégias de ensino.

Observou-se ainda que o Moodle facilitou a personalização ao permitir que os estudantes avançassem nos conteúdos de acordo com suas habilidades desenvolvidas, respeitando diferentes tempos de aprendizagem. Conforme Moran (2015), a integração de tecnologias educacionais possibilitou que os estudantes progredissem em seu próprio ritmo, cabendo ao professor orientar e apoiar esse percurso formativo. Essa abordagem favoreceu tanto a revisão de conteúdos essenciais por estudantes com dificuldades quanto o avanço para tópicos mais complexos por aqueles com maior domínio. Segundo o pesquisado P8, essa flexibilidade garantiu experiências individualizadas, com intervenções docentes ajustadas às respostas e ao progresso de cada estudante.

Também ficou evidenciado que a proposição de atividades e avaliações diferenciadas promoveu um ensino mais ajustado às necessidades individuais, fortalecendo a inclusão e a acessibilidade. De acordo com os pesquisados P6 e P7, o Moodle possibilitou a criação de exercícios voltados a diferentes perfis de aprendizagem, além da integração com tecnologias assistivas, como legendas em vídeos e leitores de tela, atendendo estudantes com dificuldades auditivas ou visuais. Essa perspectiva está em consonância com Verdagner (2021), ao afirmar que as atividades da plataforma oferecem múltiplas possibilidades para experiências de aprendizagem diversificadas. Além disso, os professores ressaltaram a flexibilidade nos cronogramas, com prazos adaptáveis que respeitaram o ritmo e as demandas de cada estudante.

Estratégias e Desafios na Implementação

Os professores relataram a adoção de diferentes estratégias para enfrentar os desafios associados ao uso contínuo do AVA Moodle no ensino de Matemática. Entre as ações mencionadas, destacaram-se a capacitação frequente e a elaboração de aulas interativas como formas de manter o engajamento discente, conforme apontado pelo pesquisado P1. Houve consenso quanto à importância da atualização constante sobre as ferramentas disponíveis na plataforma, reconhecida como essencial para otimizar o trabalho pedagógico. Essa percepção dialogou com Moran (2015), ao enfatizar que a formação continuada é fundamental aos docentes o domínio progressivo da plataforma, favorecendo uma integração mais efetiva entre os recursos tecnológicos e as práticas pedagógicas no contexto educacional.

O uso de conteúdos interativos também foi apontado como estratégia relevante para superar dificuldades no ambiente virtual. O pesquisado P8 destacou a adoção de recursos visuais, quizzes, jogos educativos, feedback imediato, materiais suplementares e formação continuada, além do acompanhamento personalizado e da flexibilização de prazos. Esses elementos

contribuíram para tornar as aulas mais dinâmicas e atrativas, favorecendo o envolvimento dos estudantes de forma lúdica. Nessa perspectiva, Bacich e Moran (2017) afirmaram que o uso de atividades interativas refletiu a busca por metodologias menos centradas em práticas tradicionais, ampliando as possibilidades de aprendizagem no ensino mediado por tecnologias.

Os ajustes nas avaliações e a personalização das atividades indicaram a atenção dos professores às necessidades individuais dos estudantes, conforme relataram os pesquisados P2 e P8. O acompanhamento do desempenho, destacado por P1, possibilitou identificar dificuldades e realizar intervenções direcionadas ao longo do processo de aprendizagem. Essa prática reforçou a valorização do ritmo e das habilidades de cada estudante, promovendo um ensino mais sensível às diferenças. De acordo com Valente (2013), a personalização do ensino mediada por tecnologias educacionais favorece um aprendizado mais eficaz e inclusivo, alinhando-se às demandas de diversidade presentes no contexto escolar contemporâneo.

No que se refere aos desafios tecnológicos, o pesquisado P1 apontou que “Muitos alunos têm dificuldade em navegar pela plataforma, o que pode causar frustração e desengajamento [...] problemas de internet ou falta de dispositivos adequados podem limitar o acesso dos estudantes”. Esse cenário, conforme Castells (2012), evidencia que a precariedade da infraestrutura tecnológica amplia desigualdades e dificulta o acesso equitativo às atividades educacionais. Diante disso, os professores relataram o uso de estratégias alternativas, como outras ferramentas de comunicação e envio de materiais complementares, embora reconheçam que garantir uma aprendizagem inclusiva ainda constitui um desafio.

Desenvolvimento de Competências Digitais

Diversos participantes destacaram que o uso do Moodle contribuiu para o aprimoramento de suas habilidades digitais, especialmente no que se refere à exploração das ferramentas e recursos da plataforma. O excerto do pesquisado (P1), “Aprendi a explorar diversas ferramentas e recursos da plataforma, como fóruns, quizzes e atividades interativas, o que me tornou mais eficiente na criação de conteúdos”. Esses relatos indicaram que os professores passaram a criar e gerenciar materiais online com maior desenvoltura. Nesse sentido, a plataforma se consolidou como uma aliada no aprimoramento das práticas pedagógicas, tornando-as mais dinâmicas e organizadas. Conforme Moran (2015), o uso de tecnologias educacionais favoreceu o desenvolvimento de competências digitais essenciais para práticas docentes mais inovadoras e eficazes.

A percepção de que esse aprendizado ocorreu de forma progressiva também foi recorrente entre os respondentes. A afirmação de P4, ao mencionar “mais aprendizado para o uso dessas ferramentas”, indicou o reconhecimento de que o desenvolvimento das competências digitais se deu de maneira contínua. Essa ideia foi reforçada pelo pesquisado P5, ao afirmar que o uso frequente da plataforma ampliou a facilidade e o domínio sobre suas funcionalidades. Tais depoimentos apontaram para um processo gradual de familiarização com os recursos digitais. Valente (2013) ressaltou que a formação contínua aliada ao uso sistemático das tecnologias fortaleceu a confiança e a competência dos professores no ambiente digital.

Outro aspecto central evidenciado nas respostas foi o incentivo à adoção de práticas pedagógicas mais criativas, com foco no engajamento dos estudantes. Conforme relatou o pesquisado P1, “O Moodle me incentivou também a buscar soluções criativas para engajar os alunos, integrando multimídia e metodologias ativas, o que enriquece minhas práticas pedagógicas”. Essa percepção refletiu uma transformação no modo de planejar e conduzir as aulas, tornando-as mais atrativas e participativas. A plataforma, nesse contexto, ultrapassou a função de suporte tecnológico, consolidando-se como um espaço de inovação pedagógica. Bacich e Moran (2017) destacaram que o uso de metodologias ativas apoiadas por tecnologias digitais favoreceu ambientes de aprendizagem mais interativos e motivadores.

Observou-se ainda que o desenvolvimento das competências digitais foi acompanhado por processos de autoavaliação e pelo feedback dos estudantes. O pesquisado P8 destacou que esse acompanhamento ocorreu por meio da análise das participações, do desempenho e dos retornos obtidos nas atividades e avaliações (P8). Esses elementos permitiram aos professores refletirem sobre o impacto de suas práticas e ajustar as estratégias adotadas. A autoavaliação e o feedback configuraram-se, assim, como instrumentos relevantes para monitorar a evolução das competências digitais. De acordo com Lévy (1999), o feedback contínuo contribuiu para a adaptação das práticas pedagógicas às necessidades dos estudantes

Por fim, algumas respostas indicaram um processo de superação pessoal associado ao uso do Moodle. O pesquisado P7: "Aprendi bastante de como poderia me superar na elaboração de conteúdo online desde que comecei a utilizar a plataforma", evidenciando um percurso de crescimento profissional. Esse relato sugeriu que o desafio de explorar novas ferramentas foi compreendido como um estímulo ao aprimoramento contínuo. Nessa perspectiva, Silva, M. C. da *et al.* (2024) destacou que a exploração e o domínio

das tecnologias educacionais favoreceram trajetórias de desenvolvimento profissional, ampliando as possibilidades formativas dos educadores.

Potencialidades e Perspectivas de Melhoria

As potencialidades do AVA Moodle no ensino de Matemática evidenciaram benefícios associados à inovação pedagógica e à ampliação dos recursos educacionais, superando práticas tradicionalmente centradas na exposição teórica. Os respondentes destacaram funcionalidades como recursos multimídia e interativos, que permitiram a integração. Nesse sentido, o pesquisado P8, “O Moodle não apenas amplia os recursos educacionais disponíveis para o ensino da matemática, mas também transforma a maneira como os estudantes interagem com o conteúdo. Ao promover um ambiente mais dinâmico, colaborativo e adaptativo, ele potencializa o aprendizado em comparação com métodos tradicionais, tornando as aulas mais envolventes e eficazes”. Essa dinâmica favoreceu maior engajamento e compreensão dos conteúdos matemáticos.

Esse formato mais interativo facilitou o entendimento conceitual e ampliou o acesso aos conteúdos, especialmente entre estudantes que apresentaram dificuldades com abordagens excessivamente teóricas. Ao favorecer múltiplas formas de interação, o Moodle contribui para favorecer uma aprendizagem mais lúdica e participativa. Essa perspectiva dialogou com Lévy (1999), ao afirmar que a cibercultura promove novas formas de aprender e interagir, intensificando o engajamento dos sujeitos. Além disso, a plataforma ampliou as possibilidades de exploração dos conteúdos matemáticos, promovendo experiências mais contextualizadas e alinhadas à realidade dos estudantes.

O Moodle também se destacou por permitir a ampliação do universo de conhecimentos dos estudantes para além do currículo básico. Conforme relatou o pesquisado P5, “Através desse recurso é possível explorar novos campos e saberes, buscar aplicabilidades do mesmo, expandir o mundo de conhecimento dos estudantes, em especial, àqueles que têm mais interesse na área, engajando-os cada vez mais”. Esse aspecto mostrou-se motivador ao estimular a curiosidade e o aprofundamento conceitual. O uso de recursos interativos e multimídia contribuiu para tornar as aulas mais atrativas, fortalecendo a participação ativa dos estudantes e qualificando o processo de ensino-aprendizagem.

No que se refere às perspectivas de aprimoramento, os participantes sugeriram ações pedagógicas voltadas ao fortalecimento do uso do Moodle no ensino de Matemática. O pesquisado P1, “Sugiro capacitação contínua para

professores, criação de comunidades de prática, desenvolvimento de atividades interativas e conteúdos adaptados. Além disso, é importante garantir suporte técnico acessível, simplificar a navegação na plataforma, integrar recursos externos e diversificar ferramentas de avaliação e feedback. Essas ações facilitarão a adoção do Moodle e enriquecerão a experiência de ensino e aprendizagem”. Essas sugestões convergem com Valente (2013), ao enfatizar que a formação docente constitui um desafio permanente diante do avanço tecnológico, exigindo atualização constante para integrar novas ferramentas às práticas pedagógicas.

Essa reflexão foi reforçada por Nogueira (2015, p. 46), ao afirmar "O professor, capacitado para utilizar o computador, poderá encontrar nesse equipamento um meio diferente para conduzir suas aulas de forma significativa e prazerosa". À medida que as tecnologias se integraram de forma mais intensa ao contexto educacional, tornou-se necessária a ampliação das competências docentes, superando métodos tradicionais. Tal cenário exigiu investimentos em formação, infraestrutura e políticas de apoio, de modo a possibilitar a exploração efetiva do potencial das tecnologias digitais no ensino.

No aspecto técnico, o pesquisado P5 apontou a necessidade de melhorias na interface do Moodle, com foco na simplificação da navegação e maior intuitividade, especialmente para usuários com menor familiaridade tecnológica. A criação de tutoriais e guias visuais foi mencionada como estratégia para facilitar a exploração das ferramentas da plataforma. Além disso, foi sugerida a integração com aplicativos matemáticos, como GeoGebra, ampliando o conjunto de recursos disponíveis e enriquecendo as possibilidades didáticas para o ensino de matemática no ambiente virtual.

Considerações finais

A presente pesquisa teve como objetivo investigar os desafios e as potencialidades do uso do AVA Moodle na prática pedagógica de professores de Matemática dos anos finais do ensino fundamental. Para isso, foram definidos objetivos específicos voltados à identificação de desafios, reconhecimento de potencialidades, compreensão das adaptações pedagógicas e análise do impacto na personalização do ensino. Esses direcionamentos possibilitaram uma compreensão mais ampla do uso da plataforma no contexto investigado. Além disso, permitiram analisar como os docentes integram o ambiente virtual às suas práticas. Também contribuíram para identificar limites e possibilidades do uso pedagógico da ferramenta.

Os resultados evidenciaram impactos positivos no desenvolvimento das competências digitais docentes e na ressignificação das práticas

pedagógicas, em consonância com as diretrizes da BNCC. O uso contínuo da plataforma favoreceu a familiarização com ferramentas interativas, como fóruns, quizzes e recursos multimídia. Esses recursos contribuíram para práticas mais dinâmicas e alinhadas às demandas contemporâneas. Observou-se maior segurança no uso das tecnologias e ampliação das possibilidades didáticas. Assim, fortaleceu-se a integração entre tecnologia e ensino de Matemática.

Observou-se ainda que o ambiente virtual incentivou a adoção de metodologias inovadoras e ampliou a interação entre professores e estudantes. Essa interação possibilitou ajustes pedagógicos mais frequentes e eficazes. Com isso, as práticas educativas tornaram-se mais flexíveis e sensíveis às necessidades dos estudantes. Houve maior engajamento nas atividades propostas e acompanhamento mais contínuo da aprendizagem. Esse cenário reforça o papel do professor como mediador do conhecimento.

Mesmo com os avanços identificados, persistem desafios relacionados ao suporte técnico, ao acesso a dispositivos e à internet de qualidade, além da necessidade de formação continuada. Esses aspectos são fundamentais para a plena utilização da plataforma. A pesquisa também aponta a importância de melhorias constantes no ambiente virtual. Investimentos em capacitação docente e infraestrutura são essenciais. Assim, garante-se a efetividade, a acessibilidade e a sustentabilidade do Moodle no contexto educacional atual.

Referências

- Bacich, L., & Moran, J. (2017). **Metodologias ativas para uma educação inovadora**. Penso.
- Bardin, L. (2002). **Análise de conteúdo** (L. de A. Rego & A. Pinheiro, Trans.). Edições 70.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). **Investigação qualitativa em educação**. Porto Editora.
- Brasil. (2018). **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação.
- Castells, M. (2001). **A sociedade em rede: A era da informação**. Paz e Terra.
- Castells, M. (2012). **Redes de indignação e esperança: Movimentos sociais na era da internet**. Zahar.
- Dougiamas, M. (2002). Moodle: A learning management system. **Journal of Online Learning**, 5(2), 40–50.
- Freire, P. (1996). **Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa**. Paz e Terra.
- Gil, A. C. (2008). **Métodos e técnicas de pesquisa social**. Atlas.

- Hadji, C. (2001). **Avaliação desmistificada**. Artmed.
- Hoffmann, J. (2011). **Avaliação: Mito e desafio – Uma perspectiva construtivista**. Liber Livro.
- Jornada Edu. (2023, 21 maio). **Personalização do ensino**: O que é e como aplicar. Recuperado em 1 outubro 2024, de <https://conteudos.agendaedu.com/featured/personalizacao-do-ensino/>
- Lacerda, N. M., & Silva, R. L. (2015). Ambiente virtual de aprendizagem Moodle: Perspectivas pedagógicas no ensino superior. **Revista Conect@**, 2(3), 45–67.
- Lévy, P. (1999). **Cibercultura**. Editora 34.
- Loubak, A. L. (2019). **O que é Moodle? Conheça a plataforma de ensino à distância**. TechTudo. <https://www.techtudo.com.br/noticias/2019/10/o-que-e-moodle-conheca-a-plataforma-de-ensino-a-distancia.ghtml>
- Luckesi, C. C. (2010). **Avaliação da aprendizagem**: Componente do ato pedagógico. Cortez.
- Minayo, M. C. S. (2006). **O desafio do conhecimento**: Pesquisa qualitativa em saúde. Hucitec.
- Moran, José Manuel.(2015). **A integração das tecnologias na educação**. Paulinas.
- Moran, J. M., Masetto, M. T., & Behrens, M. A. (2007). **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Papirus.
- Nogueira, C. A. (2015). Ambiente virtual de aprendizagem: Formação docente para educação matemática. **Revista Educação Matemática**, 52, 45–58.
- Papert, S. (1994). **A máquina das crianças**: Repensando a escola na era da informática. Artmed.
- Piaget, J. (1973). **Estudos sociológicos**. Forense.
- Silva, M. C. da, Sá, T. R. de, Neves, A. de C. R. de O., Silva, W. C. da, Morais, L. S. de, Santos, W. J. M. dos Brandalise, L., Pereira, V. C. M., Paula, R. C. A. de, Lima, C. C., & Silva, A. M. P. da. (2024). Tecnologias digitais e a construção do conhecimento: Um estudo longitudinal sobre a efetividade dos ambientes virtuais de aprendizagem na educação superior. **RevistaFT**, 28(134). <https://doi.org/10.5281/zenodo.11403087>
- Triviños, A. N. S. (1987). **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: A pesquisa qualitativa em educação. Atlas.
- Valente, J. A. (2013). Integração do pensamento computacional no currículo da educação básica. **Currículo sem Fronteiras**, 13(3), 539–552.
- Valentini, C. B., & Soares, E. M. S. (2010). Educação on-line na educação superior: Uma análise das ferramentas de interação em uma plataforma de educação a distância. **Revista Diálogo Educacional**, 10(29), 225–242.

<https://doi.org/10.7213/rde.v10i29.3134>

Verdaguer, P. M. (2021). **Moodle 3.9: Manual del profesor**. Editorial Ra-Ma.

VIVA Metodologia. (2023, 26 junho). **A importância da personalização do ensino:** Como adaptar o aprendizado às necessidades individuais dos alunos. Recuperado em 1 outubro 2024, de <https://vivametodologia.com/inovacao-escolar/a-importancia-da-personalizacao-do-ensino-como-adaptar-o-aprendizado-as-necessidades-individuais-dos-alunos/>

Westbrook, J., & Teixeira, H. (2010). Experiência construtiva e aprendizagem significativa em Jean Piaget. **Educação & Pesquisa**, **36**(1), 15–28.

21- Ensino de Matemática na EJA: uma abordagem pedagógica centrada na resolução de problemas

*Marlucia Moreira de Sousa⁴⁴
Andréia Borges Avelar da Silva⁴⁵*

Introdução

Este capítulo apresenta o recorte de um trabalho relacionado ao ensino de matemática para estudantes do ensino médio na modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA), utilizando a abordagem da Aprendizagem Baseada em Problemas (chamada ABP para evitar repetições daqui para frente). A ABP é uma metodologia ativa que coloca o aluno no centro do processo de aprendizagem, orientando-o a buscar soluções para os diversos problemas que requerem conhecimentos e habilidades matemáticas. A pesquisa foi realizada com exercícios simples, envolvendo frações e progressão aritmética, de modo que percebessem como a aplicação de conhecimentos básicos associada à resolução de problemas facilita a assimilação dos conteúdos de matemática. A ABP se mostrou uma metodologia eficiente para um aprendizado mais significativo, principalmente quando se trata de estudantes adultos como é o caso dos estudantes da EJA.

Na publicação da última avaliação do PISA (sigla em inglês para o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), matéria do portal G1, o resultado do último exame realizado em 2022 revelou que sete em cada dez brasileiros não conseguem resolver problemas simples. Sem dúvida alguma a ausência de domínio do conhecimento matemático se constitui um problema nacional quando se trata de educação como caminho para o desenvolvimento. Essa realidade piora quando se trata dos estudantes da modalidade EJA.

Com relação à habilidade de resolver problemas, Polya estruturou quatro etapas que facilitam muito a vida de professores e estudantes, conforme

⁴⁴Pós-graduada em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade Aberta do Brasil em parceria com o CEAD – UnB e o Departamento de Matemática da Universidade de Brasília. adm.malumoreira@gmail.com

⁴⁵Doutora em Matemática pela Universidade de Brasília. Professora da Faculdade de Planaltina da Universidade de Brasília. andreaavelar@unb.br

citado no Quadro 1. É uma estrutura que permite obter resultados mais consistentes ao aplicar metodologias, principalmente para adultos, que conversem com o perfil dos alunos, que possam instigá-los a querer buscar outros caminhos para chegar à solução, sem se prender a fórmulas decoradas.

A professora Carvalho (1991) destaca a importância da memorização e do cálculo mental como essenciais para desenvolver a habilidade de resolver problemas. Segundo a professora, não se trata apenas de memorizar ou decorar cálculos, mas levar o estudante a compreender e exercitar as propriedades matemáticas, bem como perceber sua utilidade no cotidiano. Ela destaca “Memorização sim, mas não memorização prévia ao exercício; o que vale é a memorização em constante reestruturação e reorganização, sempre modificada pela prática do cálculo”. O trabalho diário do professor é exaustivo, repetindo a mesma explicação sobre o mesmo tema, mas com abordagens diferentes até que o aluno entenda. Esse exercício mental vai abrir caminhos para que o estudante identifique novas maneiras ou diferentes percepções para resolver questões similares.

Nesse contexto, a pesquisa consistiu em observar em sala como os estudantes da modalidade EJA enxergam a matemática no seu dia a dia. Utilizando a metodologia ABP, foram realizados exercícios relacionados à realidade dos adultos, como é o caso do financiamento de um bem. Para analisar a melhor opção para financiar, os estudantes perceberam a importância de aprender e aplicar a matemática no seu cotidiano, tirando conclusões quanto à diferença de tomar decisões embasadas em números.

Assim, a atividade que subsidiou esse trabalho de pesquisa teve como princípios:

- A metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas como facilitadora na compreensão dos conteúdos de matemática.
- Como uma metodologia mais acolhedora na EJA facilita o aprendizado.

A proposta consistiu em verificar em sala de aula como os alunos reagiram à metodologia ABP resolvendo problemas do dia a dia. A atividade foi realizada em dois momentos distintos, aplicada em duas turmas da EJA, considerando um intervalo de três semanas entre uma e outra.

Referencial Teórico

O ensino de matemática no Brasil é uma tarefa bastante desafiadora, uma vez que muitos estudantes cresceram com a crença de que a matemática é uma disciplina difícil, gerando distanciamento entre professor e aluno. Para

desmistificar essas crenças, vários autores trazem abordagens diferentes que auxiliam a compreensão de conceitos necessários à realização dos cálculos.

Em 1991, a professora Dione Carvalho (1991) sintetizou de forma muito sábia a relação entre a matemática e a resolução de problemas, ao afirmar categoricamente: “Não se aprende Matemática para resolver problemas e, sim, se aprende Matemática resolvendo problemas”. Segundo a autora, quando o professor coloca uma situação-problema diante do aluno, cria-se também um ambiente favorável ao aprendizado. Dessa forma, o estudante se sente envolvido no processo de aprender, sentindo-se realmente em uma pesquisa. Inserido nesse ambiente é mais fácil desenvolver o conhecimento matemático.

Quando se trata de resolução de problemas, não há dúvidas quanto à estrutura desenvolvida por Polya (1995), conforme detalhado no Quadro 1. É uma abordagem que se aplica não somente à matemática, mas em variados contextos.

Quadro 1: Etapas de Polya para resolver problemas

1. Compreenda o problema	2. Estabeleça um plano	3. Execute o plano	4. Retrospecto
Compreender o problema é o primeiro passo para resolvê-lo. Identificar as partes principais, separar as condicionantes, indagar: o que precisa ser resolvido no problema? Quais incógnitas? Quais são os dados são fornecidos?	Respondidas as perguntas da etapa 1 e elabore o plano de solução: cálculos, desenhos e recursos que serão mobilizados para chegar à solução. Faça perguntas, sugestões ou analogias que ajudem o aluno a ter uma boa ideia de como resolver.	O plano elaborado é como um roteiro, mantenha o foco na execução de cada etapa. Ajude o aluno a ter clareza da correção de cada passo da resolução do problema. Verifique se foi compreendido o conceito básico antes de avançar.	Com o problema resolvido, examine a solução, revise se as operações matemáticas aplicadas, questione se haveria outro caminho para resolver. O retrospecto ajuda a aperfeiçoar a habilidade resolutive e fixar o conteúdo.

Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

Com essas quatro etapas, Polya mostra o caminho para que o estudante construa a própria solução, o professor atua como orientador, incentivando o aluno a fazer perguntas. Logo percebe-se que a metodologia propõe uma aproximação maior entre professor e aluno durante a aula. Cria-se um ciclo virtuoso por meio de perguntas e reflexões, esforçando-se para não entregar as respostas prontas faz com que o aluno se sinta cada vez mais desafiado e estimulado a encontrar a solução do problema proposto. Trabalhar problemas com esse roteiro estruturado por Polya, além de ajudar na compreensão contribui na autoavaliação sobre quão absorvido foi o conteúdo.

Segundo Carvalho (1991), a criação de um espaço propício à aprendizagem, leva o professor a se colocar na posição de orientador, já que os estudantes serão levados a fazer mais perguntas. Apresentando as mais diversas soluções para o mesmo problema que a classe está trabalhando, abrindo espaço para a criatividade com a prática de situações-problema. O professor deverá estar pronto para dialogar sobre as soluções apresentadas pelos estudantes, enriquecendo ainda mais o aprendizado.

Sobre esse diálogo criativo, Gontijo (p.156) destaca que “nas situações práticas do cotidiano dos estudantes os problemas requerem um conjunto de competências para solucioná-los”. Com isso, o autor defende que o conhecimento matemático ganha significado e motiva os alunos a desenvolverem a criatividade e estimular a aplicação matemática.

A metodologia ativa Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP)

A Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) surgiu com o nome de *Problem Based Learning* (PBL) no Canadá na década de 1960. A metodologia foi criada para que os estudantes pudessem conciliar teoria e prática desde as aulas iniciais, contribuindo para gerar mais consistência no aprendizado. Embora tenha sido criada para estudantes de medicina, a eficiência do método foi logo adotada para estudantes de diversas séries escolares.

O protagonismo do aluno ocorre a partir do momento em que são incentivados pelos professores a não “só consumir o conhecimento pronto”, mas a atuar na construção desse conhecimento. Por essa razão, a parte prática ilustrada por situações do cotidiano direciona o aluno a ver a aplicação da matemática em diversas atividades, seja resolvendo problemas ou tomando decisões. A ABP tira o aluno da condição passiva de receptor de conteúdo, e ao participar ativamente não há dúvidas de que a aula deixa de ser repetitiva e torna-se um aprendizado mais significativo, levando o aprendiz a assumir outra postura em sala.

Lidar com uma postura mais autônoma do aluno, requer do professor um amadurecimento para assumir o papel de guia ou orientador, e não como um proprietário do conhecimento. Com isso os estudantes ficam mais livres para encontrar novas formas de solucionar determinado problema. Por outro lado, também implica em uma maior aproximação do professor. Nesse ambiente é mais fácil perceber que não existe apenas uma forma de resolver um exercício, e isso desperta interesse e curiosidade, abrindo espaço para ser criativo.

Falar em criatividade em aulas de matemática soa estranho, uma vez que crescemos ouvindo que a matemática é uma ciência exata e independente de

como se calcula o resultado será o mesmo. Para mudar esse pensamento é necessário que o espaço da sala de aula ofereça condições para criar.

Como bem disse Mateus Farias (apud Gontijo e Fonseca, 2020, p. 119) “a matemática coopera para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas e para gerar hábitos de investigação, além disso proporciona confiança no enfrentamento de situações novas”. Ainda segundo os autores, é necessário muito trabalho para que a escola seja um espaço que proporcione a criatividade, inclusive nas aulas de matemática.

Tendo como referência apenas a escola pública, o processo de aprendizagem mantém o padrão de ensino há décadas: o professor explica a teoria, o aluno escreve e ao fim do bimestre há uma prova para comprovar se o aluno compreendeu o conteúdo. Essa medição é feita em dia determinado para todos os alunos, sendo todos medidos sem distinção entre suas características individuais de aprendizagem. E o mundo mudou, a presença da tecnologia em quase todos os espaços exige mudanças na forma de ensinar e aprender. Tudo é mais ágil e dinâmico, com novas estratégias de ensino, e a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas rompe esse formato antigo do processo ensinar-aprender para um aprendizado mais ativo, combinando teoria e prática simultaneamente.

Com essa nova metodologia os alunos são estimulados a questionar o conteúdo, a confrontar sua opinião com a dos colegas, aprendem a discordar e compreender o ponto de vista do outro. Há o incentivo para pesquisar o assunto e ouvir explicações ou exemplos de outros professores. É deixar o espaço livre para as divagações e dar a chance de aprender com o erro.

Como bem disse Farias (2020, p. 121), “conhecimento e técnica não são suficientes para que um produto criativo ou uma resposta original a um problema seja gerado”. Segundo esse autor, é fundamental que o professor ajude o aluno a perceber seus talentos, deixando claro o quão importante é ajudar o estudante “na formação de autoconceito positivo”. Essa prática estimula a desenvolver autoconfiança ao fazer questionamentos que fortalecem o aprendizado. O professor de certa maneira atua não somente como orientador, mas principalmente incentivando os alunos a perceberem suas próprias habilidades e motivando-os a seguir aprendendo cada vez mais.

Já a professora Carvalho (1991, p.84) reforça que promover espaços para discussão de procedimentos entre os grupos formados pelos alunos na sala de aula enriquece o aprendizado. A autora destaca que essas discussões devem ser provocadas pelo professor. Talvez o papel mais importante do professor, no trabalho com solução de problemas, seja o de garantir a constante discussão dos

procedimentos que surgem. Com as discussões todos se beneficiam e emergem novos problemas que encaminham para o aprofundamento do aprendizado (Carvalho, 1991, p.84).

Atualmente um dos maiores desafios dos professores em sala de aula é como direcionar a atenção do aluno para o conteúdo. O desafio é ainda maior quando se trata de uma turma de estudantes da modalidade EJA, pois são pessoas que chegam na escola após um longo dia de trabalho, com a cabeça cheia e com o celular sempre à mão. Nesse contexto, a utilização das metodologias ativas tem se tornado boas aliadas, como é o caso da ABP.

O ensino de Matemática na EJA (Educação de Jovens e Adultos)

No passado, a maioria dos estudantes da EJA era oriunda de áreas rurais, sem acesso à escola por residir em locais de difícil deslocamento. Atualmente a maior parte dos alunos são jovens que poderiam frequentar o ensino regular, mas por diversas razões não acompanharam seus colegas e perderam o ano letivo. Para evitar um prejuízo de tempo ainda maior, a escolha pela EJA surgiu como uma boa alternativa para recuperar o tempo perdido. É um curso mais curto e que garante o certificado do ensino médio na metade do tempo.

Com relação a essa mudança na composição do grupo de estudantes da EJA, o colunista Rodrigo Ratier (UOL, 2023) destaca que o mais preocupante dos dados divulgados pelo censo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE (2022) é o crescimento da quantidade de jovens menores de 25 anos que optaram por essa modalidade. Nesse cenário é possível identificar pelo menos duas situações bastante desfavoráveis ao país: jovens fora do ensino regular por baixo desempenho escolar ou porque abandonaram os estudos por não conseguirem conciliar o estudo com as demais responsabilidades.

Segundo o colunista Ratier, não há uma adaptação do conteúdo para a realidade do público da EJA, embora haja redução da quantidade de horas/aula para a conclusão de cada série. Para além da adequação do currículo está a preparação dos professores que atuam com esse público. Os estudantes da EJA são um público que requer mais de acolhimento e generosidade do professor.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), determina um conteúdo a ser cumprido em cada série e os professores são orientados a seguir essa estrutura. No entanto, apesar de receber todo o conteúdo programático, muitos estudantes não conseguem absorvê-lo, pois cada ano escolar é condensado em um semestre. Essa situação requer mais esforço do estudante, e muito mais do professor para dar uma aula mais dinâmica que motive os alunos a também se esforçar um pouco mais para assimilar o

conteúdo. Nesse sentido, é necessária a utilização de metodologias ativas que geram mais engajamento e retenham o interesse nas salas de aula.

Percebe-se que a rede de ensino não “se modernizou” tanto quanto poderia, ou seja, as aulas continuam no mesmo formato tanto para uma turma de curso regular quanto para uma turma da EJA do curso noturno. Essa falta de adaptação do conteúdo pode ser uma das justificativas para a evasão escolar.

Segundo os dados divulgados pelo IBGE: “o total de alunos na EJA caiu de 3.545.988 em 2018 para 2.774.428 em 2022, representando uma queda de 22% na quantidade de matriculados”. Para reduzir esse número de pessoas que abandonam a escola antes de completar o ensino médio é essencial mudar a forma de ensinar e oferecer novas possibilidades para aprender.

Muito embora vários estudantes tenham acesso à tecnologia, a falta de orientação para tirar o melhor proveito das ferramentas tecnológicas, deixa uma enorme quantidade de jovens em situação de subemprego ou desempregados por ausência de qualificação. A inabilidade matemática também entra nesse bojo. Muitos jovens não sabem calcular e utilizar regras e conhecimentos matemáticos básicos inerentes às atividades, gerando um obstáculo na vida profissional. Para além de exercitar o raciocínio lógico nas mais variadas atividades do mercado de trabalho, a utilização da matemática básica interfere no desenvolvimento pessoal, especialmente com relação à educação financeira.

Ter habilidade mínima com matemática pode até ajudar a evitar o endividamento, uma vez que o conhecimento aplicado gera autonomia e fundamenta a tomada de decisões mais assertivas. Desenvolver esse conhecimento que possibilita a emancipação do estudante é justamente uma das funções sociais da EJA. Para cumprir essa função, o ensino precisa estar mais alinhado aos contextos atuais. Na internet, em vídeo do Youtube “Aula, fato ou mito”, o professor José Pacheco diz “a educação emancipa a pessoa” (Youtube, 2015). Adquirir conhecimento gera mais liberdade para fazer escolhas e decidir qual o melhor caminho a seguir.

Para elevar os resultados na EJA e melhorar o processo de ensino e aprendizagem, há algumas possibilidades como: estimular o trabalho em equipe, dar acompanhamento mais próximo, incluir nas aulas o uso de tecnologias de forma mais recorrente, tanto o simples celular quanto os computadores do laboratório da escola, combinar diferentes estratégias ou metodologias em sala de aula, e até dar mais responsabilidade para promover a autonomia, além de proporcionar uma experiência de aprendizagem mais significativa e que produza bons resultados.

A aprendizagem matemática com resolução de problemas

Este trabalho foi fundamentado em atividades de pesquisa realizadas em sala com estudantes do ensino médio da modalidade EJA, do turno noturno em uma escola do Distrito Federal, realizadas em dias distintos. A pesquisa e atividades foram aplicadas com autorização do coordenador do turno, uma vez que os pesquisadores não eram professores na referida escola.

No primeiro dia da pesquisa foi feita uma atividade envolvendo exercícios com frações, e ao final os alunos responderam um breve questionário sobre quais lembranças guardavam das aulas de matemática e o que acharam da metodologia ABP.

Na primeira atividade aplicada não houve muita interação, tendo em vista que os estudantes não eram de uma turma habitual dos pesquisadores. O que deixou claro o quanto a interação professor-aluno interfere no aprendizado. Assim, entendeu-se a necessidade de uma atividade ainda mais prática aplicando a metodologia ABP. Para isso houve um acompanhamento da turma em algumas aulas, de maneira a identificar os principais pontos de dificuldades dos alunos com a matemática. Essa observação foi fundamental para que o segundo dia da atividade prática criasse um certo dinamismo no grupo, já que as aulas eram muito centradas na teoria, e despertou mais interesse dos alunos.

Nesse contexto o segundo momento da atividade focou exclusivamente na estrutura de resolução de problemas ensinada por Polya, envolvendo exercícios a serem resolvidos com operações básicas de matemática. A nova experiência foi realizada de forma mais direcionada, aplicando a metodologia ABP, com exercícios relacionados ao conteúdo que os alunos estavam vendo nas aulas, ou seja, a teoria recém aprendida sendo aplicada na prática.

Análise da Pesquisa

Participaram das atividades da pesquisa 19 alunos, somando duas turmas do ensino médio da modalidade EJA. No primeiro dia a atividade 1 consistiu em exercícios simples com frações. Após alguns dias, na segunda rodada o foco foi na resolução de problemas envolvendo matemática básica e progressão aritmética. Também foi aplicado um questionário, instrumento de pesquisa na modalidade qualitativa, uma vez que a finalidade era analisar o contexto de aprendizagem dos alunos e suas lembranças das primeiras aulas. Por se tratar de um recorte de um trabalho de conclusão de curso, serão aqui apresentadas apenas duas perguntas da pesquisa original.

Foi perguntado aos estudantes quais lembranças eles tinham das primeiras aulas de matemática, especificamente sobre frações. A ideia de

perguntar aos alunos sobre as lembranças das aulas anteriores foi inspirada no professor José Pacheco em suas reflexões sobre a Escola da Ponte em vídeo disponibilizado pelo canal do YouTube. Nessa escola o professor Pacheco afirma que os alunos escolhem o que querem estudar partindo do que sabem sobre determinado assunto, o professor atua como um “auxiliar”, enquanto o aluno é o responsável pelo seu aprendizado.

Enquanto faziam os exercícios, os estudantes foram orientados a não se preocupar com fórmulas, mas tentar resolver os cálculos conforme os conhecimentos prévios, foram orientados a trabalhar em duplas, sem inibir aqueles que preferiam trabalhar sozinhos.

Na atividade 1 tinham que identificar a representação numérica das frações ilustradas, escrevendo o número fracionário que representava cada uma das figuras. Apesar da simplicidade do exercício, tiveram dificuldades em reconhecer o número na forma fracionária porque não lembravam o que representava cada figura, por exemplo: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$ e assim sucessivamente. Outros exercícios relacionavam frações com a divisão do dinheiro em suas finanças pessoais, puxando para situações cotidianas dos alunos.

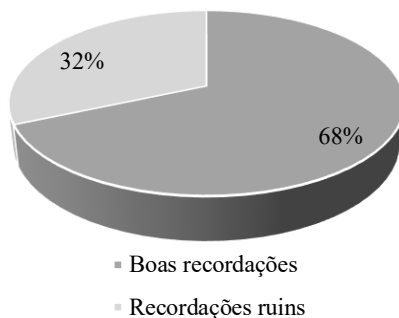
Por respeito àqueles que ficaram afastados da escola por muito tempo, houve uma revisão dos conceitos de fração usando uma folha de papel que ao ser dobrada ao meio e dobrada novamente ao meio, o resultado era frações de uma folha de papel. Visualizando as dobraduras no papel, assimilaram a ideia, e a partir daí melhorou o ânimo em resolver os demais exercícios da lista.

Logo perceberam que as imagens representam exatamente uma divisão que começava com duas metades até chegar à décima parte. Uma das alunas disse: *“Nossa! A matemática faz a gente se sentir bobo depois que a gente entende”*. Outro aluno que estava em dupla completou: *“Bobo não, é que a gente não tinha prestado atenção”*. A partir dessa observação cuidadosa é possível trabalhar o conceito para que o aluno desenvolva suas próprias ideias e encontre a solução para o problema em estudo. Durante a atividade ficou claro que um dos grandes gargalos na aprendizagem matemática é a dificuldade com leitura e interpretação de textos, ratificando a importância de atividades interdisciplinares.

Conforme recorte da pesquisa na Figura 1, 68% dos alunos afirmaram ter boas lembranças das primeiras aulas de matemática. Essa resposta permite inferir que no início dos estudos de matemática a disciplina era agradável, o que leva a crer que as dificuldades começam a partir do momento que não conseguem assimilar os conceitos básicos.

Assim, com o avanço das séries, o aprendizado vai ficando difícil, e desestimula a jornada do estudante. Nesse aspecto Freire (1996) nos lembra que “o ensinar exige alegria e esperança”. A alegria do aprendiz em entender cada etapa do conteúdo alimenta a esperança do quanto é bom aprender. É o professor ter uma inquietação até que aquilo que está sendo ensinado seja assimilado pelos alunos. Um bom professor sabe quando o aluno entende ou não, e se mobiliza para encontrar a melhor explicação ou exemplo até que a dúvida, por menor que seja, possa ser dirimida e assim não atrapalhe o desenvolvimento das habilidades matemáticas tão necessárias ao desenvolvimento. Freire alerta que sem acreditar no próprio desenvolvimento não haveria nem História. O que também é ressaltado por Polya quando destaca a importância de compreender o contexto antes de resolver qualquer situação-problema. Segundo Polya defende que é “tolice” avançar na solução se o aluno não compreender o que é pedido no enunciado do problema. O que só reforça a importância de começar atividades com menor grau de dificuldade e ir evoluindo aos poucos.

Figura 1: Recordações das aulas de matemática

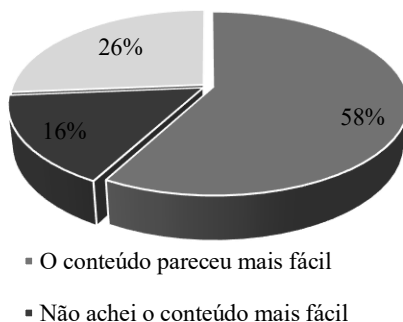


Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

No segundo dia da atividade 2 da pesquisa, os alunos foram envolvidos em um ambiente que era permitido pesquisar no celular ou trocar ideias com os colegas, para que aprendessem com mais autonomia. Essa autonomia consiste em valorizar no aluno os conhecimentos prévios, associado a experiência de vida de cada um. Como bem nos ensina Freire (1996) “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”. Ao opinar sobre a metodologia aplicada a pesquisa mostrou como se sentiram. Criar possibilidades pode ser desde ajudar o aluno a enxergar outras formas de tratar determinado problema, ou questionar se já ouviram algo a respeito que possa ser comparado para enriquecer o contexto. O professor abre caminhos e deixa o aluno explorar.

