

O ensino dos números racionais no contexto da Lesson Study: teorizações, pesquisas e práticas

Priscila Bernardo Martins
Edda Curi
(organizadoras)

O Ensino dos Números Racionais no Contexto da Lesson Study: teorizações, pesquisas e práticas

Priscila Bernardo Martins

Edda Curi

(organizadoras)

**O Ensino dos Números Racionais
no Contexto da Lesson Study:
teorizações, pesquisas e práticas**

Ak**demy**
EDITORA

2026

Copyright © 2026 Editora Akademy
Editor-chefe: Celso Ribeiro Campos
Diagramação e capa: Editora Akademy
Revisão: Cassio Cristiano Giordano

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

M386d

Martins, Priscila Bernardo; Curi, Edda (organizadores)
O Ensino dos Números Racionais no Contexto da
Lesson Study: teorizações, pesquisas e
práticas. São Paulo: Editora Akademy, 2026.

Vários autores
Bibliografia
ISBN 978-65-82929-06-9

1. Ensino de Matemática 2. Educação Básica 3. Anos
Finais 4. Ensino Fundamental 5. Aprendizagem

I. Título

CDD: 370

Índice para catálogo sistemático:
1. Área 370 - Educação

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida por qualquer meio sem a prévia autorização da Editora Akademy.

A violação dos direitos autorais é crime estabelecido na Lei n. 9.610/98 e punido pelo artigo 184 do Código Penal.

Os autores e a editora empenharam-se para citar adequadamente e dar o devido crédito a todos os detentores dos direitos autorais de qualquer material utilizado neste livro, dispondo-se a possíveis acertos caso, inadvertidamente, a identificação de algum deles tenha sido omitida.

Editora Akademy – São Paulo, SP

Corpo editorial

Alessandra Mollo (UNIFESP-CETRUS)
Ana Hutz (PUC-SP)
Ana Lucia Manrique (PUC-SP)
André Galhardo Fernandes (UNIP)
Andréa Pavan Perin (FATEC)
Antonio Correa de Lacerda (PUC-SP)
Aurélio Hess (FOC)
Camila Bernardes de Souza (UNIFESP/EORTC/WHO)
Carlos Ricardo Bifi (FATEC)
Cassio Cristiano Giordano (FURG)
Cileda Queiroz e Silva Coutinho (PUC-SP)
Claudio Rafael Bifi (PUC-SP)
Daniel José Machado (PUC-SP)
Fernanda Sevarolli Creston Faria Kistemann (UFJF)
Francisco Carlos Gomes (PUC-SP)
Freda M. D. Vasse (Groningen/HOLANDA)
Heloisa de Sá Nobriga (ECA/USP)
Ivy Judensnaider (UNICAMP)
Jayr Figueiredo de Oliveira (FATEC)
José Nicolau Pompeo (PUC-SP)
Marcelo José Ranieri Cardoso (PUC-SP)
Marco Aurelio Kistemann Junior (UFJF)
Maria Cristina Kanobel (UTN – ARGENTINA)
Maria Lucia Lorenzetti Wodewotzki (UNESP)
Mario Mollo Neto (UNESP)
Mauro Maia Laruccia (PUC-SP)
Michael Adelowotan (University of JOHANNESBURG)
Océlio de Jesus Carneiro Morais (UNAMA)
Paula Gonçalves Sauer (ESPM)
Roberta Soares da Silva (PUC-SP)
Tankiso Moloi (University of JOHANNESBURG)

Este livro foi avaliado e aprovado por pareceristas ad hoc.

Sumário

Prefácio	09
Apresentação	11
Capítulo 1 – Ensino e aprendizagem dos Números Racionais: algumas reflexões a partir dos resultados de um projeto de pesquisa.....	13
<i>Edda Curi</i>	
Capítulo 2 – O ensino dos números racionais na BNCC: prescrições para os anos iniciais.....	35
<i>Ruy Cesar Pietropaolo</i>	
<i>Angelica da Fontoura Garcia Silva</i>	
Capítulo 3 – Lesson Study: metodologia de formação de educadores que ensinam Matemática.....	61
<i>Priscila Bernardo Martins</i>	
<i>Suzete de Souza Borelli</i>	
Capítulo 4 – A Representação Fracionária e os seus diferentes significados: uma análise no material Currículo em Ação do 5º Ano.....	85
<i>Katia Hiromi Okawa Ekami</i>	
<i>Priscila Bernardo Martins</i>	
Capítulo 5 – Lesson Study (Estudo de Aula) e o Ensino dos Números Racionais: uma experiência em uma escola Estadual da Zona Leste de São Paulo.....	107
<i>Adriana Ferreira Tiburtino</i>	
<i>Edda Curi</i>	
Capítulo 6 – Conhecimentos de Conteúdo e Conhecimentos Pedagógicos no Ensino dos Números Racionais: análise de um processo formativo.....	131
<i>Renata da Silva Gonçalves</i>	

Capítulo 7 – Possibilidades e Potencialidades da *Lesson Study* na Formação continuada de professores: reflexões sobre o ensino e a aprendizagem dos Números Racionais nos 4º e 5º anos.....153

Loise Tarouquela Medeiros

Capítulo 8 – O Ensino de Números Racionais no 5º Ano: Narrativa Docente de uma educadora no Contexto da *Lesson Study*.....171

Simone Oliveira dos Santos

Adriana Ferreira Tiburtino

Fernanda Barros Müller

Posfácio183

Índice Remissivo189

Sobre os Autores191

Prefácio

O Programa de Pesquisa em Educação Pública (Proeduca) representa um importante instrumento de aproximação entre universidade, escola pública e sociedade, reafirmando o papel da pesquisa como instrumento fundamental para a produção de conhecimento e para o aprimoramento das políticas educacionais. Fruto da articulação entre universidades paulistas, a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP e a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, o programa financia projetos de pesquisa aplicada à educação básica pública, que respondam a desafios concretos vivenciados no cotidiano escolar e na gestão educacional.

A pesquisa educacional aplicada possui um papel estratégico no desenvolvimento social, científico e humano. Por meio dela, torna-se possível compreender realidades, analisar práticas pedagógicas, propor metodologias inovadoras e elaborar caminhos para a superação das desigualdades educacionais. Em um cenário marcado por rápidas transformações sociais e tecnológicas, produzir conhecimento científico sobre educação significa também fortalecer a democracia, valorizar a escola pública e ampliar as possibilidades de formação crítica e cidadã.

A universidade ocupa um lugar central na construção desse conhecimento. Mais do que um espaço de formação profissional, ela constitui um ambiente de investigação, reflexão e produção intelectual que precisa cada vez mais se comprometer com a transformação social. A aproximação entre universidade e rede pública de ensino, promovida pelo PROEDUCA, busca aplicar o conhecimento científico em prol da melhoria da qualidade da educação pública paulista e brasileira.

É fundamental destacar, nesse percurso, a relevante contribuição da professora Edda Curi, cuja trajetória acadêmica e dedicação à pesquisa educacional consolidaram importantes reflexões sobre formação docente, ensino e aprendizagem, especialmente no campo da Educação Matemática.

A contribuição do trabalho da professora Edda Curi e de sua equipe para o desenvolvimento do ensino de Matemática nos anos iniciais da educação básica representa um exemplo concreto dos frutos da aliança entre universidade e escola pública. Suas pesquisas, projetos e ações formativas são exemplos de produção acadêmica articulada às demandas da educação básica, contribuindo de maneira efetiva para o aprimoramento das práticas pedagógicas, para a valorização da formação docente e para a construção de uma aprendizagem matemática mais significativa e acessível aos/às estudantes.

Fabiana Tamizari e Maria Elisa Almeida Brandt

Secretaria da Educação do Estado de São Paulo

Apresentação

Este livro é fruto do Projeto de Pesquisa denominado *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagens dos Números Racionais nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental: um projeto piloto envolvendo Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo*, financiado pela Fapesp no âmbito do Edital Proeduca.

A obra explora o ensino dos Números Racionais no contexto da metodologia *Lesson Study*, buscando articular teoria, pesquisa e prática profissional. Os textos discutem as dificuldades enfrentadas por estudantes e professores, detalhando os diversos significados das frações — como parte-todo, quociente e razão — além de abordar as representações decimais e a ideia de equivalência. Os documentos curriculares brasileiros também são analisados criticamente, comparando as orientações dos PCN com as habilidades prescritas pela BNCC. A obra também dá voz à experiência vivenciada no cotidiano escolar, apresentando narrativas docentes e reflexões sobre as possibilidades e potencialidades desta metodologia de formação continuada. Os textos discutem, inclusive, o que os educadores podem aprender com os erros dos estudantes, ressignificando as dificuldades e os obstáculos epistemológicos como ferramentas importantes para a mediação do conhecimento pelo professor. O objetivo é o fortalecimento da formação docente, oferecendo subsídios que articulem o conhecimento matemático aos desafios da sala de aula.

O livro se estrutura em oito capítulos. O **Capítulo 1**, de Edda Curi, visa clarear e ampliar conceitos matemáticos, discutindo o 'como ensinar' com exemplos e comentários, desenvolvendo assim o conhecimento pedagógico do conteúdo. O **Capítulo 2**, de Ruy Cesar Pietropaolo e Angelica da Fontoura Garcia Silva, analisa comparativamente as prescrições dos documentos federais PCN (Brasil, 1997) e BNCC (Brasil, 2018) relativas aos números racionais nos anos iniciais. O **Capítulo 3**, de Priscila Bernardo Martins e Suzete de Souza Borelli, apresenta a origem e conceituação da metodologia *Lesson Study*, evidenciando suas etapas de implementação, contribuições e desafios. O **Capítulo 4**, de Katia Hiromi Okawa Ekami e Priscila Bernardo Martins, traz parte dos resultados de uma pesquisa cujo foco foi analisar os significados da representação fracionária privilegiados no material Currículo

em Ação do 5º ano. O **Capítulo 5**, de Adriana Ferreira Tiburtino e Edda Curi, busca compreender, em profundidade, processos formativos desenvolvidos no contexto da metodologia *Lesson Study*. O **Capítulo 6**, de Renata Gonçalves da Silva, tem como objetivo identificar e analisar os conhecimentos iniciais mobilizados por professoras acerca dos números racionais, considerando tanto o conhecimento do conteúdo matemático quanto o pedagógico relacionado aos diferentes significados das frações. O **Capítulo 7**, de Loise Tarouquela Medeiros, analisa as possibilidades e potencialidades do *Lesson Study* como estratégia de formação continuada de professores. O **Capítulo 8**, de Simone Oliveira dos Santos, Adriana Tiburtino e Fernanda Barros Müller, apresenta reflexões narrativas iniciais de uma professora do 5º ano em relação à sua participação no Projeto de Pesquisa.

Esperamos que este livro possa trazer contribuições a pesquisadores da área da Educação Matemática, bem como desencadear debates e novas pesquisas sobre a temática *Lesson Study* e o Ensino dos Números Racionais, abrindo perspectivas de continuidade.

As organizadoras

1 - Ensino e aprendizagem dos Números Racionais: algumas reflexões a partir dos resultados de um projeto de pesquisa.

Edda Curi

Discussões iniciais

Os Números Racionais embora se constituam como um objeto de conhecimento muito importante, provocam grandes conflitos no processo de aprendizagem dos estudantes, tanto dos anos iniciais como dos anos finais do ensino fundamental e do ensino médio também. As dificuldades aparecem porque o ensino é baseado em procedimentos, que os estudantes acabam decorando e não focalizam o conceito de número racional, ficando apenas a memorização de estratégias de cálculo, sem sentido para os estudantes. Mas afinal, o que é um número racional?

Na matemática há um conjunto numérico denominado de conjunto de números racionais definido como:

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0 \right\}$$

Essa definição explora o resultado de uma divisão de a por b em que esses números pertencem ao conjunto dos números inteiros e o denominador b deve ser diferente de zero, pois não existe uma divisão por zero.

Essa definição matemática envolve o significado de uma “fração¹” como quociente entre dois números inteiros. No entanto, no ensino brasileiro, talvez uma tradição pedagógica, se inicia com o significado de parte todo, o que pode acarretar dificuldades na aprendizagem do conceito de fração. Esse é um ponto de reflexão que será discutido mais adiante.

Outro motivo que pode ser apontado em relação às dificuldades de aprendizagem é que os números naturais são representados por um único símbolo e um único número racional pode ser representado por vários símbolos. Esse conjunto tem duas representações distintas que são usadas de

¹ Neste texto abordaremos o termo fração ao invés de representação fracionária.

acordo com a situação mais apropriada: a fracionária, decimal e percentual, além de representações geométricas na reta numérica e em outras representações pictóricas. Cada uma tem uma função diferente e deve ser usada de forma adequada à situação. Por exemplo, a representação fracionária permite compreender melhor o significado de razões, escalas e porcentagens. A representação decimal, muito mais usada nos dias atuais, está presente no dia a dia das pessoas, para indicar medidas, na mídia, nos negócios e na vida profissional.

Outra dificuldade no uso desses números é em relação ao tipo de grandeza que ele representa, se discreta ou contínua, que serão discutidas ao longo do texto.

A BNCC focaliza os números racionais a partir do 4º ano. O documento destaca, na sua parte inicial, que o objetivo do ensino dos Números Racionais é levar os estudantes a perceberem que os Números Naturais, já conhecidos desde o início da escolarização, não são suficientes para resolver determinados problemas do cotidiano.

Como objetos de ensino, nos anos iniciais a BNCC contempla os significados de parte todo e de quociente, a leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias e decimais de uso frequente. As operações ainda não são sistematizadas. O documento focaliza as operações de adição e subtração de representações fracionárias por meio de equivalências. O documento aponta adições e subtrações com representações decimais, utilizando o quadro de valor e lugar de ampliação do sistema de numeração decimal e as operações de multiplicação e divisão de um número racional por um número natural. As demais operações estão contempladas nos anos finais do ensino fundamental.

Mas, para que os professores e professoras possam ensinar com qualidade esse sistema numérico é preciso que compreendam com profundidade os conceitos, elementos, representações e propriedades envolvidas, pelo menos dos conteúdos previstos para serem ensinados, pois sem o conhecimento desses conteúdos não é possível construir adequadamente o conhecimento pedagógico deles, ou seja, “o como ensinar”. A falta do conhecimento do conteúdo com ampliações não permite a compreensão de documentos curriculares, principalmente, os que estão elaborados no estilo da BNCC, com descrições minuciosas a respeito das habilidades.

Por esse motivo, a construção deste texto tem como objetivo clarear e ampliar alguns conceitos matemáticos, que no projeto desenvolvido se mostraram frágeis, mesmo depois de estudos realizados, mas sem voltar o foco para a matemática “pura”, mas discutindo o “como ensinar” com exemplos e comentários, desenvolvendo assim, o conhecimento pedagógico do conteúdo. Além disso, o texto dialoga com a BNCC e com o material curricular denominado currículo em ação.

Dessa forma, o texto apresenta coerência pedagógica sistêmica (Smole, 2021), atendendo a esse princípio de formação continuada, citado em documentos de formação continuada do MEC, que articula ações formativas, currículo, material curricular, avaliação em torno das aprendizagens dos estudantes, neste caso sobre o tema Números Racionais.

Com estes esclarecimentos passamos a discutir vários assuntos abordados nas habilidades da BNCC referentes aos Números Racionais para ampliação do conhecimento de conteúdo, do conhecimento pedagógico do conteúdo e do repertório dos leitores do texto. Esses conhecimentos serão tratados imbricadamente no texto. Iniciamos com as noções de grandeza, termo muito utilizado quando se discorre sobre Números Racionais.

Sobre Grandezas

Uma grandeza é tudo aquilo que pode ser contado ou medido. Existem dois tipos de grandezas: as discretas e as contínuas. As grandezas discretas podem ser contadas e quantificadas. As grandezas contínuas envolvem uma medição, pois não permitem uma contagem imediata ou direta. As grandezas discretas possibilitam contar uma quantidade de objetos, as contínuas quantificam as qualidades por meio de medidas. São grandezas contínuas: massa, temperatura, comprimento, capacidade, valor, volume e tempo. Os Números Naturais e os Números Inteiros (positivos e negativos) são usados em contagem ou em medidas de unidades inteiras. Quando as medidas envolvem unidades inteiras e parte delas, são usados os Números Racionais para medi-las.

O mais comum no processo de ensino dos Números Racionais é associá-los às grandezas contínuas em representações pictóricas como bolos, pizzas e superfícies. Mas, é importante destacar que a abordagem dos Números Racionais também requer a exploração das grandezas discretas, como calcular uma ou mais partes de uma quantidade de bolinhas.

O fato de trabalhar com os Números Racionais envolvendo grandezas contínuas pode ser um obstáculo didático (que se origina da didática do professor), pois a literatura mostra que o trabalho com os Números Racionais deve ser realizado também com grandezas discretas e com diferentes representações.

A Introdução dos Números Racionais

O ensino dos Números Racionais tem sido introduzido nos livros didáticos de 4º e 5º anos, por meio de ilustrações, nas quais uma grandeza contínua é dividida em n partes iguais e são coloridas a dessas partes, e representam a fração a/n .

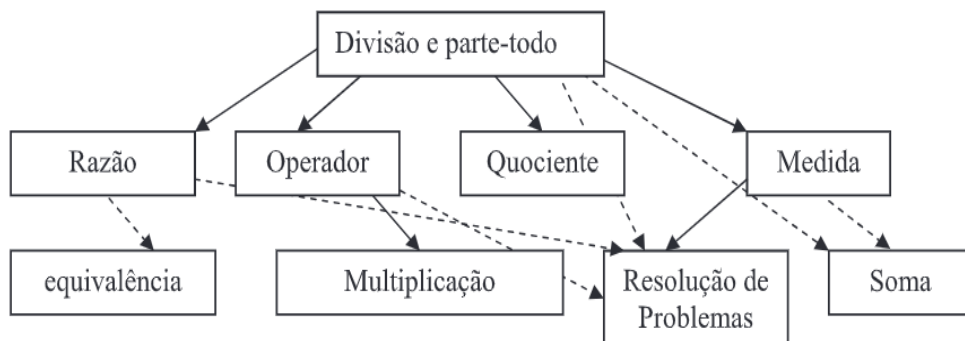
No geral, exploram casos em que $a < n$ ($a, n \in \mathbb{IN}$, $n \neq 0$), enfatizando-se que o inteiro foi dividido em n partes iguais, e delas foram retiradas a partes. É por isso que os estudantes apresentam dificuldades quando lhes é solicitado que representem com um desenho a “fração” a/b , em que $a > b$, como no caso da “fração” $5/2$.

Em relação às operações, os livros didáticos apresentam as operações usando frações, com base em regras, sem referências a conceitos fundamentais que possibilitem a compreensão das operações, como a equivalência de frações para fazer redução ao mesmo denominador.

Significados das Frações

Para Behr et al (1983) a palavra fração está relacionada a muitas ideias bem como a diferentes significados é o que mostra a figura a seguir

Figura 1. Esquema das ideias atreladas ao conceito de fração.



Fonte: (Behr, et al., 1983)

As diferentes ideias envolvidas na construção desse conceito em diversos contextos não permitem sua consolidação, mas possibilitam a compreensão desses números. No entanto, o ensino das frações tem sido marcado pelo mecanicismo, pela prescrição de regras e “macetes”, sem aplicações, com ênfase nos cálculos. Por esse motivo é necessário a compreensão dos significados das frações que sempre envolvem um contexto.

Neste texto, os estudos dos significados das frações serão ampliados em relação aos indicados para o 5º ano na BNCC. O motivo é que para que professores e professoras compreendam melhor os significados de parte-todo e quociente, indicados no documento é preciso conhecer os outros significados apontados na literatura, para que se percebam as diferenças entre eles, possibilitando mais profundidade nos significados apontados para serem ensinados.

Iniciamos com um significado mais trabalhado nas escolas brasileiras e nos materiais didáticos.

Fração como parte de um todo

Nesse caso, a fração representa uma determinada quantidade de partes de uma unidade que foi dividida em partes iguais. Em uma definição mais elaborada, quando algo é fracionado em porções idênticas, a fração indica quantas dessas partes estão sendo consideradas no inteiro. Nos livros didáticos brasileiros (Jesus, 2025) esse significado geralmente aparece em formas de bolos, barras chocolates e pizzas que são grandezas contínuas e só depois são

introduzidas as grandezas discretas. Para Utimura (2019), a concepção parte-todo surge de uma ação cognitiva de dividir uma grandeza contínua (comprimento, área, volume ...) em partes equivalentes ou uma grandeza discreta (coleção de objetos) em partes iguais com a mesma quantidade de objetos. Para representar uma fração que indica partes de um todo, é preciso fazer um processo de dupla contagem: a parte em que o inteiro foi dividido em partes iguais (denominador) e o número de partes tomadas (numerador).

O significado parte todo, permite refletir sobre o papel do numerador e do denominador dessa fração. Dessa forma, nesse significado o denominador indica em quantas partes o inteiro foi dividido e o numerador indica o número de partes tomadas. Mas o papel desses elementos como descrito só acontece no significado parte todo. Na pesquisa realizada, com artigos publicados nesse e-book , encontramos muitos materiais que descrevem o papel do numerador e do denominador, como se sempre esses elementos exercessem esse papel, sem delimitar o significado de parte-todo.

Matematicamente, o conceito de fração com significado de parte–todo está relacionado à divisão de um objeto em n partes iguais, de modo que cada uma dessas partes pode ser representada como $1/n$. Como já foi dito, a representação fracionária indica a relação que existe entre um número de partes tomadas e o total de partes em que o inteiro foi dividido.

Segundo Utimura (2019), a representação pictórica e o contexto deste significado são muito diferentes de outros significados. A pesquisadora apresenta um exemplo de representação fracionária e pictórica da situação: Se dividirmos um chocolate em 3 partes iguais e usarmos 2 dessas partes para uma receita, a representação fracionária dessa situação é $\frac{2}{3}$ e a representação pictórica é:



A literatura mostra que os estudantes contam o número total de partes em que foi dividido o inteiro e usam esse número natural como denominador. Em seguida, contam o número de partes pintadas da figura e usam esse número natural como numerador da fração, sem perceber que essa representação fracionária não é um número natural.