Conforme demonstrado na Figura 2, 58% dos alunos acharam o conteúdo mais fácil com a metodologia aplicada. Foi possível observar uma interação maior à medida que conseguiam resolver cada item da lista. Os dados colhidos na pesquisa justificaram a necessidade de realizar um segundo encontro com a turma para realizar a atividade 2 para ratificar a eficácia da abordagem pedagógica de resolução de problemas como facilitadora da aprendizagem matemática, tornando o aprendizado mais leve e significativo. Assim, houve um acompanhamento da turma por três semanas para perceber o ritmo de aprendizagem do conteúdo que o professor titular estava aplicando naqueles dias. Nas aulas são trabalhados muitos conteúdos, mas não havia exercícios práticos para fortalecer o aprendizado. Na atividade 2 houve mais prática e o resultado foi mais positivo, conforme mostra a Figura 2.

Figura 2: Opinião sobre a metodologia ABP



Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

Freire destaca como fundamental dar liberdade e oferecer condições para levar o estudante a desenvolver o conhecimento sempre associando às próprias experiências. A atividade buscou aproximar a metodologia de ensino com a realidade dos alunos da EJA.

Durante o período de acompanhamento da turma, observou-se que não era aplicado ao final de cada aula uma atividade complementar ou para fazer em casa. Na aula seguinte, quando o professor explicava a matéria do dia, observou-se que os alunos não traziam questionamentos relacionados à aula anterior. Não criavam conexão com o conteúdo, que era explanado de forma muito breve, justamente para que fosse possível condensar todo o programa do ano letivo em apenas um semestre. Tanto alunos quanto os professores da EJA precisam de muita determinação para vencer o currículo estabelecido pela BNCC.

A segunda atividade de pesquisa buscou alinhamento ao disposto na BNCC: “Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, ... preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira”. Com isso os alunos tiveram uma breve introdução sobre os quatro passos para a resolução de problemas abordados por Polya, quais sejam: “compreender o problema; estabelecer um plano; executar o plano e examinar a solução”.

Em consonância ao que o professor Polya ensina, houve breve explicação dos passos para que compreendessem exatamente o que precisava ser calculado e identificar a melhor alternativa para o problema proposta. A atividade abordou uma situação simples e bem próxima da realidade do grupo de pesquisa, uma vez que é comum o financiamento de veículo e outros bens. O desafio era calcular e analisar qual era a proposta de financiamento mais vantajosa, aplicando os conhecimentos de Progressão Aritmética, conforme consta no Quadro 2.

Quadro 2: Segunda atividade em sala

Atividade	Opção 1	Opção 2
Suponha que você vai comprar um carro financiado e precisa analisar duas propostas de financiamento. Aplicando os conceitos de Sequência e Progressão Aritmética (PA), analise as opções 1 e 2, responda qual você escolheria por ser a mais barata? Só depois efetue os cálculos e responda as perguntas "a" e "b".	R\$20.000,00 de entrada mais 60 prestações mensais iguais de R\$750,00. Calcule: quanto será pago pelo veículo nesta opção?	48 prestações mensais que formam uma PA decrescente, sendo a primeira parcela no valor de R\$2.500,00 e a última de R\$244,00. Calcule: quanto será pago pelo veículo nesta opção?
Após calcular as duas propostas, responda: a) Em relação ao preço final, qual dessas opções é a mais vantajosa? b) Pagam-se quantos reais a menos com essa opção em relação à outra?		
Após calcular as duas propostas, responda: a) Em relação ao preço final, qual dessas opções é a mais vantajosa? b) Pagam-se quantos reais a menos com essa opção em relação à outra?		

Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

Os alunos foram convidados a opinar sobre a opção mais vantajosa, antes de começar o cálculo, com base nos conhecimentos prévios e experiência de vida, pois na classe todos afirmaram já ter realizado alguma compra parcelada. Alguns se manifestaram conforme transcrição abaixo:

-Aluno 1: *“A 2ª opção é mais vantajosa porque tem uma quantidade menor de parcelas e ainda tem a vantagem que o valor vai reduzindo mensalmente. Com certeza, eu escolheria comprar na 2ª opção”.*

-Aluno 2: *“Escolheria a 2ª opção porque vai terminar de quitar a dívida mais rápido”.*

-Aluno 3: *“Esse financiamento é parecido com o da casa, é sempre melhor escolher a prestação que vai diminuindo”.*

Diante das respostas sem o cálculo não houve questionamentos de certo ou errado, apenas escuta ativa das opiniões. Em seguida foram incentivados a resolver o exercício utilizando o conhecimento recém explicado pelo professor sobre a soma dos termos de uma PA.

De acordo com Polya, o solucionador de problemas precisa antes de tudo compreender qual é efetivamente o problema que está sendo tratado. O autor diz ainda que é comum repetir as mesmas perguntas, até descobrir qual delas vai levar à solução certa. Assim, os alunos foram testando formas de resolver o desafio proposto, até que uma dupla conseguiu estruturar o problema e concluiu o cálculo. Ficaram indignados ao perceber que comparando as duas propostas a mais econômica era justamente aquela com prestações iguais e com prazo maior, oposto ao que eles haviam pensado. A turma estava engajada em entender o cálculo matemático que tinha acabado de fazer. Começaram a ver sentido naquilo que estavam aprendendo.

Um dos alunos perguntou ao professor “Por que não aprendemos esse cálculo no primeiro ano da escola?” A observação desse aluno corrobora o sentido desse trabalho de pesquisa. É preciso inserir a matemática no cotidiano para compreendê-la. Mais vez, a metodologia ABP favoreceu a assimilação de conteúdo com significado. Alguns começaram a trocar ideias sobre os exercícios de matemática e suas finanças pessoais. Eles entenderam como a matemática ajuda a tomar melhores decisões até nas questões financeiras do dia a dia.

Metodologia de ensino mais acolhedora na EJA

Durante as aulas assistidas para fins de aprofundar um pouco mais no universo da EJA foi possível perceber que boa tarde dos estudantes retorna à sala de aula em busca de algo além da formação acadêmica. Muitos buscam novos vínculos sociais, fazer novos amigos e até mesmo conversar só para trocar ideias e até para se distrair um pouco após um dia exaustivo de trabalho. Para além do conhecimento, eles buscam também atenção e acolhimento, e porque não uma oportunidade de inclusão.

Por várias vezes é requerido do professor além da didática e domínio do conteúdo, ter a sensibilidade para perceber o que o aluno não está enxergando e qual é o estado de ânimo de cada um. Em uma das aulas havia apenas quatro alunos na classe, o professor percebeu que todos estavam muito quietos. Então, começou a explicar a matéria pedindo a participação dos alunos para responder aos cálculos à medida que explicava os exemplos. Foi uma estratégia para acordar a turma, uma vez que o conteúdo era muito teórico, o resultado foi surpreendente.

Naquela noite havia apenas quatro alunos na classe, e um deles embora muito esforçado tem muita dificuldade para acompanhar o conteúdo. Em certo momento da explicação o professor perguntou: “Quanto é $375 - 140$?”. Houve um silêncio total. Rapidamente o professor percebeu a dificuldade, apagou e escreveu novamente na forma de “continha armada”, ou seja, em colunas e não em linha. Em instantes os alunos responderam o cálculo correto. Todos caíram na gargalhada, ficaram rindo de si mesmos e foi um momento divertido.

A reação dos alunos quanto à maneira diferente de explicar a mesma coisa, ilustrou o desafio que o professor deve identificar o que faz mais sentido para quem está participando da aula.

Uma simples mudança na forma de explicar reanimou o estado de espírito da turma e a partir desse momento a aula fluiu de forma mais descontraída, tanto que uma aluna havia dito que sairia mais cedo, comentou: “*Professor, fiquei tão empolgada com a aula que esqueci de sair mais cedo!*”. A aluna que tinha chegado desanimada, se sentiu parte do grupo e entrou no espírito de se concentrar no aprendizado diante.

Como bem ensina Freire em uma reflexão cheia de sabedoria: “*Não há docência sem discência*”, deixando claro que somente ensina quem é capaz de aprender. Essa reflexão só ratifica o quanto o professor que atua com alunos adultos não deve ignorar em seu planejamento de aula uma dose extra de generosidade para ensinar o mesmo assunto de várias maneiras e estar pronto para aprender todos os dias.

Segundo Gontijo, a resolução de problemas coloca o aluno na posição ativa porque ele não tem acesso imediato à resposta. Para além de acessar a memória de cálculos, requer elaboração e organização do pensamento, necessitando mobilizar outras capacidades. Gontijo (2020, p. 157) destaca ainda “*Os problemas, para que possam motivar o aluno e despertar sua criatividade, não devem se caracterizar como aplicação direta de uma fórmula*”. A simples repetição de fórmulas não desperta a curiosidade e interesse dos alunos, talvez por isso muitos encontram dificuldades na fixação

de conceitos matemáticos. Resolver uma equação sem contexto não gera significado e por isso é facilmente esquecida.

Nesse contexto, o autor Gontijo também reforça os ensinamentos de Polya (1995) no qual o aluno para resolver um problema fortalece o seu aprendizado ao se guiar pelas quatro etapas: compreensão do problema, elaboração de um plano, executar o plano e por fim revisar a solução encontrada. Ao percorrer esses passos o estudante se engaja no processo de descobrir, de questionar e compreender. Se torna responsável pela elaboração da resposta e isso o faz se sentir motivado.

O engajamento promovido pela metodologia de aprendizagem baseada em resolução de problemas, torna-se também uma maneira de acolher aqueles que ficaram um tempo fora da escola, como é o caso da EJA (Educação de Jovens e Adultos). Contudo se faz necessária uma formação diferenciada também para que os professores estejam capacitados para promover aulas mais dinâmicas e possam gerar mais valor a esses estudantes.

Essa reflexão remete aos ensinamentos de Polya: *“Para sentir a posição do estudante, o professor deve pensar na sua própria experiência, nas dificuldades e sucessos que ele mesmo encontrou ao resolver problemas”* Polya (1995, p.6). É o compartilhamento de experiências que gera significado e estimula ainda mais o estudante a gostar de aprender. A metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas deixou claro nas atividades práticas da pesquisa o quanto a centralidade do aluno no processo contribui para a construção da aprendizagem.

Considerações Finais

A metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas mostrou-se muito eficaz quanto ao objetivo de facilitar a compreensão da matemática. É uma abordagem prática que possibilita levar assuntos da realidade da vida adulta para as aulas de matemática, especialmente com estudantes da EJA, possibilita trabalhar a interdisciplinaridade.

Conforme Carvalho (1991) bem ensinou “a tarefa envolvendo resolução de problemas deve ser tão interessante que crie na classe um clima de pesquisa, de busca da solução”. Os alunos desejam ser instigados a aprender.

O exercício de instigar os alunos para favorecer a aprendizagem é proporcionar um espaço para a criatividade, como alerta Gontijo (2020) ao ressaltar a importância de despertar o potencial criativo no espaço escolar.

Nas reflexões de Freire (1996) sobre “Ensinar exige apreensão da realidade”, o referido autor já nos alerta que melhor aprende aquele que

participa da construção do conhecimento. Isso também é respeitar a autonomia do aluno, ao permitir que crie conexões com a sua realidade para melhor assimilar o conteúdo a ser aprendido.

Trata-se de uma abordagem que pode ser mais explorada para elevar o índice de aprovação dos conteúdos de matemática e alcançar a meta proposta na BNCC quanto à qualificação dos estudantes em “resolver e elaborar problemas”. É uma mistura de teoria e prática na dinâmica da sala.

Diante do estudo apresentado, a metodologia de aprendizagem centrada em resolução de problemas se mostrou muito mais do que eficiente, mostrou como uma metodologia mais acolhedora favorece o aprendizado dos estudantes da EJA. É um novo olhar para a forma de cumprir o conteúdo proposto pela BNCC, ensinando com respeito às diferenças, ao tempo e a bagagem de cada um. É acolher a história de cada aluno como um complemento para introduzir o conteúdo, mostrando a relevância daquilo que é ensinado. Ao adotar essa metodologia é possível alcançar outros objetivos da EJA como a reintegração do indivíduo ao ensino, criando condições de igualdade. Melhorar o ensino de matemática para quem já concilia tantos desafios, além de reintegrar é garantir cidadania com autonomia, promovendo mais leveza a jornada do estudante.

Referências

- Brasil. (2018). **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC, de 14/12/2018.
- Brasil. (1996). **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional** - Lei nº 9394/1996.
- Brasil. (2010). **Resolução CNE/CEB nº 3**, de 15/06/2010.
- Carvalho, D. L. de (1991). “**Metodologia do ensino de matemática**”. São Paulo: Cortez. (Coleção Magistério 2º grau)
- Freire, P. (1996). **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra.
- G1. (2023). **7 de cada 10 alunos brasileiros de 15 anos não sabem resolver problemas matemáticos simples, mostra Pisa**. Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2023/12/05/7-de-cada-10-alunos-brasileiros-de-15-anos-nao-sabem-resolver-problemas-matematicos-simples-mostra-pisa.ghtml>. Acesso em 26/01/2026.
- Gontijo, C. H., Gianni, M. (2020). **Criatividade em matemática: lições de pesquisa**. Curitiba: CRV.
- Polya, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: 1995.
- Pacheco, J. (2015) **Aula, fato ou mito?** Disponível no YouTube: <https://www.youtube.com/watch?v=cYrgbptYcho> , acesso em 26/09/2024.
- Ratier, R. **Educação de Jovens e Adultos tem mais jovens que adultos**. E isso é ruim...”, UOL: 2023, disponível em: <https://www.uol.com.br/ecoa/colunas/rodrigo-ratier/2023/02/14/educacao-de-jovens-e-adultos-tem-mais-jovens-que-adultos-e-isso-e-ruim.htm>, acesso em 26/01/2026.

22- Matemática financeira para a vida: uma abordagem no novo ensino médio para além das fórmulas

Priscila Nunes de Farias⁴⁶

Raquel Carneiro Dörr⁴⁷

Introdução

Este capítulo foi baseado no trabalho de conclusão do curso de Especialização em Metodologias de Ensino em Matemática, da Universidade de Brasília (UnB), e trata da pesquisa relacionada à disciplina de Itinerário Formativo para o Novo Ensino Médio das escolas públicas do Distrito Federal, chamada Matemática Financeira para a Vida, que foi ministrada para estudantes da 3ª série do Ensino Médio durante o último semestre de 2024. O objetivo geral desta pesquisa foi analisar o desenvolvimento e os resultados da unidade curricular.

Para que esse objetivo fosse alcançado, foram propostos os seguintes objetivos específicos: analisar as perspectivas e práticas financeiras dos estudantes acerca dos seguintes pontos: a relação com o dinheiro; prioridades na vida financeira; e vida financeira saudável. Além disso, fornecer informações e orientações para os estudantes sobre esses pontos, para que estes adolescentes ingressem na vida adulta com a noção de boas práticas para construir uma vida financeiramente saudável por meio da educação financeira.

Inicialmente, foram lecionados conceitos básicos de Matemática Financeira, como capital, juros e descontos, taxas de juros e de desconto, montante, valor líquido, sempre relacionando o assunto curricular à realidade, a fim de manter o engajamento na parte mais teórica da disciplina. Na segunda etapa da disciplina, os estudantes realizaram a parte prática, que englobou tarefas que serão explicadas mais adiante neste capítulo.

⁴⁶Mestra em Matemática. Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática. Professora da SEEDF. priscilanunesdf@gmail.com

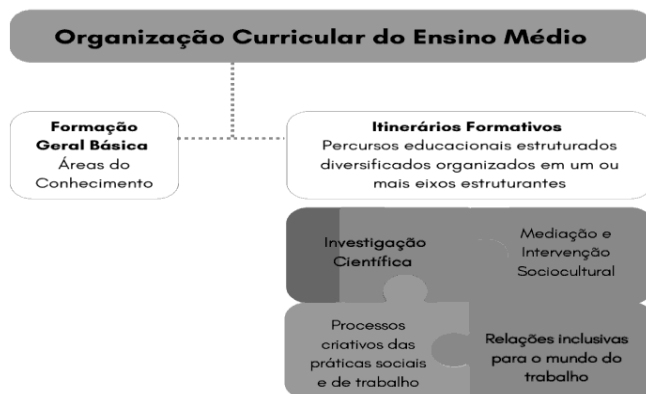
⁴⁷Doutora em Educação Matemática. Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. raqueldorr@unb.br

Novo Ensino Médio no Distrito Federal

A escola onde a pesquisa foi aplicada é um Centro de Ensino Médio (CEM), instituição na qual o Governo do Distrito Federal (GDF) oferta o Novo Ensino Médio. Segundo o Currículo em Movimento do Novo Ensino Médio (Distrito Federal, 2021), a estrutura curricular organiza-se em duas partes intercomplementares: Formação Geral Básica (FGB) e Itinerários Formativos (IF). A FGB contempla as quatro áreas do conhecimento: Linguagens; Matemática; Ciências da Natureza e suas tecnologias; e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas. Os IF, por sua vez, são formações que permitem aos estudantes fazer escolhas alinhadas ao seu Projeto de Vida, aprofundando conhecimentos em áreas de maior afinidade (Distrito Federal, 2021).

Conforme a Portaria nº 1.432/2018, os IF se organizam em quatro eixos estruturantes: Investigação Científica; Processos Criativos; Mediação e Intervenção Sociocultural; e Empreendedorismo (Brasil, 2018). Entre as ofertas dos IF estão as Eletivas Orientadas, unidades curriculares semestrais com carga horária definida conforme a intencionalidade pedagógica, nas quais os estudantes se matriculam de forma orientada, de acordo com suas escolhas (Distrito Federal, 2021). A figura 1 ilustra essa organização no Distrito Federal.

Figura 1: Organização Curricular do Novo Ensino Médio



Fonte: Subsecretaria de Educação Básica/Diretoria de Ensino Médio do Distrito Federal (2025, p.18).

A disciplina Matemática Financeira para a Vida caracteriza-se como uma Eletiva Orientada, com carga horária de duas horas/aula semanais. Segundo o Catálogo de Itinerários Formativos de Aprofundamento da SEEDF, essa unidade curricular articula matemática e finanças, contemplando conhecimentos básicos de Educação Financeira aplicados a situações reais (Distrito Federal, 2025).

Além dos conceitos tradicionais de Matemática Financeira, a disciplina propõe a abordagem de temas que estimulem a reflexão sobre o consumo consciente e o planejamento financeiro. Entre os objetivos definidos para a unidade curricular estão: melhorar a relação de consumo; analisar o orçamento doméstico e as formas de parcelamento utilizadas pelo comércio; identificar situações reais de melhor uso dos recursos financeiros; e propor um projeto com escolhas financeiras reais e duradouras (Distrito Federal, 2025).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) orienta a organização do Novo Ensino Médio, priorizando a flexibilidade, o protagonismo estudantil e a formação integral, estruturada entre a FGB e os IF. A BNCC valoriza o desenvolvimento do pensamento crítico, da resolução de problemas e do uso das tecnologias digitais, destacando que as demandas contemporâneas exigem o desenvolvimento de competências como aprender a aprender, agir com responsabilidade na cultura digital, tomar decisões com autonomia e conviver com as diferenças e diversidades (Brasil, 2018).

Matemática Financeira e Educação Financeira

Ter um planejamento financeiro é um dos passos para uma vida financeira estável, e a Educação Financeira é uma parte importante desse processo, especialmente na orientação dos jovens. Nesse contexto, a Matemática Financeira oferece ferramentas para compreender e aplicar conceitos financeiros no cotidiano. Assim, ao entender melhor suas finanças, os indivíduos podem tomar decisões mais conscientes, com impactos positivos em suas vidas e nas de suas famílias.

A BNCC enfatiza a importância de integrar a educação financeira ao currículo escolar, abordando temas como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras e impostos, pois a formação de cidadãos críticos e autônomos depende da compreensão de conceitos financeiros básicos. Além disso, o documento destaca que, diante do crescimento do empreendedorismo individual e das mudanças no sistema monetário nacional e mundial, a educação financeira torna-se indispensável para uma inserção crítica e consciente na sociedade atual (Brasil, 2018).

Segundo o Banco Central do Brasil (2013), a Educação Financeira pode possibilitar o equilíbrio das finanças pessoais, preparar o indivíduo para os imprevistos financeiros e para a aposentadoria, qualificar para o bom uso do sistema financeiro, reduzir a possibilidade de o indivíduo cair em fraudes, além de preparar o caminho para a realização de sonhos. Ao pensarmos nos nossos sonhos, principalmente aqueles que envolvem recursos financeiros, estamos almejando planos para o futuro.

Nesse sentido, Silva *et al.* (2017, citado por Rosa & Moraes, 2022, p. 5) ressaltam que “o conhecimento financeiro não introduzido em programações acadêmicas nos colégios pode acarretar adultos inaptos a gerenciar seus recursos e despesas familiares, promovendo dificuldades financeiras e sociais”. Isso reafirma a necessidade e a importância de disciplinas como a Matemática Financeira para a Vida no âmbito escolar.

Silva (2019) destaca a importância de família e escola estarem alinhadas na educação financeira, orientando as crianças a evitar compras desnecessárias, compreender gastos mensais e desenvolver o hábito de economizar para alcançar metas de curto e longo prazo. Para o autor, essa formação contribui para a construção de cidadãos responsáveis e conscientes, que planejam objetivos e adotam práticas sustentáveis de consumo e poupança, refletindo positivamente na vida pessoal e profissional (Silva, 2019).

Em suma, a Educação Financeira promove a autonomia e a responsabilidade na gestão de recursos financeiros. A Matemática Financeira, por sua vez, fornece os conceitos técnicos necessários para que as pessoas compreendam e apliquem conhecimentos financeiros de maneira eficaz. A integração dessas temáticas no currículo escolar pode ser responsável por formar cidadãos capazes de enfrentar os desafios financeiros diários, responsáveis e conscientes de sua vida financeira.

Metodologia

Nesta seção, serão descritas as tarefas propostas e realizadas na disciplina, na intenção de analisar a compreensão e as práticas financeiras de estudantes da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública do Distrito Federal. A metodologia utilizada combina atividades práticas e questionários, favorecendo a reflexão e a aplicação do conhecimento pelos discentes. Essa abordagem forneceu dados para uma pesquisa qualitativa, permitindo coletar e analisar informações sobre habilidades e competências relacionadas à gestão responsável das finanças pessoais.

As atividades propostas ao longo dessa pesquisa foram inspiradas no livro Educação Financeira na Escola (Iunes & Ligocki, 2014), e adaptadas para o contexto e objetivos da disciplina. Na apresentação do livro, Bertoni (2014) expõe ideais que vão ao encontro da origem deste trabalho:

O adolescente vive no dia a dia com o desejável, sonhável, e o sentimento de exigência o domina, sem articulá-lo ao possível, ou à construção dessa possibilidade, dentro de certo prazo.

[...] As crianças e os jovens convivem, na escola ou no lar, numa microssociedade, locais essenciais para que aprendam a produzir

e tomar decisões, sozinhos ou em grupo; a ter responsabilidades, o respeito mútuo necessário e a honrar seus compromissos (Bertoni, citado por Iunes & Ligocki, 2014, p. 3).

Ao realizar a pesquisa em um ambiente de escola pública, foi possível coletar dados que refletem a realidade de uma parte significativa da população jovem brasileira. Essa diversidade é importante para o entendimento de como diferentes contextos influenciam a percepção dos jovens sobre dinheiro.

A realização e a reflexão sobre os assuntos propostos foram possíveis porque uma das pesquisadoras também foi regente da turma durante o período da pesquisa, no segundo semestre de 2024, caracterizando o estudo como uma pesquisa-ação. Esse tipo de pesquisa envolve a participação do pesquisador na situação investigada, utilizando uma metodologia voltada à compreensão e transformação da realidade, com compromisso dos sujeitos envolvidos. Dessa forma, o pesquisador deixa de atuar apenas como observador e assume uma postura participativa, construindo uma relação de colaboração com os participantes e utilizando seus conhecimentos para uma análise reflexiva do contexto (Fonseca, 2002, citado por Gerhardt & Silveira, 2009).

A coleta de dados ocorreu durante as aulas semanais da disciplina, com uma turma composta por 26 estudantes, sendo 11 do sexo feminino e 15 do sexo masculino, com idades entre 16 e 18 anos. Para preservar suas identidades, os participantes serão identificados como *Al 1*, ..., *Al 26*. Os perfis econômicos e sociais eram heterogêneos, incluindo estudantes de famílias com condições financeiras moderadas, famílias em melhores condições e uma minoria em situação de vulnerabilidade e dependente de auxílios governamentais.

Durante o processo, as interações em sala foram importantes para que os estudantes se sentissem à vontade em compartilhar dúvidas e vivências, aumentando o engajamento com a disciplina. Nesse sentido, um ambiente investigativo e dialógico nas aulas de Matemática contribui para transformar a sala em um espaço de discussão e investigação, estimulando os estudantes a irem além de respostas mecânicas e a refletirem de forma mais articulada, alcançando níveis mais elevados de aprendizagem (Fonseca *et al.*, 2022).

Os instrumentos de pesquisa utilizados para esta pesquisa foram atividades práticas realizadas pelos estudantes e questionários, disponibilizados em formato de formulário *online* na plataforma *Google Formulários*. O andamento dos trabalhos deu-se em um total de 10 encontros com duração de 1 (uma) hora e meia em cada encontro.

As atividades e questionários foram ordenados da seguinte forma:

1. Pesquisa Cesta Básica: Calculando Taxa de Inflação

Os estudantes pesquisaram os preços atuais dos itens da cesta básica em supermercados locais e os compararam com dados de seis meses antes, utilizando fontes *online*. Em seguida, calcularam a inflação acumulada no período e discutiram como a variação dos preços impacta sua realidade e a de suas famílias.

2. Questionário Reflexões sobre a Vida Financeira (Aplicação Inicial)

Após a tarefa inicial sobre a inflação, os estudantes responderam a um questionário *online*, na plataforma *Google Formulários*, contendo as seguintes perguntas:

- Na sua opinião, o que é ter uma vida financeira saudável?
- Atualmente, você costuma guardar dinheiro?
- Atualmente, quais são suas estratégias para juntar dinheiro?
- Atualmente, o que faz quando deseja comprar alguma coisa?
- Atualmente, quanto você acha que precisaria ganhar, no mínimo, para conseguir morar sozinho?

A intenção da aplicação desse questionário foi diagnosticar as percepções e práticas financeiras dos discentes. As respostas serviram como ponto de partida para a análise do conhecimento e das práticas financeiras dos estudantes, permitindo comparações após a conclusão das atividades.

3. Desejos X Necessidades

Com o intuito de promover a reflexão crítica sobre consumo, diferenciando desejos e necessidades, os alunos criaram uma lista com dez itens que desejassem adquirir e, em seguida, classificaram esses itens como desejos ou necessidades.

4. Gênio da Lâmpada: Realizando Desejos

Após classificar seus desejos e necessidades, os alunos escolheram dois itens da lista e preencheram uma tabela com: os itens escolhidos; o valor necessário para a compra de cada item; o prazo que acreditavam que levaria para juntar o dinheiro; e as ações concretas que precisariam realizar para começar a economizar.

5. Planejamento Financeiro Pessoal

Utilizando uma tabela, os estudantes registraram suas receitas e despesas mensais, além de definirem metas de poupança. Eles deveriam listar suas fontes de renda e categorizar suas despesas em fixas e variáveis, com base na sua realidade.

6. Simulação Quanto custa morar?

Foi elaborado um planejamento financeiro domiciliar, considerando os seguintes itens: receitas (salário); despesas fixas (aluguel, alimentação, luz, água, etc.); despesas variáveis (transporte, lazer, compras); e criação de uma reserva financeira.

7. Questionário Reflexões sobre Vida Financeira (Aplicação Final)

Os estudantes responderam a um questionário *online*, via *Google Formulários*, semelhante ao inicial, incluindo a pergunta adicional sobre a influência da disciplina Matemática Financeira para a Vida em suas perspectivas sobre dinheiro:

Na sua opinião, a disciplina Matemática Financeira para a Vida influenciou sua perspectiva sobre a relação com o dinheiro? Se sim, quais os pontos que você considera que foram influenciados?

Resultados

Nesta seção, serão apresentados os resultados das atividades e reflexões sobre o interesse dos estudantes em cada tema. Os questionários serão apresentados em formato comparativo, entre a aplicação inicial e a final.

Pesquisa Cesta Básica: Calculando a Taxa de Inflação

Nesta proposta, os estudantes pesquisaram os itens que compõem a cesta básica no Distrito Federal e criaram uma cesta com produtos e quantidades que consideravam essenciais. Em seguida, levantaram os preços atuais, calcularam o valor total da cesta e pesquisaram o valor da mesma cesta há seis meses, para então calcular a inflação acumulada no período. Para isso, foi utilizada a seguinte fórmula, semelhante à apresentada por Iezzi, Hazzan e Degenszajn (2013) no livro *Fundamentos da Matemática Elementar – Matemática Comercial, Matemática Financeira e Estatística Descritiva*: onde I é o índice de inflação do semestre, P_0 é o preço da cesta básica, montada pelo grupo, em setembro e P_1 é o preço da cesta básica, montada pelo grupo, em março.

A tarefa foi realizada em grupos de até quatro alunos, de forma que pelo menos um integrante tinha acesso à *internet*. Os grupos utilizaram mecanismos de busca para consultar os preços atuais dos produtos, sites oficiais do governo para verificar a composição da cesta básica e também a inteligência artificial, que auxiliou na obtenção dos valores dos itens há seis meses.

No momento inicial desse tema, os estudantes foram questionados sobre o que é inflação. Esse momento foi relevante para esclarecer os conceitos de inflação e poder aquisitivo, termos frequentes no cotidiano. Nesse sentido, foi apresentada a seguinte definição: “o fenômeno do aumento persistente e generalizado dos preços de bens e de serviços, com consequente perda do poder

aquisitivo da moeda” (Iezzi *et al.*, 2013, p. 32). A partir disso, foi possível explicar o significado do poder aquisitivo da moeda, discutir o aumento real do salário-mínimo e refletir sobre as consequências de taxas elevadas de inflação.

A discussão avançou por iniciativa dos estudantes, curiosos sobre os impactos de uma deflação elevada. Foram citadas consequências como queda da produção e aumento do desemprego, levando-os a concluir que é essencial manter o controle adequado da inflação. O diálogo aproximou a turma de temas econômicos que influenciam diretamente a organização financeira pessoal e familiar e as decisões futuras.

Durante a listagem das cestas básicas, observou-se que os estudantes, por não terem uma noção inicial dos preços, frequentemente alteravam a lista, substituíam produtos e marcas, ajustavam quantidades ou excluía m itens. Essa etapa permitiu que tomassem consciência do custo dos alimentos no supermercado, pois muitos relataram não participar das compras da família.

Desejos x Necessidades

Nesta proposta, os estudantes listaram 10 itens que gostariam de comprar e pesquisaram o preço de cada um para registrar em uma tabela. Em seguida, classificou os itens como necessidade ou desejo, refletindo sobre esses conceitos a partir de suas próprias percepções. Como a atividade foi manuscrita, as tabelas foram transcritas para formato digital para melhor visualização.

As Tabelas 1 e 2 expõem as tabelas elaboradas por dois dos estudantes presentes.

Tabela 1: Transcrição de caderno do estudante: Desejos x Necessidades

Item	Preço (R\$)	Classificação
Moleskine (caderneta)	22,90	Necessidade
Ecobag	32,50	Desejo
Óculos de grau	830,00	Necessidade
Estante de livro	139,90	Necessidade
Drácula (Livro)	72,96	Desejo
Ensaio sobre a cegueira	48,36	Desejo
A casa dos espíritos	84,00	Desejo
Corda de pular	23,91	Necessidade
Forma de Muffin	24,60	Desejo
Vela de bergamota	69,90	Desejo

Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

Tabela 2: Transcrição de caderno do estudante: Desejos x Necessidades

Item	Preço (R\$)	Classificação
Jaqueta de couro	199,90	Desejo
Tênis de corrida	284,99	Necessidade
Mochila de trilha	218,49	Necessidade
Guarda-roupa	869,47	Necessidade
Fone de ouvido bluetooth	96,95	Desejo
Lente de contato com grau	197,60	Necessidade
Tênis Suede XL	549,90	Desejo
Whey Protein	119,70	Desejo
Carregador sem fio	169,90	Desejo
Barbeador	125,02	Necessidade

Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

Esta atividade fez com que os estudantes refletissem sobre suas prioridades, o que é realmente uma necessidade e o que é desejo. Além disso, proporcionou um momento de reflexão sobre as compras realizadas impulsivamente e serviu de ponto de partida para o momento seguinte.

Gênio da Lâmpada: Realizando Desejos

Nesta tarefa, os estudantes escolheram dois itens da lista elaborada na atividade anterior e pensaram em estratégias para conseguir o dinheiro necessário para adquiri-los. Ao transformar seus desejos ou necessidades em objetivos, os estudantes planejaram ações concretas para conseguir comprar os itens escolhidos.

As Tabelas 3 e 4 a seguir apresentam transcrições das fotografias tiradas dos cadernos de dois estudantes. Estas transcrições não necessariamente são dos mesmos alunos das tabelas apresentadas na atividade Desejos x Necessidades.

Tabela 3: Transcrição de caderno do estudante: Gênio da Lâmpada

Item	Preço (R\$)	Desejo ou Necessidade	Ações para conseguir o valor	Tempo estimado (meses)
Tênis Nike	1.599,00	Desejo	Juntar dinheiro extra, fazer bicos, investir em CDB	10-12
Guarda-roupas	700,00	Necessidade	Pedir para o meu pai	5

Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

Tabela 4: Transcrição de caderno do estudante: Gênio da Lâmpada

Item	Preço (R\$)	Desejo ou Necessidade	Ações para conseguir o valor	Tempo estimado (meses)
Bermuda	400,00	Necessidade	Separar uma parte do salário e depositar na conta poupança	6
Camiseta	200,00	Necessidade	Economizar com lanches e guardar o dinheiro	2

Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

Observa-se que alguns estudantes ainda demonstram confusão ao diferenciar necessidade e desejo. Embora essa classificação seja pessoal, percebe-se que, para alguns, tanto necessidades quanto desejos envolvem itens básicos e de alto valor. Ainda assim, a atividade foi relevante por permitir que os estudantes transformassem seus sonhos em objetivos.

Segundo o Banco Central do Brasil (2013), a maioria das pessoas não consegue transformar sonhos em objetivos por não ter uma visão clara de como fazê-lo ou por não pensarem ativamente sobre os seus sonhos, deixando-os apenas no imaginário. Esta prática proporcionou aos estudantes um momento para pensarem nos seus desejos e necessidades como objetivos e em estratégias para alcançá-los.

Planejamento Financeiro Pessoal

A fim de dar continuidade à pesquisa, foi proposto que cada estudante fizesse um Planejamento Financeiro Pessoal de acordo com a sua situação financeira atual. As categorias utilizadas foram: **receitas** (valor recebido no mês), **gastos fixos** (despesas mensais), **gastos variáveis** (despesas esporádicas) e **reserva** (valor guardado para imprevistos).

Para os estudantes que possuem renda própria, a atividade possibilitou um momento de organização financeira. Já para aqueles sem renda, que dependem dos responsáveis, foi proposto que estimassem o valor recebido mensalmente para elaborar o planejamento.

As Tabelas 5 e 6, a seguir, expõem as transcrições de planejamentos organizados pelos estudantes.

Tabela 5: Transcrição caderno do estudante: Planejamento Financeiro Pessoal

Categoria	Descrição	Valores (R\$)
Receita	Quanto recebo por mês	600,00
Gastos Fixos	Academia	150,00
Gastos Variáveis	Fast food	120,00
	Itens estéticos	130,00
Reserva		100,00

Fonte: arquivo da pesquisa, 2024.

Tabela 6: Transcrição caderno do estudante: Planejamento Financeiro Pessoal

Categoria	Descrição	Valores (R\$)
Receita	Bolsa de Estágio	800,00
Gastos Fixos	Aluguel	-110,00
	Contas (luz, água)	-260,00
	Comida	-200,00
	Uber	-50,00
Gastos Variáveis	Outros	-50,00
Reserva		-50,00
Saldo		120,00

Fonte: arquivo da pesquisa, 2024.

Um bom planejamento financeiro exige estabelecer metas claras e objetivas, além de considerar os recursos necessários para alcançá-las. Para isso, é preciso organizar toda a movimentação de dinheiro, incluindo receitas, despesas e investimentos, de modo a facilitar o controle e a tomada de decisões (Banco Central do Brasil, 2013).

Esta atividade oportunizou aos discentes a reflexão sobre seus gastos fixos e variáveis, independentemente de ter renda própria ou dependerem dos responsáveis. A organização financeira e a visualização das receitas e dos gastos pessoais são fatores de grande relevância para uma vida financeiramente saudável.

Quanto custa morar?

Nesta atividade, os alunos fizeram uma simulação de Planejamento Financeiro Domiciliar trimestral. Para tanto, receberam as seguintes orientações:

- *Suponha que você receba um salário mensal fixo de R\$ 5000,00 e que essa seja sua única receita.*
- *Suponha que você more sozinho em um imóvel alugado.*

- *Elabore uma planilha de planejamento financeiro trimestral, considerando despesas fixas, despesas variáveis, reservas, investimentos e calcule o saldo a cada mês.*

- *Pesquise a maior quantidade de informações possível para que o seu planejamento seja semelhante à realidade.*

Durante a realização da tarefa, os estudantes acessaram a *internet* para pesquisar os valores dos aluguéis nas regiões em que tinham interesse. Além disso, levaram em consideração os valores do IPTU (Imposto Predial e Territorial Urbano) do imóvel pesquisado, do condomínio e o que estava incluso, água e gás, por exemplo. Desta forma, os estudantes foram construindo seus planejamentos financeiros baseados em informações reais.

Além disso, os estudantes tiveram discernimento para avaliar o custo-benefício em relação à localização do imóvel. Dessa forma, precisaram estimar também quanto gastariam com transporte ou, caso considerassem ter veículo próprio, tiveram que estimar gastos com combustível, manutenção e IPVA (Imposto sobre Propriedade de Veículos Automotores), seguro.

Nas Figuras 2 e 3, estão apresentados alguns dos planejamentos elaborados pelos estudantes:

Figura 2: Planejamento Financeiro elaborado por estudante

	outubro (1)	novembro (2)	dezembro (3)
RECEITA	R\$ 5.000	R\$ 5.000	R\$ 5.000
aluguel (u3)	900	900	900
condomínio	332	332	332
IPTU	343	343	343
LUZ	300	300	300
ÁGUA	50	50	50
GÁS	335	—	—
AJUNTOS	638	538	638
INTERNET	369,90	369,90	369,90
PRESENTE	—	—	383
PASSAGEM	382,40	380,00	380
LIVROS	300	350	300
HBO MAX	38,90	38,90	38,90
ENTRETENIMENTO	200	200	200
MÃE	300	300	300
SALDO	254,34	254,34	254,14
SALGADO	50	50	50
RESERVA	500	500	500
INVESTIMENTO	500	500	500
SALDO	466,66	624,06	481,06

Despesas fixas
 Despesas variáveis

Fonte: Atividade entregue pela estudante Al. 9, 2024.

Figura 3: Planejamento Financeiro elaborado por estudante

Nome: Silbifany Cardoso Data: 12/10 12/11
 Ano/Turma: 3º G Valor: 1,00

Simulação de Planejamento Financeiro P.

Receita	Maio 5.000	Junho 5.000	Julho 5.000
fixos			
Aluguel	1.100,00	1.100,00	1.100,00
Água	50,00	50,00	50,00
Luz	50,00	50,00	50,00
Plano de Saúde	300,00	300,00	300,00
Condomínio	200,00	200,00	200,00
Emergência	400,00	400,00	400,00
Internet + Celular	100,00	100,00	100,00
Academia	130,00	130,00	130,00
Netflix	45,00	45,00	45,00
Economias viagem	300,00	300,00	300,00
Economias p/ futura casa	500,00	500,00	500,00
variáveis			
Mercado	700,00	700,00	600,00
Remédios	100,00	50,00	100,00
Coisas p/ casa	300,00	200,00	250,00
Presentes	200,00	300,00	0
Lazer	300,00	200,00	200,00
Cosméticos	100,00	100,00	200,00
Transporte	130,00	150,00	150,00
Total	4.705,00	4.875,00	4.775
Saldo	295,00	125,00	225,00

Fonte: Atividade entregue pela estudante Al. 16, 2024.

Nota-se que os estudantes foram capazes de organizar as finanças fazendo a distinção entre despesas fixas e despesas variáveis, apesar de alguns ainda confundirem esses conceitos.

Questionário Reflexões sobre a Vida Financeira

Como proposta final, os estudantes responderam a um questionário online, elaborado na plataforma *Google Formulários*, semelhante ao do início da pesquisa, com o objetivo de comparar os resultados. Para tanto, foram selecionadas respostas dos mesmos estudantes que responderam à aplicação inicial e organizadas nos quadros a seguir. As perguntas iniciais do questionário dizem respeito à identificação dos estudantes e, portanto, não são apresentadas neste estudo. Para as Perguntas 3, 5 e 8, foram selecionadas 5 respostas dentre os participantes, conforme o Quadro 1 a seguir:

Quadro 1: Comparativo das Reflexões sobre a Vida Financeira

Pergunta 3: Na sua opinião, o que é ter uma vida financeira saudável?		
	Aplicação Inicial	Aplicação Final
Al. 1	<i>É ter uma boa gestão sobre qualquer finança.</i>	<i>Ter uma vida financeira saudável significa alcançar um equilíbrio entre ganhar, gastar, economizar e investir de forma que se possa viver com tranquilidade hoje enquanto se constrói segurança para o futuro.</i>
Al. 4	<i>É você ter uma vida financeira em que você se sinta confortável, uma vida onde você gasta e não falte.</i>	<i>Uma condição estável onde é possível pagar todas as despesas fixas e variáveis, e conseguir ainda ter uma reserva para emergências e investimentos.</i>
Al. 5	<i>Ter dinheiro suficiente para não ficar em dívida.</i>	<i>Ter o conforto de não me faltar o básico e ter uma sobra para lazer.</i>
Al. 6	<i>E onde uma família não tem que passar sufoco ou necessidade para poder se manter.</i>	<i>Onde os gastos não ultrapassam a renda. Também uma vida onde o trabalho e a saúde andam lado a lado.</i>
Al. 13	<i>Trabalhar com o que gosta é o mais importante para ganhar seu próprio dinheiro.</i>	<i>Acho que planejar no que você vai gastar o seu dinheiro, não ficar com dívidas e buscar ter entendimento financeiro.</i>

Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

Ao comparar as respostas desses estudantes, percebe-se que houve uma mudança na forma de pensar em uma vida financeira saudável. Boa parte dos estudantes deixou de considerar somente o aspecto numérico das finanças e passou a considerar também o lazer e o bem-estar como pontos importantes para o tema.