Outro tipo de representação que se relaciona ao significado de parte-todo é a representação percentual, quando envolve um contexto financeiro, por exemplo: se comprei um objeto pelo valor de R\$100,00 com um desconto de 10%, significa que o valor do objeto foi dividido em 10 partes iguais e uma dessas partes refere-se ao desconto (10%).

Com o significado de parte-todo, a fração envolve apenas uma grandeza que vai ser dividida em partes iguais (neste exemplo a grandeza preço), das quais uma ou mais partes dessa mesma grandeza é tomada, como no exemplo, o preço de um objeto (preço total e 10% desse preço).

Embora esse significado de parte-todo seja priorizado no ensino brasileiro, o caso das frações com significado de divisão ou quociente é mais próximo da realidade dos estudantes que já vinham realizando divisões e determinando quocientes na abordagem das operações com números naturais.

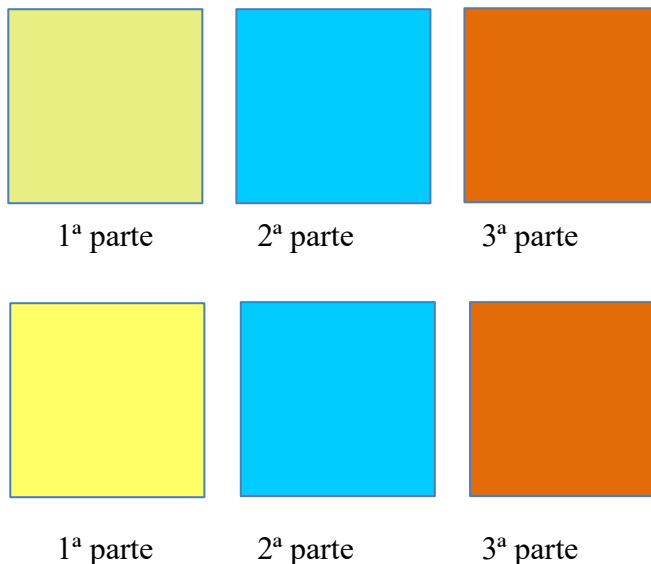
Fração como quociente

Essa ideia pressupõe a repartição ou divisão da unidade em partes iguais, como por exemplo, dividir (ou distribuir, ou separar) 24 flores em 2 vasos ou 5 barras de chocolate entre 6. Nesses casos, a divisão tem o significado de partilha ou partição ou distribuição em partes iguais. O significado de fração como quociente envolve sempre o resultado da divisão entre dois números naturais, permitindo que os estudantes compreendam a relação entre números naturais.

Nos contextos apresentados como exemplo, é fácil perceber que esse significado envolve duas grandezas diferentes, no primeiro caso, o número de flores e de vasos e no segundo o número de chocolates e de crianças.

Em matemática, podemos sintetizar que uma representação fracionária pode ser usada para representar o quociente de dois números naturais quaisquer, em que o segundo obrigatoriamente é diferente de zero, ou seja, $\frac{a}{b} = a : b$, sendo $b \neq 0$. O numerador pode ser menor, igual ou maior que o denominador e assim, a quantidade resultante da partilha equitativa pode ser menor, igual ou superior à unidade.

Segundo Utimura (2019), a representação pictórica desse significado passa a ideia de partilha, ou seja, para dividir 2 chocolates entre 3 crianças uma das possibilidades é:

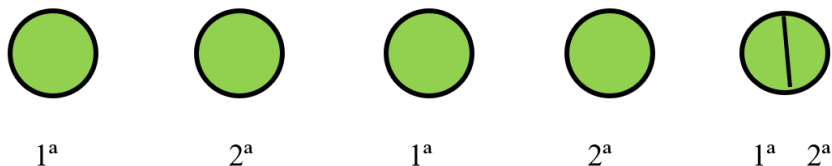


A *fração* que representa esse quociente é $\frac{2}{3}$.

Como é possível perceber, o significado quociente envolve à indicação de uma divisão e de seu resultado. As grandezas, x e y que representam numerador e denominador respectivamente, são tratadas como componentes de uma divisão, ou seja, x (numerador) como o dividendo, y (denominador) como divisor e pela operação divisão obtém-se $\frac{x}{y}$.

Como é possível perceber o papel do numerador e do denominador nesse significado é totalmente diferente do papel desses elementos no significado parte-todo.

O mesmo significado pode envolver grandezas discretas. Nesse caso, também, o quociente tem o sentido de partilha, como no caso do exemplo a seguir: a divisão em partes iguais de 5 chocolates entre 2 crianças, obtemos $2\frac{1}{2}$ ou $\frac{5}{2}$ para cada criança. Veja uma possível representação pictórica desse significado envolvendo grandezas discretas.



Como já foi dito, este significado é pouco trabalhado nas escolas e nos materiais didáticos brasileiros, que priorizam o significado parte-todo e as grandezas contínuas.

O significado de quociente é fundamental para a compreensão dos Números Racionais, pois possibilita o entendimento de uma relação entre uma representação fracionária e números naturais maiores ou menores que 1 (resultado da divisão). Essa abordagem também relaciona a representação de uma fração à sua representação decimal. Também leva à compreensão da definição matemática do conjunto de Números Racionais. Nunes (2025) acentua que esse significado é de maior compreensão pelas crianças, pois aproxima-os de uma operação já conhecida que é a divisão.

Uma síntese importante

Como já foi destacado, a BNCC para o 5º ano aborda apenas os significados de parte todo, discutidos até aqui.

Vale destacar que o papel do numerador e do denominador em cada significado é diferente e é necessário que os estudantes compreendam, no caso do significado parte-todo, o denominador indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido e o numerador quantas partes foram tomadas. No caso do significado de quociente, o numerador indica o dividendo e o denominador o divisor. Esses conhecimentos dos conteúdos matemáticos são essenciais para o professor que vai trabalhar com os Números Racionais. Quanto às representações pictóricas também são bem diferentes. No caso do significado parte todo, ela contém apenas um inteiro dividido em partes iguais e algumas partes pintadas. No caso do quociente, o inteiro é repartido em partes iguais, e na representação pictórica essas partes estão soltas da unidade, como se fossem cortadas. Outro ponto fundamental é que no significado parte-todo, existe uma única grandeza que representa o inteiro e no significado quociente

há uma relação entre dois tipos de grandezas, como por exemplo um bolo e 5 crianças. Como já foi dito, é fundamental que o professor compreenda essas diferenças para que possa atuar pedagogicamente e propor atividades pertinentes para que os estudantes se familiarizem com essas características importantes desses significados.

Mas, mesmo sem a BNCC indicar o trabalho com os outros significados, é muito importante que o professor amplie seus conhecimentos sobre eles, pois dessa forma, ele tem mais condições de identificar os significados que surgem em tarefas propostas em materiais didáticos, que às vezes não se atém ao currículo prescrito, no caso a BNCC. É o que faremos no próximo item.

Fração como razão

O significado de razão de uma fração está associado à ideia de comparação entre medidas de duas grandezas. As variáveis podem ser de mesma natureza ou de naturezas diferentes, em grandezas contínuas ou discretas.

Nesse sentido, a representação $a:b$ ou a/b é compreendida como um índice comparativo entre duas variáveis. Sua leitura também é diferente. A representação $\frac{2}{3}$, associada ao significado de razão é lida como “dois para três” e não “dois terços”. O entendimento sugere a equivalência de razões e raciocínio proporcionais.

De acordo com Van de Walle (2009), a razão como uma relação entre parte-todo ou entre parte-parte compara grandezas de mesma natureza, e representam uma taxa, uma comparação das medidas ou quantidades diferentes. Um exemplo, muito usado no cotidiano, é 1 em cada 10 crianças não gostam de futebol. A razão é muito usada para dar resultados de pesquisa.

Conforme David e Fonseca (2008), o significado de razão pode ser bastante explorado de forma diversificada em sala de aula, uma vez que, no dia a dia os dados são permeados de taxas e índices. Por isso, o trabalho com esse significado envolve situações reais, tornando o aprendizado mais contextualizado e significativo. No entanto, a BNCC não aponta o trabalho com esse significado nos anos iniciais do ensino fundamental.

Fração como operador

Este significado envolve uma transformação, ou seja, a fração transforma certa quantidade, uma figura geométrica ou um número por meio de uma operação matemática. De acordo com Behr *et al.* (1983), essa fração assume o papel de uma função que opera uma transformação, ou seja, ou transforma conjuntos em que a quantidade final é p/q vezes a quantidade inicial.

Campos, Magina e Nunes (2006, p.128) afirmam que a fração como operador multiplicativo, como o número inteiro, são vistas como um escalar aplicado a uma quantidade, como no exemplo: Dei $3/4$ de balas de um pacote de 40 para meus irmãos. Quantas balas dei a eles?

Neste exemplo o operador $3/4$ atua sobre a quantidade de balas do pacote de 40, para obter a quantidade que corresponde a $3/4$ de 40, dividindo 40 por 4 e multiplicando o resultado por 3, ou seja, dividimos em 4 grupos com mesma quantidade de balas. Essa é uma estratégia que tem como objetivo principal determinar a fração de uma quantidade e envolve grandezas discretas.

Van de Walle (2009) enfatiza que a fração como operador facilita a compreensão das situações de multiplicação e divisão com representações fracionárias. Percebemos que esse conceito não indica apenas uma divisão de um todo, mas a manipulação e transformação das grandezas envolvidas. No entanto, esse significado é explorado apenas a partir do 7º ano do ensino fundamental.

Fração como medida

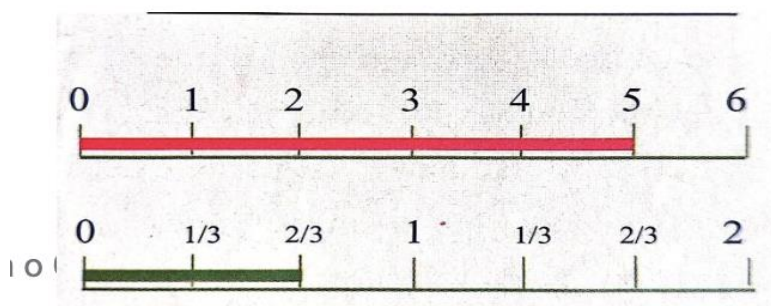
Uma definição clássica de medidas pode ser encontrada em Caraça (1984, p. 29), em que o autor assume que *medir é comparar duas grandezas de mesma espécie*, mas, nem sempre essa comparação é simples, um procedimento que auxilia a comparação é *saber quantas vezes uma unidade cabe em outra*.

É comum pensar em quantos copos cabem em uma jarra de suco, para calcular a quantidade de suco a ser feito, por exemplo, ou então na compra de meio quilograma de café só encontrei pacotes de $1/4$ kg, quantos pacotes desse tipo vou precisar.

A representação de frações na reta numérica também ilustra o significado de medida de um número racional. David e Fonseca (2008) ilustram a representação de um número natural e de uma fração na reta

numérica, no sentido desses números indicarem uma medida. Nesse caso, na reta numérica, para marcar o ponto 5, verifica-se a distância de 5 unidades do ponto zero. Para marcar $\frac{2}{3}$, é preciso dividir a unidade em 3 partes iguais, determinando um segmento que representa $\frac{1}{3}$ do segmento que representa a unidade e, em seguida, marcar essa medida duas vezes a partir da origem.