O Quadro 2 expõe a mudança de comportamento dos estudantes em relação a guardar dinheiro em comparação à aplicação inicial.

Quadro 2: Comparativo das Reflexões sobre a Vida Financeira





Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

Nota-se que houve aumento no número de estudantes que costumam guardar dinheiro regularmente. Isso pode ser visto como uma consequência dos debates em sala de aula em relação à economia, consumo consciente e prioridades.

O Quadro 3 apresenta a comparação entre as respostas dos estudantes nas duas aplicações do questionário Reflexões sobre a Vida Financeira relacionadas às estratégias para juntar dinheiro.

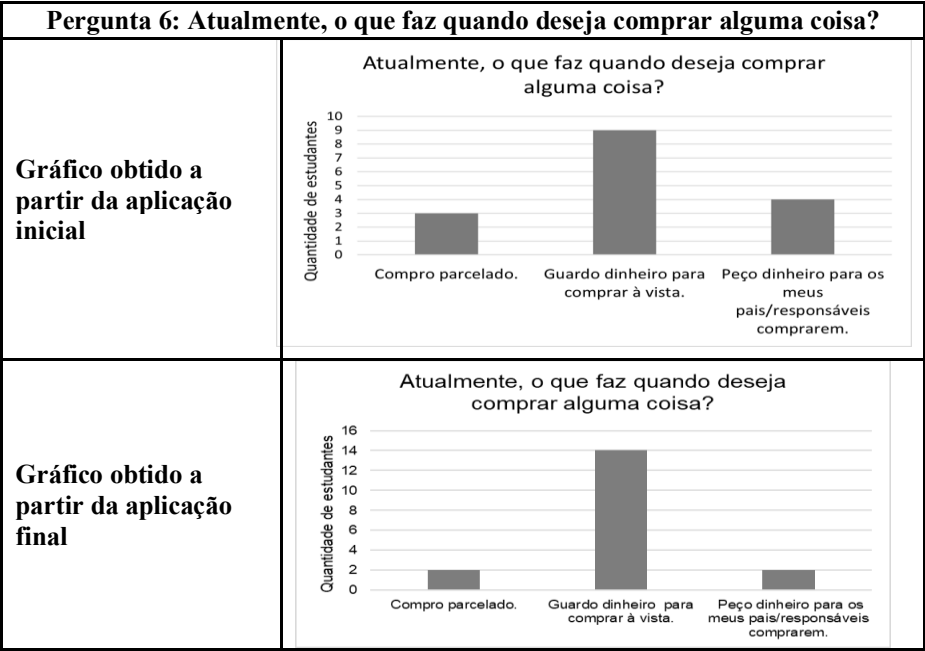
Quadro 3: Comparativo das Reflexões sobre a Vida Financeira

Pergunta 5: Atualmente, quais são suas estratégias para juntar dinheiro?		
	Aplicação Inicial	Aplicação Final
Al. 1	Poupança.	Diversificar os investimentos na renda fixa.
Al. 4	Cofrinho e conta bancária (investindo).	Cofrinho e conta bancária.
Al. 5	Guardo 50% do que ganho.	Pego 25% do que ganho e mantenho guardado
Al. 6	Antes de comprar alguma coisa, ver se realmente estou precisando daquilo.	Não gastar com coisas que eu não preciso.
Al. 13	Deixar guardado na outra conta para não gastar.	Deixar guardado em uma conta separada.

Fonte: arquivo da pesquisa, 2024.

O Quadro 4 mostra o comportamento dos estudantes relativo ao método utilizado para comprar algum objeto desejado em cada uma das aplicações do questionário.

Quadro 4: Comparativo das Reflexões sobre a Vida Financeira



Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

O Quadro 5 apresenta a evidente mudança de opinião dos estudantes em relação a quanto seria necessário, no mínimo, para morar sozinho.

Quadro 5: Comparativo das Reflexões sobre a Vida Financeira





Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

É possível perceber que alguns estudantes passaram a guardar dinheiro regularmente ou modificaram sua forma de economizar e que houve alteração também nas respostas quanto ao valor mínimo que seria necessário para morar sozinho, o que pode ter ocorrido por influência da atividade “*Quanto Custa Morar?*”.

Além das perguntas do primeiro questionário, foi acrescentada uma pergunta solicitando um *feedback* dos estudantes em relação à disciplina, as respostas estão organizadas no quadro a seguir:

Quadro 6: Respostas ao questionário Reflexões sobre a Vida Financeira

Pergunta 8: Na sua opinião, a disciplina Matemática Financeira para a Vida influenciou sua perspectiva sobre a relação com o dinheiro? Se sim, quais os pontos que você considera que foram influenciados?	
Al. 1	<i>Sim, ajudou-me a investir e cuidar do meu dinheiro</i>
Al. 4	<i>Sim. Influenciou nas coisas básicas que geralmente não são ensinadas na escola e que ajudam no dia a dia prático.</i>
Al. 5	<i>Sim, aprendi um pouco mais sobre assuntos que já tinha uma noção, mas nunca tinha estudado a fundo, como a forma que a inflação funciona ou como ela é calculada.</i>
Al. 6	<i>Não, eu faço curso de técnico em finanças, então não mudou muito, mas foi bom aprendizado.</i>
Al. 13	<i>Sim. Me ensinou que devo guardar parte do meu dinheiro pra quando eu precisar.</i>

Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

A partir do *feedback* dos estudantes nesta última pergunta, observa-se que a disciplina realmente teve influência positiva no conhecimento, reflexões e escolhas relacionadas às finanças dos estudantes. Tal influência contribuiu para que os jovens tivessem uma melhora nos hábitos de organização financeira e espera-se que isso reverbere para a vida adulta.

Considerações Finais

A realização deste trabalho evidenciou o impacto positivo de uma abordagem prática e contextualizada na aprendizagem dos estudantes sobre temas financeiros, destacando a eficácia do uso da tecnologia, como celular e *internet*, para buscar informações. As orientações foram dadas de forma clara e os estudantes respeitaram os limites estabelecidos, utilizando o celular de maneira produtiva, o que foi essencial para o sucesso das atividades e para o acesso rápido às informações necessárias.

Nesse contexto, os discentes foram orientados a consultar fontes seguras, como sites oficiais, e a manter uma postura crítica mesmo ao utilizarem a inteligência artificial. Embora tenha sido identificado como desafio a falta de acesso a dispositivos ou *internet* por parte de alguns estudantes, essa dificuldade foi superada pela colaboração entre colegas, que compartilharam celulares e redes, fortalecendo o trabalho em equipe, a empatia e o desenvolvimento de competências socioemocionais.

Os assuntos relacionados à Educação Financeira despertaram grande interesse dos estudantes por estarem ligados ao cotidiano e à proximidade da vida adulta. Atividades práticas, como a pesquisa de preços da cesta básica, o planejamento financeiro pessoal e a simulação de custos para morar sozinho, trouxeram um aspecto realista das demandas futuras e ofereceram ferramentas iniciais para a organização das finanças. Além disso, a tarefa sobre desejos e necessidades permitiu que os estudantes sonhassem, transformassem desejos em objetivos e refletissem sobre ações possíveis desde já para alcançá-los.

Os resultados apresentados a respeito dos questionários aplicados mostram que a maioria dos estudantes, ao final da disciplina, reconhece que ampliou seus conhecimentos sobre conceitos financeiros básicos, como planejamento orçamentário e investimento, e desenvolveram habilidades essenciais para a vida adulta, como a tomada de decisões financeiras conscientes e responsáveis. Além disso, a pesquisa revelou que a disciplina contribuiu para o desenvolvimento de competências socioemocionais, como a colaboração e a empatia, ao promover atividades em grupo e discussões sobre temas relevantes para a vida cotidiana.

Agradecimentos

Agradecemos pela oportunidade de contribuir para que professores que, assim como nós, acreditam na educação como uma poderosa ferramenta de transformação social, continuem desempenhando seu papel com maestria.

Agradecemos também a todos os estudantes que participaram desta

pesquisa. Para nós, a melhor parte de ser professora é contribuir para que esses jovens possam transformar suas vidas por meio da educação e, assim, transformarem o mundo.

Por fim, gratidão a todos que vieram antes de nós, aos que compartilharam seus caminhos e conhecimentos conosco e pelos momentos que nos trouxeram até aqui.

Referências

- Banco Central do Brasil. (2013). **Caderno de educação financeira: Gestão de finanças pessoais**. BCB.
- Brasil. (2018). **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Ministério da Educação. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>
- Brasil. (2018). **Portaria nº 1.432, de 28 de dezembro de 2018**. Ministério da Educação.
- Distrito Federal. (2021). **Currículo em movimento do Novo Ensino Médio**. Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF).
- Distrito Federal. (2025). **Caderno orientador: Itinerários formativos – Ensino Médio**. Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF).
- Distrito Federal. (2025). **Catálogo de itinerários formativos de aprofundamento**. Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF).
- Fonseca, M. G., Pires, L. M. O., Dörr, R. C., Zanetti, M. D. T., & Gontijo, C. H. (2022). **Pensamento crítico e criativo em matemática a partir da aprendizagem dialógica e investigativa**. Revista Paranaense de Educação Matemática, 11(24), 356–375.
- Gerhardt, T. E., & Silveira, D. T. (Orgs.). (2009). **Métodos de pesquisa**. Editora da UFRGS.
- Iezzi, G., Hazzan, S., & Degenszajn, D. M. (2013). **Fundamentos da matemática elementar 11: Matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva** (9a ed.). Atual.
- Iunes, S. M. S., & Ligocki, C. S. L. (2014). **Educação financeira na escola** (Vol. 9). Oficina das Finanças.
- Rosa, G. S., & Moraes, R. C. (2022). **A educação financeira na escola de ensino médio: Um estudo multicaso no município de Ilhabela – SP**. 5º Congresso de Pós-Graduação, IFSP.
- Silva, R. A. (2019). **Educação financeira: Da escola para a vida**. <http://repositorio.fucamp.com.br/jspui/handle/FUCAMP/441>

23- Aprender jogando: a utilização de jogos na revisão de conceitos básicos de Matemática com estudantes do 2º ano do Ensino Médio

*Rafaela Santos do Nascimento*⁴⁸
*Jodette Guilherme Amorim*⁴⁹

Introdução

Este capítulo trata de um recorte de uma pesquisa qualitativa, realizada na especialização Metodologia de Ensino em Matemática (Universidade Aberta do Brasil/Universidade de Brasília, 2023-2024), que buscou apresentar os jogos como estratégia de ensino com o objetivo de recapitular conceitos básicos de Matemática, em particular, o conteúdo de Equação do 1º grau. O estudo foi realizado com 20 alunos do 2º ano do Novo Ensino Médio de uma escola pública do Distrito Federal.

O uso de jogos no processo de ensino e aprendizagem é uma tendência já muito utilizada. Os benefícios deles no ambiente escolar e no engajamento dos alunos mostram a importância de se explorar o lúdico em sala de aula. Na Matemática, a utilização dos jogos:

auxilia no desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais são estreitamente relacionadas ao assim chamado raciocínio lógico (Smole *et al.*, 2007, p. 11).

Devido à baixa qualidade do ensino e com o agravante da pandemia da Covid-19 em 2020, foi perceptível o retrocesso de aprendizagem dos alunos, bem como uma ampliação na dificuldade de adaptação dos conteúdos escolares programados durante esse período. Logo, com o retorno das aulas presenciais

⁴⁸Graduada em Licenciatura Matemática pela Universidade de Brasília (2022). Pós graduada em Metodologias de Ensino de Matemática. rafaela753santos@gmail.com

⁴⁹Mestre em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB). Departamento de Matemática. jodette@zamorim.com

foi necessário realizar um resgate dos conceitos básicos com toda a comunidade escolar de modo a retomar o que foi perdido.

Nesse desafio, que se estende até os dias atuais, o uso de jogos possibilita que o trabalho do professor não seja cansativo, visto que

essa aplicação também é proveitosa para o professor no sentido de variar um pouco o seu cotidiano em sala de aula, ainda que existem várias dificuldades, como falta de tempo, falta de infraestrutura adequada na escola, desinteresse dos alunos, dentre outros (Silva *et al.*, 2020, p. 6).

Desde a infância, a importância do brincar e do se divertir é crucial para o desenvolvimento, é ali que elas interagem com o mundo e onde suas habilidades cognitivas são afloradas. Segundo Grando (2004), a psicologia do desenvolvimento destaca que a brincadeira e o jogo desempenham funções psicossociais, afetivas e intelectuais básicas no processo de desenvolvimento infantil.

Vygotsky (1991) também defendia que, ao brincar, a criança está sempre acima da sua própria idade, pois quando uma criança imita o comportamento adulto, por exemplo, ao brincar de “casinha” ou “escolinha” ela simula uma realidade que pela pouca idade ainda não é real, isso é capaz de gerar oportunidade para o seu desenvolvimento intelectual. A proposta de Vygotsky também é conectar esse mundo com a aprendizagem escolar.

Fazendo um paralelo entre Matemática e o jogo, podemos identificar que ambos se encontraram no âmbito da abstração e imaginação. A Matemática existe no pensamento humano e, por isso, depende de muita imaginação para definir suas regularidades e conceitos. (Grando, 2004, p.21). Nesse sentido, o jogo funciona como um meio que auxilia na formulação de estratégias, reflexão, análise, testagem de hipóteses entre outros, pois por meio das regras estabelecidas e do desafio apresentado é possível se chegar à compreensão de conceitos matemáticos com maior facilidade.

Sendo assim, a questão geradora que permeou todo o trabalho foi: Como a utilização de jogos pode ajudar no resgate dos conhecimentos básicos em matemática? Tendo em vista que se busca demonstrar a potencialidade existente quando uma aula é construída de forma dinâmica e interativa ao agregar os jogos no ensino da matemática.

Nesse processo outras questões foram delineadas, isto é: Como os jogos podem ser utilizados de forma eficaz para recapitular conceitos básicos de matemática? E qual é o impacto dos jogos na motivação e engajamento dos alunos durante a recapitulação de conceitos básicos de matemática? Tais

questões serão utilizadas durante toda a pesquisa como fundamento e ponto de partida, para que os resultados obtidos sejam analisados.

O *objetivo geral* deste trabalho foi: investigar como o uso do jogo Batalha Naval pode contribuir para o resgate de conhecimentos básicos de Matemática com estudantes do 2º ano do Ensino Médio. O intuito foi retomar conteúdos referentes ao 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, tais como funções polinomiais, potenciação, radiciação e a geometria plana. Dessa forma, foi avaliada a eficácia e o impacto dos jogos na aprendizagem analisando a motivação e o engajamento dos alunos durante as aulas ministradas.

A partir do objetivo geral foram traçados os seguintes *objetivos específicos*:

1. Avaliar a eficácia dos jogos como estratégia para recapitular conceitos básicos de matemática apresentados no 8º e 9º ano do Ensino Fundamental.
2. Revisar conceitos de equações de maneira interativa e engajadora usando o jogo Batalha Naval.
3. Avaliar o impacto dos jogos na retenção de conceitos básicos de matemática ao longo do tempo.
4. Observar o impacto na percepção dos alunos com uso de jogos no processo de revisão de matemática.
5. Analisar as diferenças de desempenho entre os alunos que utilizam jogos para revisar conceitos básicos de matemática e aqueles que só utilizam métodos tradicionais de ensino.

Logo, seguindo as questões e os objetivos de pesquisa, esse trabalho propôs uma reflexão a respeito da Educação Matemática e suas possibilidades de mudanças, enfatizando o protagonismo do aluno em seu processo de aprendizagem.

Metodologia

Para a realização do estudo foi escolhida a abordagem qualitativa. Segundo Chueke e Lima (2012, p.65) a abordagem qualitativa entende que a realidade é subjetiva e múltipla, sendo construída de modo diferente por cada pessoa. Ou seja, durante o processo de construção do trabalho o pesquisador busca situar e recontextualizar o projeto de pesquisa no âmbito das experiências compartilhadas havendo uma constante interação entre o pesquisador e o objeto pesquisado.

Chueke e Lima (2012, p.67) também destacam a importância da escolha do método ou métodos a serem utilizados, afirmando que a pergunta de pesquisa guiará essa escolha, que por sua vez deverá ser relevante a estrutura do projeto. Dessa forma, analisando a pergunta geradora “Como a utilização de jogos pode ajudar no resgate dos conhecimentos básicos em matemática?”, percebemos que as técnicas de coleta e análise de dados qualitativos, sendo as mais usuais a entrevista, a observação participante, a observação direta, a análise de discurso, a análise de conteúdo, a análise da narrativa, assim como uma infinidade de outras formas, oriundas da criatividade meticulosa do pesquisador, são as mais adequadas para o objetivo da pesquisa.

Para a coleta de dados os instrumentos escolhidos foram:

1) *Observação*: os alunos foram avaliados pela sua participação e interação com os colegas durante a atividade feita em sala, foi observada a capacidade de atenção e engajamento durante as explicações e o seu desenvolvimento no decorrer da aprendizagem.

2) *As respostas dos estudantes* (protocolos): os estudantes registraram em seu respectivo caderno a atividade proposta pelo jogo, com isso pôde-se mensurar o entendimento dos alunos em relação ao conteúdo abordado, após o registro da atividade, foi verificada a resolução apresentada em cada caderno e corrigida.

A pesquisa, numa perspectiva qualitativa, apresenta os resultados de aulas realizadas com estudantes do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública da Região Administrativa de Ceilândia, localizada no Distrito Federal. Vale ressaltar que a escola adota o formato do Novo Ensino Médio, logo o trabalho foi realizado dentro das Trilhas de Aprendizagem com o tema: Matemática para a Vida. Esse projeto contempla todos os estudantes da escola e busca, de alguma maneira, trabalhar com os estudantes os conteúdos de Matemática Básica, tendo em vista a realidade dos alunos e a dificuldade de aprendizagem com conceitos básicos de matemática. Para tal desafio foi feita a escolha de incluir os jogos durante o processo de ensino a fim de dinamizar e diversificar as aulas.

Uma das fases escolares que menos utiliza jogos nas aulas de matemática é, sem dúvida, o Ensino Médio (Smole, *et al.*, 2007). Isso porque há uma crença de que os jogos estão ligados ao universo infantil ou apenas ao divertido, porém não é o que se pretende neste trabalho, pois temos que os jogos possibilitam o desenvolvimento de habilidades matemáticas e geram engajamento por parte dos alunos a aprender.

Todo jogo por natureza desafia, encanta, traz movimento, barulho e uma certa alegria para o espaço no qual normalmente entram apenas o livro, o caderno e o lápis (Smole, *et al.*, 2007). Tal efeito não pode ser negligenciado só por se tratar de conceitos matemáticos ou devido à idade dos alunos, temos que os jogos estão presentes ao longo da vida e se devidamente adaptados irão auxiliar no trabalho pedagógico do professor.

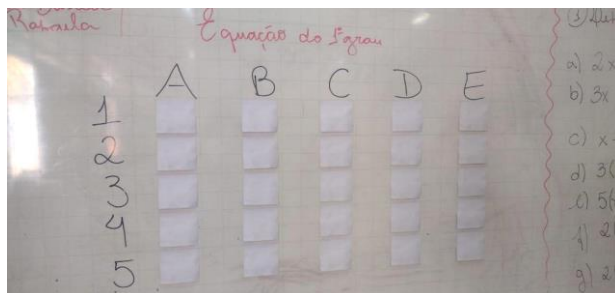
Segundo a Base Nacional Comum Curricular - BNCC, a Competência 10 da educação básica é “agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários” (Brasil, 2018, p.10). Dessa forma, com o uso dos jogos em sala de aula e por meio da competitividade entre os colegas, os alunos são estimulados a interagir em grupos e lidarem com o erro de forma não punitiva ou prejudicial, mas entendendo que faz parte de seu desenvolvimento pessoal.

É por meio da troca de pontos de vista com outras pessoas que o aluno vai descentrando-se, isto é, ele passa a pensar sob outra perspectiva e, gradualmente, a coordenar seu próprio modo de ver com outras opiniões. (Smole *et al.*, 2007, p. 11).

Quanto aos *procedimentos*, primeiramente fizemos contato com a direção da escola para autorização da pesquisa, assim como autorização dos responsáveis. Posteriormente foi realizada a pesquisa de campo no período de um mês com os alunos de uma turma do 2º ano, sendo aproximadamente 20 estudantes.

Para realização das atividades selecionou-se o Jogo Batalha Naval, por ser fácil de adaptação e comumente conhecido. Para ser realizado com as turmas foram utilizados 25 papéis quadrados, de dimensões 10 cm x 10 cm, fita dupla face e pincéis. O jogo foi disposto no quadro branco da sala de aula (Figura 1) e a turma dividida em grupos de até cinco pessoas.

Figura 1: Montagem do jogo no quadro



Fonte: Arquivo do estudo (2024)

Na elaboração do material foram colocadas nos papéis questões a respeito da Equação do 1º grau, outros com problemas envolvendo também equações, já em outros o escrito BOMBA. Cada grupo de cada vez escolhia uma letra e um número correspondente ao quadrado que gostariam de responder, sem saber se representava uma pergunta ou a bomba. O objetivo do jogo para os alunos era, além de responder às perguntas corretamente, não acertar as bombas, tendo em vista que uma pergunta respondida corretamente valia +1 ponto e a bomba fazia perder a vez da resposta.

Caso respondessem incorretamente, os outros grupos poderiam tentar resolver a questão, sendo o grupo que respondesse primeiro o que levaria o ponto da rodada. Antes do Jogo também foi falado que tanto as bombas como os problemas não se encontravam repetidos em colunas ou linhas, ou seja, em cada coluna ou linha havia somente uma bomba e um problema, dessa forma os alunos podiam usar sua estratégia para fugir desses quadrados.

Abaixo seguem as fotos (Figuras 2, 3 e 4) da confecção do material utilizado, foram: 15 papéis com questões de Equação do 1º grau, cinco com problemas e cinco com bombas. Para os problemas foram feitas cartas numeradas de um a cinco expressando uma situação – problema, logo quando encontrado o grupo escolhia qual carta gostaria de responder.

Figura 2: Modelo das cartas utilizadas no jogo

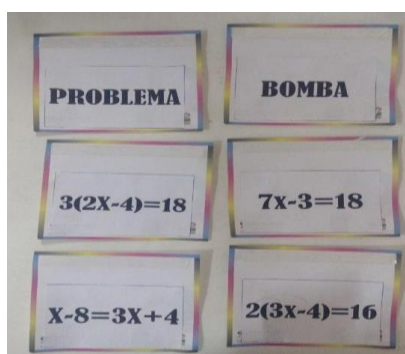
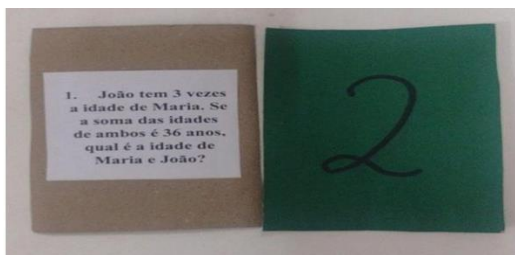


Figura 3: Modelo das cartas “PROBLEMA”. Exemplo 1



Fonte: Arquivo do estudo (2024).

Figura 4: Modelo das cartas “PROBLEMA”. Exemplo 2



Fonte: Arquivo do estudo (2024).

Para a reutilização do jogo uma boa dica é realizar a colagem dos papéis com fita dupla face, assim a retirada e colocação dos papéis fica mais prático já que a fita proporciona um adesivo que podemos tampar ou não durante a atividade.

Apresentação e análise dos resultados

No *primeiro momento* deste trabalho foram utilizadas duas aulas expositivas com atividades para que os alunos fizessem uma revisão do conteúdo e resgatassem alguns conceitos como o da igualdade. Os estudantes precisavam lembrar que para resolver uma equação tudo o que fazemos de um lado da igualdade é preciso fazer do outro também, a fim de manter a igualdade. O objetivo seria encontrar o valor de x que torna a equação verdadeira.

Apesar de serem estudantes do Ensino Médio muitos haviam esquecido quais passos seguir para chegar à resolução, isso se acentuou nas questões que havia parênteses, logo foi explicado também a respeito da propriedade distributiva, que conhecemos como “chuveirinho”. Após esse primeiro momento, os alunos realizaram uma atividade semelhante às questões que iriam encontrar no jogo, assim eles já se familiarizaram com o conteúdo. Muitos tiraram suas dúvidas durante esse momento e relataram que não tinham visto isso durante o seu Ensino Fundamental, justificaram que haviam vivenciado o segmento durante a pandemia de Covid-19 com o ensino remoto e que por isso não conseguiram estudar de verdade.

No *segundo momento*, houve uma explicação do funcionamento do jogo e a divisão dos grupos. Durante a aplicação do jogo, os alunos se mostraram bem engajados e desafiados a responder às questões. Por ser uma atividade em grupo, dois ou três por grupo faziam a mesma questão para reafirmar a resposta, assim não sobrecarregou nenhum estudante.

Os dados coletados durante a realização dos jogos foram organizados de tal forma que possibilitem o fornecimento de resposta ao problema proposto

para investigação. Para dar suporte a análise de dados, utilizamos em especial o que propõem estudiosos a respeito do uso de jogos no ensino de matemática e no Ensino Médio.

Análise das respostas dos alunos

Os alunos realizaram os cálculos em uma folha separada ou no próprio caderno. Vejamos algumas respostas:

Resposta das equações: pelo desenvolvimento da atividade (Figura 5) foi perceptível o entendimento dos alunos em relação ao conteúdo de Equações do 1º grau. No fim do jogo, alguns deles já conseguiam resolver toda a equação sem necessitar de papel, somente na mente, o que simboliza um avanço significativo. Corroborando com Grando (2004), segundo o qual o jogo funciona como um meio que auxilia na formulação de estratégias, reflexão, análise, possibilitando se chegar a compreensão de conceitos matemáticos com maior facilidade.

Figura 5: Caderno de aluno 1

Handwritten student work for Figure 5, titled "Atividade". The student is asked to "Determine o valor de x". The work shows three columns of equations and their solutions:

- Column 1:**

$$a) 2x - 10 = 20$$

$$2x = 20 + 10$$

$$2x = 30$$

$$x = \frac{30}{2} = 15$$
- Column 2:**

$$b) 3x + 3 = 27$$

$$3x = 27 - 3$$

$$3x = 24$$

$$x = \frac{24}{3} = 8$$
- Column 3:**

$$c) x + 4 = -x + 10$$

$$x + x = 10 - 4$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

Below these, there are two more equations:

- $d) 3(x + 7) = 30$

$$3x + 21 = 30$$

$$3x = 30 - 21$$

$$3x = 9$$

$$x = \frac{9}{3} = 3$$
- $e) 5(x + 7) = 40$

$$5x + 35 = 40$$

$$5x = 40 - 35$$

$$5x = 5$$

$$x = \frac{5}{5} = 1$$

Fonte: Arquivo do autor, 2024.

Figura 6: Caderno de aluno 2

Handwritten student work for Figure 6, titled "Atividade". The student is asked to "Determine o valor de x". The work shows two columns of equations and their solutions:

- Column 1:**

$$a) 2x - 10 = 20$$

$$2x = 20 + 10$$

$$2x = 30$$

$$x = \frac{30}{2} = 15$$
- Column 2:**

$$b) 3x + 3 = 27$$

$$3x = 27 - 3$$

$$3x = 24$$

$$x = \frac{24}{3} = 8$$
- Column 3:**

$$c) x + 4 = -x + 10$$

$$x + x = 10 - 4$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$
- Column 4:**

$$d) 3(x + 7) = 30$$

$$3x + 21 = 30$$

$$3x = 30 - 21$$

$$3x = 9$$

$$x = \frac{9}{3} = 3$$
- Column 5:**

$$e) 5(x + 7) = 40$$

$$5x + 35 = 40$$

$$5x = 40 - 35$$

$$5x = 5$$

$$x = \frac{5}{5} = 1$$

Fonte: Arquivo do autor, 2024

A figura 6 apresenta também um caso especial, o de um aluno com o diagnóstico de Transtorno do Espectro Autista (TEA) que realizou a atividade entendendo corretamente o conteúdo e sem muitas dificuldades, participou ativamente também do jogo. Por meio da imagem é possível verificar que os passos para a resolução foram todos feitos, o que mostra o resultado do que se aprendeu.

Respostas dos problemas: durante o jogo, ao sortear uma carta "PROBLEMA" eram disponibilizadas cinco cartas verdes numeradas de um a cinco (Figura 3) para responder. Os problemas foram adicionados ao jogo para aprofundamento do conhecimento sobre Equação do 1º grau, pois trazem situações do cotidiano e identificação com o conteúdo.

No decorrer da atividade, os problemas foram resolvidos com uma maior dificuldade, pois, além dos cálculos, era preciso trabalhar a interpretação. Os estudantes aprenderam que, ao lerem a situação-problema, era necessário modelá-la matematicamente, transformando-a em uma equação que já sabiam solucionar.

As respostas dos problemas realizados pelos estudantes foram satisfatórias. Eles conseguiram diante dos desafios refletir sobre como o conteúdo poderia ajudá-los e responder corretamente todas as questões.

Os estudantes relataram que gostaram do jogo e, por ser uma alternativa às aulas expositivas tradicionais, expressaram o desejo de que todos os conteúdos fossem trabalhados de forma diferente. Segundo os estudantes, essa abordagem aumenta sua dedicação e desperta maior interesse na disciplina, pois, ao trabalhar com jogos, os alunos deparam-se com regras e envolvem-se em conflitos, uma vez que não estão sozinhos, mas em um grupo ou equipe de jogadores. Tais conflitos são excelentes oportunidades para alcançar conquistas sociais e desenvolver autonomia.

Por fim, foi solicitado que todos registrassem em seus cadernos todas as equações apresentadas no jogo e suas respectivas resoluções, os problemas também foram incluídos, dessa forma reforçou-se ainda mais a atividade.

Considerações finais

Ao término deste trabalho, pode-se concluir que os jogos possuem importância no desenvolvimento da aprendizagem, pois com sua utilização os alunos se sentem desafiados e interessados a entender o conteúdo, tendo em vista o anseio de alcançar o objetivo estabelecido pelo jogo. Sendo o professor aquele que exerce um papel fundamental na aprendizagem dos estudantes e responsável por estimular o interesse dos seus alunos, os jogos se mostraram

eficazes como recurso capaz de desenvolver essa habilidade, isso porque os jogos funcionam como uma simulação de desafios, os quais possuem um objetivo claro no final. Porém, cabe enfatizar que apenas a aplicação dos jogos em aula não garante a aprendizagem, é necessário um trabalho mediador do professor que oriente os estudantes na construção do conhecimento.

Para ter um bom aproveitamento da aula também é necessário estabelecer uma organização dos alunos, preparando a turma para os jogos, algumas coisas que o professor pode fazer são: dividir a turma em grupos, apresentar as regras do jogo e averiguar quais são os pontos positivos e negativos que a utilização do jogo pode proporcionar.

Durante este trabalho, muito foi pensado também no docente e sua rotina cansativa de aulas meramente expositivas. Sabe-se que o ensino tradicional, por vezes, não atinge o nível esperado de aprendizagem por parte dos alunos, o que torna o trabalho daquele que leciona exaustivo e decepcionante. Dessa forma, os jogos vêm como um recurso que tende a facilitar e auxiliar nas aulas, sendo uma ponte entre o professor e o aluno.

Ao compararmos as turmas em que não foi possível aplicar o jogo na realização da atividade e que contaram apenas com aulas expositivas, observamos, durante a atividade, um desinteresse e uma maior dificuldade em apresentar um bom desempenho nos exercícios.

A motivação e o engajamento, quando alcançados, no ambiente escolar proporciona um lugar de transformação, entusiasmo e alegria propício ao surgimento de descobertas e aprofundamento de conhecimentos. Sendo assim, temos que os jogos auxiliam nessa construção se aplicados de forma responsável, compromissada e planejada, conforme a realidade dos alunos e seu nível escolar.

Espera-se que, com este trabalho, professores sintam-se motivados a inovarem em sua sala de aula, propondo jogos e brincadeiras que colaborem para uma construção de conhecimento matemático mais divertido e significativo. Desse modo, os alunos poderão perceber que a matemática não precisa ser difícil ou desinteressante.

Agradecimentos

Agradecemos, primeiramente, a Deus, por nos sustentar diariamente e por não permitir que desistíssemos, concedendo-nos forças e serenidade para enfrentar as adversidades ao longo desta trajetória.

À nossa família, base fundamental de nossa formação, pelo apoio incondicional, pela confiança em nossas escolhas e pelo auxílio constante em todos os momentos necessários.

A todos os professores que fizeram parte de nossa formação acadêmica, nosso sincero agradecimento, pois cada um contribuiu, de maneira significativa, para a construção do conhecimento e para o desenvolvimento pessoal e profissional que alcançamos.

À Universidade de Brasília, por proporcionar o aprofundamento de nossos estudos e por nos oferecer a oportunidade de contribuir para a elaboração deste trabalho.

Referências

Brasil. Ministério da Educação. (2018). **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília.

Brasil. (2017). LDB: **Lei de diretrizes e bases da educação nacional**. – Brasília: Senado Federal, Coordenação de Edições Técnicas.

Brasil. (1996). Ministério de Educação e Cultura. LDB - Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro.

Chueke, G. V., & LimaM. (2012). **Pesquisa Qualitativa**: evolução e critérios. Revista Espaço Acadêmico , 11(128), 6369.

Grando, R. C. (2004). **O jogo e a matemática no contexto de sala de aula**. São Paulo: Papirus.

Silva,E.; Meira, A., Santos, S., Santos,T,. & Silva, J. (2020). **Jogos matemáticos com lápis e papel**. 1º Edição. Rio de Janeiro.

Smole, K., Diniz, M., & Cândido, P. (2007). **Cadernos do Mathema**: Jogos de Matemática. Vol 1,2,3. Porto Alegre: Artmed.

Vygotsky, L. S. (1991). **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 4ª ed. São Paulo: Martins Fontes.

24- Aprendendo Eletrodinâmica: a era digital no Ensino Médio

*Rodrigo Azevedo de Souza*⁵⁰

*Nilton Moura Barroso Neto*⁵¹

*Eduardo Antônio da Silva*⁵²

Introdução

A integração de tecnologias digitais no processo de ensino-aprendizagem tem sido discutida na literatura como estratégia promissora para ampliar o conhecimento e engajamento dos estudantes, como apontam os estudos de Zednik *et al.* (2014) e Millão *et al.* (2017). No ensino de Física, uma disciplina tradicionalmente desafiadora para muitos estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, a utilização de simulações digitais pode facilitar a compreensão de conceitos abstratos e complexos, promovendo uma aprendizagem mais interativa e dinâmica.

O uso de simulações no ensino de Física é defendido por diversos educadores e pesquisadores, como Leonel *et al.* (2021), Machado *et al.* (2022) e Testa *et al.* (2023). De acordo com Rocha (2023, p. 11), físico e educador, as simulações constituem um recurso eficaz para a visualização e compreensão de conceitos complexos cuja experimentação direta em sala de aula se mostra inviável. A utilização de Tecnologias de informação e comunicação (TIC), como, por exemplo: simuladores, no ensino de Física, oferece uma abordagem inovadora e atrativa, proporcionando aos estudantes uma compreensão mais sólida e significativa dos conceitos físicos. Segundo o autor, ao integrar simulações no currículo, os educadores podem criar um ambiente de aprendizagem mais envolvente e eficaz, em que os estudantes podem explorar, experimentar e internalizar conceitos de maneira ativa e significativa.

⁵⁰Especialista em metodologia de Ensino em Matemática. Universidade de Brasília. rodrigoazsouza@gmail.com

⁵¹Doutor em Matemática pela Universidade de Brasília. Professor do departamento de matemática na Universidade de Brasília. niltonmoura@unb.br.

⁵²Doutor em Matemática pela Universidade de Brasília. Professor do departamento de matemática na Universidade de Brasília. eduardo23maf@gmail.com.

Neste contexto, o presente artigo tem como base a pesquisa feita no âmbito de um trabalho de conclusão de curso (TCC) do primeiro autor e traz como questão geradora: Como simulações digitais podem ser utilizadas de forma eficaz para transformar a experiência de aprendizado do conteúdo de eletrodinâmica para estudantes do 3º ano do ensino médio?

Para responder essa questão, o estudo investigou o impacto específico das simulações digitais no desempenho acadêmico, durante o 3º bimestre, por meio de uma avaliação tradicional, dos estudantes do 3º ano do ensino médio de uma escola cívico-militar de Brasília, comparando a compreensão conceitual e a aplicação prática de conceitos de eletrodinâmica com métodos de ensino tradicionais. Outrossim, analisou-se como características das simulações digitais, como nível de interatividade, feedback imediato e personalização, influenciam o engajamento dos estudantes e sua motivação para aprender, especialmente em um contexto educacional cada vez mais digitalizado.

Estudos anteriores corroboram a relevância do uso de recursos digitais no processo educativo. Leão (2014) destaca que,

Ao acessar os softwares educativos, ferramentas estas que se valem do visual e da animação gráfica, pode-se perceber um grande interesse pela atividade. Estas ferramentas não tinham uma rigidez sequencial e caracterizam-se pelo seu formato de hipertexto, pois, à medida que algumas informações eram apresentadas, alguns conceitos contidos podiam ser consultados conforme a escolha e o interesse do manipulador. (p.8)

De modo semelhante, Bassani (2023) ressalta que,

Atualmente, os estudantes vivem em um cotidiano em que estão rodeados por sistemas de informática. Desse modo, essa tecnologia tende a ser bem aceita por eles. Tendo em vista que os simuladores estarão disponíveis na internet, os estudantes podem continuar estudando mesmo fora da sala de aula com o mesmo senso de investigação, pois permite-lhes que consigam relacionar o seu cotidiano com o que é estudado em sala de aula (p.4).

No que se refere a procedimentos metodológicos a pesquisa adota uma abordagem quantitativa para avaliar os estudantes fundamentada por Lakatos e Marconi. Segundo Lakatos e Marconi (1981).

Os processos estatísticos permitem obter, de conjuntos complexos, representações simples e constatar se essas verificações simplificadas têm relações entre si. Assim, o método estatístico significa redução de fenômenos sociológicos, políticos, econômicos etc. a termos quantitativos e a manipulação

estatística, que permite comprovar as relações dos fenômenos entre si e obter generalizações sobre sua natureza, ocorrência ou significado. Exemplos: Verificar a correlação entre nível de escolaridade e número de filhos; pesquisar as classes sociais dos estudantes universitários e o tipo de lazer preferido pelos estudantes de 1º e 2º graus [estudo fundamental e médio].(p. 33)

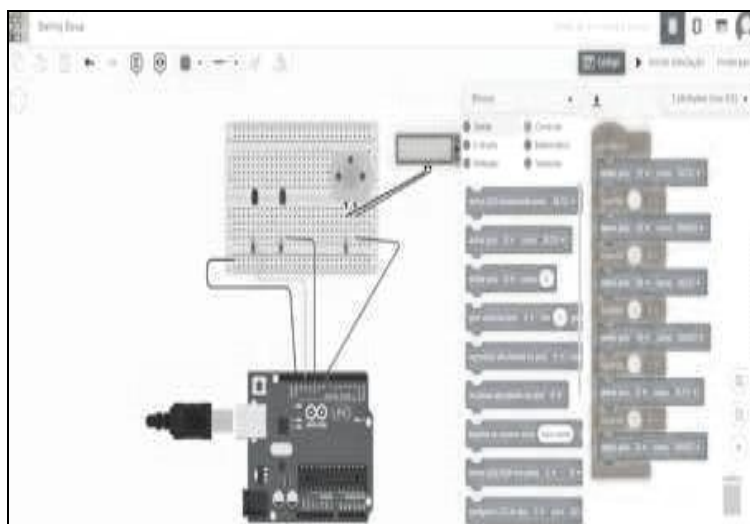
Por fim, esse artigo encontra-se estruturado da seguinte forma: inicialmente apresenta-se o percurso metodológico da pesquisa, detalhando os procedimentos adequados da coleta e análise de dados. Em seguida são discutidos os resultados obtidos a partir da comparação entre os períodos analisados; e por último são apresentadas as considerações finais nas quais se retornam os principais achados do estudo e suas implicações para o ensino de Física no Ensino Médio.