Figura 2. Significado de medida na reta numérica



Fonte: David e Fonseca (2008, p. 65)

Esse tipo de atividade permite ainda que os estudantes percebam a insuficiência dos números naturais para representar medidas mais precisas, evidenciando assim a necessidade de ampliar para o conjunto numérico dos Números Racionais. Embora esse significado não seja ressaltado na BNCC dos anos iniciais, há habilidades que envolvem a representação de números na reta numérica, o que pode levar à exploração do significado dos Números Racionais como Medida.

Vale ressaltar que nos Estados Unidos, esse significado é muito utilizado, por ser uma país em que o sistema de medidas não é decimal, como no caso do sistema universal, o que permite aos cidadãos americanos a calcularem medidas fracionárias, como por exemplo comprar um cano de $\frac{1}{4}$ de polegada. Essa situação, bastante usual no país, permite uma proximidade muito grande das crianças com contextos desse tipo e com esse significado, usado no cotidiano. Pesquisadores como Power (2018) destacam a importância de se iniciar a exploração dos Números Racionais com o

significado de medida. Consideramos esse significado pertinente ao país, mas no Brasil, ele é menos explorado em situações do dia a dia, e portanto, mais distante dos conhecimentos prévios das crianças.

Terminada a exploração dos significados dos Números Racionais, explorando principalmente as frações, passamos a discutir uma ideia fundamental da matemática, presente nesse conjunto numérico que é a Ideia de Equivalência.

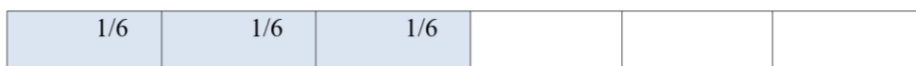
Fração como número

A fração também pode ser compreendida como um número, sem referência a contextos específicos, deixando de ser vista com os significados já discutidos. Como número, atende à definição matemática já apresentada e pode ser usada em diversas operações matemáticas, o que contribui para o desenvolvimento de habilidades numéricas e para a compreensão de operações matemáticas mais avançadas, favorecendo um entendimento mais profundo e abrangente desse conceito.

Esse significado é muito usado nas escolas brasileiras e nos materiais didáticos que focalizam cálculos com frações com mais intensidade do que seus significados, principalmente nos anos finais do ensino fundamental. No entanto, como já foi dito, a BNCC indica no 5º ano apenas cálculos de adição e subtração com representações decimais e multiplicações e divisões em que um termo é racional e o outro natural. Mais adiante discutiremos as operações com os Números Racionais que devem ser abordadas no 5º ano.

Frações Equivalentes

Outro conteúdo matemático importante a ser ampliado é a equivalência. A palavra equivalente significa “de mesmo tamanho ou valor”. Dizemos que duas ou mais “frações” são equivalentes quando representam a mesma parte ou quantidade do inteiro, por exemplo, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$. Todas essas “frações” representam a metade de um inteiro e têm o “mesmo tamanho” ao usar grandezas contínuas.



Ou a mesma quantidade se forem usadas grandezas discretas, como, por exemplo, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ de 18 figurinhas equivale a 9 figurinhas.

Importante destacar que a quantidade de papel que representa a unidade é a mesma em qualquer situação explorada. Se for um chocolate, tanto faz você comer um pedaço da primeira barra, ou da segunda, ou da terceira, desde que elas sejam iguais. Se for uma folha de papel, a situação é igual à do chocolate. O importante neste momento é explorar as equivalências, fazendo que as comparações obtidas auxiliem a construção desse importante conceito.

Retomando as divisões com a folha de papel temos:

- 1 folha, 2 partes iguais = $\frac{1}{2}$
- Meia folha, 2 partes iguais = $\frac{1}{4}$
- 1 quarto de folha, 2 partes iguais = $\frac{1}{8}$

Um ponto importante de salientar é que o pesquisador Leen Streefland (2012), relaciona a equivalência de frações com situações que envolvem uma distribuição equitativa (significado de quociente) e o significado de parte todo, ao dividir as folhas de papel em duas, quatro e oito partes iguais, e tomar uma parte de cada divisão, estabelecendo uma relação entre o significado de quociente, o significado parte-todo e a equivalência.

O trecho a seguir discute as operações com Números Racionais

Introduzindo o cálculo com as representações fracionárias

Nesta seção discutiremos a introdução das operações do campo aditivo e multiplicativo, sem o uso de regras muito conhecidas tais como “Para adicionar ou subtrair duas frações de mesmo denominador, conservamos o denominador e somamos os numeradores”. Esse tipo de “regra” reduz a

adição/ subtração de “frações” a uma manipulação de símbolos numéricos, o que esconde sua clara interpretação e dificulta a aprendizagem.

Adição e Subtração

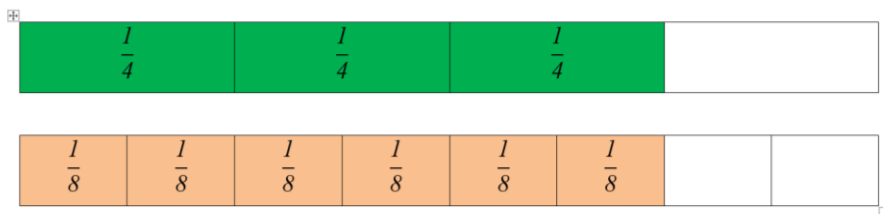
Para iniciar, vamos usar apenas o conhecimento sobre as “frações” meio, quarto e oitavo, e sem usar regras para operações, a partir do uso de folhas de papel do mesmo tamanho, cortadas em metades e em quartas partes, explorar as equivalências e propor atividades numéricas para fazer usando esse material tais como:

- a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2}$ (um meio da folha mais um meio folha)
- b) $\frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ (dois meios da folha mais um meio da folha)
- c) $\frac{5}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$ (cinco quartos da folha menos um quarto da folha)

Após várias atividades desse tipo, é possível chegar, com compreensão no algoritmo da adição ou subtração de Números Racionais na forma fracionária, quando os denominadores são iguais, basta adicionar os numeradores.

É importante lembrar que só é possível adicionar (ou subtrair) partes do inteiro do mesmo “tamanho”. Isso nos leva ao significado de parte todo, em que o denominador denomina em quantas partes iguais o inteiro foi dividido e o numerador indica a quantidade de partes iguais tomadas. Logo, quando as frações têm o mesmo denominador significa que as partes do inteiro têm o mesmo “tamanho”. Mas, e se os denominadores forem diferentes?

Nesse caso, usaremos as “frações” equivalentes, ou seja, é possível adicionar, por exemplo, $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$ sem a regra de redução da fração ao mesmo denominador, usando apenas o conceito de equivalência. Isso significa que é preciso que cada parte do inteiro (a quarta e a oitava) tenha “o mesmo tamanho”, ou seja, é preciso “arrumar” uma fração equivalente a $\frac{3}{4}$ que tenha o denominador 8. Usando uma folha de papel e dividindo-a igualmente em 4 partes e usando 3 dessas partes e outra folha de papel do mesmo “tamanho” da primeira dividida igualmente em 8 partes, é possível perceber que há necessidade de 6 pedaços de $\frac{1}{8}$ para “cobrir” os $\frac{3}{4}$ da primeira folha de papel, conforme ilustração a seguir:



Observando a ilustração é possível substituir a fração de denominador 4 por outra equivalente a ela de denominador 8, obtendo $\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

Após várias atividades desse tipo, é possível chegar, com compreensão no algoritmo da adição (ou subtração) de Números Racionais na forma fracionária, quando os denominadores são diferentes.

Importante lembrar que só é possível adicionar ou subtrair partes de inteiros de mesmo “tamanho”. Isso se justifica porque com o significado de partes de um todo, o denominador denomina em quantas partes iguais o inteiro foi dividido e dessa forma, é preciso obter frações equivalentes com o mesmo denominador pois assim, as partes do inteiro têm o mesmo “tamanho”.

Introduzindo o cálculo com as representações decimais

As representações “decimais” eram conhecidas como “números quebrados”, porque os algarismos à direita da vírgula indicam partes ou uma fração da unidade. Por esse motivo, a comparação entre Números Racionais na forma decimal não é tão simples, como será discutido a seguir.

Comparação de decimais

É interessante iniciar com situações contextualizadas e as medidas são interessantes para o trabalho com as representações decimais, para que os estudantes percebam, por exemplo, qual embalagem de suco tem maior capacidade: o de 1,5 l, ou o de 1,25 l? Ou ainda qual a maior temperatura entre 35,5 °C e 37,2 °C.

As comparações entre as representações decimais permitem que os estudantes estabeleçam regularidades e avancem em alguns conceitos, por

exemplo, se as partes inteiras forem diferentes, basta verificar qual número tem a maior parte inteira, como no exemplo: $25,3 > 22,789$

Se a parte inteira for igual, basta comparar as partes decimais: décimos, centésimos, milésimos, nessa ordem como: $0,85 > 0,82$; $5,2 > 5,199$; $0,7 > 0,007$.

Um trabalho interessante de se fazer no 5º ano, é iniciar o trabalho com os Números Racionais usando a representação decimal, em que os estudantes utilizem calculadora e observem resultados de divisões para proceder às comparações entre essas representações.

Além disso, a leitura correta permite a compreensão da magnitude da representação decimal dos Números Racionais. Existem diferentes formas de efetuar a leitura, por exemplo: o número **8,42** pode ser lido como: oito inteiros e quarenta e dois centésimos; oitocentos e quarenta e dois centésimos; oito inteiros, quatro décimos e dois centésimos. Para desenvolver a habilidade de leitura desses números é importante que o professor trabalhe o quadro de valor posicional também para as representações decimais.

Centenas Dezenas Unidades Décimos Centésimos Milésimos								
Número	Parte inteira	Parte Decimal	C	D	U	d	c	m
1,5	1	5			1	5		
33,64	33	64		3	3	6	4	
411,2	411	2	4	1	1	2		
7,132	7	132			7	1	3	2

Como no trabalho com os Números Naturais, o estudo do valor posicional dos algarismos é fundamental nas representações decimais. Com o uso da vírgula, separando a parte inteira e a parte decimal do número, podemos fazer o estudo do valor posicional de cada algarismo e propor diversas questões, tais como:

- No número 3,5 o que representa o algarismo 5?
- Quantos décimos possui o número 54,64?
- Quantos milésimos possui o número 678,2?

A proposta é aproximar o ensino dos Números Racionais aos conceitos que os estudantes já se apropriaram ao trabalhar com os Números Naturais.

Adição e subtração de representações decimais

Para fazer cálculos com as representações decimais, usamos o mesmo processo das operações com Números Naturais. No caso, das representações decimais, na parte decimal, adicionamos (ou subtraímos) milésimos com milésimos, centésimos com centésimos, décimos com décimos e, finalmente, trabalhamos com a parte inteira, adicionando (ou subtraindo) unidades com unidades, etc. Veja algumas resoluções de estudantes de 6º ano e reflita sobre os procedimentos utilizados.

Figura 3. Resolução de estudantes de 6º ano

The image shows two handwritten calculations on a light blue background. The left calculation is an addition: $2,384 + 1,650$. The student has written the numbers with a horizontal line below them, and the result $4,034$ is written below the line. The number $1,650$ is enclosed in a red box. The right calculation is a subtraction: $5,850 - 2,150$. The student has written the numbers with a horizontal line below them, and the result $3,700$ is written below the line. The number $5,850$ is enclosed in a red box. Below $3,700$, the student has written "ou" and then $3,7$.