Metodologia

A presente pesquisa, de *caráter participativo*, foi realizada em escola pública, cívico-militar do Distrito Federal, com 92 estudantes do 3º ano do ensino médio, do turno matutino. O objetivo geral era investigar os impactos da introdução de simulações digitais no ensino de Física, especificamente no conteúdo de eletrodinâmica para estudantes do terceiro ano do ensino médio. Para isso, será avaliado o impacto de metodologias alternativas utilizando as plataformas digitais Tinkercad e PHET. Estudos anteriores indicam que a integração de tecnologias digitais no ensino pode melhorar significativamente o engajamento e o desempenho dos estudantes (Hwang, *et al.*, 2012)

Para essa investigação, a coleta de dados foi realizada por meio dos registros dos estudantes e suas notas na avaliação final. Por ser uma pesquisa comparativa, o resultado obtido na avaliação final dos 92 alunos do 2º semestre 2024, será comparado com o mesmo modelo de avaliação aplicada aos 98 alunos do 1º semestre de 2024. Os 98 discentes do primeiro semestre foram submetidos a um modelo de aula tecnicista, onde dispúnhamos de aulas expositivas, com atividades de massificação de conteúdo baseadas em listas de exercícios e resolução de atividades no livro didático. Já os estudantes do segundo semestre tiveram suas aulas divididas nas seguintes etapas: no início do segundo semestre, os estudantes serão conduzidos ao laboratório de informática para explorar as plataformas *Tinkercad* e PHET, utilizadas no ensino de Física.

Figura 1: Circuito Arduino uno estilo semáforo com motor CC.



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

Durante esta fase, o conteúdo de física foi apresentado por meio dessas ferramentas digitais, que ofereceram uma abordagem prática e interativa. Conforme detalhado nos tópicos subsequentes, as plataformas foram utilizadas para tornar o conteúdo mais tangível e acessível. Ao longo de quatro aulas exploratórias, os discentes participaram de atividades práticas, descritas a seguir, com o objetivo de alcançar os resultados esperados de cada aula:

- *Atividade 1:* Na primeira aula, os estudantes exploraram a plataforma *Tinkercad*, especificamente a seção de circuitos elétricos. O objetivo é familiarizar-se com os diversos componentes eletrônicos disponíveis, conforme ilustrado na Figura 1.
- *Atividade 2:* Durante a segunda aula, os estudantes foram desafiados a criar um circuito elétrico simples, utilizando componentes como LEDs, fonte de energia e resistores. À medida que ganharam confiança, foram incentivados a aprimorar seus circuitos, adicionando mais LEDs, componentes eletrônicos adicionais e melhorando a organização do material.

Quadro 1: Plano de aula utilizado para a atividade 2.

Tema	Aula prática de exploração de circuitos elétricos.
Competências	Analisar circuitos elétricos a fim de compreender o funcionamento básico da plataforma e circuitos elétricos.
Habilidades	EM13CNT101: Analisar o funcionamento de circuitos elétricos e eletrônicos em diferentes contextos, utilizando conceitos de corrente elétrica, tensão, resistência e potência.
Objetivos	Criar um circuito simples com fonte, LEDs e resistência.
Conteúdo	Corrente elétrica, Leis de Ohm, geradores e receptores, circuitos elétricos, resistência elétrica.
Duração	100 minutos.

Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

- *Atividade 3:* Na terceira aula, os estudantes desenvolveram um circuito simulando um semáforo de trânsito, utilizando um Arduino Uno na plataforma *Tinkercad*. Eles programaram o circuito usando a funcionalidade de programação por blocos de comando disponível na plataforma.
- *Atividade 4:* Na quarta aula, os estudantes utilizaram as plataformas *Tinkercad* e PHET para investigar o fluxo de corrente, bem como a intensidade e as influências de novos componentes no circuito. Para isso, aplicaram a primeira lei de Ohm para calcular valores de resistência, tensão e intensidade, o que contribuiu para aprimorar suas habilidades em operações básicas e equações do primeiro grau.

Quadro 2: Plano de aula da atividade 4

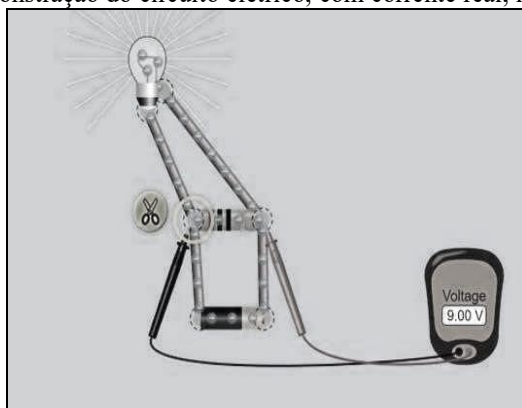
Tema	Leis de Ohm utilizando PhET e <i>Tinkercad</i> .
Competências	Compreender as Leis de Ohm e sua aplicação em circuitos elétricos.
Habilidades	EM13CNT101: Analisar o funcionamento de circuitos elétricos e eletrônicos em diferentes contextos, utilizando conceitos de corrente elétrica, tensão, resistência e potência. EM13CNT102: Investigar e compreender os princípios de funcionamento de dispositivos tecnológicos, como sensores, atuadores e microcontroladores.

	EM13CNT104: Resolver problemas que envolvam circuitos elétricos e eletrônicos, utilizando leis e princípios da física.
Objetivos	Compreender as Leis de Ohm e sua aplicação em circuitos elétricos. Utilizar as plataformas PhET e <i>Tinkercad</i> para simular e analisar circuitos elétricos e desenvolver habilidades práticas em simulação de circuitos eletrônicos.
Conteúdo	Introdução às Leis de Ohm. Componentes eletrônicos básicos: resistores, fontes de tensão e multímetros. Simulação de circuitos no PhET. Montagem e simulação de circuitos no <i>Tinkercad</i> .
Duração	100 minutos.
Avaliação	Anotações referentes ao conteúdo e participação durante a aula, como também a resolução de questões- problema no decorrer da aula.
Feedback	Momento para conversar com os estudantes e sanar dúvidas referentes a metodologia e conteúdo.

Fonte: Arquivo da pesquisa, 2024.

A implementação deste projeto utilizou planos de aula semelhantes aos apresentados nas atividades 2 e 4. Por meio desses planos, foi estruturado o roteiro das aulas, visando promover o aprendizado efetivo e o engajamento dos alunos.

Figura 2: Demonstração do circuito elétrico, com corrente real, montado no PHET



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

- Atividade 5: Na quinta aula, os estudantes foram submetidos a uma avaliação tradicional, no formato de vestibulares e concursos públicos. A prova escrita consistiu em 12 questões, sendo 6 de múltipla escolha e 6 discursivas, permitindo uma avaliação abrangente do conhecimento adquirido.

Nesta aula foi realizada uma avaliação tradicional, seu valor foi 15% da nota bimestral do aluno, e a turma dispôs de um tempo de 100 minutos para realizar esta avaliação. O fator de correção desta prova seguiu o mesmo modelo da prova aplicada no 1º semestre de 2024, considerando a seguinte pontuação:

I) questão correta: 0,125 pontos.

II) questão parcialmente correta: 0,0625 pontos.

III) questão errada: 0 pontos.

Para que a questão fosse considerada certa, tanto o desenvolvimento quanto o resultado devem ser condizentes com a proposta da questão. Para que a questão fosse considerada parcialmente correta, o discente apresentou algo que se assemelhe ao caminho da resolução, como: equações, raciocínios ou ilustrações. E por fim, à questão foi dada como nota zero, caso o aluno não tenha apresentado qualquer raciocínio sobre a questão.

Para correção também foram utilizadas as aproximações devidas, pois o sistema utilizado na escola é o Educa DF e impede que seja lançada a nota exata quando há mais de 2 casas decimais.

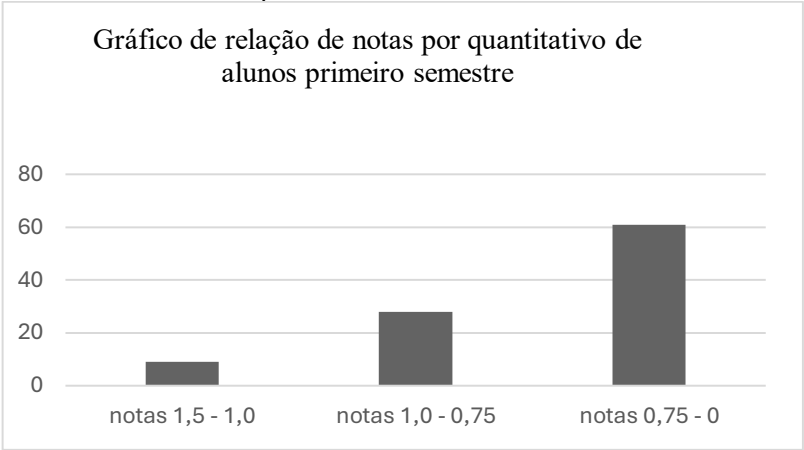
A metodologia proposta visou não apenas avaliar o impacto de uma abordagem alternativa no ensino de física, mas também envolver os estudantes ativamente no processo de aprendizagem e reflexão sobre suas próprias experiências educacionais. Através das combinações de atividades práticas e avaliações tradicionais, espera-se obter uma compreensão abrangente das percepções e do desempenho dos estudantes, contribuindo para a melhoria contínua das práticas pedagógicas.

Apresentação e análise dos resultados

Notas dos estudantes do 1º semestre

Para fins de análise comparativa, foram consideradas as notas de 98 alunos referentes à avaliação sobre Leis de Ohm, fundamentada teoricamente no Volume 3 da coleção Física Básica de Moyses Nussenzveig, ministrada no primeiro semestre de 2024. Esses resultados estão apresentados na Figura 3. A partir dessa análise, verificou-se que 61 alunos se situaram abaixo da média e que o quociente dos estudantes analisados foi de 0,61939, valor que se encontra 0,13061 pontos aquém da faixa de aprovação estabelecida para a avaliação.

Figura 3: Gráfico de relação de notas pela quantidade de estudantes do primeiro semestre.



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

A figura 4 a seguir apresenta o gráfico de dispersão das notas, cujo objetivo é identificar possíveis relações, visualizar a distribuição dos resultados e analisar tendências.

Figura 4: Gráfico de dispersão de notas dos estudantes do primeiro semestre

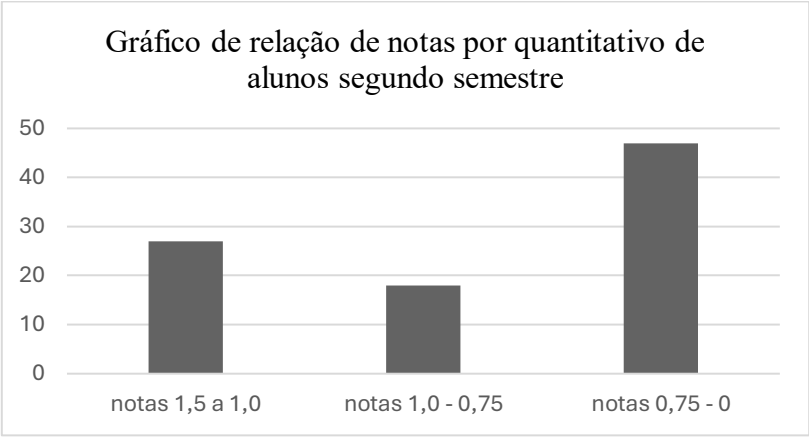


Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

Notas dos estudantes do 2º semestre

No segundo semestre 92 estudantes participaram da pesquisa, 6 a menos que no 1º semestre. Os dados obtidos por esses estudantes serão apresentados graficamente, na figura 5, onde o primeiro mostrará a relação de notas e quantitativo de estudantes.

Figura 5: Gráfico de relação de notas pela quantidade de estudantes do segundo semestre.

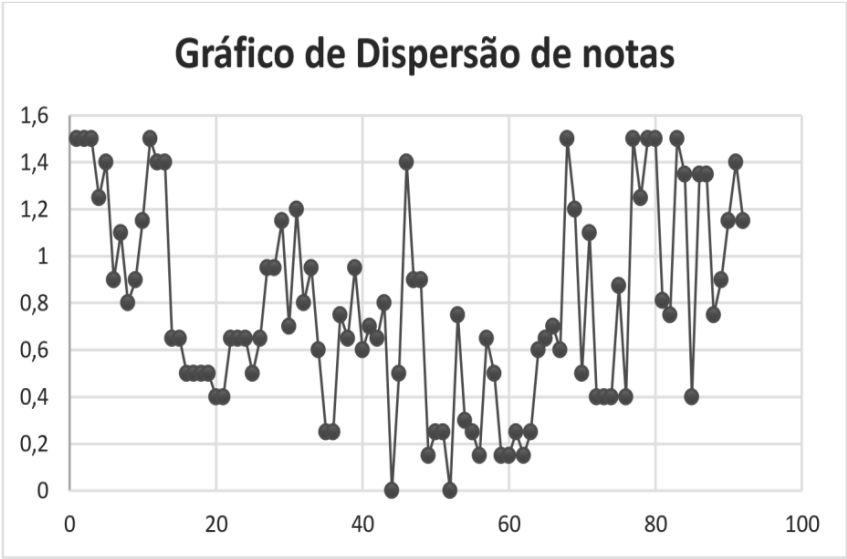


Fonte: Arquivo do pesquisador (2024).

Com esses resultados, foi possível visualizar que os métodos utilizados, com base nos métodos de Antunes (2000) e Moran (2000), foram satisfatórios, gerando um resultado positivo em relação ao 1º semestre.

Em seguida será apresentado na figura 6 o gráfico de dispersão de notas, que servirá de ilustração da concentração de notas do grupo observado:

Figura 6: Gráfico de dispersão de notas dos estudantes do segundo semestre



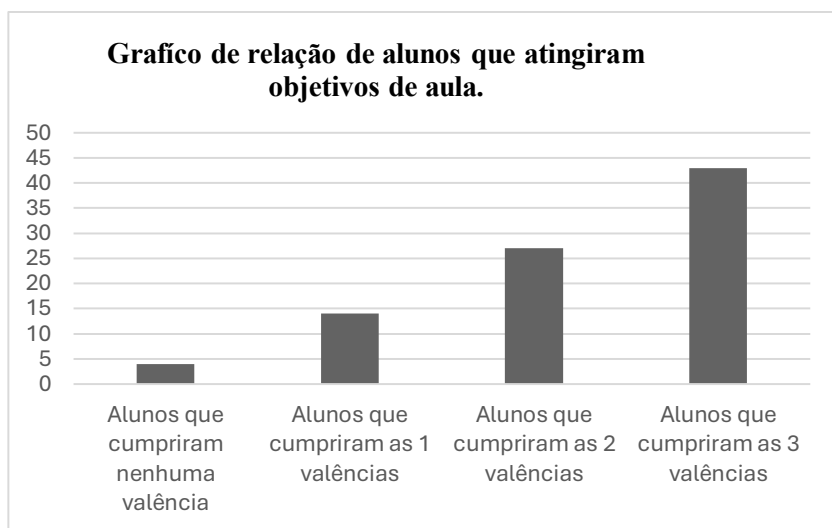
Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

Uma das principais preocupações durante a implementação da nova metodologia foi assegurar a manutenção do engajamento dos alunos ao longo das atividades. Diferentemente do modelo adotado no primeiro semestre, essa abordagem demandava que a atenção dos estudantes estivesse alinhada aos desafios apresentados pelas tarefas propostas.

Visando superar tal desafio, a linha avaliativa empregada no primeiro semestre foi reformulada, com o propósito de mitigar possíveis dificuldades de engajamento. Ressalta-se que esse critério avaliativo já era utilizado anteriormente, porém direcionado a práticas tecnicistas, como listas de exercícios e simulados.

Desse modo, logo abaixo, na figura 7, segue o gráfico de aproveitamento de atividades no decorrer das cinco aulas. Gráfico, esse que busca ilustrar a participação dos estudantes em aula.

Figura 7: Gráfico de relação de conclusão de objetivos de sala dos estudantes do segundo semestre.



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

Assim como demonstrado no gráfico, o aluno foi avaliado com base nessas valências, que foram organizadas em: Conclusão da atividade do dia, participação no desenvolvimento da aula e, por também ser uma escola cívico-militar, disciplina em sala. Desse modo, os alunos foram classificados em quatro tipos de menções, descritas a seguir:

a) Envolvimento pleno: o estudante participou ativamente nas três valências avaliativas da aula.

- b) Envolvimento regular: o estudante participou ativamente em duas valências avaliativas da aula.
- c) Envolvimento insatisfatório: o estudante participou ativamente em uma valência avaliativa da aula.
- d) Sem envolvimento: o estudante esteve ausente ou não apresentou participação em nenhuma das valências avaliativas.

Adicionalmente, a análise comparativa das notas dos estudantes nos dois semestres demonstrou uma melhoria significativa, de aproximadamente, 10,07%, no desempenho no segundo semestre em relação ao primeiro. Esta evolução é evidenciada pela redução do número de estudantes abaixo da média, de 61 para 47, além do aumento do quociente dos alunos analisados, de 0,61939 para 0,83994, indicando maior aproximação com a faixa de aprovação na avaliação.

Considerações finais

A análise comparativa das notas dos estudantes ao longo dos dois semestres revelou uma evolução significativa no desempenho acadêmico, com um aumento aproximado de 10,07% no segundo semestre em relação ao primeiro. Tal progresso é evidenciado pela diminuição do número de alunos com rendimento inferior à média e pelo avanço do quociente de desempenho entre os participantes do estudo, indicando maior aproximação à faixa de aprovação.

Esses resultados atestam a efetividade das intervenções pedagógicas adotadas, ressaltando o papel essencial de estratégias educacionais planejadas e implementadas rigorosamente para fomentar aprimoramento contínuo do desempenho acadêmico. A menor incidência de estudantes abaixo da média, bem como o agrupamento das notas próximas ao valor médio durante o segundo semestre, denota um ambiente de aprendizagem mais equitativo e eficiente.

A investigação comparativa dos desempenhos acadêmicos nos dois períodos reforça as premissas deste estudo e oferece embasamento sólido para novas pesquisas e práticas pedagógicas subsequentes. A perpetuação e aperfeiçoamento dessas metodologias podem resultar em avanços ainda mais expressivos no desempenho dos alunos, contribuindo para um sistema educacional mais justo e eficaz.

Adicionalmente, a aplicação da metodologia proposta neste projeto proporcionou oportunidades para que os estudantes aprimorassem suas competências em equações do primeiro grau e operações de divisão, essenciais para assimilação dos conceitos de eletricidade e magnetismo, tema

subsequente. O método também incentivou a instituição a aprimorar a infraestrutura da sala de informática, ampliando o número de computadores de oito para trinta e cinco, o que favoreceu uma maior integração dos estudantes às tecnologias de informação e comunicação.

Outro ponto relevante foi a aquisição de novos materiais para o laboratório de ciências naturais, incluindo kits Arduino, LEDs, sensores de temperatura e umidade, resistores, telas LCD 16x2 e componentes integrados como fontes chaveadas para estudos sobre placas energéticas. Esses dispositivos viabilizaram o desenvolvimento prático nas áreas de eletrônica e programação, fundamentais para qualificação profissional em ciência e tecnologia.

Dessa forma, observa-se que a implementação da metodologia proposta nesta pesquisa foi eficaz não apenas na melhoria do desempenho discente, mas também em motivar investimentos em recursos tecnológicos e laboratoriais por parte da escola. Tais achados corroboram a proposta do projeto e enfatizam a relevância da inovação e experimentação no ensino de Ciências e Tecnologia.

Referências

- Antunes, C. (2000). **Como desenvolver conteúdos explorando inteligências múltiplas**. Petrópolis: Vozes.
- Autodesk. **Tinkercad: A place to make, learn, and play**. (2024). Disponível em: <https://www.tinkercad.com/>
- Bassani, D.; Santos, R. A. (2021). **Tecnologias digitais para o ensino de física: eletricidade e magnetismo no Ensino Médio**. A Física na Escola, [S. l.], v. 21, n. 1, p. 220711–1, 2023. DOI: 10.59727/fne.v21i1.60. Disponível em: <https://fisicanaescola.org.br/index.php/revista/article/view/60>.
- Hwang, G. J.; Wu, P.H.; Chen, C.C. (2012). **An online game approach for improving students' learning performance in web-based problem-solving activities**. Computers & Education. v. 59, n. 4, p. 1246-1256.
- Lakatos, E. M.; Marconi, M. A. (2017). **Metodologia do trabalho científico**. 7. ed. São Paulo: Atlas.
- Leão, M. F.; Dullius, M. M.; Neide, I. G. (2014). **Formação de professores indígenas voltada para a inserção de ferramentas tecnológicas nos processos de ensino e de aprendizagem de química**. Revista Tecnologias na Educação – Ano 6 – n. 10. Disponível em: <http://tecnologiasnaeducacao.pro.br>.
- Leonel, A. A., Vidmar, M. P., & Pastorio, D. P. (2021). Formação para a apropriação e integração das tecnologias digitais da informação e comunicação ao ensino de física. **Revista de enseñanza de la física**. Córdoba, Argentina. V. 33, n. 2, p. 37-44.

- Machado, N. L. R., & Pastorio, D. P. (2022). Uma revisão da literatura sobre a integração das tecnologias da informação e comunicação com atividades experimentais no ensino de física. **Revista Dynamis. Blumenau, FURB.** Vol. 28 no. 1, p. 164-185.
- Millão, L. F., Vieira, T. W., dos Santos, N. D., da Silva, A. P. S. S., & Flores, C. D. (2017). Integração de tecnologias digitais no ensino de enfermagem: criação de um caso clínico sobre úlceras por pressão com o software SIACC. **RECIIS**, 11(1).
- Moran, J. M.; Masetto, M. T.; Behrens, M. A. (2000). **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus.
- Nussenzveig, H. M. (2015). **Curso de física básica: eletromagnetismo**. 5. ed. São Paulo: Blucher. v. 3.
- Phet. **Circuit Construction Kit: DC**, (2024). Disponível em: <https://phet.colorado.edu/en/simulation/circuit-construction-kit-dc>.
- Rocha, V. (2023). **Integrando TICs no ensino de física: uma abordagem interativa para o efeito fotoelétrico utilizando Python**. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso (Física-Licenciatura) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru.
- Testa, M. J., Lopes, E. D. S., Vidmar, M. P., & Pastorio, D. P. (2023). Um olhar para a disciplina curricular Cultura Digital do Novo Ensino Médio: a relação das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação e o Ensino de Física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 45, e20230048.
- Zednik, H., Tarouco, L. M., Klering, L., García-Valcárcel, A., & Guerra, E. P. (2014). Tecnologias Digitais na Educação: proposta taxonômica para apoio à integração da tecnologia em sala de aula. In **Anais do Workshop de Informática na Escola** (V. 20, N. 1, pp. 507-516).

25- Corpos que calculam: experiências teatrais no ensino de Matemática

Thayná Alves de Souza⁵³
Ana Paula Gonçalves Pita⁵⁴

Introdução

O ensino de Matemática no Ensino Médio ainda é marcado, em muitos contextos escolares, por práticas tradicionais baseadas na memorização mecânica de fórmulas e na repetição de procedimentos descontextualizados. Esse modelo de ensino, embora historicamente consolidado, tem se mostrado insuficiente para promover uma aprendizagem significativa, crítica e conectada à realidade dos estudantes (Freire, 1996; D’ambrosio, 1996; Skovsmose, 2014).

Tal cenário contribui para o afastamento dos alunos em relação à disciplina, reforçando a percepção da Matemática como um saber abstrato, rígido e distante de suas vivências cotidianas.

Diante desse contexto, em consonância com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2017), que orienta para uma educação contextualizada, significativa e voltada à formação integral dos estudantes, torna-se necessário repensar as práticas pedagógicas no ensino da Matemática.

Nesse ínterim, a BNCC destaca a importância de que os alunos desenvolvam a capacidade de interpretar, analisar e resolver situações-problema presentes em diferentes contextos sociais, culturais e econômicos, utilizando estratégias matemáticas de forma crítica e autônoma. Nessa perspectiva, a articulação entre Educação Matemática e práticas teatrais emerge como uma possibilidade metodológica inovadora.

O teatro, enquanto linguagem artística e corporal, possibilita a criação de espaços de expressão, interação e experimentação, favorecendo a construção coletiva do conhecimento. Portanto, quando integrado ao ensino da Matemática, contribui para que conceitos abstratos ganhem sentido por meio

⁵³ Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB), pós-graduada em Metodologias de Ensino de Matemática e mestranda em Educação pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) . thaynasouzamat61@gmail.com

⁵⁴ Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp - Rio Claro/SP. anapaulagpita@gmail.com

da ação, da dramatização e da relação com situações reais vivenciadas pelos estudantes (Boal, 2013; Skovsmose, 2014) .

Este capítulo tem como objetivo apresentar e discutir uma proposta pedagógica que integra jogos teatrais ao ensino da Matemática no Ensino Médio, a partir de uma pesquisa desenvolvida em uma escola pública do Distrito Federal.

Fundamentada na Etnomatemática e na Educação Matemática Crítica, a proposta buscou investigar as possibilidades e os desafios do uso de jogos teatrais como estratégia para promover uma aprendizagem significativa, criativa e socialmente situada.

Educação Matemática no Ensino Médio

A Educação Matemática no Ensino Médio assume um papel fundamental na consolidação das aprendizagens desenvolvidas nas etapas anteriores da Educação Básica. Nessa etapa, espera-se que os estudantes ampliem seu repertório matemático, desenvolvam maior autonomia intelectual e sejam capazes de utilizar os conhecimentos matemáticos para compreender e intervir em diferentes situações do cotidiano.

De acordo com a BNCC (Brasil, 2017), a área de Matemática e suas Tecnologias deve promover uma formação que articule conhecimentos conceituais, procedimentais e atitudinais, contribuindo para o desenvolvimento de competências cognitivas e socioemocionais. Isso implica a superação de práticas centradas apenas na execução de algoritmos e a valorização de abordagens que estimulem o raciocínio, a investigação, o diálogo e a reflexão crítica.

Nessa perspectiva, o estudante é compreendido como sujeito ativo no processo de aprendizagem, portador de saberes, experiências e referências culturais que influenciam diretamente a forma como se relaciona com o conhecimento matemático.

Assim, a Educação Matemática passa a ser entendida como uma prática social, que deve dialogar com os contextos históricos, culturais e sociais nos quais os estudantes estão inseridos.

Jogos, Etnomatemática e aprendizagem significativa

Os jogos têm sido amplamente reconhecidos como recursos pedagógicos potentes no ensino da Matemática, por possibilitarem uma abordagem mais dinâmica, interativa e significativa dos conteúdos. Nesse contexto, ao envolverem regras, desafios, tomada de decisões e cooperação, os

jogos favorecem o engajamento dos estudantes e a construção ativa do conhecimento.

Quando articulados à Etnomatemática, os jogos assumem uma dimensão ainda mais significativa. Dessa forma, a Etnomatemática, conforme proposta por D'Ambrosio (2001), valoriza os diferentes modos de pensar e fazer matemática presentes nas práticas culturais e sociais dos indivíduos.

Essa abordagem reconhece que a Matemática não se restringe ao saber formal escolar, mas está presente nas ações cotidianas, como comprar, vender, medir, comparar e planejar. Dessa maneira, ao trabalhar com situações próximas da realidade dos estudantes, a Etnomatemática contribui para que eles atribuam sentido aos conceitos matemáticos, reconhecendo-os como ferramentas úteis para interpretar e transformar o mundo.

Nessa perspectiva, os jogos se tornam espaços privilegiados para a vivência desses saberes, pois permitem experimentar, errar, negociar e criar estratégias de resolução de problemas de forma coletiva.

Jogos teatrais e Educação Matemática

Os jogos teatrais, sistematizados por Viola Spolin (2008), têm como princípio o aprendizado por meio da experimentação, da espontaneidade e da interação. Diferentemente de métodos tradicionais, essa abordagem valoriza o processo, o jogo e a vivência, criando um ambiente no qual o erro é compreendido como parte do aprendizado.

Ao serem integrados ao ensino da Matemática, os jogos teatrais possibilitam que os estudantes explorem conceitos matemáticos por meio do corpo, da linguagem oral e da criação de cenas. Assim, essa experiência amplia as possibilidades de expressão e compreensão, tornando o aprendizado mais sensorial, colaborativo e significativo.

Além disso, os jogos teatrais dialogam diretamente com os princípios da Educação Matemática Crítica (EMC), na medida em que promovem cenários investigativos nos quais os alunos são convidados a questionar, analisar e tomar decisões frente a problemas contextualizados.

Essa abordagem rompe com a lógica de exercícios repetitivos e propõe uma Matemática dinâmica e contextualizada, conectada às questões sociais, econômicas e culturais do cotidiano. Dessa forma, o ensino deixa de ser apenas técnico e passa a assumir uma dimensão ética, social e política.

Metodologia

A pesquisa adotou uma abordagem qualitativa, com o objetivo de compreender, de forma aprofundada e contextualizada, as interações, percepções e aprendizagens dos estudantes durante a realização das oficinas. Diante disso, o estudo foi desenvolvido em uma escola pública do Distrito Federal, com turmas do Ensino Médio, considerando o contexto social e cultural dos participantes.

Os dados foram produzidos a partir de diferentes instrumentos, como observação das oficinas, registros das resoluções dos estudantes, análise das encenações teatrais e aplicação de questionários avaliativos ao final das atividades. Assim, esses instrumentos permitiram uma análise ampla do processo de ensino-aprendizagem, contemplando aspectos cognitivos, sociais e emocionais.

No que diz respeito às oficinas, estas foram organizadas em três encontros, cada um com duração aproximada de uma hora e trinta minutos. Em todos os encontros, foram realizados jogos de aquecimento com o objetivo de promover a integração do grupo, estimular a criatividade e preparar os estudantes para as atividades principais.

Por fim, as propostas das oficinas articularam conteúdos matemáticos previstos no currículo — como matemática financeira, operações básicas, proporção, tempo e distância — a situações cotidianas, exploradas por meio de jogos teatrais e improvisações.

Descrição das oficinas

As oficinas foram planejadas com o objetivo de integrar conteúdos matemáticos a práticas teatrais, criando um ambiente de aprendizagem colaborativo, investigativo e significativo. Em todas as propostas, buscou-se valorizar a participação ativa dos estudantes, o trabalho em grupo e a construção coletiva do conhecimento, em consonância com os pressupostos da Educação Matemática Crítica.

De modo geral, as oficinas seguiram uma estrutura comum: momentos iniciais de aquecimento corporal e integração do grupo; desenvolvimento de jogos teatrais voltados à exploração de situações-problema; e, por fim, socialização das produções e reflexões coletivas. Consequentemente, essa organização contribuiu para a redução da resistência inicial dos estudantes e para o fortalecimento do engajamento ao longo das atividades.

Vale ressaltar que antes de começar a atividade principal da oficina, foram feitos aquecimentos que consistem em uma etapa inicial que tem como

objetivo preparar os participantes para a atividade principal. Tais aquecimentos envolvem dinâmicas ou exercícios leves que promovem a integração do grupo, estimulam a criatividade e criam um ambiente colaborativo, ajudando os participantes a se concentrarem e se engajarem na oficina.

Um dos jogos de aquecimento utilizados foi a *escultura geométrica*, uma atividade colaborativa em que os estudantes utilizam o corpo para representar formas geométricas tridimensionais, como círculos, quadrados, triângulos e outras figuras. Assim, cada estudante contribui com uma parte da "escultura", ajustando-se e interagindo com os demais para compor a forma final.

Esse tipo de dinâmica estimula a criatividade, o trabalho em equipe e a percepção espacial, além de promover a integração do grupo de maneira lúdica.

Dentre as oficinas realizadas, destaca-se aquela voltada à matemática financeira, na qual os estudantes foram convidados a encenar situações relacionadas ao consumo, planejamento de gastos e tomada de decisões financeiras.

A partir da criação de cenas inspiradas em situações reais, os alunos mobilizaram conceitos como porcentagem, acréscimos e descontos, atribuindo sentido prático aos conteúdos trabalhados.

Essa oficina evidenciou o potencial dos jogos teatrais para tornar a matemática mais concreta e acessível, ao permitir que os estudantes relacionassem os conceitos matemáticos às suas próprias vivências.

Portanto, observou-se maior envolvimento dos participantes, ampliação do diálogo entre os grupos e maior autonomia na resolução das situações propostas. Abaixo, apresenta-se um exemplo de oficina desenvolvida, ilustrando a articulação entre os jogos teatrais e os conteúdos matemáticos trabalhados.

Oficina 1: Jogos Teatrais e Planejamento Financeiro

Os alunos foram separados em grupos de, no máximo, cinco pessoas. Desse modo, cada grupo deve discutir as soluções para os desafios financeiros apresentados em seu cenário. Assim, o objetivo da oficina é incentivar os alunos a pensar em soluções criativas, como cortes de despesas, novas fontes de renda ou alternativas para lazer. A atividade da oficina é que cada grupo crie uma pequena apresentação teatral (pode ser uma cena, um diálogo, ou uma dramatização) que represente sua proposta de solução. Os cenários propostos aos estudantes foram:

Cenário 1: Família de classe média com dois filhos que precisa ajustar o orçamento após uma grande compra (ex: carro novo).

- Renda mensal: R\$ 7.000,00
- Desafios:
 - Aumento na conta de energia.
 - Cursinho para um dos filhos.
 - Aumento no preço do combustível.
 - A família gosta de ir ao cinema e almoçar fora todo fim de semana.

Cenário 2: Casal de jovens trabalhadores.

- Renda mensal: R\$ 4.500,00 (reduzida após um dos parceiros perder o emprego)
- Desafios:
 - Aumento nos combustíveis.
 - Reajuste nas mensalidades da faculdade.
 - Aumento no preço do aluguel.
 - O casal costuma viajar para cidades próximas todo fim de semana e comprar livros todo mês.
 - Às vezes, pagam a fatura do cartão de crédito atrasada, pagando juros altos.

Cenário 3: Família com aposentados

- Renda mensal: R\$ 3.800,00 (fixa da aposentadoria)
- Desafios:
 - Aumento dos remédios.
 - Reajuste no plano de saúde.
 - Quebra da geladeira, precisando ser substituída.
 - Os aposentados gostam de assistir a eventos culturais e ir ao restaurante local semanalmente.
 - Gostam de presentear os netos toda vez que recebem visita.

Cenário 4: Família monoparental com 3 filhos

- Renda mensal: R\$ 3.000,00
- Desafios:

- Aumento no preço dos alimentos.
- Aumento no transporte escolar.
- Um dos filhos precisa de tratamento médico especial, que representa uma nova despesa.
- A família gosta de assistir a filmes em *streaming* e pedir pizza aos finais de semana.
- Um dos filhos está prestes a ir para a faculdade.

Cenário 5: Jovem universitário e trabalhador

- Renda mensal: R\$ 2.200,00
- Desafios:
 - Aumento no transporte público.
 - Reajuste de no aluguel.
 - Aumento de na mensalidade da faculdade.
 - Envia dinheiro para sua mãe mensalmente para ajudar nas contas.
 - O jovem costuma sair com os amigos toda sexta-feira e ir ao cinema e ao teatro.

Cenário 6: Família grande com 5 filhos

- Renda mensal: R\$ 4.500,00
- Desafios:
 - Aumento nos alimentos.
 - Reajuste no plano de saúde dos filhos.
 - Redução da renda familiar devido à perda de um trabalho informal.
 - A família tem o hábito de ir ao shopping toda semana, sempre gastando com lanches. E também gostam de fazer piqueniques no parque.

De forma geral, as oficinas possibilitaram a construção de cenários investigativos nos quais os estudantes puderam experimentar, discutir e refletir sobre a matemática de maneira crítica e criativa.

Em suma, a integração entre teatro e matemática contribuiu para repensar a disciplina, favorecendo uma aprendizagem mais significativa e menos intimidadora.

Apresentação e análise dos resultados

A análise das oficinas evidenciou que, apesar de uma resistência inicial por parte de alguns estudantes, especialmente em relação ao uso do teatro nas aulas de Matemática, o envolvimento e a participação aumentaram significativamente ao longo das atividades.

Nesse contexto, os jogos de aquecimento desempenharam um papel central nesse processo, contribuindo para a quebra de barreiras, a desinibição e a construção de um ambiente colaborativo.

Nas oficinas, os estudantes demonstraram criatividade e autonomia ao elaborar soluções para os problemas propostos, utilizando estratégias matemáticas de forma contextualizada. As dramatizações permitiram que conceitos como porcentagem, operações básicas, planejamento financeiro e proporcionalidade fossem trabalhados de maneira concreta, conectada às vivências dos alunos. Esse resultado dialoga diretamente com a perspectiva da Ubiratan D'Ambrosio (2001), ao evidenciar que a Matemática ganha sentido quando articulada às práticas sociais e culturais dos sujeitos, rompendo com a ideia de um saber abstrato e descolado da realidade.

Figura 1: Jogo de Aquecimento: Escultura Geométrica



Fonte: Arquivo pessoal da primeira autora, 2024.

Observou-se, ainda, que o uso dos jogos teatrais favoreceu o desenvolvimento de habilidades socioemocionais, como comunicação, cooperação, escuta e negociação. Os estudantes passaram a discutir ideias, justificar escolhas e construir soluções coletivamente, o que contribuiu para uma aprendizagem mais significativa e crítica. Esse aspecto reforça os

pressupostos da Ole Skovsmose (2014), ao indicar a emergência de cenários investigativos nos quais os alunos assumem papel ativo, refletem criticamente e tomam decisões frente a situações-problema contextualizadas.

Os questionários avaliativos indicaram uma percepção positiva dos alunos em relação à metodologia adotada. Dessa forma, a maioria relatou maior interesse pelas aulas, melhor compreensão dos conteúdos e maior facilidade em relacionar a matemática ao cotidiano. Esses achados corroboram a crítica de Paulo Freire (1996) à educação bancária, evidenciando que práticas dialógicas, participativas e contextualizadas favorecem o engajamento e a construção de aprendizagens significativas.

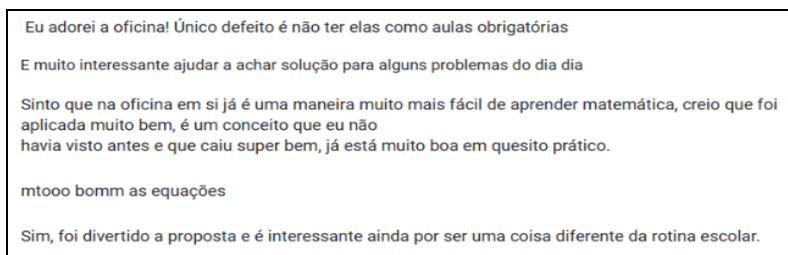
Figura 2: Percepção dos alunos sobre a matemática a partir da abordagem interdisciplinar.



Fonte: Arquivo pessoal da primeira autora, 2024.

Por meio de outra pergunta, de caráter aberto, foi possível identificar críticas construtivas e sugestões para o aprimoramento das oficinas em futuras aplicações. Ainda é importante destacar que muitos estudantes salientaram que as atividades tornaram a disciplina mais acessível e menos intimidante. Esse dado é particularmente relevante, pois indica a ressignificação da relação dos alunos com a Matemática, alinhando-se à proposta da Educação Matemática Crítica de transformar a experiência escolar em um espaço de emancipação, diálogo e reconhecimento dos sujeitos (SKOVSMOSE, 2014). A Figura 3 apresenta algumas das respostas.

Figura 3: Respostas dos estudantes sobre a oficina



Fonte: Arquivo pessoal da primeira autora, 2024.

Considerações finais

Ao final do período de aplicação das oficinas, observou-se a ideia de como é importante e necessário buscar novas metodologias para que a matemática se integre ao cotidiano dos estudantes e para que eles reconheçam sua utilidade.

Nessa perspectiva, ao associar o ensino matemático a atividades teatrais e contextos culturais familiares aos alunos, as oficinas permitiram que esses jovens se engajassem em um processo de aprendizagem que ia além da sala de aula tradicional, explorando a matemática como uma ferramenta para a resolução de problemas reais.

Além disso, o uso da Etnomatemática se destacou ao proporcionar situações nas quais os estudantes utilizaram seu conhecimento de mundo e sua cultura para interpretar e resolver desafios matemáticos. Desse modo, essa prática se mostrou fundamental para fortalecer a conexão dos estudantes com os conteúdos, ao envolver cenários que refletem suas próprias vivências, como o orçamento familiar, os reajustes de preços e o planejamento financeiro.

Portanto, levar para as aulas do Ensino Médio uma proposta voltada para a Etnomatemática não só contextualizou o aprendizado, como também permitiu que os alunos compreendessem a matemática como uma linguagem para decifrar e criticar o mundo ao seu redor.

Vale destacar, também, que a integração do teatro nas atividades ampliou ainda mais a experiência ao incentivar a criatividade, a cooperação e o raciocínio matemático simultaneamente.

Por fim, a resposta positiva dos estudantes, especialmente após o rompimento da resistência inicial, evidenciou o valor dessas oficinas como experiências que promovem uma aprendizagem significativa. Isto posto, as dramatizações e o uso criativo da matemática fortaleceram a interação entre os

participantes, demonstrando que a matemática, quando apresentada de forma prática e conectada ao contexto dos alunos, pode ser compreendida e aplicada com entusiasmo.

Nesse sentido, como afirma D’Ambrósio (1997, p. 70), “educação é a estratégia definida pelas sociedades para levar cada indivíduo a desenvolver seu potencial criativo, e para desenvolver a capacidade dos indivíduos de se engajarem em ações comuns.” Logo, assim também deve ser na formação dos estudantes do Ensino Médio, considerando-se a importância de metodologias inovadoras para o engajamento dos alunos e a construção de uma educação matemática contextualizada, criativa e culturalmente relevante.

Esta proposta pedagógica revelou não apenas a viabilidade, mas a necessidade de incorporar abordagens que permitam aos estudantes explorar e transformar o conhecimento em uma prática ativa e significativa, estimulando o desenvolvimento de sua criticidade e criatividade.