Fonte: Dados da pesquisa

Multiplicação e Divisão de representações decimais por números naturais

Nas multiplicações e divisões é importante ressaltar que multiplicações e divisões de representações decimais por 10, 100, 1.000, com ou sem o uso da calculadora, permitem compreender algumas regularidades observadas durante o cálculo e nos resultados.

Observando a calculadora é possível perceber que ao multiplicar por 10, a vírgula desloca-se “uma casa” para a direita; por 100, a vírgula desloca-se “duas casas” para a direita; por 1.000, a vírgula desloca-se “três casas” para a direita.

O mesmo processo ocorrerá com a divisão por 10, porém a vírgula desloca-se “uma casa” para a esquerda; por 100, a vírgula desloca-se “duas casas” para a esquerda; por 1.000, a vírgula desloca-se “três casas” para a esquerda.

Com o uso desses procedimentos os estudantes compreendem melhor certas regras que eram ensinadas sem explicação, como essas que envolvem a “mudança de lugar” da vírgula, de acordo com multiplicação ou divisão por potências de 10.

É possível, sem uso de calculadora, explicitar aos estudantes o procedimento usado, por exemplo, na multiplicação de $10 \times 8,3$, usando a decomposição e recorrendo ao quadro de valor posicional: $10 \times 8 = 80$ unidades; $10 \times 0,3 = 30$ décimos. Como 1 unidade é constituída de 10 décimos, 30 décimos é equivalente a 3 unidades, portanto o resultado da multiplicação será 83.

Quando temos a operação $3,5 \times 2$, podemos o princípio aditivo de parcelas. $3,5 + 3,5 = 7,0$, porém na prática, fica mais fácil, multiplicar os números sem considerar a vírgula ($35 \times 2 = 70$) e repetimos a mesma quantidade de casas decimais do número multiplicado quando estiver na representação decimal. Esse procedimento tem uma explicação:

A ideia de que ao invés de usar 3,5 utilizarmos 35, significa que o 3,5 foi multiplicado por 10. Logo, o resultado de $35 \times 2 = 70$ também ficou multiplicado por 10.

Algumas considerações

Este texto procurou subsidiar os leitores sobre um tema muito importante para o ensino que é os Números Racionais. Procuramos ampliar o conhecimento matemático dos professores que, no geral, é mais procedimental, e, ao mesmo tempo, propor alguns tipos de abordagem e uma discussão curricular, focando as indicações da BNCC. Dessa forma, o texto abordou os três tipos de conhecimento fundamentais ao professor que vai ensinar determinado conteúdo matemático. Esse tipo de conhecimento vem sendo abordado na literatura, desde 1986 por Lee Shulman e se materializou no texto.

É muito importante que o professor amplie seus conhecimentos matemáticos do tema a ser ensinado, pois apenas o conhecimento superficial ou comum que todo o cidadão deveria ter sobre o tema, o professor precisa de um conhecimento mais profundo, com relações entre características e propriedades do tema. Por esse motivo, os significados de parte todo e de quociente foram mais ampliados do que dos outros significados que o professor de anos iniciais precisa saber, mas que não estão previstos para

serem ensinados. Como já foi dito, esses três tipos de conhecimento, na prática do professor são imbricados, ou seja, acontecem indissociadamente, por esse motivo, neste texto eles são trabalhados ao mesmo tempo. Cabe ao leitor, se necessário, utilizar as referências bibliográficas indicadas, para aprofundamento teórico sobre o assunto ou buscar outras referências que abordam esse tema. É interessante salientar que este texto de formação de professor apresenta uma coerência pedagógica sistêmica, um dos princípios apontados pelo MEC para formação continuada de professores, que articula ações formativas, currículo, material curricular, avaliação em torno das aprendizagens dos estudantes, neste caso sobre o tema Números Racionais.

Referências

BEHR, M. J. *et al.* Rational number concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (ed.). **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; NUNES, T. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 8, n. 1, 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/545>. Acesso em: 20 jul. 2025.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1984.

CURI, E. **Relatório FAPESP**. [S. l.: s. n.], 2025.

DAVID, Maria Manuela M. S.; FONSECA, Maria da Conceição F. R. Sobre o conceito de número racional e a representação fracionária. **Presença Pedagógica**, Belo Horizonte, v. 3, n. 14, p. 54-67, 1997.

JESUS, C. **Um olhar sobre números racionais na representação fracionária em livros didáticos de Matemática do 5º ano**. 2025. Dissertação (Mestrado em [Nome do Programa]) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2025.

PIRES, C. M. C. **Educação Matemática: conversas com professores dos anos iniciais**. São Paulo: Zé Zapt, 2012.

PIRES, C. M. C.; CURI, E. Relações entre professores que ensinam Matemática e prescrições curriculares. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 4, n. 2, p. 57–74, 2013. DOI: 10.26843/rencima.v4i2.825. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/825>. Acesso em: 7 jun. 2023.

POWELL, Arthur B. Melhorando a Epistemologia de Números Fracionários: uma Ontologia baseada na História e Neurociência. **REMATEC**, Belém, v. 13, n. 29, 2018. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2018.n29.p%p.id148.

QUARESMA, M. **Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações**: uma experiência de ensino. 2010. 254 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2010.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo**: uma reflexão sobre a prática. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SMOLE, K. S. **BNCC, coerência pedagógica sistêmica e recomposição da aprendizagem na pandemia**. [S. l.: s. n.], 2021. Disponível em: http://forumeducacaoaltotiete.com.br/wp-content/uploads/2021/10/Apres_Katia-Stocco-Smole.pdf. Acesso em: 10 jun. 2026.

STREEFLAND, Leen. **Fractions in Realistic Mathematics Education**: a paradigm of developmental research. Dordrecht: Springer Netherlands, 2012. 355 p.

UTIMURA, G. Z. **Conhecimento profissional de professoras de 4º ano centrado no ensino dos números racionais positivos no âmbito do estudo de aula**. 2019. 195 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2019. Disponível em: Portal de Dados Abertos da CAPES. Acesso em: 10 jun. 2025.

UTIMURA, G. Z.; CURI, E. Índices de aprendizagens de alunos de 4º ano sobre os números racionais envolvendo o significado quociente. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 23, n. 1, p. 632–654, 2021. DOI: 10.23925/1983-3156.2021v23i1p632-654. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/53198>. Acesso em: 12 jun. 2025.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

2 - O ensino dos números racionais na BNCC: prescrições para os anos iniciais

Ruy Cesar Pietropaolo

Angelica da Fontoura Garcia Silva

Introdução

Os números racionais ocupam, há décadas, um lugar relevante nas preocupações da pesquisa em Educação Matemática. A amplitude dos conceitos que os integram – frações, decimais, razões, porcentagens – e a profundidade das rupturas cognitivas que sua aprendizagem exige tornaram esse campo um dos mais investigados internacionalmente. As evidências acumuladas são consistentes: as dificuldades dos alunos não decorrem de falta de esforço ou de capacidade, mas da natureza genuinamente exigente do objeto. Que um mesmo número possa ser escrito de infinitas maneiras; que a multiplicação possa produzir um resultado menor do que os fatores envolvidos; que entre dois racionais quaisquer exista sempre outro – tais propriedades contrariam intuições solidamente construídas no campo dos naturais e demandam, do ensino, atenção didática cuidadosa e sustentada.

No Brasil, a regulação curricular do ensino de Matemática passou, nas últimas décadas, por uma transformação de grande alcance. Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), publicados em 1997, constituíram, por quase vinte anos, o principal documento de referência para professores e sistemas de ensino. Não obstante sua relevância, os PCN (Brasil, 1997) não tinham caráter obrigatório: funcionavam como referencial orientador, e seu texto combinava, de forma deliberada, a indicação de objetivos e conteúdos (conceitos e procedimentos) com extensas orientações didáticas: discussões sobre como ensinar, sobre os obstáculos a antecipar, sobre as representações a mobilizar. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em dezembro de 2017, inaugura uma lógica distinta. Documento de cumprimento obrigatório para todos os sistemas de ensino do país, a BNCC (Brasil, 2018) limita-se a prescrever habilidades (o que os alunos devem ser capazes de fazer) sem, contudo, oferecer orientações sobre

como construir pedagogicamente essas habilidades. O como ensinar fica inteiramente a cargo do professor e das redes de ensino.

Essa distinção não é trivial, mas exige uma qualificação importante. Por ser um documento normativo de cumprimento obrigatório, a BNCC (Brasil, 2018) não poderia incorporar, com força de lei, orientações sobre como ensinar: o como ensinar é, por definição, competência das secretarias estaduais e municipais de educação, das escolas e dos professores. O que se pode observar, contudo, é a ausência de um documento complementar do Ministério da Educação – não normativo, portanto, sem caráter obrigatório – com sugestões didáticas fundamentadas em pesquisa, à semelhança do papel que os próprios PCN (Brasil, 1997) cumpriram em seu tempo. Essa lacuna tem implicações que merecem exame, especialmente no campo dos números racionais, em que a pesquisa demonstra reiteradamente que os próprios professores dos anos iniciais operam, não raro, com concepções frágeis ou reduzidas (Garcia Silva; Pietropaolo; Pinheiro, 2016; Garcia Silva; Campos; Serrazina, 2014; Garcia Silva; Campos; Pietropaolo, 2011).

É nesse contexto que se situa o presente artigo. Nosso objetivo é analisar comparativamente as prescrições dos documentos federais PCN (Brasil, 1997) e da BNCC (Brasil, 2018) relativas aos números racionais nos anos iniciais do Ensino Fundamental, à luz de um quadro teórico construído a partir de quatro referenciais fundamentais da pesquisa nessa área: os subconstrutos de Kieren (1976, 1988), os modos de representação de Lesh, Post e Behr (1987), a perspectiva do raciocínio multiplicativo de Nunes e Bryant (1997) e a articulação entre frações e proporcionalidade em Lamon (2006). Esses referenciais nos permitem formular perguntas como: quais significados dos racionais cada documento prescreve? Quais representações são privilegiadas e quais permanecem silenciadas? Em que medida a progressão proposta é coerente com o que sabemos sobre o desenvolvimento conceitual nesse campo?

Do ponto de vista metodológico, trata-se de uma pesquisa documental de natureza qualitativa (*cf.* Lüdke; André, 1986), em que os dois documentos curriculares são tomados como fontes primárias e submetidos a uma análise de conteúdo orientada pelo quadro teórico. Os documentos são examinados integralmente nos trechos referentes ao ensino de números e operações nos anos iniciais (1º e 2º ciclos no PCN, 1º ao 5º ano na BNCC) com atenção especial aos objetos de conhecimento, habilidades e, no caso dos PCN (Brasil, 1997), às orientações didáticas sobre números racionais.

O artigo está organizado em mais quatro seções. A seção 2 apresenta o quadro teórico. As seções 3 e 4 analisam, respectivamente, as prescrições dos PCN (Brasil, 1997) e da BNCC (Brasil, 2018). A seção 5 desenvolve a análise comparativa e discute suas implicações para a formação de professores. A seção 6 apresenta as considerações finais.

Números racionais: uma multiplicidade irreduzível

A pesquisa em Educação Matemática produziu, nas últimas cinco décadas, um acúmulo considerável de conhecimento sobre o que significa compreender os números racionais. Um dos consensos nesse campo é o de que não existe uma única entrada conceitual capaz de dar conta da complexidade do objeto: diferentes contextos de uso, diferentes operações e diferentes representações iluminam aspectos distintos dos racionais, e a compreensão aprofundada pressupõe, precisamente, a articulação entre esses aspectos. O quadro teórico que adotamos neste artigo reúne quatro contribuições que, tomadas em conjunto, oferecem lentes complementares para a análise das prescrições curriculares.

Os subconstrutos de Kieren: por que um único significado não basta

A contribuição fundadora de Kieren (1976, 1988) consiste em demonstrar que o número racional não é um conceito unitário, mas um constructo que abrange, ao menos, cinco subconstrutos distintos: parte-todo, quociente, medida, razão e operador. Cada um desses subconstrutos corresponde a uma classe específica de situações, mobiliza estruturas cognitivas próprias e não é diretamente deduzível dos demais. Conhecer frações apenas pelo subconstruto parte-todo, o mais frequentemente ensinado, por sua acessibilidade icônica, equivale, nessa perspectiva, a conhecer apenas uma das faces de um objeto multifacetado.

O subconstruto parte-todo é aquele em que uma unidade contínua ou discreta é dividida em partes equivalentes, e a fração expressa a relação entre um número dessas partes e o total. É o caso clássico da pizza dividida em fatias. O subconstruto quociente, por sua vez, decorre diretamente da divisão: $\frac{3}{4}$ representa o resultado de dividir 3 por 4, e a situação prototípica é a da partilha: três chocolates divididos igualmente entre quatro pessoas. Embora o resultado seja representado pela mesma notação, a estrutura da situação é

distinta, e pesquisas indicam que muitas crianças não reconhecem espontaneamente a equivalência entre os dois.

O subconstruto medida situa o número racional na reta numérica: $\frac{3}{4}$ é um ponto que dista $\frac{3}{4}$ de unidade da origem, obtido pela iteração de uma subunidade ($\frac{1}{4}$ da unidade). Esse subconstruto é especialmente relevante para a compreensão da densidade dos racionais (o fato de que entre dois racionais sempre existe outro), propriedade que rompe radicalmente com a intuição construída no campo dos naturais. O subconstruto razão expressa uma relação comparativa entre duas quantidades da mesma natureza: numa turma com 3 meninas para cada 4 meninos, $\frac{3}{4}$ é uma razão. O subconstruto operador, por fim, trata a fração como uma função que transforma uma quantidade: multiplicar por $\frac{3}{4}$ significa, simultaneamente, multiplicar por 3 e dividir por 4, uma ideia que exige o domínio prévio de uma concepção multiplicativa sofisticada.

Para os propósitos deste artigo, o modelo de Kieren (1976, 1988) oferece um instrumento analítico preciso: permite perguntar, diante de cada documento curricular, quais subconstrutos são nomeados, quais são implicitamente contemplados, quais são diferidos e quais estão simplesmente ausentes. Como veremos, as respostas a essas perguntas diferem entre os dois documentos — e em ambos os casos, nem todos os subconstrutos recebem atenção equivalente.

Representações e tradução entre representações: Lesh, Post e Behr

A questão das representações matemáticas está no centro da pesquisa de Lesh, Post e Behr (1987), cujo modelo identifica cinco modos pelos quais os conceitos matemáticos podem ser representados: situações do mundo real, modelos manipuláveis, imagens e diagramas, linguagem oral e linguagem simbólica escrita. A premissa central do modelo é que a proficiência matemática não se reduz ao domínio de qualquer uma dessas representações isoladamente: ela se expressa, sobretudo, na capacidade de transitar com fluência entre elas, o que os autores denominam tradução entre representações.

No campo dos racionais, essa capacidade tem implicações particularmente ricas. Compreender que $\frac{1}{2}$, 0,5, 50%, "a metade" e a imagem de um retângulo com metade de sua área sombreada são representações de um mesmo número racional — e que cada uma delas é mais adequada a certos contextos do que a outras — é uma competência que não emerge espontaneamente, mas resulta de um trabalho pedagógico sistemático de

conexão entre as formas de representar. A ausência desse trabalho tende a produzir conhecimentos compartimentados: alunos que dominam a notação fracionária, mas não reconhecem sua equivalente decimal, ou que operam com decimais sem compreender a relação entre eles e as frações.

O modelo de Lesh, Post e Behr (1987) funciona, neste artigo, como uma lente para examinar quais representações os documentos curriculares convocam explicitamente e quais deixam implícitas ou ausentes. Cabe notar que, conforme sublinha Duval (2003), a coordenação entre registros de representação semiótica, que guarda correspondência com o que Lesh *et al.* (1987) denominam tradução, é condição necessária, e não apenas auxiliar, para a compreensão conceitual em Matemática. Prescrever habilidades que contemplem apenas um ou dois modos de representação dos racionais pode, portanto, empobrecer estruturalmente o que se espera que os alunos aprendam.

A ruptura com o pensamento aditivo: Nunes e Bryant

Nunes e Bryant (1997) oferecem uma perspectiva complementar, centrada no desenvolvimento do raciocínio multiplicativo como condição para a compreensão dos números racionais. Os autores argumentam que a passagem do campo aditivo para o campo multiplicativo não é uma extensão gradual do que já foi construído, mas uma reestruturação cognitiva: as relações multiplicativas exigem um modo qualitativamente diferente de tratar as quantidades, que não se reduz à repetição ou à decomposição aditiva.

Essa perspectiva tem consequências diretas para o ensino dos racionais nos anos iniciais. Se a compreensão dos racionais pressupõe o raciocínio multiplicativo, e se esse raciocínio exige uma reestruturação conceitual, então a mera apresentação de frações ou decimais sem atenção à natureza multiplicativa das relações implicadas não garante compreensão. Os obstáculos que os alunos enfrentam e que, como veremos, o próprio PCN (Brasil, 1997) enumera com precisão, não são anomalias a eliminar: são indícios de que o processo de reestruturação cognitiva está em curso e precisa ser acolhido pedagogicamente.

Além disso, Nunes e Bryant (1997) chamam atenção para o papel das invariantes: noção que remete diretamente à teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1983, 1988, 1994), referencial que fornece o arcabouço teórico bastante adequado para compreendê-las. Para esse autor, um conceito matemático não se define por sua formulação explícita, mas pelo triplo (situações, invariantes, representações): as situações que lhe conferem

sentido, as invariantes que constituem seu núcleo cognitivo e as representações simbólicas pelas quais se expressa. As invariantes operatórias denominados pelo autor como conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação são as relações estáveis que o sujeito reconhece e utiliza para agir nas situações, mesmo antes de saber enunciá-las formalmente. No campo multiplicativo, que Vergnaud (1983, 1988, 1994) concebe como um território conceitual integrado abrangendo multiplicação, divisão, frações, racionais e proporcionalidade, as invariantes centrais incluem: a razão entre quantidades que permanece constante nas situações proporcionais; a equivalência entre diferentes representações fracionárias de um mesmo número racional; a relação inversa entre o número de partes e o tamanho de cada parte quando se divide um todo. A compreensão dessas invariantes não resulta de enunciados ou definições, mas de experiências variadas com situações do campo multiplicativo, o que tem implicações diretas para o planejamento do ensino nos anos iniciais. Para os propósitos deste artigo, a teoria de Vergnaud (1983, 1988, 1994) permite perguntar, diante das prescrições curriculares, se a variedade de situações proposta é suficiente para que as invariantes do campo racional possam ser progressivamente construídas pelos alunos?

Frações, razão e proporcionalidade: Lamon

A contribuição de Susan Lamon (2006) situa o ensino dos números racionais no horizonte mais amplo do raciocínio proporcional, que a autora descreve como o grande divisor conceitual da Matemática escolar: a competência que distingue os alunos capazes de raciocinar de forma quantitativamente sofisticada daqueles que permanecem presos a esquemas aditivos. Para Lamon (2006), frações, razões e proporções não são tópicos distintos que se sucedem na progressão curricular, mas faces de um mesmo continuum conceitual que começa a ser construído nos anos iniciais e se consolida ao longo de toda a escolaridade básica.

Um conceito central na obra de Lamon (2006) é o de unitização: a capacidade de reconfigurar mentalmente o que conta como "uma unidade", percebendo uma mesma quantidade por lentes diferentes conforme o contexto exige. A ideia pode ser ilustrada de forma simples. Uma criança que vê uma dúzia de ovos pode percebê-la como 12 unidades individuais, como 2 grupos de 6 ou como 1 dúzia, e essas não são apenas formas diferentes de contar, mas modos distintos de construir a unidade de referência. No campo dos racionais, essa flexibilidade torna-se imprescindível. Considere a situação de dividir 3

barras de chocolate igualmente entre 4 crianças: cada uma recebe $\frac{3}{4}$ de barra. Para compreender esse resultado, a criança precisa aceitar que a unidade foi redefinida: cada barra foi subdividida em 4 partes iguais, e cada uma dessas partes ($\frac{1}{4}$ de barra) torna-se, ela mesma, uma nova unidade, da qual cada criança recebe 3. Mas $\frac{3}{4}$ é também uma unidade em si, ou seja, um único número racional situado entre 0 e 1. A criança que não realiza essa reconfiguração tende a tratar numerador e denominador como números naturais independentes, operando sobre eles sem compreender a relação que expressam. Lamon (2006) demonstra que a capacidade de unitizar é um fator muito importante para a aprendizagem posterior dos racionais e do raciocínio proporcional, e que ela não se desenvolve espontaneamente: precisa ser pedagogicamente cultivada por meio de situações que convidem o aluno a questionar e reconstruir o que conta como unidade. Essa exigência raramente aparece explicitada nas prescrições curriculares, o que constitui, como veremos, uma lacuna analiticamente relevante.

Para este artigo, o trabalho de Lamon (2006)) demonstra que a capacidade de unitizar é um eixo articulador da aprendizagem posterior dos racionais e do raciocínio proporcional que nos permite examinar em qual medida os documentos curriculares constroem, já nos anos iniciais, as bases do raciocínio proporcional ou, ao contrário, tratam frações e razões como conteúdos pontuais, desvinculados de uma progressão de maior alcance. A pergunta que guia essa análise é: as prescrições para os anos iniciais lançam sementes para o raciocínio proporcional, ou apenas elencam representações e procedimentos sem ancoragem conceitual mais profunda?

Os números racionais nos Parâmetros Curriculares Nacionais

Os PCN (Brasil, 1997) constituem um documento analiticamente rico para os propósitos deste artigo, precisamente porque excedem a simples listagem de conteúdos e objetivos de aprendizagem. Uma de suas partes é dedicada aos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental e combina a enunciação de objetivos e conteúdos com orientações didáticas, nas quais o texto discute a natureza dos conceitos a ensinar, os obstáculos cognitivos a antecipar e os caminhos metodológicos a considerar. Essa dupla natureza, simultaneamente prescritiva e orientadora, torna os PCN (Brasil, 1997) um interlocutor particularmente produtivo para o quadro teórico apresentado na seção anterior.