Além do exposto, vale observar também que os estudantes aprovam a utilização de jogos teatrais na aula de matemática. Finalmente, destaca-se que um jogo quando bem orientado, realmente auxilia no desenvolvimento de habilidades, ajuda na autonomia e os alunos gostam e aprendem a matemática de maneira natural.

Referências

- Boal, A. (2013). **Jogos para Atores e Não Atores**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira.
- Brasil. (2017). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC-SEC.
- D’Ambrosio, U.(1996).**Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus.
- D’Ambrosio, U. (2001). **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Autêntica.
- D’Ambrosio, U. (2016). **Etnomatemáticas pelo brasil: aspectos teóricos, práticas** ticas de matema e práticas escolares. Curitiba: CRV.
- Distrito Federal. (2019).Secretaria de Estado de Educação do DF. **Currículo em movimento do Distrito Federal** - ensino fundamental: anos iniciais – anos finais.
- Freire, P. (1996). **Pedagogia da Autonomia**. São Paulo: Paz e Terra.
- Lecoq, J. (2010). **O corpo poético: uma pedagogia da criação teatral**. SESC.
- Motta, M. **Brincar: uma aprendizagem da vida**. Petrópolis: Vozes, 2002.

- Skovsmose, O. (2014). **Educação matemática Crítica: a questão da democracia.** Campinas, SP: Papirus. (Coleção Perspectiva em Educação Matemática).
- Skovsmose, O. (2014). **Um convite à Educação Matemática Crítica.** Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas, SP: Papirus.
- Spolin, V. (2008). **Jogos Teatrais: o fichário de Viola Spolin.** São Paulo: Editora Perspectiva. UNESCO. (1993). Declaração de Nova Delhi sobre Educação para todos. Nova Delhi.

26- Jogos digitais no ensino da função quadrática: desenvolvimento, aplicação e percepções docentes sobre o “Capture a Curva”

*Thiago Ramos de Oliveira*⁵⁵
*Nilton Moura Barroso Neto*⁵⁶
*Mauro Luiz Rabelo*⁵⁷

Introdução

Este capítulo apresenta o recorte de uma pesquisa de especialização, sendo uma investigação qualitativa que descreve o desenvolvimento, a aplicação piloto e a validação docente do jogo digital educacional “Capture a Curva”, concebido como recurso didático para o ensino de função quadrática no Ensino Médio. Fundamentado em pressupostos das metodologias ativas e em contribuições da Educação Matemática (com destaque para a centralidade da visualização e da mobilização de diferentes registros de representação), o estudo utilizou o *software* GeoGebra como plataforma de construção de um ambiente lúdico estruturado em quatro níveis progressivos.

A etapa de avaliação envolveu *16 professores* de Matemática da educação básica da rede pública do Distrito Federal, que interagiram com o recurso e responderam a um questionário misto. Os resultados indicaram aceitação unânime quanto à adequação pedagógica e à intenção de uso em sala, com ênfase na possibilidade de tornar o conteúdo mais significativo por meio de exploração guiada, *feedback* imediato e colaboração entre pares. Discute-se, ao final, condições de implementação, limites do estudo e recomendações práticas para integrar o jogo a sequências didáticas orientadas por objetivos de aprendizagem.

⁵⁵Especialista em Metodologia de Ensino em Matemática. Universidade de Brasília. thiago.ramos2399@gmail.com

⁵⁶Doutor em Matemática pela Universidade de Brasília. Professor do Departamento de Matemática na Universidade de Brasília. niltonmoura@unb.br.

⁵⁷Doutor em Matemática pela Universidade de Brasília. Professor do Departamento de Matemática na Universidade de Brasília. rabelo@unb.br

O ensino de Matemática no século XXI convive com um paradoxo: ao mesmo tempo em que a disciplina permanece estruturante para o desenvolvimento científico e tecnológico, persistem dificuldades de aprendizagem, desinteresse e, em certos contextos, evasão escolar, sobretudo em conteúdos que exigem maior grau de abstração e formalização (D'Ambrosio, 2001). Nesse quadro, o estudo de funções - e, em particular, da função quadrática aparece como ponto sensível na trajetória escolar, porque exige coordenar linguagem algébrica, interpretação gráfica e leitura de situações-problema em diferentes registros.

A função quadrática, usualmente apresentada na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), requer que o estudante compreenda como os coeficientes influenciam concavidade, abertura, posição do vértice e interseções. Quando o ensino se restringe a procedimentos e à repetição de exercícios, o gráfico tende a se tornar uma imagem estática, dissociada de significado. Em contrapartida, a aprendizagem se fortalece quando o aluno compara representações, formula hipóteses e testa regularidades, convertendo informações entre registros algébrico, gráfico, tabelar e verbal.

Em muitos contextos escolares, a dificuldade não está apenas em "resolver" uma equação do segundo grau, mas em interpretar o que a solução significa no gráfico e no problema. Observa-se, por exemplo, que estudantes identificam o vértice por fórmulas sem compreender sua leitura geométrica; confundem concavidade com posição vertical; e tratam o discriminante como regra mecânica, desconectada das interseções com o eixo x. Esses indícios reforçam a necessidade de propostas que favoreçam experimentação e validação de conjecturas, permitindo que o aluno veja o que muda quando altera parâmetros e, posteriormente, formalize o observado em linguagem simbólica.

A Base Nacional Comum Curricular incentiva práticas que envolvem investigação, argumentação e uso de tecnologias digitais como apoio à resolução de problemas e à ampliação de repertórios de representação (Brasil, 2018). Isso amplia a responsabilidade do professor em desenhar situações didáticas que combinem intencionalidade pedagógica, participação ativa e mediação qualificada, evitando tanto o tecnicismo quanto o uso instrumental da tecnologia sem objetivos claros.

Além disso, a cultura digital e a presença cotidiana de jogos e ambientes interativos entre adolescentes colocam um desafio adicional: a escola precisa competir com repertórios de atenção e de linguagem próprios desse universo, sem abrir mão de rigor e de propósito formativo. Nesse sentido, recursos digitais bem planejados podem funcionar como ponte entre repertórios culturais

e objetivos curriculares, desde que sejam incorporados como parte do trabalho docente e não como substitutos da explicação e da sistematização.

Nesse contexto, jogos digitais podem operar como mediadores didáticos ao organizarem desafios progressivos, incentivar a persistência e oferecer feedback imediato, elementos compatíveis com abordagens de aprendizagem ativa. O objetivo deste capítulo é apresentar o jogo “Capture a Curva”, desenvolvido no GeoGebra, e discutir resultados de uma validação com professores da educação básica, focalizando decisões de *design* didático do recurso, percepções docentes sobre adequação e aplicabilidade e recomendações para integração em sequências didáticas.

Referencial teórico

O ensino da função quadrática: desafios conceituais e representacionais

A função quadrática ocupa papel central na escolarização por sua capacidade de modelar fenômenos e por ser ponto de encontro entre álgebra, geometria e funções. Contudo, é comum observar dificuldades persistentes: confusão entre concavidade e posição do gráfico; interpretação mecânica do discriminante; leitura pouco criteriosa de interseções; e dificuldade em relacionar variações nos coeficientes com transformações no plano cartesiano.

Parte dessas dificuldades decorre do modo como o conteúdo é frequentemente abordado: priorizam-se fórmulas e procedimentos, mas se oferece pouca oportunidade para que o estudante formule hipóteses e teste regularidades. Uma compreensão robusta depende de atividades em que o aluno compare gráficos, manipule parâmetros e justifique o que observa, deslocando-se de um saber apenas operacional para um saber conceitual.

A perspectiva dos registros de representação semiótica sugere que aprender Matemática envolve produzir e coordenar representações (algébricas, gráficas, tabelares, verbais) e realizar conversões entre elas. Em funções, a conversão entre a expressão algébrica e o gráfico é especialmente crítica: reconhecer que a alteração de um coeficiente *corresponde* a uma transformação gráfica, e vice-versa, é condição para interpretar problemas e tomar decisões matemáticas (Duval, 2003).

Do ponto de vista escolar, a função quadrática pode ser abordada por diferentes formas algébricas (forma geral, forma fatorada, forma canônica), cada qual evidenciando propriedades distintas. A passagem entre essas formas, quando articulada ao gráfico, ajuda o estudante a compreender, por exemplo, como o termo c se relaciona *ao ponto* de interseção no eixo y ; como a fatoração se conecta às raízes; e como a forma canônica evidencia coordenadas do vértice.

O problema é que, em práticas tradicionais, essas conexões frequentemente não são exploradas de modo sistemático.

Por isso, propostas que priorizam comparação de gráficos, análise de variação e interpretação de pontos notáveis tendem a reduzir a fragmentação do conteúdo. A utilização de tecnologia pode favorecer esse movimento ao permitir manipulação rápida de parâmetros, construção de famílias de gráficos e observação de invariantes. Contudo, é a tarefa didática – e não o *software* em si – que define se o aluno produzirá significados ou apenas acompanhará animações.

Metodologias ativas na Educação Matemática

As metodologias ativas, no campo da Educação Matemática, podem ser compreendidas como um conjunto de estratégias que desloca o estudante para um papel de maior protagonismo na construção de significados, sem prescindir da mediação docente. Elas se materializam em práticas como resolução de problemas, investigação, rotação por estações, aprendizagem por projetos e situações de modelagem, nas quais o aluno precisa tomar decisões, argumentar, testar e revisar hipóteses.

Do ponto de vista didático, o valor dessas abordagens está em criar condições para que o estudante se engaje cognitivamente: em vez de apenas aplicar uma regra, ele precisa compreender critérios, interpretar resultados e justificar escolhas. Em Matemática, esse engajamento é particularmente relevante porque o conteúdo envolve objetos abstratos e sistemas simbólicos que exigem tempo de apropriação e múltiplas oportunidades de representação (Carvalho, 2020; Pereira, 2021).

É importante ressaltar que metodologias ativas **não se confundem** com ausência de ensino: a centralidade da aula passa a ser o desenho de tarefas, a organização de interações e a condução de sínteses. Isso inclui diagnósticos formativos, intervenções oportunas e explicitação de regularidades observadas pelos estudantes.

Um aspecto central, nesse debate, é a avaliação formativa. Em ambientes de metodologias ativas, o professor precisa coletar evidências durante a atividade (falas, registros, erros recorrentes, justificativas) para intervir com perguntas, exemplos e sínteses. Assim, a aula torna-se espaço de diagnóstico e de reconstrução, e não apenas de verificação final. Essa perspectiva é particularmente útil em funções, porque pequenos equívocos de interpretação podem se perpetuar se não forem explicitados no momento em que aparecem.

Jogos digitais na Educação Matemática: potencialidades e desafios

O uso de jogos como recurso educacional possui tradição consolidada, mas ganha novas possibilidades com as tecnologias digitais. Jogos digitais educacionais, muitas vezes descritos como "jogos sérios", distinguem-se por objetivos pedagógicos explícitos e por serem planejados para mobilizar conhecimentos específicos (Grando, 2000). A dimensão lúdica pode favorecer persistência, reduzir ansiedade frente ao erro e ampliar tempo de engajamento na tarefa, desde que haja coerência entre a mecânica do jogo e o conceito matemático mobilizado.

No ensino de funções, os jogos digitais oferecem vantagens relevantes: visualização dinâmica, com manipulação de parâmetros e observação imediata dos efeitos; *feedback* imediato, que orienta correções em tempo real; progressão por níveis, que facilita diferenciação pedagógica; e oportunidades de colaboração e argumentação em duplas ou equipes (Macedo, 1994; Grando, 2000). Quando essas condições se realizam, o jogo deixa de ser mero adereço motivacional e passa a estruturar situações didáticas de investigação.

Entretanto, a integração de jogos também traz desafios: infraestrutura e acesso a dispositivos; gestão do tempo didático; alinhamento com objetivos curriculares; e risco de a atividade se reduzir a entretenimento sem consolidação conceitual. Por isso, a mediação do professor e a integração do jogo a uma sequência didática são fatores decisivos para transformar a experiência lúdica em aprendizagem matemática (Valente, 1993; Silva & Amaral, 2011).

Do ponto de vista de critérios de qualidade, um jogo educacional em Matemática precisa, no mínimo, apresentar: regras transparentes; desafios que exijam raciocínio matemático (e não apenas velocidade); *feedback* compreensível; e possibilidade de explicitar estratégias. Além disso, é desejável que o jogo permita diferentes caminhos de resolução e que o professor consiga reorientar o desafio para o objetivo da aula. Sem esses elementos, corre-se o risco de gamificar o ensino apenas como recompensa, sem impactos consistentes na compreensão conceitual.

Metodologia

Abordagem e desenho da pesquisa

A pesquisa adotou abordagem qualitativa, de natureza descritiva e exploratória, articulando elementos de pesquisa aplicada e pesquisa participante. A opção por esse desenho decorre do foco em compreender percepções e significados atribuídos pelos docentes ao recurso, bem como em

descrever decisões de desenvolvimento e condições de implementação (Marconi & Lakatos, 2010).

O estudo foi desenvolvido em três etapas: (a) *concepção e construção do jogo no GeoGebra*; (b) *testes internos e ajustes do protótipo*; e (c) *validação com professores*, mediante interação com o recurso e preenchimento de questionário misto. A triangulação entre descrição do produto, respostas objetivas e comentários abertos permitiu construir uma leitura mais consistente dos resultados.

Embora o estudo não tenha buscado inferência estatística, a combinação de itens objetivos e questões abertas aproxima-se de um desenho de métodos mistos em escala reduzida, útil para captar tanto tendências de avaliação quanto justificativas e sugestões (Creswell & Plano Clark, 2011). Todos os participantes foram informados sobre objetivos do estudo e sobre o caráter voluntário da participação, e as respostas foram tratadas com *anonimato* por meio de identificação numérica dos docentes.

Desenvolvimento do jogo “Capture a Curva”

O “Capture a Curva” foi desenvolvido no GeoGebra por ser um *software* gratuito, amplamente utilizado em contextos educacionais brasileiros, que integra recursos de geometria dinâmica e álgebra e permite compartilhar atividades em diferentes formatos. O desenvolvimento seguiu abordagem iterativa: a cada versão do protótipo, foram realizados testes para verificar usabilidade, clareza de instruções e coerência entre desafio e conceito mobilizado.

A concepção pedagógica do jogo foi inspirada na lógica de jogos de captura/coleta, em que elementos são capturados quando o jogador cumpre um critério. No contexto da função quadrática, a captura ocorre quando a equipe identifica corretamente uma característica do gráfico ou ajusta parâmetros para atender a uma condição proposta. O objetivo é deslocar o estudante de uma resposta por memorização para uma resposta baseada em observação e justificativa.

Para organizar a progressão, o jogo foi estruturado em quatro níveis, com aumento gradual de complexidade e de demanda conceitual. A Tabela 1 sintetiza objetivos e habilidades mobilizadas.

Tabela 1: Estrutura didática do jogo “Capture a Curva”

Nível	Foco conceitual	Tarefa central	Habilidade mobilizada
1	Concavidade e extremos	Classificar parábolas por máximo/mínimo	Relacionar sinal de a ao comportamento do gráfico
2	Abertura e comparação	Identificar maior/menor abertura e deslocamentos	Comparar gráficos e inferir efeitos do módulo de a
3	Vértice e interseções	Localizar vértice e pontos notáveis	Ler coordenadas e articular registros gráfico e algébrico
4	Integração de parâmetros	Resolver desafios com restrições múltiplas	Ajustar parâmetros e justificar escolhas

Fonte: Elaboração própria, com base no protótipo no GeoGebra (2024).

No *nível 1*, as equipes analisam diferentes parábolas apresentadas no plano cartesiano e devem indicar, para cada uma, se possui ponto de máximo ou de mínimo. A captura do item ocorre quando a justificativa está correta, reforçando a relação entre concavidade e o sinal do coeficiente a .

No *nível 2*, acrescenta-se o desafio de comparar aberturas e deslocamentos, explorando como variações no módulo de a alteram a "largura" da parábola e como mudanças em b e c se refletem na posição do gráfico e em suas interseções. A atividade é desenhada para provocar argumentação: não basta classificar como "mais aberta" ou "mais fechada"; é preciso explicitar o que se observa no plano e que ajuste levaria ao efeito pretendido.

No *nível 3*, entram em cena vértice e pontos notáveis, favorecendo leituras coordenadas do gráfico e aproximações com procedimentos algébricos já trabalhados em sala. A intenção é que o estudante reconheça o vértice como síntese de comportamento da função (valor máximo ou mínimo e posição no eixo x) e utilize o gráfico como fonte de informação, e não apenas como ilustração.

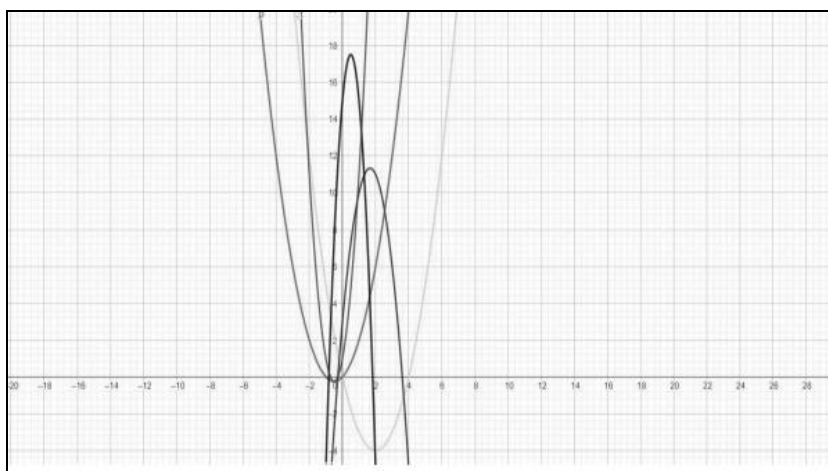
No *nível 4*, os desafios integram aprendizagens anteriores e exigem decisões combinadas, aproximando a atividade de uma situação de resolução de problemas. A captura depende de satisfazer condições simultâneas, o que tende a reduzir tentativa aleatória e induzir estratégias, com discussão entre colegas sobre quais parâmetros ajustar e por quê.

Como apoio visual, a Figura 1 apresenta um exemplo de representação utilizada em etapas iniciais do jogo.

Em termos de dinâmica, o jogo foi pensado para ser aplicado com a turma organizada em equipes. Em cada rodada, a equipe discute a tarefa proposta, registra a justificativa e realiza a ação de captura. A pontuação, quando utilizada, funciona como elemento motivacional, mas o foco pedagógico permanece na explicitação do raciocínio: o professor pode solicitar que cada captura seja acompanhada de uma breve explicação (oral ou escrita), de modo que o acerto seja justificado em linguagem matemática.

Para ampliar a intencionalidade, recomenda-se que o professor associe o jogo a registros de aprendizagem. Um formato simples consiste em pedir que os estudantes anotem, a cada nível, duas observações do tipo "quando alteramos a , acontece assim:" e "quando alteramos b ou c , observamos:". Esses registros servem de base para uma síntese final e para exercícios de transferência, evitando que a atividade termine no "acertar o nível".

Figura 1: Exemplo de representação gráfica utilizada em etapas iniciais do jogo



Fonte: Arquivo da pesquisa (2024).

Participantes e procedimentos de coleta de dados

A etapa de validação envolveu **16 professores** de Matemática da educação básica, todos atuantes em instituições públicas do Distrito Federal. A seleção foi intencional, por acessibilidade, contemplando docentes com diferentes tempos de experiência e níveis de atuação (ensino fundamental II e Ensino Médio).

O instrumento de coleta foi um questionário misto composto por itens objetivos (respostas dicotômicas e de avaliação de aspectos do recurso) e

questões abertas. O questionário foi organizado em quatro blocos: (i) caracterização do participante; (ii) avaliação da adequação pedagógica; (iii) percepções sobre aplicação em sala (tempo, organização, infraestrutura, mediação); e (iv) sugestões de aprimoramento e expansão. A Tabela 2 a seguir apresenta a caracterização dos participantes.

Tabela 2: Caracterização dos professores participantes (n=16)

Característica	Categoria	Frequência	Percentual
Nível de atuação	Ensino Fundamental II	11	68,75%
Nível de atuação	Ensino Médio	5	31,25%
Tempo de experiência	Menos de 5 anos	4	25,00%
Tempo de experiência	5 a 10 anos	6	37,50%
Tempo de experiência	Mais de 10 anos	6	37,50%
Formação	Licenciatura em Matemática	16	100%
Rede de atuação	Pública	16	100%

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Procedimentos de análise

Os itens objetivos foram analisados por estatística descritiva simples (frequência e percentual), adequada ao tamanho do grupo e ao propósito de síntese. As respostas abertas foram examinadas por análise de conteúdo, com leitura flutuante, categorização e interpretação temática, em diálogo com o referencial teórico (Bardin, 2011).

A combinação entre dimensões quantitativas e qualitativas favoreceu identificar, de um lado, o grau de aceitação do recurso e, de outro, razões, cuidados e sugestões que orientam sua aplicação em contextos reais.

Resultados e discussão

Aceitação e avaliação geral do recurso

Os resultados relativos à aceitação geral do “Capture a Curva” revelaram consenso notável entre os professores participantes. Todos avaliaram positivamente a adequação pedagógica do recurso e declararam que o aplicariam em sala de aula (Tabela 3).

Esse resultado é relevante por envolver docentes com experiências diversas e por indicar que o jogo atende a necessidades percebidas como comuns no ensino da função quadrática: tornar visíveis relações entre

parâmetros e gráfico, promover participação ativa e criar espaço para discussão matemática.

Nas justificativas abertas, emergiram três eixos de valorização: integração entre ludicidade e rigor conceitual; progressão por níveis e possibilidade de diferenciação; e potencial de engajamento e colaboração. Um docente sintetizou esse equilíbrio ao afirmar que o jogo “prende a atenção e torna a matemática mais dinâmica”, sem perder o foco nos conceitos” (Professor 5, dados da pesquisa, 2024).

Nos comentários, também apareceu a ideia de que o jogo pode apoiar estudantes com dificuldades acumuladas, por permitir retomada do conteúdo de forma menos ameaçadora. Um docente observou que o recurso favorece “aprender errando”, pois o feedback rápido permite ajustar a hipótese sem exposição pública do erro (Professor 2, dados da pesquisa, 2024). Esse aspecto dialoga com a literatura sobre jogos como ambientes que naturalizam a tentativa e o recomeço, reduzindo a aversão ao erro que frequentemente bloqueia a aprendizagem matemática.

Tabela 3: Avaliação geral do jogo pelos professores participantes (n=16)

Dimensão avaliada	Resposta	Frequência	Percentual
Adequação pedagógica (atende a proposta de reforçar conceitos?)	Sim	16	100%
Adequação pedagógica (atende a proposta de reforçar conceitos?)	Não	0	0%
Intenção de uso (aplicaria em sala?)	Sim	16	100%

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Tabela 4: Preferências docentes pelos níveis do jogo (n=16)

Nível	Frequência	Percentual
1	4	25,00%
2	2	12,50%
3	5	31,25%
4	5	31,25%

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Implementação em sala e condições de uso

No que se refere à implementação prática, os docentes destacaram a necessidade de planejamento do tempo didático e de organização da turma. A maioria sugeriu aplicação em duplas ou pequenos grupos, com alternância de papéis (quem manipula e quem registra), o que tende a favorecer argumentação e reduzir a dispersão.

Outro ponto recorrente foi a mediação do professor. A percepção geral é que o jogo funciona melhor quando articulado a uma sequência didática, com momentos de preparação (retomada de conceitos e explicitação de objetivos), desenvolvimento (exploração orientada) e sistematização (sínteses e exercícios de transferência). Como observou um professor, "o jogo, por si só, não garante aprendizagem; ele precisa ser conduzido e discutido" (Professor 11, dados da pesquisa, 2024).

Em termos de infraestrutura, apontaram-se limitações comuns a muitas escolas: disponibilidade de laboratório, acesso a dispositivos e conectividade. Ainda assim, alguns docentes sugeriram estratégias alternativas, como projeção em tela com participação coletiva, rodízio por estações ou uso em momentos de reforço, desde que se mantenha o foco na discussão matemática.

Quanto ao tempo didático, as respostas sugerem que a aplicação pode variar conforme objetivo: em aula de introdução, o jogo pode funcionar como disparador de hipóteses (antes da formalização); em revisão, como prática guiada; e em reforço, como retomada focalizada de dificuldades. Em qualquer caso, os docentes recomendaram que o professor deixe claro o que será observado e registrado, evitando que a atividade se reduza a disputa por pontos.

Além disso, alguns participantes mencionaram a importância de acessibilidade e de adaptação. Em turmas com estudantes com baixa familiaridade digital, pode ser necessário iniciar com uma demonstração coletiva e, depois, migrar para trabalho em duplas. Em situações de pouca infraestrutura, a projeção em tela e o rodízio de equipes podem preservar a lógica do jogo, desde que o professor mantenha o debate matemático e distribua perguntas que envolvam toda a turma.

Sugestões de aprimoramento e expansão

As sugestões de aprimoramento concentraram-se em três frentes: usabilidade (instruções mais curtas e telas mais autoexplicativas), ampliação de feedback (indicar, por exemplo, qual parâmetro precisa ser ajustado quando a resposta estiver incorreta) e expansão do jogo para incluir tarefas de modelagem contextualizada.

Também apareceu a recomendação de oferecer versões do jogo para diferentes níveis de escolaridade, ajustando linguagem e grau de formalização. Essa sugestão se relaciona à diferenciação pedagógica: o mesmo recurso pode apoiar tanto introdução do tema quanto consolidação, desde que o professor selecione níveis e conduza intervenções apropriadas.

Desafios e limitações identificadas

Entre desafios e limitações, destacam-se: o tamanho reduzido do grupo participante, que impede generalizações; a ausência, nesta etapa, de aplicação direta com estudantes para medir impacto em aprendizagem; e a dependência de condições materiais que variam entre escolas.

Ainda assim, a validação docente oferece indícios relevantes de pertinência pedagógica. Quando um recurso digital é reconhecido pelos professores como aplicável e coerente com objetivos curriculares, aumenta-se a chance de ele ser incorporado de forma sustentável e com intencionalidade.

Síntese interpretativa e articulação teórica

Em síntese, os resultados corroboram a literatura que aponta o potencial de jogos digitais para estimular engajamento e favorecer visualização e exploração, desde que articulados a objetivos de aprendizagem e acompanhados por mediação docente (Grando, 2000; Silva & Amaral, 2011). No caso específico da função quadrática, o “Capture a Curva” mostra-se promissor por colocar em primeiro plano a relação entre parâmetros e comportamento gráfico, aspecto crucial para a conversão entre registros (Duval, 2003).

Um ganho adicional da proposta é criar um contexto para que o professor observe estratégias dos estudantes. Em atividades tradicionais, muitas respostas aparecem apenas como produto final; no jogo, o professor pode acompanhar a argumentação, as tentativas e os ajustes, identificando se o aluno está raciocinando a partir de propriedades (por exemplo, concavidade e vértice) ou apenas tentando ao acaso. Essa leitura, quando devolvida à turma em forma de síntese, fortalece a aprendizagem e aproxima o uso da tecnologia de uma avaliação formativa.

Considerações finais

Este capítulo descreveu o desenvolvimento do jogo digital “Capture a Curva” e apresentou resultados de uma validação com **16 professores** de Matemática da rede pública do Distrito Federal. A aceitação unânime quanto à adequação pedagógica e à intenção de uso indica que o recurso é percebido como pertinente para apoiar o ensino de função quadrática, sobretudo por favorecer visualização, feedback imediato e colaboração.

Como contribuição, destaca-se a sistematização de uma proposta lúdica construída em plataforma acessível (GeoGebra) e organizada por níveis, o que pode facilitar integração a diferentes momentos do ensino (introdução, reforço, revisão). Do ponto de vista didático, a recomendação central é que o jogo seja inserido em sequência com preparação e sistematização, de modo que a

experiência no ambiente digital se converta em aprendizagem conceitual e em linguagem matemática formal.

As limitações do estudo incluem o caráter piloto da validação e a ausência de mensuração direta de aprendizagem discente. Como agenda de pesquisa, recomenda-se: estudos com estudantes, com delineamentos de pré e pós-teste; análises de interação (registros de tela, protocolos verbais e observação em sala) para compreender estratégias e dificuldades; e aprimoramentos de usabilidade e feedback, conforme sugestões docentes. Esses desdobramentos podem fortalecer evidências sobre efetividade e ampliar condições de adoção em diferentes redes e contextos escolares.

Por fim, vale ressaltar que a adoção de recursos como o “Capture a Curva” não deve ser tratada como solução isolada. Seu valor depende de inserção coerente no planejamento, de clareza dos objetivos e de acompanhamento docente. Quando essas condições são atendidas, o jogo pode contribuir para uma aprendizagem mais significativa da função quadrática, **em consonância** com diretrizes curriculares e com o desafio contemporâneo de tornar a Matemática, simultaneamente, exigente e acessível.

Referências

- Bardin, L. (2011). **Análise de conteúdo** (L. A. Reto & A. Pinheiro, Trans.). Edições 70.
- Brasil. Ministério da Educação. (2018). **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base**. MEC.
- Carvalho, L. F. (2020). Metodologias ativas no ensino de matemática: superando práticas tradicionais. **Revista de Educação Matemática**, 18(2), 84-102.
- Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2011). **Designing and conducting mixed methods research** (2nd ed.). SAGE Publications.
- D'Ambrosio, U. (2001). **Educação para uma sociedade em transição** (2a ed.). Papirus.
- Duval, R. (2003). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: S. D. A. Machado (Org.), **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica** (pp. 11-33). Papirus.
- Grando, R. C. (1995). **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática** (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual de Campinas.
- Grando, R. C. (2000). **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula** (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Campinas.

- Iezzi, G., & Murakami, C. (2013). **Fundamentos de matemática elementar: conjuntos e funções** (9a ed.). Atual.
- Macedo, L. (1994). **Jogos e educação: fundamentos para uma prática pedagógica**. Casa do Psicólogo.
- Marconi, M. A., & Lakatos, E. M. (2010). **Fundamentos de metodologia científica** (8ª ed.). Atlas.
- Pereira, A. S. (2021). Metodologias ativas no ensino de matemática: perspectivas e desafios. **Revista Educação e Matemática**, 15(2), 55-70.
- Santos, L. (2015). **O ensino de funções do segundo grau com o uso de tecnologias educacionais** (Dissertação de mestrado). Universidade Federal do Paraná.
- Silva, T. C., & Amaral, C. L. C. (2011). Jogos e avaliação no processo ensino-aprendizagem: uma relação possível. **REnCiMa**, 2(1), 1-8.
- Valente, J. A. (1993). Diferentes usos do computador na educação. In J. A. Valente (Org.), **Computadores e conhecimento: repensando a educação** (pp. 1-27). UNICAMP.

27- Percepções discentes acerca do uso do jogo batalha naval como metodologia de ensino de matrizes no Ensino Médio

*Tiago Rodrigues de Souza*⁵⁸
*Cleia Alves Nogueira*⁵⁹

Introdução

A busca por novas abordagens pedagógicas que promovam o engajamento e o interesse dos estudantes no aprendizado de matemática é um desafio constante para educadores. O ensino de matrizes, em particular, apresenta complexidades que muitas vezes desmotivam os alunos, dificultando a compreensão dos conceitos. Diante desse cenário, o uso de jogos no ambiente escolar tem se mostrado uma estratégia inovadora e eficaz, capaz de transformar a dinâmica do ensino. Ao proporcionar uma experiência de aprendizagem mais interativa e colaborativa, os jogos estimulam a participação ativa dos alunos, tornando o estudo de matrizes mais acessível, atrativo e significativo para os estudantes do Ensino Médio.

Segundo Silva *et al.* (2001), os objetivos dos professores incluem ampliar o senso crítico dos estudantes, tornar os conteúdos e as atividades escolares mais atrativos e promover a autonomia dos alunos. Esses objetivos, segundo os autores, são alcançados por meio de metodologias que incentivem uma maior participação ativa dos aprendizes. Por sua vez, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2018 traz como norteadores as normativas dos currículos, que contemplam desde a contextualização de conteúdos dos componentes curriculares, decisões sobre formas de organização interdisciplinar, a seleção e aplicação de metodologias e estratégias, a

⁵⁸Graduado em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo Campus Caraguatatuba, Pós-graduado em especialização em Metodologias do Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília. tiagorois@proton.me

⁵⁹Doutora e Mestre em Educação pela Universidade de Brasília (UnB). Especialista em Tecnologias na Educação (PUC-Rio) e em Arte, Educação e Tecnologias Contemporâneas (UnB). Licenciada em Matemática pela Universidade Católica de Brasília (UCB-DF). cleianog@gmail.com

concepção e aplicação de situações e procedimentos que possam motivar e engajar os estudantes, entre outros, que em nossa análise são fundamentais ao processo de aprendizagem.

Ao propor este estudo com estudantes do 3º ano do Ensino Médio, buscou-se atender à necessidade de tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e envolventes, favorecendo a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem. Nesse contexto, emergiu a seguinte questão norteadora da pesquisa: de que forma o uso do jogo Batalha Naval pode contribuir para o aprendizado de matrizes entre os estudantes do 3º ano do Ensino Médio?

A escolha do jogo Batalha Naval fundamenta-se em seu potencial como recurso pedagógico capaz de potencializar os processos de ensino e aprendizagem, uma vez que promove a interação entre os participantes, estimula a tomada de decisões, o desenvolvimento de estratégias e o raciocínio lógico. Além disso, o caráter lúdico do jogo possibilita uma abordagem mais dinâmica dos conteúdos matemáticos, favorecendo o protagonismo do estudante na construção do conhecimento.

Ressalta-se que este capítulo constitui um recorte da pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso intitulada “Potencializando o ensino de matrizes: o jogo como recurso pedagógico no Ensino Médio”, desenvolvida no ano de 2024. O estudo teve como objetivo geral analisar de que maneira o uso de jogos em sala de aula pode contribuir para a aprendizagem dos conceitos matemáticos relacionados a matrizes por estudantes do 3º ano do Ensino Médio.

Referencial Teórico

Este capítulo apresenta o referencial teórico que fundamenta a proposta desenvolvida neste trabalho, abordando, de forma introdutória, alguns conceitos essenciais à sua compreensão. Inicialmente, discute-se o uso de jogos no ensino de Matemática, destacando sua relevância pedagógica e seu potencial para favorecer a aprendizagem ativa e significativa. Em seguida, aborda-se a temática de matrizes no currículo de Matemática do Ensino Médio. Na sequência, são consideradas as metodologias ativas no ensino de Matemática, como estratégias que contribuem para o engajamento dos alunos no processo de aprendizagem. Por fim, apresenta-se o Jogo Batalha Naval como uma ferramenta pedagógica, destacando suas potencialidades e possibilidades de aplicação no ensino de matrizes.

O uso de jogos no ensino está fundamentado em teorias construtivistas, que destacam a importância da aprendizagem ativa e significativa. Segundo

Piaget (1976), o conhecimento é construído à medida que o aluno interage com o ambiente e enfrenta desafios que promovem o desenvolvimento de suas capacidades cognitivas. Ao integrar jogos como recurso pedagógico, é possível criar um ambiente em que os alunos sejam estimulados a explorar, testar hipóteses e resolver problemas de forma prática e colaborativa, promovendo um aprendizado mais envolvente e eficaz.

Grando destaca que:

O uso de jogos como recursos para o ensino de matemática difere da simples manipulação de materiais. O jogo possui características próprias que dão a ele um status diferenciado. O jogo tem regras que necessitam ser respeitadas durante toda a partida, é necessário ficar claro quem é o vencedor ou se há um empate, tem um movimento (começo, meio e fim), e isso lhe garante uma ordem, além de ser uma atividade voluntária (Grando, 2015, p. 398).

Os profissionais da educação têm adotado estratégias que favoreçam o aprendizado, atentando-se aos documentos norteadores e à necessidade de resgatar a aprendizagem de disciplinas consideradas malvistas como a matemática, em que as dúvidas, preconceitos, conceitos mal compreendidos, fomentam o afastamento e desapeço pela disciplina.

Assim, essa tentativa de oportunizar o aprendizado, utilizando-se de práticas que fogem do engessamento escolar, da memorização, do afastamento e repúdio do estudante, encontra na utilização de jogos uma oportunidade para romper com essa estrutura arcaica de ensino e que não está adequada aos tempos e necessidades atuais.

A memorização a que nos referimos nesta pesquisa está relacionada com o fazer apenas por repetição. De maneira que se concorda com o pensamento de Valle e Bogéa (2018, p. 5), ao afirmar que “[...] não se trata, pois, de uma rejeição do conhecimento herdado e de sua conservação, mas antes de uma chamada à coerência da prática e ao pensamento autônomo”. E também uma crítica à educação bancária, que de acordo com Freire (1994, p. 33), “[...] conduz os educandos à memorização mecânica do conteúdo narrado”.

A BNCC destaca a importância de se considerar cuidadosamente a forma de utilizar jogos na educação, enfatizando a necessidade de distinguir entre o jogo como uma ferramenta auxiliar de ensino e o jogo como um conteúdo em si. Além disso, diferencia jogos como “inventados com o objetivo de provocar interações sociais específicas entre seus participantes ou para fixar determinados conhecimentos” (Brasil, 2018, p. 216).

Diante disso, ao ensinar um conteúdo de matemática, o docente trabalha com a premissa de que o estudante terá dúvidas não respondidas apenas com aulas expositivas. Assim, uma maneira de aproximar os conteúdos estudados com a realidade do estudante, pode ser objetivada com a aplicação de metodologias diversificadas, dentre elas a aplicação de jogos e, ainda, como fomento à expectativa de alcance do aprendizado.

Em consonância com Sales *et al.*:

compreendemos que o fazer pedagógico pautado apenas na exposição e na caracterização da matemática como um conhecimento pronto em que os alunos nada têm a acrescentar tornou-se insuficiente para abarcar as transformações sociais em que estamos inseridos (Sales *et al.* 2024, p. 8).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), por sua vez, estimulam o aprendizado, pautando-se em metodologias que priorizem a construção de estratégias de verificação e comprovação de hipóteses no desenvolvimento do espírito crítico, na construção de argumentação sólida e, não menos importante, numa dinâmica de ensino que favoreça o descobrimento de potencialidades no trabalho individual e coletivo (Brasil, 1998).

De acordo com Santos Júnior (2015, p. 26) “a utilização do jogo como recurso didático, favorece o desenvolvimento da linguagem, os diferentes processos de raciocínio e a interação entre os alunos” e além de modificar o espaço da sala de aula, “abre espaço, para o movimento, barulho, alegria, descontração”, suscitando elementos relacionados ao raciocínio lógico, dentre eles conhecimento, tomada de decisão, argumentação e organização.

No que se refere aos conteúdos específicos da Matemática abordados neste trabalho, destaca-se o estudo de Matrizes, tema presente no currículo do Ensino Médio e Fundamental para a compreensão de diversos conceitos matemáticos e suas aplicações em outras áreas do conhecimento. De acordo com Filho e Silva (2003, p.106) “o estudo de matrizes está ligado ao campo da matemática e da física e abrange vários aspectos, inclusive o campo da computação”. A definição de matrizes trazida pelos autores, estabelece que matriz é uma tabela de números formada por m linhas e n colunas. Essa matriz tem ordem $m \times n$ (lê-se: m por n), sendo $m \geq 1$ e $n \geq 1$. A representação visual da matriz pode ser elaborada dispondo seus elementos entre parênteses ou entre colchetes. Ainda segundo os autores, atribui-se aos matemáticos ingleses Cayley e Sylvester o conceito de matrizes.

No Ensino Médio, os estudantes são ensinados a construir matrizes, a reconhecer os diferentes tipos, a utilizar da soma e suas propriedades, a

subtração, a multiplicação de um número real por uma matriz, a multiplicação de matrizes e suas propriedades. Entretanto, em avaliações complexas e elaboradas, como o ENEM, ou ainda no cotidiano dos estudantes, o êxito da aprendizagem é colocado a prova, deflagrando uma impossibilidade de criar relação entre o que os estudantes aprendem com a vivência de situações rotineiras.

Como o conteúdo de matrizes é um pouco mais complexo, - necessitando de investida de tempo e aprofundamento, esta pesquisa baseia-se na definição proposta pelos autores do livro “Matemática Aula por Aula”, de Filho e Silva e, considerando ainda que dentre os exercícios propostos, extraídos das versões anteriores do Exame Nacional do Ensino médio (ENEM), observa-se que é avaliado na aplicação do exame a definição de matrizes, além de verificar se o estudante possui compreensão do conteúdo supracitado, avalia-se o uso do algoritmo “soma” de álgebra.

Ao abordar sobre as principais dificuldades enfrentadas pelos estudantes ao resolver questões referentes ao conteúdo de matrizes, Messias, Sá e Vilhena (2006) destacam em sua pesquisa que mais da metade dos estudantes universitários pesquisados considera o tema de matrizes difícil. Poucos destes ainda acreditam ter domínio acerca dos tópicos e também destacam o uso da metodologia adotada - nos modelos considerados tradicionais - que confere ao tópico proposto uma abordagem rigorosa e abstrata.

As dificuldades apontadas pelos estudantes universitários em conteúdos abordados durante a etapa da educação básica do Ensino Médio, refletem-se na vida acadêmica desses estudantes em cursos onde a matemática básica precisa ser explorada e, conforme destacado por Messias, Sá e Vilhena (2006, p. 10), “Essas dificuldades refletem a necessidade de novas metodologias para o ensino da disciplina em todos os níveis de ensino”.

O conteúdo de matrizes é ainda pouco explorado, de maneira que aos estudantes é passada uma visão rigorosa e que exige apenas o uso da memorização. Entretanto, as matrizes podem ser utilizadas em diversas áreas, como por exemplo, de acordo com Silva (2014), no controle do tráfego, na análise do crescimento populacional, na criptografia e também, segundo Kraieski (1999), nos problemas que envolvem estudos de campos elétricos, os movimentos e deformações dos efeitos especiais em cinemas, games; na tomografia computadorizada, na computação gráfica entre outras áreas.