A organização em ciclos e o lugar dos racionais

Os PCN (Brasil, 1997) organizam os anos iniciais do Ensino Fundamental em dois ciclos bienais. Uma primeira e significativa constatação emerge já da leitura do documento: os números racionais estão completamente ausentes do primeiro ciclo (1ª e 2ª séries). Nos objetivos, nos conteúdos conceituais e procedimentais e nos critérios de avaliação desse ciclo, o universo numérico trabalhado é inteiramente o dos números naturais. A atenção volta-se para a construção do sistema de numeração decimal, para os significados das operações de adição e subtração e para as primeiras noções de multiplicação e divisão. Trata-se de uma escolha curricular deliberada, não de uma omissão: o documento compreende o primeiro ciclo como o tempo de construção do campo aditivo, condição que considera necessária antes de qualquer aproximação ao campo multiplicativo e aos números racionais.

É no segundo ciclo (3ª e 4ª séries hoje 4º e 5º ano do Ensino Fundamental) que os números racionais entram no currículo, e o PCN (Brasil, 1997) é explícito quanto à motivação dessa entrada: *"A abordagem dos números racionais no segundo ciclo tem como objetivo principal levar os alunos a perceberem que os números naturais, já conhecidos, são insuficientes para resolver determinados problemas"* (Brasil, 1997, p. 101). A insuficiência dos naturais expresso pela impossibilidade de expressar, com eles, o resultado de certas divisões ou a medida de certas grandezas, é apresentada como o motor epistemológico que justifica e contextualiza a introdução dos racionais. Trata-se de uma perspectiva coerente com a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1988)², segundo a qual a ampliação de um campo numérico se justifica, do ponto de vista do aprendiz, pela existência de situações-problema que o campo anterior não consegue resolver.

O documento também delimita temporalmente o trabalho: os racionais *"apenas serão iniciados no segundo ciclo e consolidados nos dois ciclos finais"* (Brasil, 1997, p. 102). Essa delimitação tem implicações duplas. Por um lado, reconhece a extensão e a complexidade do conceito, sinalizando que sua construção não se conclui nos anos iniciais. Por outro, levanta uma questão que o quadro teórico permite formular com precisão: se a ruptura entre

² Vergnaud (1988) não é citado explicitamente neste trecho do PCN (Brasil, 1997), mas figura nas referências bibliográficas do documento, o que sugere familiaridade dos autores com seu quadro teórico.

o raciocínio aditivo e o multiplicativo, como demonstram Nunes e Bryant (1997), é cognitivamente exigente e requer tempo e variedade de situações, a reserva de apenas dois anos, e somente no segundo ciclo, para iniciar esse trabalho é suficiente? O documento não responde explicitamente a essa pergunta, mas as orientações didáticas que oferece revelam plena consciência da dificuldade.

Os significados: presença, ausência e o subconstruto silenciado

No plano dos significados atribuídos às frações, os PCN (Brasil, 1997) nomeiam explicitamente três dos cinco subconstrutos identificados por Kieren (1976, 1988): parte-todo, quociente e razão. O subconstruto parte-todo é apresentado como o ponto de partida mais frequente e o documento reconhece isso com alguma ambivalência: *"A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo"* (Brasil, 1997, p. 101), uma observação que não chega a ser crítica, mas que deixa entrever a limitação de uma abordagem circunscrita a esse único significado. O subconstruto quociente é introduzido pela situação de partilha – dividir dois chocolates entre três pessoas –, e o documento cuida de distinguir essa situação da parte-todo, ainda que a representação resultante ($\frac{2}{3}$) seja a mesma em ambos os casos. O subconstruto razão aparece como *"índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza"* (Brasil, 1997, p. 101), exemplificado pela proporção entre habitantes imigrantes e total de uma cidade, pela escala em mapas e pela porcentagem.

O subconstruto operador é explicitamente mencionado e igualmente explicitamente diferido: *"Trata-se do significado da fração como operador, ou seja, quando ela desempenha um papel de transformação [...] será trabalhada nos ciclos posteriores"* (Brasil, 1997, p. 102). A postergação é pedagogicamente justificável: o operador exige o domínio prévio de uma concepção multiplicativa sofisticada que o segundo ciclo está apenas começando a construir. O problema, como veremos na análise comparativa, é que essa postergação tende a se perpetuar nos documentos curriculares subsequentes.

O subconstruto medida, contudo, não é mencionado em nenhum momento do texto dedicado aos anos iniciais, nem nos objetivos, nem nos conteúdos, nem nas orientações didáticas. Essa é a ausência analiticamente mais significativa. É pelo subconstruto medida que o número racional encontra seu lugar na reta numérica, que a densidade dos racionais se torna

geometricamente intuitiva e que a ideia de iteração de uma subunidade ganha concretude como descreve Lamon (2006). A reta numérica aparece nos conteúdos do segundo ciclo: a localização de números racionais na forma decimal é listada como objeto de trabalho, mas desvinculada de uma abordagem do subconstruto medida: o número é localizado na reta, mas a reta não é explorada como instrumento para construir o conceito de medida fracionária.

As representações propostas e o que fica de fora

No que se refere às representações, os PCN (Brasil, 1997) estabelecem uma hierarquia que merece exame cuidadoso. A representação decimal é apresentada como prioritária, com justificativa explícita: *"eles aparecem no cotidiano das pessoas muito mais em sua representação decimal (números com vírgula) do que na forma fracionária. O advento das calculadoras fez com que as representações decimais se tornassem bastante frequentes"* (Brasil, 1997, p. 101). A justificativa tem consistência pragmática: em 1997, a calculadora era de fato o principal vetor de disseminação dos decimais na vida cotidiana brasileira. A representação fracionária é, por sua vez, caracterizada como de uso mais restrito: *"na vida cotidiana o uso de frações limita-se a metades, terços, quartos e mais pela via da linguagem oral do que das representações"* (Brasil, 1997, p. 101). Essa constatação, empiricamente razoável para o período, resulta numa hierarquia curricular que posiciona o decimal como entrada principal e a fração como objeto secundário.

Cotejando essas escolhas com o modelo de Lesh, Post e Behr (1987), é possível identificar quais dos cinco modos de representação são efetivamente contemplados pelas prescrições do documento. As situações do mundo real estão presentes como ponto de partida: os PCN (Brasil, 1997) insistem na contextualização. Os símbolos escritos, tanto fracionários quanto decimais, são objeto de trabalho explícito. As imagens e diagramas aparecem pontualmente: as representações gráficas são mencionadas na identificação de frações equivalentes. A linguagem oral é reconhecida como veículo privilegiado do uso cotidiano das frações, mas não é sistematicamente articulada ao trabalho escolar com as representações escritas. Os modelos manipuláveis, por fim, são praticamente ausentes nas orientações didáticas sobre racionais: a calculadora ocupa esse espaço funcional, mas como instrumento de exploração dos decimais, não das frações.

O que o modelo de Lesh *et al.* (1987) permite evidenciar com clareza é que a tradução entre representações, ou seja, o trânsito deliberado de um modo para outro, que os autores identificam como núcleo da proficiência matemática, não aparece prescrita de forma sistemática nos PCN (Brasil, 1997). A relação entre representação fracionária e decimal consta como conteúdo da lista do segundo ciclo, o que é relevante, mas insuficiente: a tradução entre representações não se reduz à conversão entre a representação fracionária e a decimal. Envolve também o movimento entre situações reais, diagramas, linguagem oral e símbolos, em múltiplas direções e é exatamente esse movimento que, segundo Lesh *et al.* (1987), distingue a compreensão superficial da compreensão estrutural do conceito.

As orientações didáticas: uma contribuição singular e seus limites

A contribuição mais singular dos PCN (Brasil, 1997) para o ensino dos números racionais nos anos iniciais está, paradoxalmente, fora da lista de conteúdos: está nas orientações didáticas, que dedicam ao tema um tratamento reflexivo pouco comum em documentos curriculares. O ponto mais rico dessa seção é a enumeração de cinco obstáculos cognitivos que os alunos inevitavelmente enfrentam ao migrar do campo dos naturais para o dos racionais: a existência de infinitas representações fracionárias para um mesmo número; a contra-intuição da comparação ($1/3 < 1/2$, apesar de $3 > 2$); a ilegibilidade do tamanho da escrita como índice de grandeza ($2,3 > 2,125$); a possibilidade de que a multiplicação produza um resultado menor do que os fatores ($10 \times 1/2 = 5$); e a ausência de sucessor e antecessor, decorrente da densidade dos racionais.

Essa enumeração é teoricamente precisa e guarda notável coerência com o que a pesquisa em Educação Matemática documenta como as principais rupturas cognitivas entre o campo aditivo e o multiplicativo. Na perspectiva de Vergnaud (1994), esses obstáculos decorrem da natureza das invariantes de cada campo e não podem ser suprimidos por um ensino mais cuidadoso, apenas atravessados com suporte pedagógico adequado. O PCN (Brasil, 1997), ao nomeá-los, cumpre uma função formativa importante: alerta o professor de que as dificuldades dos alunos não são falhas a corrigir, mas passos necessários de uma reestruturação conceitual. Há nessa perspectiva uma antecipação da lógica dos obstáculos epistemológicos que, no contexto brasileiro, raramente aparece com tanta nitidez em documentos de natureza curricular.

Cabe, contudo, identificar um limite nessa seção do documento. Os PCN (Brasil, 1997) enunciam os obstáculos com precisão, mas as orientações sobre como atravessá-los são menos desenvolvidas do que a identificação dos próprios obstáculos. A proposta de uso da calculadora para explorar as representações decimais é metodologicamente consistente, mas circunscrita ao subconstruto quociente: dividir 1 por 2, 1 por 3, e observar o que aparece no visor. A sequência de introdução dos três significados – parte-todo, quociente, razão – não é acompanhada de uma discussão sobre a progressão entre eles, sobre como as situações de um subconstruto podem preparar o terreno para o seguinte ou sobre quais invariantes estão em jogo em cada caso. O documento aponta o que ensinar e por que é difícil, mas deixa em aberto boa parte do como enfrentar essa dificuldade, o que, considerando que os PCN (Brasil, 1997) foram concebidos precisamente para orientar o professor, representa uma lacuna que merece ser reconhecida.

Os números racionais na BNCC: habilidades, progressão e representações

A BNCC (Brasil, 2018), ao contrário dos PCN (Brasil, 1997), é um documento de natureza estritamente normativa. Por ser de cumprimento obrigatório para todos os sistemas de ensino do país, não poderia incorporar orientações didáticas: o como ensinar é, por definição, competência das secretarias estaduais e municipais de educação, das escolas e dos professores. A BNCC (Brasil, 2018) prescreve, portanto, o que os alunos devem ser capazes de fazer ao final de cada ano letivo, deixando inteiramente a cargo dos sistemas de ensino e dos professores a definição dos percursos pedagógicos.

Trata-se de uma distinção de natureza normativa, não de uma escolha arbitrária de conteúdo. O que se pode, contudo, lamentar é a ausência de um documento complementar – não normativo, portanto, sem caráter obrigatório – que o Ministério da Educação poderia ter produzido e divulgado, com sugestões didáticas fundamentadas em pesquisa, cumprindo em relação à BNCC (Brasil, 2018) o papel orientador que os PCN (Brasil, 1997) cumpriram em seu tempo. No campo dos números racionais, essa lacuna tem peso particular. Pesquisas realizadas no contexto brasileiro demonstram que professores dos anos iniciais tendem a restringir o ensino de frações ao subconstruto parte-todo, frequentemente por desconhecerem os demais significados ou por não os reconhecerem como objetos legítimos de ensino

nos anos iniciais (Garcia Silva; Pietropaolo; Pinheiro, 2016; Garcia Silva, Campos e Serrazina, 2014; Garcia Silva; Campos; Pietropaolo, 2011). A ausência de orientação didática complementar encontra, nesse caso, um terreno de particular fragilidade.