Diante desse cenário, marcado pela contemporaneidade da educação formal, da escola padronizada, do modelo tradicional de se ministrar o conteúdo, dos desafios do corpo docente em promover aprendizado, somados

às reclamações de estudantes em dissociar a disciplina de matemática vista como rigorosa, difícil e até mesmo sem sentido para a vida cotidiana, têm levado a novas maneiras de construir e solidificar o aprendizado, com a necessidade de metodologias mais ativas e aulas em que se busca o rompimento da estrutura educacional mais tradicional, com uma participação passiva dos estudantes.

A miscelânea de informações e de recursos tecnológicos a que os estudantes têm acesso atualmente impele o docente a repensar suas formas de ensinar, estabelecer conexões com seus educandos, refletir sobre se e como o aprendizado está sendo construído e, não menos importante, rever sua prática, permitindo maior protagonismo no processo de aprendizagem. Dessa maneira, ao adotar uma postura de engajamento do estudante, de oportunizar um aprendizado ativo e de rompimento com o ensino tradicional Morán (2015) afirma que:

As metodologias precisam acompanhar os objetivos pretendidos. Se queremos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de materiais relevantes. Se queremos que sejam criativos, eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa (Morán, 2015, p.17).

Nesta perspectiva, encontra-se a necessidade de que o espaço da aula seja modificado, de que a transmissão de conhecimento fuja do lugar-comum (linearidade entre docente e discente), de posicionar frente a regras rigorosas e sem sentido, de criticar o ensino bancário e não formador. Assim, o uso de metodologias ativas permite a ruptura com o modelo tradicional de ensino e possibilita que o educando faça parte do seu processo de aprendizado.

Ao incorporar jogos ao processo de ensino como uma estratégia pedagógica inovadora, amplia-se a possibilidade de desenvolver competências e aperfeiçoar habilidades, tornando a aprendizagem mais significativa e lúdica. Essa abordagem contribui para o aprimoramento da prática docente, fortalece a relação entre educador e educando e favorece a internalização dos conteúdos estudados de forma mais contextualizada. Nesse sentido, para o sucesso da aprendizagem, Morán (2015) destaca:

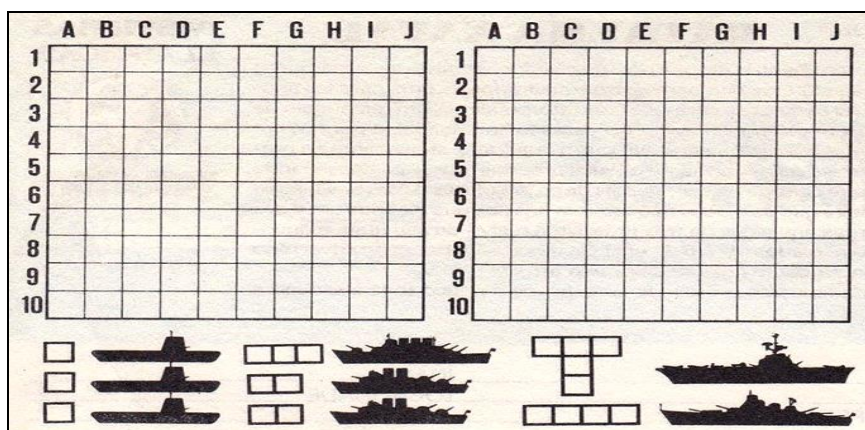
a criação de desafios, atividades, jogos que realmente trazem as competências necessárias para cada etapa, que solicitam informações pertinentes, que oferecem recompensas estimulantes, que combinam percursos pessoais com participação significativa em grupos, que se inserem em plataformas

adaptativas, que reconhecem cada aluno e ao mesmo tempo aprendem com a interação, tudo isso utilizando as tecnologias adequadas (Morán, 2015, p. 18).

Nesse contexto, as metodologias ativas encontram nos jogos didáticos uma possibilidade concreta de aplicação em sala de aula, ao favorecerem a participação ativa dos estudantes e a construção do conhecimento de forma significativa. Entre essas estratégias, destaca-se o jogo Batalha Naval, proposto como metodologia de ensino no desenvolvimento desta pesquisa. Surgido na Primeira Guerra Mundial, o jogo foi inicialmente desenhado em folhas de papel por soldados russos e colocava dois adversários na disputa de um mar imaginário, no qual a localização das embarcações, representadas por coordenadas, garantia a vitória àquele que primeiro identificasse as posições do oponente (Gonçalves *et al.*, 2019).

Para delimitar o espaço dos jogadores, cada oponente possui uma malha quadriculada, desenhada no tabuleiro com caneta e régua, em que a representação das linhas e colunas se dá por letras do alfabeto e algarismos numéricos, respectivamente. Considerando que nesta disputa há dois oponentes frente a frente, sem poder ver o jogo do outro, cada participante tem como armas navais cinco submarinos, quatro hidroaviões, três cruzadores, dois encouraçados e um porta-aviões. Ressalta-se que o tamanho das embarcações ocupa a delimitação do espaço linha por coluna e segue na ordem crescente, partindo da menor embarcação para a maior. Sendo assim, o submarino ocupa um espaço e o porta-aviões, cinco espaços, respectivamente, conforme Figura 1.

Figura 1: Malha quadriculada do Jogo Batalha Naval



Fonte: EDUCAMAIS© 2009-2025 (2020).

Cada jogador distribui em seu tabuleiro as embarcações de maneira que

não se toquem; não sendo permitido revelar ao oponente a posição ocupada pelas armas. No momento da disputa, cada jogador tem a chance de efetuar um disparo por vez, de maneira a tentar acertar a embarcação adversária, utilizando das coordenadas “linha por coluna”, enquanto ao desafiante, compete dizer se sua embarcação foi alvejada ou se o disparo não o atingiu (tiro na água). O desafiante que tem sua embarcação alvejada é obrigado a revelar qual o porte de sua arma naval.

A embarcação é afundada quando todas as casas que formam essa arma naval forem atingidas. Importante que cada jogador registre em seu tabuleiro as coordenadas que foram mencionadas pelo adversário, a fim de identificar as embarcações quando de seu afundamento. A rodada do jogo permite um disparo por oponente e ganha o jogo, quem primeiro efetuar o afundamento de todas as embarcações do oponente. As regras do jogo foram adaptadas do site pessoal de Marcus Amorim, intitulado “zamorim.com” e estão disponíveis de modo aberto em <https://zamorim.com/jogos/papel/batalha-naval-regras.html>.

O jogo Batalha Naval possui uma malha quadriculada, em que as posições são determinadas por letras nomeando as colunas e números enumerando as linhas (ou vice-versa), as embarcações dispostas nesta malha ocupam posições de coordenadas, cada jogador efetua disparo ou jogada valendo-se de linhas e colunas, desta maneira a aplicabilidade do jogo pode ser observada ao se vincular a definição de matrizes, ou seja, utilizando a definição de matrizes é possível relacionar em que posição se encontra determinada embarcação.

Diante dessas possibilidades, o jogo Batalha Naval revela-se uma ferramenta pedagógica potencial para a abordagem do conteúdo de matrizes, ao permitir a exploração de sua definição, bem como das operações de soma, subtração e multiplicação, de forma contextualizada e significativa. A associação entre a posição das embarcações na malha quadriculada e a localização dos elementos em uma matriz favorece a compreensão conceitual, enquanto a construção de novas configurações por meio das operações matriciais estimula o raciocínio lógico e a participação ativa dos estudantes. Assim, considerando essas potencialidades didáticas, a seção seguinte apresenta a metodologia da pesquisa, descrevendo os procedimentos adotados para a aplicação do jogo em sala de aula e a análise de seus resultados.

Percurso Metodológico

Esta pesquisa foi realizada em uma escola pública, com 24 estudantes de uma turma do terceiro ano do Ensino Médio, da disciplina de matemática, em Ubatuba, cidade do litoral do estado de São Paulo, com a autorização prévia

da escola e do professor regente, que permaneceu na sala de aula, garantindo o respeito dos educandos e a organização do espaço da sala de aula concedido.

A instituição pesquisada apresentou taxa de participação no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) 2023 de 92,38% dentre os 105 educandos matriculados na etapa de ensino fundamental anos finais e, 97,10% de participantes do Ensino Médio, dentre os 69 matriculados. O nível de proficiência dos estudantes em matemática para o Ensino Médio foi de 266,54, superando o nível de escolas similares de 259,85, e ainda superando a classificação do SAEB de 2021, que apresentou nível de proficiência de 252,63 (IDEB, 2023).

A pesquisa foi organizada em etapas sequenciais, planejadas de modo a possibilitar a aplicação do jogo Batalha Naval e a análise de suas contribuições para o ensino de matrizes. Para a coleta de dados, utilizaram-se instrumentos aplicados em momentos distintos, antes e após a intervenção pedagógica. A seguir, apresentam-se as etapas que estruturaram o desenvolvimento da pesquisa:

- 1ª Etapa: Entrega do termo de aceite para a instituição e para os pais ou responsáveis pelos estudantes.
- 2ª Etapa: Conversa com o professor regente e com os estudantes para explicar a proposta da pesquisa e agendar os encontros para aplicação.
- 3ª Etapa: Elaboração dos instrumentos de pesquisa: Questionário *a priori*, Questionário *a posteriori*, organização do material para confecção do jogo pelos estudantes e planejamento da atividade a ser realizada durante aplicação com os estudantes.
- 4ª Etapa: Aplicação do Questionário *a priori*. Utilizando de exercícios extraídos das versões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), os estudantes serão introduzidos à temática proposta (uma aula).
- 5ª Etapa: Aplicação do jogo Batalha Naval com os estudantes. Nesta etapa, os estudantes serão divididos em duplas, o material construído previamente será entregue juntamente com as regras supracitadas, o pesquisador participará demonstrando e desafiando os estudantes a participarem do Jogo Batalha Naval (duas aulas).
- 6ª Etapa: Aplicação do Questionário *a posteriori* elaborado a partir de exercícios adaptados, com o auxílio de inteligência artificial, (Chat GPT). A partir desta atividade serão avaliados os conceitos estudados, bem como, os resultados de aplicação da pesquisa (uma aula).
- 7ª Etapa: Organizar e categorizar os dados coletados.

- 8ª Etapa: Análise dos dados coletados.

A pesquisa foi conduzida de acordo com as etapas previamente descritas. Os questionários entregues aos participantes contavam com três questões extraídas de versões anteriores do ENEM (edição de 2012, 2019 e 2021), as quais traziam o conceito de produto de matrizes, o uso do algoritmo “soma” de matrizes e/ou conceito da definição de matrizes.

A atividade diagnóstica (questionário *a priori*) foi entregue aos estudantes juntamente com a folha de aplicação/regras do jogo Batalha Naval e também o questionário *a posteriori*, totalizando três impressões entregues por participante, com o intuito de não tumultuar a aula e reter a atenção dos estudantes. Foi feita a leitura pelo pesquisador, junto aos estudantes, das questões extraídas das edições do ENEM em que foram encontradas a temática de matrizes e que serviram como questionário *a priori*.

Resultados e Análises

Faz-se necessário registrar que a escolha de questões envolvendo o uso de matrizes considerou conhecimentos prévios do pesquisador, desta maneira as perguntas extraídas das versões do ENEM e a adaptação destas à aplicação da atividade vão ao encontro do pensamento de Morán (2015, p. 18) que “desafios e atividades podem ser dosados, planejados e acompanhados” e que estes “[...]exigem pesquisar, avaliar situações, pontos de vista diferentes, fazer escolhas, assumir alguns riscos.” Desta forma, as questões a seguir, foram extraídas e aplicadas na íntegra, do caderno de questões do ENEM de 2012, 2019 e 2021, como parte do questionário *a priori*, quarta etapa descrita nesta pesquisa, e entregue aos estudantes, quando da aplicação:

Questão 1 (ENEM - 2012) - Um aluno registrou as notas bimestrais de algumas de suas disciplinas numa tabela. Ele observou que as entradas numéricas da tabela formavam uma matriz 4x4, e que poderia calcular as médias anuais dessas disciplinas usando produto de matrizes. Todas as provas possuíam o mesmo peso e a Tabela que ele conseguiu é mostrada a seguir:

Tabela 1: Registro de notas bimestrais

	1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
<i>Matemática</i>	5,9	6,2	4,5	5,5
<i>Português</i>	6,6	7,1	6,5	8,4
<i>Geografia</i>	8,6	6,8	7,8	9,0
<i>História</i>	6,2	5,6	5,9	7,7

Fonte: INEP, Brasil (2012).

Para obter essas médias, ele multiplicou a matriz obtida a partir da

tabela por (Figura 2).

Figura 2: Dados fornecidos pela banca examinadora

A	$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$
B	$\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$
C	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	E	

Fonte: INEP, Brasil (2012).

Gabarito: alternativa e.

Para resolução desta questão, o estudante deveria fazer a leitura atenta e depreender pelo enunciado que as provas têm o mesmo peso, assim, as notas finais ou médias finais seriam obtidas com o uso da média aritmética dos valores das notas, expressas na tabela de cada um dos quatro bimestres. Em seguida deveria construir/transcrever a matriz definida pela tabela e multiplicar com a alternativa que contemplasse a definição de produto de matrizes, ou seja, uma matriz em que o número de colunas é igual ao número de linhas.

Neste item, foi avaliado o conceito de produto de matrizes. Esperou-se do estudante um raciocínio mais elaborado, organizando as informações e aplicando o conhecimento para a resolução do item. É um teste do tipo múltipla escolha de interpretação, formulado a partir de uma situação-estímulo que compõe o enunciado. Como observado pelos estudantes, o item não apresentou uma pergunta direta, desta forma, uma segunda leitura pelo pesquisador fez-se necessária e em seguida, a explicação da questão.

Questão 2 (ENEM - 2019) Um professor aplica, durante os cinco dias úteis de uma semana, testes com quatro questões de múltipla escolha a cinco alunos. Os resultados foram representados na matriz da Figura 3:

Figura 3 – Matriz fornecida pela banca de avaliação

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Fonte: INEP, Brasil (2019).

Nessa matriz os elementos das linhas de 1 a 5 representam as quantidades de questões acertadas pelos alunos Ana, Bruno, Carlos, Denis e Érica, respectivamente, enquanto as colunas de 1 a 5 indicam os dias da semana, de segunda-feira a sexta-feira, respectivamente, em que os testes foram aplicados.

O teste que apresentou maior quantidade de acertos foi o aplicado na

- a) segunda-feira. b) terça-feira. c) quarta-feira. d) quinta-feira.
e) sexta-feira.

Gabarito: alternativa a.

Dentre as respostas coletadas, identificou-se que os estudantes demonstram certa dificuldade em interpretar textos em matemática, as questões traziam texto demasiado ou confuso, o que suscitaria uma compreensão equivocada no momento da resolução. Observou-se também que parte dos estudantes optou por não responder às questões, o que impossibilitou inferir sobre seus conhecimentos acerca do tema estudado.

Figura 4: Aplicação de atividade com o jogo Batalha Naval



Fonte: Elaboração própria (2024).

Questão 3 (ENEM -2021) Uma construtora, pretendendo investir na

construção de imóveis em uma metrópole com cinco grandes regiões, fez uma pesquisa sobre a quantidade de famílias que mudaram de uma região para outra, de modo a determinar qual região foi o destino do maior fluxo de famílias, sem levar em consideração o número de famílias que deixaram a região. Os valores da pesquisa estão dispostos em uma matriz $A = [a_{ij}]$, $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, em que o elemento a_{ij} corresponde ao total de famílias (em dezena) que se mudaram da região i para a região j durante um certo período, e o elemento a_{ii} considerado nulo, uma vez que somente são consideradas mudanças entre regiões distintas. A Figura 5 apresenta a matriz com os dados da questão.

Figura 5: Matriz fornecida pelos examinadores

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Fonte: INEP, Brasil (2021).

Qual região foi selecionada para o investimento da construtora?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Gabarito: alternativa e

O estudante após efetuar a leitura, deveria identificar através do algoritmo “soma” a região solicitada para investimento, atentando-se aos valores expressos em cada coluna. Fez-se necessário o entendimento de que a região i representada, ocupa a linha e a região onde a família estava e, a região j representa a coluna, região para onde se mudaram as famílias.

Este item exigiu do estudante uma interpretação do texto, uma leitura atenta e conhecimento sobre os conceitos de matrizes, ao relacionar os dados dispostos em linhas e colunas, aplicando em seguida o algoritmo da soma. É um teste do tipo múltipla escolha, de interpretação, formulado a partir de uma situação-estímulo identificada no enunciado.

A participação dos estudantes em um jogo utilizado como metodologia ativa fornece indícios de que os estudantes estão dispostos e receptivos às práticas diferenciadas. Entretanto, como se observou na pesquisa, tanto a prática do professor quanto a comunicação, para evitar falhas, precisam ser aprimoradas.

Com base nas respostas obtidas às três questões propostas, depreende-se que existe uma falta de interpretação dos estudantes ocasionada pela formulação dos enunciados, que podem ter sido elaboradas com excesso de informações, suscitando interpretações equivocadas. observa-se também que muitos estudantes optaram por não responderem às questões, o que impede que o pesquisador ou mesmo outro avaliador exerça intervenção e, por último, o erro de muitos estudantes pode indicar um conteúdo não aprendido/assimilado.

No site oficial do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), as provas dos ENEM podem ser encontradas desde a primeira edição de 1998 até as mais recentes. Entretanto, não foram identificadas o uso de exercícios envolvendo o conteúdo de matrizes, exceto as questões encontradas nos anos de 2012, 2019, e 2021, as quais esperam do respondente que ele conheça e faça uso das definições.

Com relação à aplicação da atividade com o jogo Batalha Naval faz-se necessário destacar que o pesquisador considerou ter fornecido todas as informações pertinentes à execução das atividades aos estudantes, fato este que pode ser invalidado quando se observou atentamente as impressões entregues aos jogadores. Havia pouca ou nenhuma informação no que tange o nome das embarcações e as regras estavam concisas, ocasionando que alguns jogadores interpretassem erroneamente a confecção de embarcações na malha quadriculada.

A título de ressalva, é crucial explicar que houve falhas na execução do jogo, falhas estas que culminaram com o não entendimento da proposta em uma parcela de jogadores. Falhas na impressão e escolha de texto adequado - por considerar que havia texto em excesso na exposição das regras aos jogadores e falhas de comunicação, que recaem sobre o pesquisador, denotam que o “fazer” é diferente do “elaborar/planejar” e a prática precisa ser melhorada.

A etapa quatro da pesquisa, com questões extraídas de versões anteriores do ENEM, possibilita a análise de que os exercícios abordam: o cálculo de médias anuais por meio do produto de matrizes (questão 1); a interpretação de uma matriz de acertos de estudantes por dia das semanas (questão 2); e a identificação do maior fluxo de famílias entre regiões por meio do algoritmo de soma de colunas (questão 3); também se pode evidenciar as dificuldades de interpretação textual e conceitual por parte dos educandos, reforçando a necessidade de mediação cuidadosa na leitura e interpretação de problemas contextualizados.

Durante a quinta etapa, em duplas, os estudantes demonstraram engajamento e abertura à atividade. Contudo, limitações na comunicação e no

material distribuído dificultaram a vinculação direta entre o jogo e o conteúdo de matrizes. Observou-se que parte dos participantes teve dificuldades em interpretar corretamente a disposição das embarcações na malha e as regras simplificadas, o que resultou em dúvidas quanto ao uso de coordenadas e à representação matricial. A experiência reforçou que a mera oferta do jogo é insuficiente, sendo necessário um acompanhamento detalhado e uma mediação intencional dos conceitos matemáticos envolvidos.

O questionário aplicado após o jogo, sexta etapa desta pesquisa, com exercícios adaptados via IA, revelou que os estudantes avançaram na compreensão de coordenadas e organização tabular, mas ainda encontraram dificuldades ao aplicar operações com matrizes em problemas contextualizados. A transferência do conhecimento lúdico para a resolução formal permaneceu limitada, evidenciando a necessidade de mais ciclos de prática orientada e reflexão para a efetiva consolidação da aprendizagem.

Assim, em consonância com Grando (2015, p. 397) entende-se que a escolha do jogo Batalha Naval, as regras adaptadas e a execução em si, com a intenção de “[...] facilitar a compreensão do aluno é necessário não oferecer um modelo mais complicado do que o próprio conceito, ou ainda, que ofereça um conhecimento errôneo, equivocado”. De maneira que, ao tornar mais concisas as regras do jogo, o pesquisador, inadvertidamente não observou que as regras precisam estar claras, os comandos devem ser passados sem que haja interpretação errônea ou aplicação equivocada.

Considerações finais

O uso de jogos em educação é uma ferramenta para auxiliar o docente na busca por oportunizar e avaliar o aprendizado. É ainda uma maneira de diversificar a sua prática, de desafiá-lo, de promover a ludicidade e estimular a interação entre os estudantes, entre outras. Esta pesquisa foi elaborada partindo da necessidade de responder à questão norteadora e, dentre os objetivos traçados, conclui-se que a aprendizagem dos estudantes pode ser concretizada nas metodologias ativas que potencializam o aprendizado e como ele é construído.

Analisando o que os autores dizem sobre o uso de jogos em salas de aula, observou-se que além de entreter os estudantes e de romper com uma estrutura de ensino engessada, os jogos que forem bem elaborados têm possibilidades além do esperado. A jogabilidade, o conhecimento das regras e a implementação devem estar fortemente atreladas ao processo de descoberta, de desenvolvimento, de pesquisa e coleta de resultados.

As questões extraídas das edições anteriores do ENEM abordam a temática da definição de matrizes e/ou definição do produto de matrizes, exigindo dos respondentes esse conhecimento, bem como a leitura atenta e interpretação. Observou-se também que há excesso de informações, perguntas capciosas que geram “ruído” na comunicação.

A aplicação do jogo Batalha Naval foi eficaz também à prática do pesquisador, pois lhe permitiu (re)avaliar sua prática, de maneira a apreender que a teoria e a prática precisam estar alinhadas, em equilíbrio. Assim, o trabalho em sala de aula deve ser pautado sempre no entendimento que uma complementa a outra.

A análise realizada permitiu constatar que os estudantes chegam à atividade com um repertório prévio, tanto de experiências com jogos e suas regras quanto de noções relacionadas ao conteúdo formal. Além disso, observou-se uma postura aberta e receptiva por parte dos discentes frente à introdução de metodologias de ensino diversificadas, demonstrando disponibilidade para engajar-se em práticas que fogem ao modelo tradicional.

A pesquisa contribui para ratificar que o aprendizado ocorre de maneiras diversas, com o uso de ferramentas além da lousa, giz e voz do professor; serve ainda para promover o entendimento de que os estudantes compreendem melhor algo quando fazem parte do seu cotidiano e, não menos importante revela a necessidade de adequação pelo docente. Entretanto, há ainda desafios que não foram atingidos com apenas uma aplicação da atividade, desafios estes que englobam o aprimoramento e construção de ferramentas eficazes na busca pela qualidade do aprendizado, bem como, melhor formação docente para aplicação do jogo com intencionalidade direcionada para melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem.

É importante destacar que a pesquisa, conduzida em um período limitado, não permitiu uma investigação prolongada ou aprofundada junto aos estudantes. Contudo, mesmo nesse intervalo restrito, foi possível perceber indícios de que o jogo Batalha Naval apresenta potencial para se tornar uma ferramenta capaz de dinamizar e enriquecer o processo de ensino e de aprendizagem. Os momentos observados sugerem que sua utilização planejada e mediada pode, de fato, contribuir para uma aprendizagem mais significativa e engajadora.

Referências

- Brasil. (2018). Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Mec.gov.br. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versao_final_site.pdf
- Brasil. (1998). Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Mec.gov.br. <https://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro081.pdf?getContent>
- Brasil. (2023). Ministério da Educação. **Sistema de Avaliação da Educação Básica**. Inep.gov.br.
- Brasil. (2020). Ministério da Educação. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. Gov.br. <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>
- Filho, B. B.; Silva, C. X. (2003). **Coleção Matemática aula por aula. Ensino Médio, 2ª série**. (1ªed, pp. 103-129). FTD.
- Freire, P. (1994). **Pedagogia do Oprimido**. (17ª ed. p. 33-43). Paz e Terra.
- Gonçalves, A. T.; Almeida, W. R.; Silva, J. F. B. (2019). Batalha Naval Matemática: um relato da aplicação de jogos matemáticos no ensino fundamental. **Tangram**, 2(4), 106-117. <https://doi.org/10.30612/tangram.v2i4.10342>
- Grando, R. C. (2015). Recursos didáticos na educação matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, 5 (02), 393-416. <https://doi.org/10.36524/dect.v5i02.117>
- Kraieski, P. (1999). **Matrizes no Ensino Médio: uma avaliação crítica da abordagem através dos livros didáticos, com sugestões de aplicações**. Universidade Federal de Santa Catarina. https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/94914/Protasio_Kraieski.PDF?sequencia=1
- Messias, M. A. V. F.; Sá, P. F.; Vilhena, R. F. (2006). Um estudo diagnóstico sobre as dificuldades em matrizes. In: **Diálogos entre a Pesquisa e a Prática Educativa**, 9, Belo Horizonte. <https://www.passeidireto.com/arquivo/81486519/estudo-diagnostico-sobre-as-dificuldades-em-matrizes>
- Morán, J. (2015). **Mudando a educação com metodologias ativas**. <http://uepgfocafoto.wordpress.com> Recuperado de https://moran.eca.usp.br/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf
- Piaget, J. (1976). **A Epistemologia Genética**. Zahar.

- Sales, F. O., Silva, M. A. M. P., Brandão, J.C., Azevedo, L. F. A., Zacarias, A. P. S., Rodrigues, A. S., Nascimento, A. B., Carlos, J. M. (2024). O uso de jogos no ensino de matemática: uma perspectiva piagetiana. **Caderno Pedagógico**, 21(6), pp. 01-18. <https://doi.org/10.54033/cadpedv21n6-255>
- Santos Junior, B. D. (2015). **Jogos Matemáticos: metodologia de ensino baseada em jogos - uma experiência em sala de aula**. Universidade Federal do Maranhão. <https://tedebc.ufma.br/jspui/handle/tede/1612>
- Silva, A. J. C., Cruz, S. R. M., Sahb, W. F., Costa, C. M. C. S. (2001) Metodologias ativas: origem, características, potencialidades, limitações e relações possíveis. **ReMATE**, 2(1). https://mativas.com.br/revista/numero2/remate_n02_silva_etal.pdf
- Silva, J. V. S. (2014) **Aplicações de matrizes no Ensino Médio**. Universidade Estadual da Paraíba. <http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/123456789/9493>
- Valle, L.; Bogéa, D. (2018). **Memória e memorização: sobre um anátema na educação**. Scielo, 23, e230017. <https://doi.org/10.1590/S1413-24782018230017>

28- Quando avaliar é educar

Thaynara dos Santos Rodrigues⁶⁰

Introdução

Educar é uma prática essencialmente humana. Antes de se traduzir em métodos, currículos ou processos avaliativos, a educação se realiza no encontro. Encontro que acontece entre sujeitos, histórias, territórios e saberes que se cruzam cotidianamente no espaço escolar.

Essa escrita nasce desse lugar de encontro. Surge da escuta atenta de educadores que, em seus contextos de atuação, buscam romper com práticas fragmentadas e caminhar em direção a uma educação que reconheça a complexidade da experiência humana. Uma educação que se constrói no diálogo, na sensibilidade e na coragem de rever práticas.

Diante dessas reflexões, este estudo surgiu a partir da questão norteadora “como avaliar o aprendizado para uma sociedade contemporânea?” conforme as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil 2018, p.14), apresenta-se a *Avaliação por Tipologia de Conteúdo* do autor Zabala (2014) associada a outros referenciais teóricos para convergências dialógicas.

Nesse sentido, este capítulo tem por objetivo apresentar autores e documentos que compreendem a educação como um processo de vínculo, humano e coletivo, no qual o desenvolvimento cognitivo não se dissocia das dimensões emocionais, sociais, culturais e espirituais do ser humano. As contribuições de estudiosos da educação integral, da avaliação formativa, da aprendizagem significativa e das pedagogias dialógicas orientam o olhar para além dos resultados, valorizando os percursos, os contextos e as singularidades.

Assim, pode-se afirmar que a Especialização em Metodologias de Ensino em Matemática ofertada pela Universidade de Brasília (UnB), possibilitou o desenvolvimento de uma pesquisa que se apresenta neste capítulo de livro, como recorte do trabalho desenvolvido, por meio da observação, dos registros e dos estímulos da percepção dos educadores enquanto profissionais e estudantes de suas próprias práticas proporcionou uma autoavaliação qualitativa dessas práticas.

⁶⁰Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. matematicathaynara@gmail.com

A pesquisa foi realizada com educadores de duas instituições públicas que aceitaram participar do convite de refletir sobre suas próprias práticas pedagógicas que foram desenvolvidas na pesquisa. No desdobramento das atividades foi proporcionado: momentos para colocar em prática metodologias ativas de aprendizagem, rodas de conversa e processos avaliativos formativos, esses educadores tornaram-se também autores de sentidos, compartilhando percepções, inquietações e aprendizagens.

Neste sentido, o referido estudo teve abordagem qualitativa e quantitativa de pesquisa, no qual utilizou-se o método de investigação-ação para coletar os registros.

Os dados foram coletados por meio de observação e registro escrito de:

- Uma vivência realizada com educadores que contempla: jogos e brincadeiras matemáticos através de práticas corporais e cálculo mental;
- Jogo online da torre de Hanói como introdução a Função Exponencial a partir de uma mediação interdisciplinar e transdisciplinar;
- Apresentação e discussão dos referenciais teóricos que respaldam essa pesquisa;
- Elaboração e registro escrito de um plano de aula que contemplasse a Avaliação por Tipologia de Conteúdo pelos participantes da pesquisa e;
- Preencher formulário escrito para levantamento de dados quantitativos.

Avaliação por Tipologia de Conteúdo

Neste referencial aborda-se a Avaliação por Tipologia de Conteúdo com base no autor Zabala (2014). Ao longo destas páginas, a educação inter e transdisciplinar é compreendida não como uma técnica ou modelo fechado, mas como uma postura pedagógica. Uma postura que dialoga com: documentos oficiais da educação brasileira (BNCC e Currículo em Movimento); com a perspectiva da Educação Integral; a educação para a paz total, com embasamento em D'Ambrósio (2009, 2019); com as contribuições de Zabala (2014), que faz ressalvas sobre avaliação e; os fundamentos da Antroposofia da Educação, especialmente no que se refere à compreensão do ser humano em sua integralidade.

Observe o quadro com as respectivas convergências dialógicas apresentadas na pesquisa para os respectivos participantes:

Quadro 1: Convergências dialógicas

Educação Integral	
BNCC: nos convida a olhar para o estudante para além do desempenho cognitivo, reconhecendo dimensões sociais, emocionais, culturais e éticas como parte essencial do processo educativo.	Antroposofia da Educação: amplia esse olhar ao compreender o ser humano de forma integral, considerando corpo, pensar, sentir e agir, e respeitando os tempos e ritmos do desenvolvimento
Convergência: Nesta pesquisa, a educação integral emerge como um encontro entre diretrizes curriculares e uma pedagogia humanizada, em que ensinar é também cuidar, escutar e acompanhar processos.	
Avaliação como processo de ensino aprendizagem	
Avaliação por Tipologia de Conteúdo: Zabala propõe a avaliação formativa como acompanhamento contínuo das aprendizagens, considerando conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais, valorizando o percurso do estudante.	Avaliação na Antroposofia da Educação: A avaliação assume um caráter qualitativo, descritivo e observacional, voltada ao desenvolvimento integral, evitando rótulos, comparações e classificações reducionistas.
Convergência dialógica: A pesquisa defende uma avaliação que observa, acolhe e orienta, compreendendo o erro como parte do aprender e fortalecendo a autonomia e a consciência do ser sobre seu próprio processo.	
Educação Matemática	
Ubiratan D'Ambrósio: O Programa Etnomatemática reconhece a matemática como construção cultural, ligada à vida, aos territórios e às experiências dos sujeitos, promovendo sentido e pertencimento.	Karla Neves: pela ótica da Antroposofia da Educação, o ensino da matemática é vivido a partir da experiência, do movimento, da imaginação e da relação com o mundo, respeitando o desenvolvimento humano e o tempo de aprender. Uma aprendizagem significativa em matemática desenvolve habilidades como autonomia, consciência e movimento.
Convergência dialógica: diálogo entre essas perspectivas percorre uma matemática viva, sensível e contextualizada, que forma sujeitos críticos, criativos e conscientes de seu papel no mundo.	

Fonte: Autora (2026).

Este capítulo, Quando avaliar é educar, tem por objetivo um recorte da pesquisa realizada por Rodrigues (2025) de forma a apresentar um percurso de mediação através da Avaliação por Tipologia de Conteúdos.

Metodologia

Na referida pesquisa, foi apresentada uma sequência didática inter-transdisciplinar aos grupos de educadores. A partir de uma investigação-ação, as educadoras e educadores participaram de: vivências práticas de jogos, brincadeiras e letramentos; elaboração de um plano de aula que contemplasse a avaliação por tipologia de conteúdos e; registro de formulário que apresentava os principais referenciais teóricos.

Porém, mais do que apresentar referenciais teóricos e resultados, esta escrita propõe um percurso. Um caminho construído coletivamente, onde teoria e prática se entrelaçam, e onde a avaliação se revela como acompanhamento sensível dos processos de aprendizagem.

Que esta leitura possa inspirar outros educadores a reconhecerem a potência de suas práticas, a beleza do trabalho em rede e a força transformadora de uma educação que se faz com o outro, e não sobre o outro.

Análise e discussão dos dados

A partir das vivências presenciais e dos registros obtidos por meio de formulários, os resultados evidenciaram que as educadoras e educadores participantes reconhecem a importância de promover metodologias ativas e de estimular as diversas dimensões que compõem a Educação Integral, independentemente do currículo de atuação. Também se destacou a valorização de processos avaliativos centrados nas potencialidades individuais dos participantes.

Os dados sugerem que a maioria dos educadores se percebe preparados para desenvolver práticas pedagógicas voltadas às múltiplas dimensões humanas e aos temas transversais. No entanto, quando se trata de avaliações alinhadas às demandas da sociedade contemporânea, conforme orienta a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), emergem dificuldades significativas, revelando que tais práticas ainda são pouco frequentes no cotidiano escolar. De modo semelhante, as atividades que exigem mediação com conhecimentos matemáticos geraram insegurança em parte dos participantes.

Embora os educadores tenham demonstrado facilidade para lidar com os multiletramentos defendidos pela BNCC em suas áreas específicas, as propostas que envolveram habilidades e ferramentas matemáticas evidenciaram uma desconexão entre a matemática presente no cotidiano e aquela tradicionalmente associada às avaliações escolares. As experiências vividas

durante as atividades lúdicas contrastam com a insegurança relatada nos registros formais.

A elaboração coletiva de planos de aula demonstrou a potência da rede colaborativa (Hattie, 2017), especialmente quando os educadores se colocam, inicialmente, no lugar de aprendizes. Esse movimento favoreceu a construção de propostas pedagógicas integradas, que incorporaram diferentes formas de letramento e reforçaram a importância da matemática como dimensão fundamental para o pleno desenvolvimento humano.

A pesquisa também aponta que identificar fragilidades e desafios enfrentados pelos educadores da Educação Básica é essencial para a implementação de novas diretrizes e metodologias pedagógicas. Apesar das limitações relacionadas ao tempo institucional reservados à capacitação profissional e participação em formações, os resultados indicam que os educadores reconhecem a relevância de uma educação voltada às múltiplas dimensões do ser humano, indicando caminhos possíveis para o fortalecimento de práticas inter-transdisciplinares.

Esse conjunto de percepções mostra a necessidade de repensar os processos avaliativos para além da mensuração de resultados, aproximando-os de uma compreensão mais ampla do processo de ensino-aprendizagem. Nesse sentido, a tipologia de conteúdos proposta por Antoni Zabala — conceituais, procedimentais e atitudinais — oferece um referencial potente para compreender a avaliação como acompanhamento dos processos formativos. Em diálogo com a Antroposofia da Educação (Neves, 2016), especialmente na articulação entre pensar, sentir e agir, essa perspectiva possibilita reconhecer que aprender envolve dimensões cognitivas, emocionais e volitivas, que se manifestam de forma integrada nas práticas pedagógicas e nas relações estabelecidas durante o processo de ensino-aprendizagem.

Buscando a convergência dialógica entre a tipologia de conteúdos proposta por Zabala com os fundamentos da Antroposofia da Educação, a vivência formativa iniciou-se com brincadeiras simples, passíveis de adaptação a diferentes etapas de ensino e áreas do conhecimento. Essas atividades permitiram observar, de forma sensível, as dimensões do querer, do sentir e do pensar presentes nas ações dos educadores.

No que se refere à avaliação atitudinal, foram identificadas diferenças na organização e na participação dos grupos, revelando hábitos institucionais distintos. Enquanto alguns educadores demonstraram maior familiaridade com a dinâmica em roda, outros apresentaram dificuldades iniciais, superadas ao longo da vivência. Ao longo das atividades, foram observadas habilidades

como comunicação, colaboração, respeito, participação e envolvimento com o tema proposto.

Ao final do primeiro momento, a reflexão coletiva possibilitou que os educadores identificassem desafios e aprendizagens emergentes das brincadeiras, como coordenação motora, lateralidade e trabalho em grupo. Esse processo evidenciou o potencial das práticas corporais como instrumentos avaliativos, capazes de revelar aspectos atitudinais e relacionais que, muitas vezes, não se tornam visíveis em avaliações tradicionais.

Outro momento de observações importantes, foi durante os jogos que requeriam breves conhecimentos das operações básicas da matemática, são eles:

Jogo dos Limões: em continuidade às vivências propostas, a brincadeira dos limões foi utilizada como recurso pedagógico para o desenvolvimento do numeramento e do cálculo mental. Trata-se de um jogo simples, adaptável a diferentes etapas da Educação Básica e a diversos componentes curriculares, uma vez que a palavra “limões” pode ser substituída por termos relacionados ao conteúdo trabalhado em aula. Em uma proposta de Língua Portuguesa, por exemplo, a palavra pode ser substituída por “verbos” ou por outro conceito pertinente ao tema em estudo, ampliando o potencial interdisciplinar da atividade. Embora tenha sido utilizada a tabuada do número 4, pode ser utilizada com outro numeral.

Durante a vivência, os três grupos de educadores demonstraram insegurança inicial diante da proposta que envolvia múltiplos do número 4. No entanto, à medida que se sentiram desafiados e motivados, essa insegurança foi gradualmente substituída pelo envolvimento e pela celebração ao final da atividade. Esse movimento pode ser associado ao momento de autoconsciência e compreensão, descrito por Gardner como *elação* — instante em que o sujeito reconhece que compreendeu um conceito e se sente capaz de superar um desafio (Neves, 2016, p. 25).

No segundo momento de jogos de contagem, a mediação pedagógica do jogo da Torre de Hanói foi planejada de modo a contemplar as três tipologias de avaliação por conteúdo propostas por Zabala. No âmbito atitudinal, observou-se a escuta ativa durante a contação da história que contextualiza o jogo, o interesse pelo momento lúdico e a disposição para compartilhar recursos, como o uso do aparelho celular. No aspecto procedimental, destacaram-se as habilidades relacionadas ao manuseio de dispositivos digitais, à navegação na internet e à experimentação do jogo em ambiente virtual. Já no campo factual e conceitual, o desafio concentrou-se na compreensão do

raciocínio lógico-matemático necessário para a execução das regras do jogo, na relação entre o número de discos e a quantidade de movimentos, bem como na identificação da fórmula apresentada como uma função exponencial.

De modo geral, os grupos demonstraram interesse e participação ativa nos desafios propostos. Ressalta-se, contudo, que o grupo da Instituição 2 apresentou, inicialmente, certo desconforto com a utilização de um jogo online, evidenciando percepções distintas sobre o uso das tecnologias digitais no contexto educativo.

Em seguida, relacionando-se à avaliação procedimental, os educadores foram convidados a refletir sobre as ferramentas pedagógicas e os referenciais teóricos que sustentaram a pesquisa. A proposta consistiu em associar esses elementos às suas próprias experiências e, a partir disso, elaborar um plano de aula que incluísse a avaliação por conteúdos, com autonomia para a escolha do tema e da organização das etapas avaliativas.

Por fim, ainda em roda, o terceiro momento foi dedicado ao compartilhamento dos textos e referenciais teóricos que fundamentaram a pesquisa. Um espaço físico foi organizado para a exposição desses materiais, incluindo os textos sustentadores desta pesquisa, tais: avaliação por conteúdos de Antoni Zabala e fundamentos da Antroposofia da Educação; Programa de educação matemática de Ubiratan D’Ambrósio e educação matemática de Karla Neves; BNCC e Currículo em Movimento do DF. Em seguida, os educadores se organizaram em grupos de 4 participantes e foram convidados a construir coletivamente um modelo de aula que contemplasse as três etapas avaliativas, fortalecendo a experiência colaborativa e o diálogo entre teoria e prática. Seguem 2 exemplos retirados da pesquisa:

Quadro 2: Propostas de atividade planejada pelos educadores de acordo com a metodologia Avaliação por Tipologia de Conteúdos

Plano de Aula - Componente curricular: História	
1ª avaliação: Conceitual / Factual	Apresentação da história da torre de hanoi; debate sobre pirâmide social, castas e apropriação cultural.
2ª avaliação: Atitudinal	Fazer pirâmide humana, iniciar de quinteto, sendo que apenas 3 pessoas podem tocar o solo; dialogar sobre sustentação.
3ª avaliação: Procedimental	Jogar o jogo. Escrever ou desenhar sobre a sustentação. Na sociedade quem sustenta quem?
Plano de Aula - Componente curricular: Arte	
1ª avaliação: Atitudinal	Apresentação do jogo e história da torre de hanoi

2ª avaliação: Procedimental	Organizados em grupos, desenhar, recortar e pintar o material de confecção do jogo
3ª avaliação: Conceitual/ factual	Cores primárias e secundárias

Fonte: Adaptado - Rodrigues (2025, p. 29).

Os momentos de socialização das propostas evidenciaram que não existe uma sequência única ou correta para os processos avaliativos. A escolha do Conteúdo (atitudinal, conceitual, procedimental) que inicia a aula depende da intencionalidade pedagógica e do contexto de aprendizagem. Nesse sentido, uma das educadoras, mesmo sem registrar formalmente seu plano de aula, compartilhou com o grupo uma proposta de aula a partir do tema transversal ÁGUA, destacando a relevância de abordagens inter e transdisciplinares que ultrapassem os anos iniciais da escolarização. A conscientização sobre a importância desse recurso pode - e deve - ser retomada e aprofundada em diferentes etapas da Educação Básica, inclusive no Ensino Médio, respeitando a maturidade dos estudantes.

A pesquisa relata ainda que, durante as apresentações, os educadores compartilharam suas experiências e, em sua maioria, demonstraram domínio da escuta ativa, exercitando as dimensões emocional e intelectual da comunicação. Mesmo em contextos com maior número de participantes, eventuais dispersões foram mediadas de forma dialogada, sem comprometer o envolvimento coletivo. Ao final desse momento, o entusiasmo diante do desafio de elaborar aulas que integrassem diferentes formas de avaliação foi novamente observado.

No que se refere à avaliação conceitual/factual, a vivência foi organizada considerando as especificidades do público adulto, assegurando a participação voluntária nas atividades. A etapa final, correspondente ao preenchimento do formulário, foi destinada aos educadores que acompanharam integralmente a vivência, possibilitando a análise crítica e a articulação dos documentos suleadores da pesquisa com suas percepções enquanto sujeitos, cidadãos e profissionais da educação.

As respostas indicaram que os educadores reconhecem a importância dos diversos tipos de letramento, compreendendo que leitura, escrita e interpretação não se restringem à área de linguagens, mas permeiam todos os componentes curriculares. Essa compreensão reforça o potencial das propostas transdisciplinares como caminho para uma educação que dialogue com as demandas da sociedade contemporânea e valorize as múltiplas dimensões do processo educativo.

As instituições participantes da pesquisa apresentam organizações pedagógicas distintas. Na Instituição 1, as aulas seguem o calendário e a carga horária estabelecidos pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394/96) - LDB, de acordo com o currículo desenvolvido por cada educador. Já na Instituição 2, as atividades ocorrem em encontros semanais ou quinzenais, realizados em instituições parceiras. Diante dessa diferença no quantitativo de aulas ofertadas por bimestre, a análise das práticas de mediação pedagógica foi realizada de forma separada, respeitando as especificidades de cada contexto.

No que se refere à realização de aulas com temas inter e transdisciplinares, os dados revelam diferentes frequências entre os grupos. Na Instituição 1, parte dos educadores relatou não desenvolver esse tipo de proposta, enquanto outros afirmaram realizá-las de forma pontual ou recorrente ao longo do bimestre. Na Instituição 2, por sua vez, a maioria dos educadores indicou uma frequência maior de práticas transdisciplinares, o que se relaciona diretamente à proposta pedagógica da instituição e à natureza de seus projetos.

Resultados semelhantes foram observados quanto às mediações intencionalmente voltadas para uma educação para a paz (D'Ambrósio, 2009, 2019) e para o desenvolvimento das múltiplas dimensões humanas. Em ambos os contextos, os educadores relataram inserir essas discussões em suas práticas, ainda que com frequências distintas, evidenciando esforços contínuos para promover aprendizagens significativas e valores humanos no cotidiano escolar.

Os dados também indicam que os educadores da Instituição 2 em sua maioria, se percebem preparados ou bem-preparados para mediar e avaliar aprendizagens alinhadas às demandas da sociedade contemporânea, desenvolver atividades práticas focadas nas múltiplas dimensões, estimular valores humanos e práticas sociais, além de avaliar os estudantes a partir de suas potencialidades. Na Instituição 1, embora esses percentuais sejam menores, observa-se uma percepção positiva quanto à própria atuação pedagógica. Ressalta-se que a adesão à pesquisa ocorreu de forma distinta nas instituições, o que também influencia os resultados obtidos. Ainda assim, fica evidente que a valorização da autoformação e da autoavaliação contribui significativamente para o desenvolvimento profissional e para a ampliação do olhar docente sobre sua prática.

Ao longo da pesquisa, foi oferecido aos educadores um espaço de troca e diálogo entre pares, experiência ainda pouco comum no cotidiano escolar. Muitas instituições carecem de tempos e espaços destinados à reflexão coletiva e ao compartilhamento de práticas. Mesmo diante do tempo reduzido e do contato inicial com uma metodologia nova, os planos de aula elaborados

demonstraram envolvimento, abertura e entusiasmo, evidenciando o potencial formativo das vivências propostas.

A pesquisa também revelou a necessidade de desmistificar o ensino da matemática. Resolver cálculos é apenas uma das habilidades envolvidas em sua aprendizagem. Antes de desenvolver segurança nos conteúdos matemáticos, é fundamental que o sujeito desenvolva segurança em si mesmo. Avaliações exclusivamente centradas em provas tendem a invisibilizar processos, emoções e trajetórias. A organização do espaço em roda, por exemplo, mostrou-se potente para promover pertencimento, comunicação, encorajamento e trabalho colaborativo — habilidades cada vez mais valorizadas na sociedade contemporânea. As atividades escritas realizadas nos momentos finais da vivência demonstraram que os educadores compreenderam a proposta de Avaliação por Tipologia de Conteúdos e que se reconheceram como protagonistas de seu próprio processo formativo.

Outro aspecto fundamental refere-se à autoavaliação do educador após cada atividade ou aula. O que funciona para um grupo pode não funcionar para outro, pois variáveis como o número de participantes, o ambiente físico e as interações estabelecidas influenciam diretamente no desenvolvimento da proposta. Apesar de a vivência ter sido organizada a partir de um mesmo plano de aula, as especificidades de cada encontro exigiram sensibilidade, escuta e adaptação constante. Esse movimento reafirma que a avaliação, quando compreendida como prática formativa, não se limita aos estudantes, mas também se estende ao educador, possibilitando o desenvolvimento contínuo de suas potencialidades profissionais.

Os textos selecionados desta pesquisa foram escolhidos a partir do compromisso com uma educação integral, humanizada e comprometida com a transformação social. Mais do que fundamentar teoricamente a investigação, esses referenciais dialogam com a prática cotidiana, com a escuta sensível dos sujeitos e com os desafios concretos vivenciados nos espaços educativos.

Os referenciais também contemplam abordagens que problematizam o ensino tradicional, especialmente no campo da matemática, ao reconhecer que aprender envolve consciência, autonomia e movimento (Neves, 2016). Nessa perspectiva, a avaliação deixa de ser um instrumento de controle e passa a ser compreendida como um processo contínuo de acompanhamento, reflexão e autoformação, tanto para os estudantes quanto para os educadores.

Ao dialogar com pesquisas e práticas que defendem o trabalho colaborativo (Hattie, 2017), o feedback formativo e a construção coletiva do conhecimento, este estudo reafirma a escola como um espaço vivo, em

constante movimento, atravessado por relações humanas, afetos e histórias. Assim, os textos suleadores não são apresentados como verdades acabadas, mas como caminhos possíveis que iluminam a prática pedagógica e sustentam a intencionalidade educativa desta pesquisa.

A seguir, serão apresentadas perguntas orientadoras, acompanhadas de seus respectivos referenciais teóricos, que dialogam diretamente com as experiências e reflexões construídas ao longo desta pesquisa.

1) Como as práticas avaliativas, orientadas pela BNCC, podem fortalecer uma educação integral que reconheça a/o estudante em suas múltiplas dimensões, conforme os princípios do Currículo em Movimento do Distrito Federal?

A BNCC assume o compromisso com a educação integral, visando estimular o desenvolvimento dos sujeitos em todas as suas dimensões — intelectual, física, emocional, social e cultural (BRASIL, 2018). O documento sugere a finalidade de uma avaliação para sociedade contemporânea: “o que aprender, para que aprender, como ensinar, como promover redes de aprendizagem colaborativa e como avaliar o aprendizado” (BRASIL, 2018, p. 14).

De forma complementar, o Currículo em Movimento do DF, suleia quanto ao papel social da educação e seu objetivo “o ser em formação é multidimensional, com identidade, história, desejos, necessidades, sonhos, isto é, um ser único, especial e singular, na inteireza de sua essência, na inefável complexidade de sua presença” (DISTRITO FEDERAL, 2014a, p.10).

Os documentos oficiais que fundamentam esta pesquisa convergem ao reconhecer o sujeito como um ser multidimensional, histórico e social, cuja formação extrapola os limites do conteúdo cognitivo tradicional. Ao assumirem a Educação Integral como princípio, tais referenciais legitimam práticas pedagógicas que possibilitam ao educador mediar dimensões como criatividade, sonhos, resiliência, autonomia e participação social. Essas aprendizagens, por sua natureza subjetiva e relacional, dificilmente podem ser mensuradas por meio de avaliações padronizadas ou provas globais, que tendem a homogeneizar trajetórias e silenciar singularidades.

No entanto, muitos educadores que atuam na educação básica foram formados em um modelo fragmentado de ensino - educadores da transição, no qual o conhecimento é compartimentado e a avaliação assume um caráter predominantemente classificatório. Esse descompasso entre o que orientam os documentos oficiais e as práticas historicamente consolidadas evidencia a necessidade de processos formativos que promovam a ressignificação do papel

do professor, fortalecendo uma atuação pedagógica mais integrada, sensível e coerente com as demandas da sociedade contemporânea.

2) De que forma uma educação matemática com aprendizagem significativa pode influenciar na formação do indivíduo?

Segundo Karla Neves (2016), a aprendizagem significativa em matemática contribui para muito além do domínio conceitual de conteúdo. Ao vivenciar situações matemáticas de forma consciente e recorrente, o indivíduo fortalece a confiança em seu próprio pensar e desenvolve segurança para agir no mundo. A superação de desafios matemáticos favorece a autoconfiança e desperta o sentimento de satisfação ao compreender, descrito por Gardner como *elação* (Neves, 2016, p. 25). Assim, a matemática torna-se um caminho para o desenvolvimento cognitivo, emocional e moral, contribuindo para a formação integral do sujeito, “*haure-se a confiança no próprio pensar e a autoconfiança, a confiança no próprio estar e atuar no mundo*” (Neves, 2016, p. 25). A autora entende que uma aprendizagem significativa em matemática pode contribuir para o desenvolvimento de elementos como movimento, autoconsciência e autonomia (Neves, 2016), habilidades essas que dialogam diretamente com o compromisso da BNCC para uma Educação Integral.

3) Qual outra definição de educação de qualidade e qual deveria ser o seu objetivo?

Para Ubiratan D’Ambrosio, criador do Programa Etnomatemática, uma educação de qualidade tem como finalidade a construção da paz em suas múltiplas dimensões: paz individual, paz social, paz ambiental e paz militar. O autor compreende que a educação deve contribuir não apenas para a sobrevivência, mas também para a transcendência do ser humano, dimensões indissociáveis da condição humana. A matemática, quando vivenciada de forma significativa, torna-se um instrumento de transformação, diálogo e promoção de uma educação comprometida com a vida e com a convivência social.

4) Como a avaliação por tipologia de conteúdos de Zabala pode auxiliar os educadores frente às demandas da sociedade contemporânea?

A avaliação por tipologia de conteúdos de Zabala contribui para que os educadores ampliem seu olhar para além dos resultados teóricos e classificatórios, em consonância com as orientações da BNCC. Ao integrar os conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais, a avaliação passa a contemplar as múltiplas dimensões do ser humano, valorizando aspectos como autonomia, relações sociais, participação e desenvolvimento ético.

Nessa perspectiva, a função social do ensino deixa de ser seletiva e passa a favorecer o desenvolvimento integral dos estudantes, respeitando suas possibilidades individuais. A avaliação assume, assim, um caráter formativo e humanizado, alinhado às necessidades de uma sociedade diversa, dinâmica e em constante transformação (Zabala, 2014, p. 197).

5) *Qual deve ser a postura adotada pelo educador frente a uma perspectiva transdisciplinar e à atuação em redes colaborativas?*

Para Ubiratan D'Ambrosio, a transdisciplinaridade não é um método ou modismo pedagógico, mas uma postura ética diante do conhecimento, marcada pelo respeito à diversidade de saberes, culturas e formas de compreender o mundo. Essa postura exige do educador abertura ao diálogo, humildade intelectual e disposição para aprender com o outro.

Há mais de 2 décadas, o professor Bemvenutti (2000) já destacava que os educadores vivem um período de transição, pois foram formados em modelos individualistas, enquanto a sociedade contemporânea demanda práticas colaborativas e criativas. Autores contemporâneos como John Hattie (2017) enfatiza que a aprendizagem se fortalece em redes colaborativas, nas quais o educador reflete sobre sua prática, considera o olhar dos estudantes e valoriza o feedback como instrumento autoformativo.

Atuar de forma transdisciplinar e colaborativa implica repensar práticas, romper com modelos competitivos e assumir uma educação mais humana, dialógica e comprometida com o desenvolvimento integral.

Considerações Finais

Esta pesquisa buscou compreender a avaliação como um ato pedagógico que vai além da mensuração de resultados, reconhecendo-a como parte essencial do processo educativo e da formação humana. A partir das percepções docentes, dos documentos norteadores e das vivências propostas, evidenciou-se que a avaliação inter-transdisciplinar amplia o olhar do educador ao integrar as dimensões do pensar, sentir e agir, valorizando jogos, brincadeiras, múltiplos letramentos e práticas colaborativas como instrumentos legítimos de aprendizagem e avaliação.

Os referenciais teóricos — Zabala (2014), D'Ambrosio (2009, 2019), Hattie (2017), a Antroposofia da Educação e a BNCC — respaldam e convergem ao defender uma educação comprometida com a formação integral e com a função social da escola pública. Nesse contexto, a avaliação deixa de ser seletiva e fragmentada para tornar-se contínua, formativa e humanizada, respeitando as singularidades e os percursos de cada estudante. Assim, avaliar

também se revela como educar, cuidar e possibilitar que sujeitos se reconheçam capazes de aprender, conviver e atuar de forma consciente no mundo.

Agradecimentos

Agradeço à Universidade de Brasília (UnB) pela oportunidade de realizar esta pesquisa, que ampliou não apenas minha formação acadêmica, mas também meu olhar humano e pedagógico. Aos colegas educadores que participaram das vivências, deixo minha profunda gratidão pela escuta, pelas trocas generosas e pela construção de uma verdadeira rede colaborativa, que fortaleceu minhas reflexões e minha prática docente. Por fim, agradeço à Espiritualidade, que sustentou cada passo deste caminho, inspirando sensibilidade, coragem e sentido ao longo do processo, lembrando-me de que educar, pesquisar e avaliar são também atos de presença, cuidado e propósito.

Referências

- Bemvenuti, J. C. (2000). A Criatividade como Multiplicador das Inteligências. **IV Congresso de Educação dos Estabelecimentos Particulares de Ensino do Distrito Federal**, Inteligências Múltiplas - Desafio para os Profissionais da Educação. Brasília, RF Comunicação S/C Ltda.
- Brasil. (1996). **Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília: DF.
- Brasil. (2018). Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: DF
- D'Ambrosio, U. (2009). **Educação Matemática - da Teoria à Prática** 17. Campinas: Papirus Editora.
- D'Ambrosio, U. (2019). **Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade**. (6. ed.). Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Distrito Federal (2014) Secretaria de Estado de Educação. **Currículo em Movimento da Educação Básica: Pressupostos Teóricos**. Brasília: SEEDF.
- Hattie, J. (2017). **Aprendizagem Visível para Professores: Como Maximizar o Impacto da Aprendizagem**. Porto Alegre: Penso Editora.
- Neves, K. C. F. (2016). **O papel da matemática no desenvolvimento do indivíduo na perspectiva da Pedagogia Waldorf**. p. 25-43. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. doi:10.11606/D.48.2019.tde-18032019 151611.
- Rodrigues, T. S. (2025). **Avaliação Inter-Transdisciplinar no Ensino de Matemática: Percepções Docentes na Educação Básica de Escolas Públicas**. (Monografia de Especialização). Brasília: UnB.
- Zabala, A. (2014). **A Prática Educativa: Como ensinar**. Porto Alegre: Penso

29- Aritmética modular e criptografia RSA: uma proposta didática para o Ensino Superior

*Vanessa Alves Batista*⁶¹

*Eduardo Antonio da Silva*⁶²

Introdução

A Matemática desempenha um papel central no desenvolvimento das tecnologias digitais que estruturam a sociedade contemporânea, particularmente no campo da segurança da informação. Algoritmos criptográficos amplamente utilizados em sistemas de comunicação, transações financeiras e armazenamento de dados dependem de conceitos oriundos da Teoria dos Números, entre os quais se destacam a aritmética modular, a fatoração de números inteiros e a função totiente de Euler. Dentre esses algoritmos, o RSA (Rivest–Shamir–Adleman) constitui um dos exemplos mais emblemáticos de aplicação direta de conceitos matemáticos abstratos em contextos tecnológicos concretos.

Apesar de sua relevância prática, o ensino da aritmética modular no ensino superior, especialmente em cursos das áreas da Ciência da Computação, bem como da Tecnologia da Informação, apresenta desafios recorrentes. Diversos estudantes demonstram dificuldades em compreender o significado e a utilidade de conceitos como congruências, inversos modulares e exponenciação modular, frequentemente percebidos como excessivamente abstratos e desconectados de situações reais. Essa percepção contribui para um aprendizado mecânico, baseado na aplicação de regras formais, sem a construção de uma compreensão conceitual mais profunda.

Esse cenário se insere em um contexto educacional mais amplo, marcado por fragilidades históricas na formação matemática dos estudantes brasileiros. Indicadores educacionais nacionais e internacionais evidenciam dificuldades persistentes no desenvolvimento do pensamento matemático, o

⁶¹Pós-Graduada Lato Sensu em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. vbatista@vanessalves.com.br

⁶²Doutor em Matemática pela Universidade de Brasília. Professor do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília. eduardoasilva@unb.br

que impacta diretamente o desempenho em disciplinas de maior nível de abstração no ensino superior. Assim, ao ingressarem em cursos de graduação que exigem sólida base matemática, muitos estudantes enfrentam obstáculos cognitivos que se manifestam, entre outros aspectos, na compreensão de estruturas algébricas e aritméticas fundamentais.

Diante desse quadro, torna-se necessário repensar abordagens pedagógicas que favoreçam a construção de significados matemáticos, especialmente no ensino de conteúdos abstratos. Portanto, uma alternativa promissora consiste na contextualização desses conteúdos por meio de aplicações relevantes e próximas ao universo dos estudantes. No caso da aritmética modular, a criptografia RSA apresenta-se como um contexto privilegiado, pois articula rigor matemático, aplicabilidade tecnológica e interesse imediato dos discentes.

Neste trabalho, propõe-se uma abordagem pedagógica para o ensino da aritmética modular no ensino superior, no qual o algoritmo RSA é utilizado não apenas como exemplo ilustrativo, mas como eixo estruturante do processo de ensino-aprendizagem. A proposta envolve a exploração progressiva dos fundamentos matemáticos do RSA, associada a uma atividade prática de simulação manual unplugged, na qual os estudantes vivenciam os processos de geração de chaves, cifragem e decifragem de mensagens. Essa estratégia busca promover uma aprendizagem ativa, de modo que os conceitos matemáticos deixam de ser tratados de forma isolada e passam a ser compreendidos como componentes essenciais de um sistema funcional.

O objetivo do estudo é analisar como a utilização da criptografia RSA como ferramenta didática pode contribuir para a compreensão conceitual da aritmética modular por estudantes de cursos superiores da área de Tecnologia da Informação. Ao articular teoria, aplicação e prática colaborativa, pretende-se não apenas ampliar o engajamento dos alunos, mas também identificar dificuldades conceituais específicas, em especial aquelas relacionadas ao cálculo do inverso modular e à aplicação do Algoritmo de Euclides Estendido.

Fundamentação Teórica

Aprendizagem significativa e atribuição de sentido em Matemática

A aprendizagem de conceitos matemáticos abstratos no ensino superior tem sido amplamente discutida à luz da teoria da aprendizagem significativa, segundo a qual os novos conhecimentos são incorporados de maneira mais estável quando podem ser relacionados, de forma não arbitrária e substantiva, a estruturas cognitivas pré-existentes (Ausubel, 1968). No contexto do ensino

de matemática, isso implica que definições formais e procedimentos algorítmicos devem ser apresentados de modo a favorecer a compreensão de seus significados, e não apenas sua memorização operacional.

No Brasil, essa perspectiva tem sido amplamente difundida e aprofundada por Moreira (1999, 2011), que enfatiza a importância dos organizadores prévios e da diferenciação progressiva como elementos centrais para a construção de significados em contextos educacionais formais. Segundo o autor, a aprendizagem significativa pressupõe não apenas a apresentação lógica do conteúdo, mas também a consideração das estruturas cognitivas já existentes nos estudantes.

Conteúdos como a aritmética modular são frequentemente introduzidos por meio de formalismos simbólicos e notações abstratas, o que pode dificultar a construção de significados por parte dos estudantes, sobretudo quando esses conteúdos não são associados a situações-problema ou aplicações reconhecíveis. Conforme apontado por Skemp (1976), esse tipo de abordagem tende a promover uma aprendizagem predominantemente instrumental, baseada na execução de regras, em detrimento de uma aprendizagem relacional, em que os conceitos são compreendidos em sua estrutura e inter-relações.

Contextualização e aplicações no ensino de matemática

No ensino superior, a contextualização adquire contornos específicos, uma vez que os estudantes já possuem um repertório conceitual e expectativas profissionais mais definidas, particularmente na área da Tecnologia da Informação. Dessa forma, a contextualização tem sido apontada como uma estratégia relevante no ensino de matemática, especialmente quando se busca reduzir a percepção de abstração excessiva associada a determinados conteúdos (D'Ambrosio, 2001).

No entanto, como destaca Artigue (2002), a contextualização não deve ser compreendida como mera ilustração posterior ao conteúdo formal. Para que seja pedagogicamente eficaz, o contexto precisa desempenhar um papel organizador do processo de ensino, orientando a introdução, o desenvolvimento e a consolidação dos conceitos matemáticos.

Nesse sentido, a criptografia RSA apresenta-se como um contexto didático privilegiado para o ensino da aritmética modular, uma vez que exige, de forma intrínseca, o domínio de conceitos como congruências, inversos modulares e exponenciação modular, permitindo que esses conteúdos sejam introduzidos de maneira articulada e funcional.

Aprendizagem ativa e simulações unplugged

As abordagens de aprendizagem ativa têm sido amplamente defendidas no ensino de matemática por favorecerem o engajamento dos estudantes e a construção autônoma do conhecimento (Prince, 2004). Diferentemente de metodologias centradas na exposição do professor, essas abordagens propõem que o estudante participe ativamente do processo, formulando hipóteses, realizando cálculos, cometendo erros e refletindo sobre os resultados obtidos.

Atividades do tipo unplugged têm se mostrado particularmente eficazes para a compreensão de algoritmos e estruturas matemáticas subjacentes a sistemas computacionais (Bell, Witten & Fellows, 2015). Ao simular manualmente processos algorítmicos, os estudantes são levados a confrontar o significado das operações realizadas, tornando explícitas etapas que, em implementações automatizadas, permanecem ocultas.

No caso da criptografia RSA, a simulação manual dos processos de geração de chaves, cifragem e decifragem permite que os estudantes compreendam o papel de cada conceito matemático envolvido. Conforme defende Polya (1945), a resolução de problemas e a análise de erros desempenham papel central na aprendizagem matemática, promovendo a reflexão sobre os procedimentos adotados e seus fundamentos conceituais.

Dificuldades conceituais em estruturas algébricas e aritméticas

Dificuldades relacionadas à compreensão de estruturas algébricas e aritméticas abstratas frequentemente persistem ao longo da formação acadêmica. Conceitos que envolvem operações inversas, equivalências e relações estruturais tendem a exigir um nível de abstração que nem sempre é plenamente desenvolvido nos estudantes (Tall & Vinner, 1981).

Dessa forma, no que diz respeito ao ensino da aritmética modular, essas dificuldades manifestam-se de forma particular na compreensão de que operações como a divisão modular não correspondem à divisão usual, mas à busca por um elemento inverso em um conjunto estruturado. Segundo Duval (2003), a compreensão matemática depende da coordenação entre diferentes registros de representação, e a dificuldade em transitar entre o registro algorítmico, o simbólico e o conceitual pode comprometer a aprendizagem de estruturas desse tipo.

Síntese da fundamentação e articulação com a proposta

A fundamentação teórica apresentada sustenta a proposta de utilização da criptografia RSA como eixo organizador para o ensino da aritmética modular no ensino superior. Ao articular pressupostos da aprendizagem significativa (Ausubel, 1968; Moreira, 2011), da contextualização (D'Ambrosio, 2001), da aprendizagem ativa (Prince, 2004) e da análise de

dificuldades conceituais (Duval, 2003), delineia-se um quadro teórico coerente com a intervenção pedagógica descrita neste trabalho.

Aritmética Modular e Criptografia RSA

A aritmética modular constitui um dos pilares matemáticos da criptografia de chave pública e, em particular, do algoritmo RSA. Trata-se de um ramo da Teoria dos Números que estuda relações de equivalência entre inteiros a partir da noção de congruência, fornecendo uma estrutura algébrica adequada para a realização de operações em conjuntos finitos. No contexto educacional, a aritmética modular desempenha um papel central na transição entre a aritmética elementar e estruturas algébricas mais abstratas, como anéis e corpos.

Embora frequentemente apresentada por meio da metáfora do “relógio”, a aritmética modular vai além de uma simples analogia intuitiva, constituindo um sistema formal com propriedades bem definidas, amplamente exploradas em aplicações computacionais e criptográficas. Nesta seção, são apresentados os conceitos fundamentais necessários para a compreensão do RSA, com ênfase em sua relevância conceitual e didática.

Congruências: definição e propriedades

Sejam a , b e n inteiros, com $n > 0$. Diz-se que a é congruente a b módulo n , denotado por $a \equiv b \pmod{n}$, se n divide a diferença $a - b$. Intuitivamente, essa relação expressa que a e b produzem o mesmo resto quando divididos por n .

A relação de congruência módulo n define uma relação de equivalência no conjunto dos números inteiros, satisfazendo as propriedades de reflexividade, simetria e transitividade. Como consequência, os inteiros podem ser particionados em classes de equivalência, chamadas de classes residuais módulo n .

Além disso, as operações aritméticas usuais são compatíveis com a relação de congruência. De fato, se:

$$a \equiv b \pmod{n} \text{ e } c \equiv d \pmod{n},$$

então:

$$a + c \equiv b + d \pmod{n};$$

$$a - c \equiv b - d \pmod{n};$$

$$a \cdot c \equiv b \cdot d \pmod{n}.$$

Congruências lineares e inverso multiplicativo modular

Uma *congruência linear* é uma expressão da forma $ax \equiv b \pmod{n}$. Essa congruência admite solução se, e somente se, o máximo divisor comum entre a e n divide b .

Um caso de especial interesse ocorre quando a e n são coprimos. Nessa situação, existe um inteiro x tal que $ax \equiv 1 \pmod{n}$. Esse inteiro é denominado inverso multiplicativo de a módulo n .

O conceito de inverso modular é fundamental para o funcionamento do RSA, pois está diretamente associado à construção da chave privada. Diferentemente da divisão usual, a inversão modular consiste na busca de um elemento que, ao ser multiplicado por a , resulte em uma congruência equivalente a 1 módulo n .

Algoritmo de Euclides Estendido

O *Algoritmo de Euclides Estendido* constitui o principal método para a determinação do inverso multiplicativo modular. Além de calcular o máximo divisor comum entre dois inteiros, esse algoritmo permite expressar esse divisor como uma combinação linear dos números envolvidos.

Em particular, dados inteiros a e n coprimos, o algoritmo fornece inteiros x e y tais que $ax + ny = 1$. Reduzindo essa expressão módulo n , obtém-se $ax \equiv 1 \pmod{n}$, o que mostra que x é o inverso multiplicativo de a módulo n .

No contexto do RSA, esse algoritmo é utilizado para determinar a chave privada a partir da chave pública e da *função totiente de Euler*. Do ponto de vista pedagógico, sua aplicação exige do estudante a compreensão de processos algorítmicos reversíveis e manipulações algébricas não triviais, o que justifica a necessidade de abordagens pedagógicas.

O Teorema Chinês do Resto

O *Teorema Chinês do Resto* estabelece condições para a existência e unicidade de soluções de sistemas de congruências lineares com módulos coprimos. Em sua forma clássica, o teorema afirma que o sistema

$$\begin{cases} x \equiv a_1 \pmod{n_1} \\ x \equiv a_2 \pmod{n_2} \\ \vdots \\ x \equiv a_k \pmod{n_k} \end{cases}$$

tem uma única solução módulo $n_1 n_2 \dots n_k$ desde que $n_1, \dots, n_k$ sejam coprimos. Esse resultado possui importância teórica e computacional, pois permite decompor cálculos modulares complexos em problemas menores e mais

maneáveis. No RSA, o Teorema Chinês do Resto é frequentemente empregado para otimizar o processo de decifragem, reduzindo o custo computacional de exponenciação modular.

Embora sua aplicação direta não seja essencial para a compreensão conceitual básica do algoritmo, sua apresentação contribui para evidenciar a profundidade estrutural da aritmética modular e sua relevância em sistemas criptográficos reais.

A Matemática da Criptografia RSA

A criptografia RSA constitui um dos exemplos mais consolidados de aplicação da aritmética modular em sistemas reais de segurança da informação. Seu funcionamento baseia-se em propriedades fundamentais da Teoria dos Números, particularmente na dificuldade computacional associada à fatoração de grandes números inteiros e no uso de exponenciação modular em anéis finitos. Nesta seção, apresenta-se o algoritmo RSA sob uma perspectiva matemática e didática, destacando os conceitos essenciais para sua compreensão no ensino superior.

O RSA baseia-se na escolha de dois números primos distintos p e q , a partir dos quais se define o *módulo* $n = p \cdot q$. Esse valor n é utilizado tanto na chave pública quanto na chave privada e constitui a base do sistema criptográfico.

Um elemento central do RSA é a função totiente de Euler, denotada por $\varphi(n)$, que indica a quantidade de inteiros positivos menores que n e coprimos com n . Para um número primo p , tem-se $\varphi(p) = p - 1$. Quando n é o produto de dois primos distintos p e q , vale a relação $\varphi(n) = (p - 1)(q - 1)$.

Geração das chaves criptográficas

A geração de chaves no RSA envolve uma sequência de etapas matematicamente bem definidas:

1. Escolha dos primos p e q ;
2. Cálculo do módulo $n = p \cdot q$;
3. Cálculo da função totiente $\varphi(n)$;
4. Escolha do expoente público e , tal que $1 < e < \varphi(n)$ e $\text{mdc}(e, \varphi(n)) = 1$;
5. Determinação do expoente privado d , definido como o inverso multiplicativo de e módulo $\varphi(n)$, isto é, $e \cdot d \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$.

O par (n, e) constitui a chave pública, enquanto (n, d) forma a chave privada. A existência do inverso d é garantida pela coprimalidade entre e e $\varphi(n)$, sendo sua determinação realizada por meio do Algoritmo de Euclides Estendido.

Cifragem e decifragem de mensagens

No RSA, as mensagens são representadas por números inteiros pertencentes ao conjunto $\{0, 1, \dots, n - 1\}$. Seja m o número associado à mensagem em texto claro. A cifragem é realizada por meio da operação:

$$C = M^e \bmod n$$

A decifragem consiste na aplicação da chave privada ao criptograma:

$$M \equiv C^d \bmod n$$

A correção desse processo decorre do Teorema de Euler e do fato de que, garantindo a recuperação da mensagem original.

Considerações didáticas

Sob a perspectiva educacional, o RSA oferece um contexto privilegiado para o ensino de conceitos abstratos da aritmética modular. A distinção entre chave pública e chave privada, bem como a dependência do sistema em relação ao inverso multiplicativo modular, tornam explícitas as consequências matemáticas de cada etapa do algoritmo.

Além disso, a assimetria entre os processos de cifragem e decifragem evidencia dificuldades conceituais recorrentes, especialmente na compreensão do Algoritmo de Euclides Estendido, alinhando-se aos objetivos pedagógicos deste trabalho.

Metodologia da Intervenção Pedagógica

A presente pesquisa caracteriza-se como um estudo de natureza qualitativa, com traços de pesquisa aplicada e intervenção pedagógica, cujo objetivo é analisar as contribuições do uso da criptografia RSA como estratégia didática para o ensino da aritmética modular no ensino superior. A proposta não se limita à observação passiva do fenômeno, mas envolve a implementação deliberada de uma sequência didática estruturada, acompanhada da análise do desempenho e das dificuldades apresentadas pelos estudantes.

Do ponto de vista metodológico, o estudo aproxima-se de um relato de experiência com intencionalidade investigativa, uma vez que busca compreender como determinados conceitos matemáticos são apropriados pelos alunos quando apresentados em um contexto aplicado, articulando teoria e prática.

Contexto e participantes

A intervenção foi realizada em turmas de cursos superiores da área de Computação, especificamente nos cursos de Ciência da Computação e Análise e Desenvolvimento de Sistemas, em uma instituição de ensino superior. Participaram da atividade 33 estudantes, com idades predominantemente entre

19 e 24 anos, matriculados em disciplinas que abordavam conteúdos de matemática discreta ou fundamentos matemáticos da computação.

Os participantes apresentavam formações heterogêneas, especialmente no que se refere à base matemática prévia, aspecto que se mostrou relevante para a análise dos resultados.

Estrutura da intervenção didática

A intervenção pedagógica foi organizada em três etapas principais, desenvolvidas de forma sequencial e articulada.

Etapas 1 – Revisão conceitual orientada

Na primeira etapa, realizou-se uma revisão dos conceitos matemáticos fundamentais necessários para a compreensão do RSA, incluindo:

1. divisibilidade e números primos;
2. congruências modular n ;
3. função totiente de Euler;
4. inverso multiplicativo modular.

Essa revisão foi conduzida de forma dialogada, com resolução de exemplos e questionamentos orientados, buscando identificar concepções prévias dos estudantes e possíveis lacunas conceituais.

Etapas 2 – Apresentação do algoritmo RSA

Na segunda etapa, foi apresentada a estrutura do algoritmo RSA, enfatizando sua base matemática e a função de cada etapa no processo criptográfico. Os estudantes foram conduzidos a compreender:

1. a escolha dos números primos;
2. a construção das chaves pública e privada;
3. o papel do inverso modular;
4. a lógica da cifragem e da decifragem.

Essa etapa teve caráter explicativo e demonstrativo, servindo como ponte entre os conceitos matemáticos e sua aplicação prática.

Etapas 3 – Atividade prática unplugged

Na terceira etapa, os estudantes participaram de uma atividade prática de simulação manual do RSA, caracterizada como uma atividade unplugged, isto é, realizada sem o uso de computadores ou de calculadoras automáticas.

Organizados em pequenos grupos, os alunos deveriam:

1. escolher valores primos pequenos;

2. calcular o módulo e a função totiente;
3. determinar a chave pública e a chave privada;
4. cifrar uma mensagem simples;
5. realizar o processo inverso de decifragem.

Essa etapa teve como objetivo principal possibilitar que os estudantes vivenciassem o funcionamento interno do algoritmo, compreendendo o papel de cada operação matemática envolvida. O uso de números pequenos permitiu que todos os cálculos fossem realizados manualmente, favorecendo a compreensão conceitual e a identificação de erros.

Instrumentos de análise

A análise dos dados foi de natureza qualitativa e baseou-se nos seguintes instrumentos:

1. observação direta do desempenho dos grupos durante a atividade;
2. análise dos registros escritos produzidos pelos estudantes;
3. identificação das principais dificuldades conceituais recorrentes;
4. comparação entre o sucesso na cifragem e na decifragem.

Não se buscou mensurar desempenho por meio de testes padronizados, mas compreender os processos cognitivos envolvidos na resolução das tarefas propostas, em consonância com o objetivo exploratório da pesquisa

Crítérios de análise

A análise dos resultados considerou, principalmente:

1. capacidade de aplicar corretamente as operações de congruência;
2. a compreensão do conceito de inverso multiplicativo;
3. a correta utilização do Algoritmo de Euclides Estendido;
4. a coerência entre os cálculos realizados e os resultados obtidos;
5. o nível de autonomia dos grupos durante a atividade.

Esses critérios permitiram identificar padrões de erro, dificuldades recorrentes e aspectos da atividade que favoreceram a aprendizagem significativa dos conceitos abordados.

Considerações metodológicas finais

A metodologia adotada buscou alinhar rigor conceitual e viabilidade pedagógica, respeitando as limitações do contexto de sala de aula e o nível de formação dos estudantes. A escolha por uma abordagem prática, fundamentada em atividades manuais e resolução de problemas, mostrou-se coerente com os

pressupostos teóricos discutidos anteriormente, especialmente no que se refere à aprendizagem significativa e à importância da contextualização.

A intervenção não teve como objetivo esgotar o tema da criptografia ou da aritmética modular, mas sim oferecer um recorte didático que permitisse aos estudantes compreenderem o papel estrutural desses conceitos dentro de um sistema matemático funcional, preparando o terreno para abordagens mais formais e computacionalmente sofisticadas em etapas posteriores da formação.

Análise dos resultados

A análise dos resultados obtidos a partir da intervenção pedagógica permitiu identificar padrões relevantes no processo de aprendizagem dos estudantes, bem como dificuldades conceituais recorrentes associadas à aritmética modular e ao funcionamento do algoritmo RSA. Os dados analisados foram provenientes da observação direta das atividades, dos registros produzidos pelos grupos e do desempenho nas etapas de cifragem e decifragem.

Perfil de desempenho dos estudantes

Participaram da atividade 33 estudantes, distribuídos entre os cursos de Ciência da Computação e Análise e Desenvolvimento de Sistemas. Observou-se, desde o início da intervenção, uma heterogeneidade significativa quanto ao domínio prévio de conceitos matemáticos básicos, especialmente no que se refere a operações aritméticas, divisibilidade e manipulação algébrica.

Os estudantes do curso de Ciência da Computação, de modo geral, apresentaram maior familiaridade com linguagem formal e raciocínio algorítmico, o que se refletiu em maior autonomia durante a execução dos cálculos. Já os estudantes de Análise e Desenvolvimento de Sistemas demonstraram maior dependência de orientação, porém apresentaram maior engajamento colaborativo, recorrendo frequentemente à discussão em grupo para resolução das tarefas propostas.

Desempenho na etapa de cifragem

A etapa de cifragem apresentou alto índice de sucesso entre os grupos. A maioria dos estudantes conseguiu aplicar corretamente a fórmula e compreender o papel do expoente público no processo de criptografia. Esse desempenho pode ser atribuído a dois fatores principais:

1. Caráter operacional direto da cifragem, que envolve essencialmente exponenciação modular;
2. Correspondência clara entre o procedimento matemático e o objetivo prático, isto é, transformar uma mensagem legível em um código cifrado.

Observou-se que, mesmo quando ocorriam pequenos erros aritméticos, os estudantes conseguiam identificar o equívoco e corrigi-lo com relativa facilidade, especialmente quando comparavam seus resultados com os de outros grupos.

Dificuldades na etapa de decifragem

Em contraste com a etapa anterior, a decifragem revelou-se significativamente mais complexa para os estudantes. Apenas um número reduzido de grupos conseguiu completar corretamente todo o processo até a recuperação da mensagem original.

As principais dificuldades observadas foram:

1. compreensão do conceito de inverso multiplicativo modular;
2. aplicação correta do Algoritmo de Euclides Estendido;
3. manipulação algébrica das equações envolvidas;
4. controle de erros aritméticos em cálculos sucessivos.

Esse resultado evidencia uma assimetria importante entre a compreensão operacional e a compreensão conceitual. Enquanto a cifragem pode ser executada como um procedimento relativamente mecânico, a decifragem exige entendimento estrutural do sistema modular, o que demanda maior nível de abstração.

O papel do erro como elemento formativo

Um aspecto relevante observado durante a intervenção foi o papel pedagógico do erro. Diferentemente de situações avaliativas tradicionais, nas quais o erro é tratado como falha, a atividade proposta permitiu que os estudantes percebessem o erro como parte do processo de construção do conhecimento.

Erros no cálculo do inverso modular ou na aplicação do algoritmo de Euclides resultaram diretamente na inexecutabilidade de decifrar a mensagem, o que levava os estudantes a revisar procedimentos, discutir estratégias e retomar conceitos. Esse processo favoreceu a reflexão metacognitiva e a compreensão da dependência lógica entre as etapas do algoritmo.

Implicações pedagógicas dos resultados

Os resultados obtidos indicam que o uso da criptografia RSA como estratégia didática contribui para:

1. aumentar o engajamento dos estudantes;
2. evidenciar a função dos conceitos matemáticos em um sistema real;

3. revelar dificuldades conceituais que nem sempre emergem em exercícios tradicionais;

4. promover a aprendizagem ativa por meio da resolução de problemas.

Por outro lado, os dados também apontam a necessidade de maior tempo didático dedicado ao estudo do inverso modular e do Algoritmo de Euclides Estendido, uma vez que esses elementos se mostraram centrais para a compreensão global do RSA e, ao mesmo tempo, os mais desafiadores para os estudantes.

Síntese da análise

A análise dos resultados confirma a pertinência da abordagem adotada, ao mesmo tempo em que evidencia limites e possibilidades da proposta. A diferença de desempenho entre as etapas de cifragem e decifragem reforça a ideia de que a aprendizagem da aritmética modular não se esgota na execução de procedimentos, exigindo a construção de significados mais profundos.

Nesse sentido, o RSA mostrou-se não apenas um recurso didático eficaz, mas também um instrumento diagnóstico, capaz de revelar com clareza as dificuldades conceituais dos estudantes e orientar intervenções pedagógicas mais direcionadas

Considerações Finais

O presente trabalho teve como objetivo investigar as contribuições do uso da criptografia RSA como estratégia didática para o ensino da aritmética modular no ensino superior, articulando fundamentos matemáticos, contextualização aplicada e aprendizagem ativa. A proposta partiu da constatação de que conteúdos dessa natureza, quando abordados de forma excessivamente formal ou descontextualizada, tendem a gerar dificuldades conceituais persistentes entre os estudantes, comprometendo a construção de uma compreensão significativa.

A análise da intervenção pedagógica evidenciou que a utilização do RSA como eixo estruturante do ensino favoreceu o engajamento dos estudantes e ampliou a compreensão do papel da aritmética modular em aplicações reais. A atividade prática possibilitou que os discentes visualizassem a função dos conceitos matemáticos dentro de um sistema coerente, superando a percepção de que se trata apenas de técnicas abstratas sem aplicabilidade direta.

Os resultados indicaram uma assimetria clara entre as etapas de cifragem e decifragem. Enquanto a cifragem foi realizada com relativa facilidade pela maioria dos grupos, a decifragem revelou-se significativamente mais desafiadora, sobretudo em função das dificuldades associadas ao conceito

de inverso multiplicativo modular e à aplicação do Algoritmo de Euclides Estendido. Esse achado reforça a necessidade de maior atenção didática a esses tópicos, que constituem núcleos conceituais fundamentais da aritmética modular.

Do ponto de vista pedagógico, a proposta mostrou-se eficaz ao promover uma aprendizagem ativa, na qual o erro desempenhou papel formativo relevante. A possibilidade de testar procedimentos, identificar falhas e revisar conceitos contribuiu para a construção de significados mais consistentes, em consonância com os pressupostos da aprendizagem significativa e da resolução de problemas discutidos ao longo do trabalho.

Além disso, a experiência evidenciou que o RSA pode atuar não apenas como recurso didático, mas também como instrumento diagnóstico, permitindo ao docente identificar com clareza lacunas conceituais, dificuldades operatórias e limitações no raciocínio algébrico dos estudantes. Tal característica reforça o potencial do uso de contextos aplicados como mediadores do ensino de conteúdos matemáticos abstratos.

Como limitações do estudo, destaca-se o número restrito de participantes e o tempo limitado destinado à intervenção, o que impede generalizações mais amplas. Pesquisas futuras podem ampliar o escopo da investigação, incorporando análises quantitativas, comparações entre diferentes metodologias de ensino ou o uso de ferramentas computacionais em conjunto com as atividades manuais.

Conclui-se que a integração da criptografia RSA ao ensino da aritmética modular constitui uma estratégia didática promissora, capaz de articular rigor matemático, contextualização e aprendizagem ativa. Ao aproximar conceitos abstratos de aplicações concretas, essa abordagem contribui para a formação de estudantes mais críticos, autônomos e capazes de compreender a matemática como um instrumento estruturante da tecnologia contemporânea.

Referências

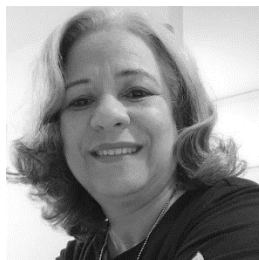
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, Dordrecht, v. 7, n. 3, p. 245–274.
- Ausubel, D. P. (1968). **Educational psychology: a cognitive view**. New York: Holt, Rinehart and Winston.

- Bell, T., Witten, I. H., & Fellows, M. (2015). **Computer science unplugged: ensinando ciência da computação sem o uso do computador**. Porto Alegre: Bookman.
- D'Ambrosio, U. (2001). **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica.
- Duval, R. (2003). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In Machado, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, p. 11–33.
- Moreira, M. A. (1999). **Aprendizagem significativa**. Brasília: Editora Universidade de Brasília.
- Moreira, M. A. (2011). **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU.
- Prince, M. (2004). Does active learning work? A review of the research. **Journal of Engineering Education**. Washington, v. 93, n. 3, p. 223–231.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. **Mathematics Teaching**. Derby, n. 77, p. 20–26.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). **Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity**. Educational Studies in Mathematics. Dordrecht, v. 12, n. 2, p. 151–169.

Sobre os organizadores

Maria Dalvirene Braga

Mestre em Educação pela Universidade de Brasília. Especialista em Educação Matemática pela Faculdade Jesus Maria (FJM-DF). Licenciada em Ciências e Matemática pela Universidade Católica de Brasília (UCB). Professora aposentada da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal. Atualmente é professora voluntária do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília atuando como docente na Especialização em Metodologias de Ensino em Matemática (2023-2025), na realização de projetos de pesquisa do grupo GIEM, e nas atividades da área de ensino e extensão. Possui experiência na área da Educação Básica a Pós-Graduação. Atuou como consultora da UNICEF na área de Educação de 2021-2023. Integra o Grupo de Investigação em Ensino de Matemática da Universidade de Brasília - GIEM/CNPq/UnB. É vice-presidenta do Instituto Horizonte, desenvolvendo projetos que promovam os direitos humanos, tendo como pilar a educação democrática, plural e participativa.



Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0948-8228>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5138482548346401>

E-mail: dalvirenebraga@gmail.com

Eduardo Antonio da Silva

Graduado em Física pela PUC Goiás. Mestrado e doutorado em matemática pela Universidade de Brasília. Atualmente é professor adjunto na Universidade de Brasília, atuando no grupo de Probabilidade. No período de 2023 a 2025 coordenou a especialização Metodologias de Ensino em Matemática, oferecida pelo Departamento de Matemática da Universidade de Brasília em parceria com a UAB. Na pesquisa em matemática pura atua nos temas: Formalismo Termodinâmico Via Operadores de Transferência, Mecânica Estatística Rigorosa e Sistemas Dinâmicos Aleatórios. No ensino tem interesse pelos temas: Teoria de Inteligências Múltiplas, Psicologia Cognitiva, Genética Comportamental.



Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1677-2705>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0399351521004208>

E-mail: eduardo23maf@gmail.com

Rui Seimetz

Doutor em Matemática e professor do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília (UnB). Atua na formação inicial e continuada de professores de Matemática, com experiência em ensino de graduação e pós-graduação, projetos de extensão e coordenação acadêmica. Desenvolve e coordena ações voltadas à articulação entre universidade e educação básica, com ênfase em práticas pedagógicas, metodologias de ensino e formação docente. Integra o Grupo de Investigação em Ensino de Matemática da Universidade de Brasília - GIEM/CNPq/UnB. É coordenador de projetos institucionais de ensino e extensão, incluindo iniciativas no âmbito do PIBID e de Oficinas em Matemática. Possui produção acadêmica na área de Educação Matemática e ensino de Matemática.



Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6639-9366>

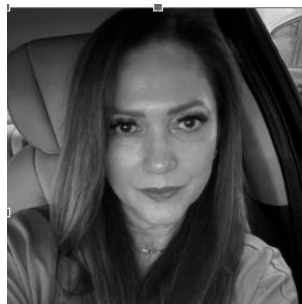
Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3958259909445934>

E-mail: rseimetz@unb.br

Sobre os autores

Ana Claudia Duarte Lopes

Mestre em Gestão pelo Instituto Superior de Gestão - ISG (Lisboa-Portugal), com revalidação pela UFRJ-Brasil, graduada em Administração com ênfase em Comércio Exterior. Possui especializações em áreas como Metodologias de Ensino em Matemática, Gestão de Projetos (MBA), Marketing Empresarial, Planejamento Estratégico, Docência para Educação Profissional, Metodologias de EaD. Profissional com atuação destacada em Organismo Internacional/ONU, na Agência Brasileira de Cooperação (ABC/MRE), onde atua desde 2011 na gestão de projetos de cooperação internacional. Paralelamente, acumula experiência docente como professora, tutora e instrutora no ensino superior e técnico, em instituições como SENAC-DF, IFB, Anhanguera, Projeção e UnB. Em sua trajetória corporativa, atuou em multinacionais como Coca-Cola, Panasonic e Foxconn, desempenhando funções relacionadas a Supply Chain Management, compras, coordenação de suprimentos, planejamento de produção e gestão comercial. É também autora e palestrante de trabalhos científicos nas áreas de gestão empresarial, educação, inteligência artificial, marketing turístico e satisfação do cliente.



Orcid: <https://orcid.org/0009-0008-5802-8416>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4745652172024687>

E-mail: anaclaudia.lopes@gmail.com

Ana Paula Gonçalves Pita

Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp), Campus de Rio Claro. Pesquisadora de pós doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde da Universidade Federal de São Paulo (Unifesp), Campus Guarulhos, Possui especialização em Ensino de Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) e especialização em Educação e Tecnologias, também pela UFSCar. Foi professora de Educação Básica da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (SEE-SP) e de Ensino Superior na Faculdade de Tecnologia (Fatec) em Santos e em Praia Grande. Atualmente, é professora dos cursos de Licenciatura em Matemática e



Pedagogia da Universidade Metropolitana de Santos (Unimes), professora do curso de Pós-Graduação em Educação Matemática da Faculdade SESI de Educação e pesquisadora do Grupo de Pesquisa em Educação Estatística (GPÉE), vinculado a Unesp, Campus Rio Claro, e do Grupo de Pesquisa Interdisciplinar de Estudos da Linguagem (GIEL), vinculado à Unifesp, Campus Guarulhos. Tem experiência na área de Educação Matemática, com ênfase em Educação Estatística, atuando principalmente nos seguintes temas: formação de professores, narrativas e insubordinação criativa. Foi uma das organizadoras do livro *Contribuições para a Educação Estatística: a trajetória acadêmica do grupo de pesquisa de Rio Claro* (Akademy, 2020) e uma das autoras do livro *Educação Estatística Crítica: diálogos, competências e insubordinação criativa* (Akademy, 2024).

Orcid : <https://orcid.org/0000-0003-2139-0194>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7170367106451240>

E-mail: anapaulagpita@gmail.com

Andréia Avelar Borges da Silva

Doutora e Mestre em Matemática pela Universidade de Brasília com período de doutorado sanduíche em *NASA Langley Research Center (NASA LaRC)*. Bacharel em Matemática pela Universidade de Brasília. Atualmente é professora adjunta da Universidade de Brasília, lotada na Faculdade de Planaltina, onde atua como professora da área de Matemática do curso de Licenciatura em Educação do Campo. É coordenadora do laboratório de ensino de Matemática da Faculdade UnB de Planaltina. Atuou como professora do Mestrado Profissional em Matemática e como professora da especialização em Metodologias de Ensino em Matemática. Desenvolve pesquisa nas áreas de métodos formais e ensino de matemática.

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-4318-8475>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8596529923042808>

Email: andreaavelar@unb.br



Camila Fernandes Beserra de Oliveira

Especialista em Ensino de Ciências e Matemática para o Ensino Fundamental pelo Instituto Federal de Brasília (IFB) e em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB). Licenciada em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB), atua como professora de Matemática na rede privada de ensino no Distrito Federal. Durante a graduação fez parte de projetos como o Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT/UnB) e foi membro do Grupo de Investigação em Ensino de Matemática da Universidade de Brasília (GIEM/UnB). Foi bolsista no projeto de pesquisa "Lesson Study na Formação Inicial e Continuada do(a) Professor(a) de Matemática: reflexão e colaboração em prol do desenvolvimento profissional docente" e possui publicações na área de Educação Matemática.



Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6614-1864>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3151084300052833>

E-mail: profcamismath@gmail.com

Clebson Nogueira de Oliveira

Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática e Licenciado em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB). Leciona Matemática na rede de Ensino do Distrito Federal e atua no planejamento estratégico na Administração Pública do DF.

Orcid: <https://orcid.org/0009-0002-1010-9248>

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/4239450534573378>

E-mail: clebsonnogueira@yahoo.com.br



Cleia Alves Nogueira

Doutora e Mestre em Educação pela Universidade de Brasília (UnB). Especialista em Tecnologias na Educação (PUC-Rio) e em Arte, Educação e Tecnologias Contemporâneas (UnB). Licenciada em Matemática pela Universidade Católica de Brasília (UCB-DF). Atualmente, é professora de Matemática no Instituto Federal de Brasília (IFB), Campus Estrutural, atuando como professora do Ensino Médio Técnico Integrado e da Licenciatura em Matemática. Possui experiência na Educação Básica, com 15 anos de atuação como professora de Matemática no Ensino Fundamental e 17 anos como coordenadora e formadora nos Núcleos de Tecnologia Educacional (NTE) da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF). Nesse contexto, desenvolveu ações voltadas à formação continuada de professores e ao acompanhamento pedagógico para o uso de tecnologias educacionais em escolas da rede pública. Na Universidade de Brasília, coordena pedagogicamente o projeto "Meninas e Mulheres no Instituto de Ciências Exatas da UnB (M²ICE)", integra o Grupo de Pesquisas e Investigações em Educação Matemática (PI) e o Grupo de Investigação em Ensino de Matemática (GIEM).

Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0983-2631>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1066630572022662>

E-mail: cleianog@gmail.com



Denis Januário Ferreira da Silva

Possui Graduação em Licenciatura em Matemática pela Faculdade Albert Einstein. Pós Graduado no Curso de Metodologias de Ensino em Matemática, pela Universidade de Brasília. Possui experiência na área de Matemática, tendo atuado em 2022 como professor de Matemática de turmas do 1º ano no Centro de Ensino em Período Integral de Valparaíso de Goiás. Atuou como Chefe do setor de Programas e Projetos Federais da Secretaria de Educação Municipal de Novo Gama, onde trabalha mas em outro setor da educação básica. Desenvolve trabalhos voluntários nas instituições sem fins lucrativos no Instituto ADESES (Associação de Desenvolvimento Educacional e Social do Entorno Sul) e Associação de Servidores do Entorno Sul.

Orcid: <https://orcid.org/0009-0007-5791-9228>

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/6463896657411156>

E-mail: denisjanuario62@gmail.com



Doutor em Educação pela Universidade de Brasília (2017). Mestre em Educação pela Universidade Católica de Brasília (2007) com linha de pesquisa em Educação Matemática. Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática (2024); Matemática Aplicada à Economia e Administração, Informática Educativa e Administração da Educação pela UnB. Especialista em matemática para professores do ensino médio pela UNICENTRO – Campus Curitiba Paraná (2023). Graduação em Ciências Econômicas pela Universidade Católica de Brasília (1991). Licenciado em Estatística, Matemática, Economia e Administração pela UnB. Atuei como professor Classe A - Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal. Atuei como Docente de graduação e pós-graduação pelo Instituto Nacional de Educação e Pesquisa Acadêmica do Distrito Federal e Entorno-INEPA, Instituto de Educação e Ensino Superior de Samambaia – IESA, União Educacional Certo - UNICERTO e pelas Faculdades Associação Religiosa e Beneficente Jesus Maria José - FAJESU e Projeção em Taguatinga -DF. Foi diretor do Centro Educacional nº 02 de Ceilândia- DF. Diretor do Centro Educacional Juscelino Kubstshek - Gama-DF - COLÉGIO JK- GAMA. Diretor da Diretoria de Educação Profissional da Secretaria de Estado e Educação do DF no período de junho a outubro de 2010 e Conselheiro do Conselho de Educação do DF de julho a outubro de 2010. Atuei como Professor formador nas áreas de matemática e Gestão Democrática e Gerente do Núcleo de planejamento da Escola de Aperfeiçoamento dos Profissionais de Educação-EAPE; Professor de Matemática, estatística e Administração nos cursos Técnicos de Administração e Informática presencial e á distância pela Escola Técnica de Ceilândia até 2020. Coordenador de Pólo de Apoio Presencial da Universidade Aberta do Brasil-UAB/UnB no período de dezembro de 2009 a agosto de 2010. Coordenador do Programa e-Tec Brasil e a EaD da Escola Técnica de Ceilândia no período de março de 2008 a outubro de 2009. Professor Aposentado da SEEDF e bolsista da FGV atuando com a formação de professores.



Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1764-203X>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2374936335034112>

E-mail: edi.a.oliveira2@gmail.com

Eduardo Antonio da Silva

Graduado em Física pela PUC Goiás. Mestrado e doutorado em matemática pela Universidade de Brasília. Atualmente é professor adjunto na Universidade de Brasília, atuando no grupo de Probabilidade. No período de 2023 a 2025 coordenou a especialização Metodologias de Ensino em Matemática, oferecida pelo Departamento de Matemática da Universidade de Brasília em parceria com a UAB. Na pesquisa em matemática atua nos temas: Formalismo Termodinâmico Via Operadores de Transferência, Mecânica Estatística Rigorosa e Sistemas Dinâmicos Aleatórios. No ensino tem interesse pelos temas: Teoria de Inteligências Múltiplas, Psicologia Cognitiva, Genética Comportamental.



Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1677-2705>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0399351521004208>

E-mail: eduardo23maf@gmail.com

Felipe Santos Monteiro

Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática e licenciado em Química pela Universidade de Brasília (UnB). Possui, ainda, especialização em Ciências da Natureza, suas Tecnologias e o Mundo do Trabalho pela Universidade Federal do Piauí (UFPI). Atualmente, atua como professor de Matemática e Química no Ensino Fundamental e Médio, abrangendo tanto a Formação Geral Básica (FGB) quanto os Itinerários Formativos (IF). Apresenta experiência em Iniciação Científica, tendo sido orientado pela Profa. Dra. Evelyn Jeniffer de Lima Toledo no desenvolvimento de trabalhos com atividades experimentais voltadas ao ensino de modelos atômicos. No âmbito institucional, exerceu o cargo de Diretor de Estudos e Eventos da Liga Acadêmica de Divulgação e Ensino Científico (LADEC/UnB). Detém sólida trajetória no contexto do Novo Ensino Médio (NEM), integrando o grupo de pesquisa "Acompanhamento, Auxílio e Análise da Implementação do Novo Ensino Médio no Distrito Federal" (2021-2023). Essa atuação resultou na coautoria da obra Extensão Universitária: Encontros e Diálogos no Território (2025, ISBN: 978-85-217-0778-3), especificamente no Capítulo III: "O Observatório OBEM na Implementação do Novo Ensino Médio no Distrito Federal".



Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-2546-2303>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6441778444062551>

E-mail: f.sant.monteiro@gmail.com

Flávia da Conceição Lemos

Especialista em Metodologia de Ensino de Matemática pela Universidade de Brasília (UnB) e em Psicopedagogia pela Universidade Estadual de Goiás (UEG). Possui licenciatura plena em Matemática pela Universidade Católica de Brasília (UCB). Tem experiência como docente de Matemática na educação básica (Ensino Fundamental II e Ensino Médio) em escolas particulares do Distrito Federal e, atualmente, leciona no Ensino Médio tanto na Formação Geral Básica (FGB) quanto em Itinerários Formativos (IF).

Orcid: <https://orcid.org/0009-0009-8102-5843>

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/2220555175651039>

E-mail: flavialeemos22@gmail.com



Hugo Lagrimante Ferreira

Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora. Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora. Atualmente, é professor do ensino fundamental e médio no Colégio Ideal - Brasília. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: educação financeira escolar, educação matemática e formação de professores.

Orcid.: <https://orcid.org/0000-0003-0224-0027>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2668847583102736>

E-mail: hugolagrimantef@gmail.com



Igor dos Santos Lima

Professor do Departamento de Matemática da UnB (MAT/UnB). Doutor em Matemática pela Unicamp, Mestre e Bacharel em Matemática pela UnB. Coordenador de Extensão do Instituto de Ciências Exatas. Foi um dos Coordenadores do Programa da Residência Pedagógica do MAT/UnB. Atualmente, é um dos Coordenadores do Programa PIBID do MAT/UnB. Membro dos Programas de Pós-graduação PPGMAT e Profmat. Pesquisador do



grupo de pesquisa “Observatório da Educação e do Ensino Médio no Distrito Federal (ObEM)”. Possui interesse na pesquisa em Teoria de Grupos, Teoria de Tranças, Metodologias Ativas e Estágio Supervisionado.

Orcid:<https://orcid.org/0000-0002-0346-2716>

Lattes:<http://lattes.cnpq.br/6570549108417199>

E-mail: igorlima@unb.br

Jeane Quitéria da Conceição Silva

Licenciada em Pedagogia pela Universidade Católica de Brasília (UCB-DF, 2022). Especialista em Docência no Ensino Superior e em Educação Especial na Perspectiva Inclusiva (Gran Centro Universitário, 2024), em Metodologias de Ensino em Matemática (Universidade de Brasília, 2025), em Gestão na Educação Profissional e Tecnológica (Instituto Federal de Goiás – Campus Goiânia, 2026) e em Educação Patrimonial: escolas, museus e comunidades (Faculdade de Ciências Sociais da Universidade Federal de Goiás, 2026). Graduanda em Administração Pública pela Universidade Federal de Catalão (UFCAT-GO) e em Relações Internacionais pela Universidade Católica de Brasília. Foi bolsista de Iniciação Científica pelo Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC/CNPq), no período de 2021 a 2022, com o projeto “Ensino de Pré-Requisitos para Leitura e Escrita com Deficientes Intelectuais: efeito sobre a aprendizagem de leitura”, desenvolvido na Universidade Católica de Brasília em parceria com a Universidade de Brasília, sob coordenação da Prof^a Dr^a Alessandra Rocha de Albuquerque. Atua na área de Educação Especial e Inclusiva, com ênfase no desenvolvimento humano e nos processos de ensino-aprendizagem na Educação Infantil e no Ensino Fundamental I, especialmente no atendimento educacional especializado de estudantes com Transtorno do Espectro Autista (TEA), Transtornos Globais do Desenvolvimento (TGD), Deficiência Intelectual e Deficiências Múltiplas. Desde janeiro de 2022, é professora substituta da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF), após aprovação em banca de aptidão para atuação em Educação Especial, Classes Especiais, Sala de Recursos e Educação Precoce.

Orcid: <https://orcid.org/0009-0009-6617-5181>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4825339279884134>

E-mail: jeanequiteriacs@gmail.com



João Batista Borges Junior

Especialista em Metodologia do ensino da matemática Pela Universidade de Brasília UNB, Licenciado em Matemática pela Claretiano – Centro Universitário de Batatais/SP, Pedagogo pela Faculdade de Educação Antônio Augusto Reis Neves – Barretos/SP, Lato Sensu, Especialização em Educação Especial. Atualmente Professor de Matemática da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

Orcid: <https://orcid.org/0009-0006-1310-5057>

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/6756829367967399>

E-mail: joaotatistabarretos@gmail.com



João Victor Monteiro de Andrade

Graduado em Matemática, mestre em Estatística (ênfase em Probabilidade) e especialista em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB), onde atualmente cursa doutorado em Informática e finaliza o bacharelado em Estatística. Oficial da reserva do Exército Brasileiro, possui sólida experiência como analista de dados e docente de Matemática. Acumula experiência em pesquisa científica junto ao Departamento de Pesquisa do Banco Central do Brasil e na área de Educação Matemática, com domínio técnico em distribuições multivariadas, teoria de grupos, ciência de dados, economia e modelagem estatística.

Orcid: <https://orcid.org/0009-0001-4558-1684>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8065816619121394>

E-mail: jotandrade98@gmail.com



Jodette Guilherme Amorim

Possui mestrado em Matemática pela Universidade de Brasília (1978). Aposentou-se como professora do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, desde então tem atuado principalmente na formação de professores. Escreveu um livro, Trigonometria e Números Complexos, em co-autoria com Tânia Schmitt e Rui Seimetz, para professores do Ensino Médio. Foi coordenadora do Projeto GESTAR II, de 2008 a 2010. Atuou como professora no curso de especialização em Metodologias de Ensino em Matemática de 2018-2019 e 2023-2024. É membro do Grupo de Investigação em Educação Matemática da UnB - GIEM.

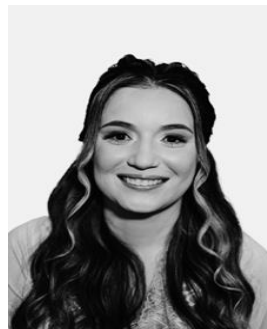


Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0170-8452>
Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8326912791296580>
E-mail: jodette@zamorim.com

Josyane Santos Azevedo

Especialista em Educação Matemática, licenciada pela Universidade de Brasília (UnB). Integra o Grupo de Investigação em Educação Matemática (GIEM/UnB) e é membro do projeto Lesson Study, sob orientação da Dra. Regina Pina. Atua como docente na Secretaria de Educação do Distrito Federal (SEDF). Participou de PIBIC em Álgebra e do Laboratório de Ensino de Matemática na UnB. Possui produções acadêmicas na área de matemática pura e educação matemática

Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-4294-8871>
Lattes: <https://lattes.cnpq.br/2411541980357112>
E-mail: josyanedsp@gmail.com



Leonardo Santos da Cruz

Licenciado em Matemática pela Universidade de Brasília. Especialista em Matemática e mestre em estatística pela mesma instituição. Possui experiência profissional como professor na secretaria de educação do Distrito Federal (SEEDF).
Orcid: <https://orcid.org/0009-0009-3267-7888>
Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0674054925389350>
E-mail: leosn244u@gmail.com



Leonardo Martins Vanini

Pós-doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Anhanguera (Undiderp). Doutor em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo (Unian/SP), Mestre em Ciência, Tecnologia e Educação pelo Centro Universitário Vale do Cricaré (UniVC). Licenciado em Matemática pela Universidade Norte do Paraná (Unopar). Docente efetivo na Rede Estadual do Espírito Santo, atuando na Escola Prof. Manoel Abreu. Docente na Faculdade Anhanguera de Linhares. Experiência como Coordenador e Supervisor PIBID; Experiência com Iniciação



Científica EaD (PictEaD); Coordenação de Eixo em Evento Nacional (Eixo-04 no XV-ENEM em Manaus); Parecerista de Revistas Científicas; Experiência em Coordenação e Desenvolvimento de Avaliações Externas.

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7591-5083>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5053322705005812>

E-mail: professor@leomartins.net

Leticia Ribeiro Gomes Herculano

Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB). Licenciada em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB). Tecnóloga em Fotografia pela União Pioneira de Integração Social (UPIS) – Faculdade de Comunicação e Artes. Desenvolve estudos na área de Metodologias de ensino, com foco em gamificação no ensino de Matemática.

Orcid: <https://orcid.org/0009-0004-5597-5021>

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/1996938317174655>

Email: leticiarghf@gmail.com



Lucas Matheus de Lima Dal Berto

Doutor em Matemática pela Universidade de Brasília. Mestre em Matemática pela Universidade Federal de Goiás. Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília. Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Goiás.

Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8058-8497>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7796720985250953>

E-mail: lucasmatheusdelimadalberto@gmail.com



Lucicleide de Oliveira Franco Alves

Especialista em Matemática, suas Tecnologias e o Mundo do Trabalho pela Universidade Federal do Piauí (UFPI). Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB). Licenciada em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB). Pesquisadora do Núcleo de Estudos para a Paz e os Direitos Humanos (NEP). Membro do Grupo de Pesquisa Direitos Humanos, Educação, Mediação e



Movimentos Sociais, da Rede Brasileira de Educação em Direitos Humanos (RedEDH). Atuou como pesquisadora na Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização de Jovens e Adultos, Diversidade e Inclusão (SECADI), realizando levantamento sobre o estado de implementação das Diretrizes para a Educação em Direitos Humanos na educação superior.

Atualmente, é professora regente da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEDF), ministrando aulas de Matemática.

Orcid: <https://orcid.org/0009-0006-5786-3044>

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/4609322323829339>

E-mail: cleideoliveiraalves76@gmail.com

Márcia Rodrigues Leal

Doutora em Educação pela Universidade de Brasília (UnB). Mestre em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de Goiás (PUC/GO). Licenciada em Matemática e em Pedagogia. Possui experiência na Educação Básica e no Ensino Superior. Desenvolve estudos relacionados ao campo da Educação Matemática, Criatividade em Matemática, Criatividade em Geometria e Formação de professores. É membro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática do Distrito Federal (SBEM/DF), do Grupo de Investigação em Ensino de Matemática (GIEM) e do Grupo de Pesquisa e Investigação em Educação Matemática (PI), ambos associados ao Departamento de Matemática da UnB. Brasília, Distrito Federal, Brasil.



Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-4307-802X>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4078490199054257>

E-mail: marcialeal629@gmail.com

Maria Cecília Pereira Oliveira Eberle

Possui graduação em Matemática pelo Centro Universitário de Desenvolvimento do Centro-Oeste (UNIDESC), concluída em 2011, e pós-graduação lato sensu em Orientação e Gestão Escolar e em Metodologias no Ensino de Matemática, esta última pela Universidade de Brasília (UnB). Atualmente, é mestranda em Gestão, Educação e Tecnologias pela Universidade Estadual de Goiás (UEG) e cursa especialização lato sensu em Educação Digital e Inovação Pedagógica na Educação Básica pela



Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). É professora efetiva de Matemática da rede municipal de ensino de Valparaíso de Goiás. Atuou como gerente de formação em Matemática na Secretaria Municipal de Educação de Valparaíso de Goiás entre 2019 e 2023 e, desde 2024, exerce a função de Gerente de Ensino dos Anos Finais do Ensino Fundamental na mesma secretaria. Integra a equipe técnica da Secretaria Municipal de Educação, com atuação na implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) Computação, e é articuladora municipal da União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (UNDIME) no estado de Goiás.

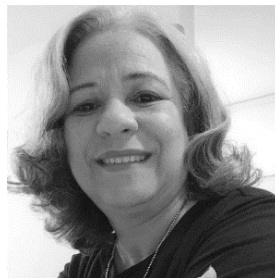
Orcid: <https://orcid.org/0009-0001-3835-7844>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0309723141128904>

E-mail: sissieberle12@gmail.com

Maria Dalvirene Braga

Mestre em Educação pela Universidade de Brasília. Especialista em Educação Matemática pela Faculdade Jesus Maria (FJM-DF). Licenciada em Ciências e Matemática pela Universidade Católica de Brasília (UCB). Professora aposentada da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal. Atualmente é professora voluntária do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília atuando como docente na Especialização em Metodologias de Ensino em Matemática (2023-2025), na realização de projetos de pesquisa do grupo GIEM, e nas atividades da área de ensino e extensão. Possui experiência na área da Educação Básica a Pós-Graduação. Atuou como consultora da UNICEF na área de Educação de 2021-2023. Integra o Grupo de Investigação em Ensino de Matemática da Universidade de Brasília - GIEM/CNPq/UnB. É vice-presidenta do Instituto Horizonte, desenvolvendo projetos que promovam os direitos humanos, tendo como pilar a educação democrática, plural e participativa.



Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0948-8228>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5138482548346401>

E-mail: dalvirenebraga@gmail.com

Marlucia Moreira de Sousa

Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática pela UnB/UAB (2024), Gestão de Pessoas (UFPR) e Metodologias de Educação à Distância (Anhanguera). graduada em Administração de Empresas(Uninter). Atuou como professora- tutora presencial e à distância no curso de Graduação em Administração. Atualmente é empregada de banco público na área de Gestão de Pessoas.

Orcid: <https://orcid.org/0009-0006-4773-8100>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0347206781536020>

E-mail: adm.malumoreira@gmail.com



Mauro Luiz Rabelo

É mestre e doutor em Matemática pela UnB, com pós-doutorado pela Universidade de Stanford - EUA. Atualmente é Conselheiro da Câmara de Educação Superior do Conselho Nacional de Educação (CNE) e Diretor Acadêmico do Instituto Iter. No Ministério da Educação, atuou como Secretário de Educação Básica (abr/2021dez/2022), Secretário Adjunto da Educação Básica (set/2020mar/2021), Diretor de Relações Internacionais da CAPES (maio/2019-jan/2020), Secretário de Educação Superior do Ministério da Educação (jan-abr/2019), Secretário de Educação Superior Substituto da SESu/MEC (dez/2016 dez/2018) e Diretor de Desenvolvimento da Rede de Instituições Federais de Ensino Superior da SESu/MEC (nov/2016dez/2019). Foi presidente do Conselho de Administração da Empresa Brasileira de Serviços Hospitalares EBSEH de out/2018 a maio/2020, membro do Conselho de Administração do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA-RJ) de nov/2019 a fev/2023, membro do Conselho de Administração do Internacional Institute for Applied Systems Analysis IIASA Laxenburg Áustria (2019/2020), conselheiro do Conselho Nacional de Educação da Câmara de Educação Básica (2021-2022). Participou, coordenou ou presidiu os seguintes comitês ou comissões: presidente da Comissão Intergovernamental de Financiamento para a Educação Básica de Qualidade (2021/2022), presidente da Instância Permanente de Negociação e Cooperação entre a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios (2021/2022), coordenador do Comitê#770; Estratégico do Plano de Ações Articuladas PAR (2022), membro do Conselho de Acompanhamento e Controle Social da União - CACS/FUNDEB (2022), membro do Conselho Gestor do Fundo de Universalização dos Serviços de Telecomunicações - CG-FUST (2022), membro do Conselho Superior da



Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (2019-2022), membro do Conselho Técnico-Científico da Educação Básica da Capes, membro da Comissão Nacional de Avaliação da Educação Superior Conaes - (2017-2018) e conselheiro do Conselho Nacional de Educação (jan-abr/2019), presidente do Fórum Nacional de Pró-reitores de Graduação na gestão 2014-2015. Na Universidade de Brasília, exerceu diversas funções, incluindo: Decano de Ensino de Graduação (nov/2012-out/2016), Diretor Acadêmico e Diretor-geral do Centro de Seleção e de Promoção de Eventos - Cespe/UnB de 2003 a 2008, Presidente da Comissão de Acompanhamento do Programa de Avaliação Seriada da UnB; Coordenador de Extensão; Gerente de Construção de Instrumentos de Avaliação do Cespe/UnB; Gerente de Processos Seletivos e Avaliação; Subcoordenador do Programa de Avaliação Seriada (PAS); Subcoordenador do Vestibular da UnB; Chefe e subchefe do Departamento de Matemática; Coordenador de Graduação do Departamento de Matemática, entre outros. Consultor adhoc de revistas científicas e de agências de fomento. Atua no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.

Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2930-6495>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8215637466536468>

E-mail: tunoluiz@gmail.com

Nilton Moura Barroso Neto

Graduado Bacharel em física pela Universidade Federal do Pará, fez mestrado e doutorado em matemática na Universidade de Brasília, com ênfase em geometria diferencial. Atualmente é professor associado do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, onde atua desde 2011.

Orci: <https://orcid.org/0000-0002-8128-9939>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4318280043448159>

Email: niltonmoura@unb.br



Priscila Nunes de Farias

Mestra em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB). Licenciada em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) e pela Universidade de Aveiro, de Portugal (UA). Possui experiência como professora regente de Matemática nas redes pública e privada do Rio Grande do Sul. Atuou no Magistério Militar, no



Colégio Militar de Brasília (CMB), como professora de Matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio e como Coordenadora da Disciplina de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental. Atualmente, é professora efetiva da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal atuando como professora regente de Matemática e Itinerários Formativos do Ensino Médio.

Orcid: <https://orcid.org/0009-0001-0031-5657>

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/2148189292620981>

E-mail: priscilanunesdf@gmail.com

Rafaela Santos do Nascimento

Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB) e pós-graduada em Metodologias de Ensino de Matemática. Possui experiência como professora de Matemática no Ensino Médio na Secretaria de Educação do Distrito Federal, desenvolvendo atividades de ensino, acompanhamento pedagógico e elaboração de materiais didáticos.

Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-3505-2209>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3174465815722182>

E-mail: rafaela753santos@gmail.com



Raquel Carneiro Dörr

Doutora em Educação e Mestre em Matemática, ambos pela Universidade de Brasília (UnB). Possui dois estágios de Pós-doutoramento: um na Freie Universität Berlin (FUB); o segundo junto ao Centro de Matemática, Computação e Cognição da Universidade Federal do ABC (UFABC). Possui Licenciatura e Bacharelado em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa. É professora no Departamento de Matemática da UnB, lecionando na graduação e na pós-graduação do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede (PROFMAT). Tem experiência na área de Educação Matemática, atuando nos seguintes assuntos: aprendizagem do Cálculo, formação de professores que ensinam Matemática e metodologias de ensino de Matemática. Brasília, Distrito Federal, Brasil.

Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6453-7032>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4277188083855842>

E-mail: raqueldorr@unb.br



Rodrigo Azevedo de Souza

Especialista em Metodologia do Ensino da Matemática pela Universidade de Brasília (UnB) e licenciado em Física pela Universidade Paulista (UNIP). Possui experiência na Educação de Jovens e Adultos (EJA) - 3ª etapa pela Secretaria de Educação do Distrito Federal (SEDF) e, desde 2023, atua como professor do Ensino Médio na rede pública de Brasília (SEDF), com participação em feira de ciências.

Orcid: <https://orcid.org/0009-0005-3305-8203>

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/566737223924076>

E-mail: rodrigoazsouza@gmail.com



Rui Seimetz

Doutor em Matemática e professor do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília (UnB). Atua na formação inicial e continuada de professores de Matemática, com experiência em ensino de graduação e pós-graduação, projetos de extensão e coordenação acadêmica. Desenvolve e coordena ações voltadas à articulação entre universidade e educação básica, com ênfase em práticas pedagógicas, metodologias de ensino e formação docente. Integra o Grupo de Investigação em Ensino de Matemática da Universidade de Brasília - GIEM/CNPq/UnB. É coordenador de projetos institucionais de ensino e extensão, incluindo iniciativas no âmbito do PIBID e de Oficinas em Matemática. Possui produção acadêmica na área de Educação Matemática e ensino de Matemática.

Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6639-9366>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3958259909445934>

E-mail: rseimetz@unb.br



Thayná Alves de Souza

Graduada em Licenciatura em Matemática, pós-graduada em Metodologias de Ensino de Matemática pela Universidade de Brasília (UnB) e mestranda em Educação Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Possui experiência como professora de Matemática no Ensino Médio, na Educação de Jovens e Adultos (EJA) e no Novo Ensino Médio, na Secretaria de Educação do Distrito Federal, atuando no desenvolvimento de atividades de ensino, acompanhamento pedagógico e elaboração de materiais didáticos.



Orcid: <https://orcid.org/0009-0005-8781-1918>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2706386400853608>

E-mail: thaynasouzamat61@gmail.com

Thiago Ramos de Oliveira

Graduado em licenciatura plena em matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília (IFB) Campus Estrutural. Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília (UNB), Especialista em Gestão da educação Profissional e Tecnológica pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG) Campus Luziânia.



Orc ID: <https://orcid.org/0009-0008-4373-4406>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0593968338431529>

E-mail: thiago.ramos2399@gmail.com

Tiago Rodrigues de Souza

Graduado em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado de São Paulo (IFSP) Câmpus Caraguatuba. Possui pós-graduação em especialização em Metodologias de Ensino em Matemática

pela Universidade de Brasília (UnB).

Orcid: <https://orcid.org/0009-0006-9292-7744>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7311517373765754>

E-mail: tiagorois@proton.me



Vanessa Alves Batista

Advogada e licenciada em Ciências Naturais pela UnB, combina uma trajetória marcada pela versatilidade e pelo rigor analítico. Sua experiência abrange desde docência de Ciências e Matemática na rede pública do Distrito Federal (SEEDF) até a Consultoria Legislativa do Senado Federal. É Especialista em Matemática Financeira e Estatística, bem como em Metodologias de Ensino de Matemática pela UnB, a autora utiliza sua formação multidisciplinar para transitar com agilidade entre as ciências exatas, naturais e o universo jurídico.

Orcid: <https://orcid.org/0009-0006-9317-1491>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6090709661984197>

E-mail: vbatista@vanessalves.com.br



Thaynara dos Santos Rodrigues

Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática pela Universidade de Brasília, especialista em Docência e Prática de Ensino em Matemática pela Faculdade Descomplica e especialista em Ensino Superior pela Faculdade FAIARA. Licenciada em Matemática pela Universidade Católica de Brasília. Educadora com experiência em metodologias ativas e na Antroposofia da Educação. Especialização em Banco de Dados pela Faculdade Descomplica. Foi bolsista do ProUni na UCB e premiada com uma moção de louvor pelo desenvolvimento da cultura Hip-Hop - reconhecida como Patrimônio Cultural

Imaterial do Distrito Federal (Lei nº 7.274/2023). Atuou como professora na zona rural pelo Estado de Goiás (SEDUC/GO) e como educadora em uma Organização da Sociedade Civil no Distrito Federal. Atualmente, ministra aulas na Secretaria de Educação do Distrito Federal (SEDF), desenvolvendo projetos inter e transdisciplinares no currículo de Matemática, em conformidade com os documentos oficiais Currículo em Movimento (DF) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Pesquisadora do Programa ETNOMATEMATICA, idealizado por Ubiratan D'Ambrósio, e dos Temas Transversais na Educação previstos na BNCC. Colaboradora do livro *Metodologias para o Ensino de Matemática: práticas pedagógicas no Ensino Médio e Superior*, pela UnB.

Orcid: <https://orcid.org/0009-0005-5540-5464>

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/0250820387657207>

E-mail: matematicathaynara@gmail.com