A nova arquitetura prescritiva

A BNCC (Brasil, 2018) organiza o ensino de Matemática nos anos iniciais em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística, e descreve, para cada ano letivo, os objetos de conhecimento e as habilidades correspondentes. As habilidades são identificadas por códigos alfanuméricos (EFxxMAyy) que combinam nível de ensino, ano e numeração sequencial. Essa granularidade prescreve com precisão o que se espera de cada ano, substituindo a lógica dos ciclos bienais dos PCN (Brasil, 2018) por uma progressão anual explícita.

A mudança estrutural tem implicações analíticas relevantes. Nos PCN (Brasil, 1997), os conteúdos do segundo ciclo eram apresentados com alguma margem de distribuição interna, mas cabia ao professor e à escola decidir o que trabalhar na 3ª série e o que reservar para a 4ª. Na BNCC (Brasil, 2018), essa margem é reduzida: cada ano tem suas habilidades, e a progressão entre eles é prescrita, ainda que sem orientação sobre os percursos didáticos. Isso significa que a arquitetura da BNCC (Brasil, 2018) é ao mesmo tempo mais detalhada na definição do produto e mais silenciosa nos processos que deveriam conduzi-lo.

A entrada e a progressão dos racionais por ano

Os números racionais entram formalmente na BNCC no 3º ano (correspondente a antiga 2ª série), com habilidade EF03MA07, que prescreve identificar e representar frações com denominadores 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 10 em contextos diversos, associando a escrita fracionária à leitura e à representação em figuras. A entrada é, portanto, um ano antes do que os PCN (Brasil, 1997) previam, uma vez que situavam os racionais apenas no segundo ciclo, a partir da 3ª série (correspondente ao 4º ano hoje). Essa antecipação é relevante, mas não modifica, por si só, o equilíbrio entre subconstrutos: a habilidade do 3º ano é integralmente ancorada no subconstruto parte-todo, e as representações convocadas são, primariamente, as figuras e os símbolos escritos.

No 4º ano (correspondente a antiga 3ª série), a progressão se amplia em duas direções importantes. A habilidade EF04MA09 prescreve reconhecer as frações unitárias mais usuais como resultado de uma divisão de um inteiro em partes iguais e utilizá-las para expressar a medida de grandezas, o que introduz, ainda que de forma não nomeada, os subconstrutos quociente e medida. A habilidade EF04MA10 trata das frações equivalentes, mobilizando a invariante da equivalência entre representações fracionárias, precisamente uma das invariantes centrais do campo multiplicativo, na perspectiva de Vergnaud. E a habilidade EF04MA11 estabelece a relação entre as representações decimal e fracionária, prescrevendo que $1/10 = 0,1$ e $1/100 = 0,01$. É no 4º ano, portanto, que a BNCC (Brasil, 2018) apresenta a maior densidade conceitual no campo dos racionais.

No 5º ano, as habilidades relativas aos racionais ampliam o trabalho com decimais para as quatro operações, prescrevem a conversão entre representações decimais e frações, a comparação e ordenação de números racionais em diferentes representações, e introduzem a porcentagem em suas formas mais elementares (10%, 25%, 50%, 75% e 100%). A razão como subconstruto não aparece nomeada, mas está implicitamente presente na abordagem da porcentagem. O subconstruto operador permanece ausente, como também observado nos PCN (Brasil, 1997), e o subconstruto medida, embora tangenciado pela habilidade EF04MA09, não é desenvolvido de forma sistemática em nenhum dos anos.

Subconstrutos e representações: o que a BNCC convoca e o que silencia

Cotejando as habilidades descritas com o modelo de Kieren (1976, 1988), é possível construir um panorama dos subconstrutos contemplados pela BNCC (Brasil, 2018) nos anos iniciais. O subconstruto parte-todo é dominante e está presente desde o 3º ano. O subconstruto quociente aparece de forma tangencial no 4º ano, sem ser nomeado como tal. O subconstruto medida é tocado, mas não desenvolvido. O subconstruto razão comparece implicitamente na porcentagem do 5º ano. O subconstruto operador está ausente em todos os anos. Essa distribuição, como se verá na análise comparativa, não difere substantivamente do que os PCN (Brasil, 1997) propunham, o que significa que a BNCC (Brasil, 2018) concorda com os PCN (1997) não avançou sobre as ausências identificadas no documento anterior.

No plano das representações, a análise à luz de Lesh, Post e Behr (1987) revela um quadro com avanços pontuais e lacunas persistentes. Os símbolos escritos (fracionários e decimais) são o modo de representação mais sistematicamente contemplado, presentes em habilidades de todos os anos. As imagens e figuras são explicitadas no 3º ano ("representação em figuras") e mencionadas pontualmente nos anos seguintes. A linguagem oral aparece de forma esporádica. Os modelos manipuláveis estão praticamente ausentes das habilidades descritas, o que não significa que não possam ser usados, mas que a prescrição não os convoca, deixando sua escolha inteiramente ao professor. A tradução sistemática entre representações, o movimento entre modos que Lesh *et al.* (1987) identificam como núcleo da proficiência, está prescrita apenas parcialmente: a conversão da representação fracionária para decimal aparece no 5º ano, mas o trânsito entre situações reais, diagramas, linguagem oral e símbolos não é explicitado como habilidade em nenhum momento.

Cabe ainda observar que a noção de unitização, central na obra de Lamon (2006) e diretamente relacionada à compreensão da conservação da unidade de referência, não aparece em nenhuma das habilidades prescritas. Esse dado dialoga com os achados de Garcia Silva, Pietropaolo e Pinheiro (2016), que identificaram, em um estudo com professoras dos anos iniciais, que o não reconhecimento da necessidade de conservar a unidade de referência era um dos limites mais frequentes no conhecimento docente sobre frações. Se as professoras investigadas não dominam essa noção, e se a BNCC (Brasil, 2018) não a prescreve como habilidade a ser desenvolvida nos alunos, cria-se um ciclo de invisibilidade conceitual que a formação docente precisaria interromper, mas que a própria base curricular não sinaliza.

Avanços, permanências e o silêncio didático

Em relação aos PCN (Brasil, 1997), a BNCC (Brasil, 2018) apresenta avanços que merecem reconhecimento. A antecipação dos racionais para o 3º ano amplia o tempo disponível para a construção do conceito nos anos iniciais. A prescrição ano a ano cria uma progressão mais visível, o que pode facilitar o planejamento curricular das redes. A habilidade EF04MA09, ao associar a fração unitária à medida de grandezas, introduz, ainda que implicitamente, um subconstruto que os PCN (Brasil, 1997) não contemplavam.

Contudo, as permanências são numerosas. A dominância do subconstruto parte-todo persiste desde a entrada dos racionais no 3º ano. O subconstruto medida continua sem ênfase, supostamente necessária. O

operador permanece ausente. A tradução sistemática entre representações não é prescrita. E o subconstruto razão, tão central para o raciocínio proporcional que Lamon (2006) situa como eixo organizador de toda a Matemática da segunda metade da escolaridade básica, aparece apenas implicitamente e somente no 5º ano, observado no contexto da porcentagem.

A lacuna mais estruturalmente significativa que esta análise identifica, contudo, não é de conteúdo: é de orientação. Sendo a BNCC (Brasil, 2018), um documento normativo, o como ensinar permanece, por definição, fora de seu escopo legal. O que se pode observar é a ausência de um documento complementar do MEC – não normativo, portanto, sem caráter obrigatório – com orientações didáticas fundamentadas em pesquisa. Sem esse suporte, o professor precisa mobilizar, por conta própria, um conhecimento profissional robusto sobre os racionais: um conhecimento que a pesquisa demonstra ser, com frequência, limitado.

Garcia Silva, Campos e Pietropaolo (2011), em estudo de formação continuada com professoras dos anos iniciais, constataram que as dificuldades docentes no ensino de frações estavam diretamente associadas a um processo de formação inicial insatisfatório, e que dados do SAEB 2019 evidenciam resultados insatisfatórios dos alunos nesse campo (Brasil, 2022).

Garcia Silva, Pietropaolo e Pinheiro (2016), em investigação específica sobre o conhecimento matemático para o ensino das frações, concluíram que professoras dos anos iniciais recorriam quase exclusivamente ao esquema de partição, não reconheciam a fração como divisão e não dominavam as relações de equivalência e de ordem. Esses dados não descrevem uma situação do passado: descrevem o cenário de formação docente sobre o qual a BNCC (Brasil, 2018), sem o amparo de um documento orientador complementar, deposita suas exigências.

O paradoxo que emerge dessa análise é o seguinte: a BNCC (Brasil, 2018) é mais exigente que os PCN (Brasil, 1997), uma vez que prescreve mais habilidades, com maior especificidade, e as torna obrigatórias. Ao fazê-lo, não pôde incorporar potentes orientações didáticas tal como os PCN (Brasil, 1997) o fizeram, apesar de suas limitações. Por sua vez, o Ministério da Educação não produziu um documento complementar à BNCC, não normativo, que preenchesse essa lacuna orientadora. Esse paradoxo tem um nome: é a tensão entre a aspiração de um produto prescrito atualizado e inovador – álgebra nos anos iniciais, por exemplo – e o silêncio sobre orientações pedagógicas para que os professores ampliassem seus conhecimentos para implementá-lo.

Tensão que, no caso dos números racionais nos anos iniciais, incide sobre um terreno de formação docente particularmente frágil.

Análise comparativa: três eixos e suas implicações

As seções anteriores analisaram, separadamente, as prescrições dos PCN (Brasil, 1997) e da BNCC (Brasil, 2018) relativas aos números racionais nos anos iniciais. Esta seção desenvolve a análise comparativa em três eixos: a natureza normativa dos documentos, os subconstrutos convocados e as representações contempladas e conclui discutindo o que fica estruturalmente descoberto quando a prescrição obrigatória não permite incluir orientações didáticas.

Documentos de natureza diferente: o que se pode e o que não se pode comparar

Qualquer comparação entre PCN (Brasil, 1997) e BNCC (Brasil, 2018) deve começar pelo reconhecimento de uma assimetria constitutiva: os dois documentos não são da mesma espécie. Os PCN ((Brasil, 1997) eram um referencial orientador, de adesão voluntária, que articulava prescrição e orientação didática em um único documento. A BNCC (Brasil, 2018) é uma norma de cumprimento obrigatório que prescreve exclusivamente habilidades, deixando o como ensinar fora de seu escopo. Comparar os dois documentos como se fossem equivalentes seria um equívoco metodológico; reconhecer a diferença é, ao contrário, o ponto de partida analítico mais produtivo.

Essa diferença de natureza tem uma consequência direta sobre o que é comparável. É possível comparar o que cada documento prescreve: quais subconstrutos nomeia, quais representações convoca, em que momento da progressão escolar situa cada elemento. Não é possível, contudo, comparar as orientações didáticas dos PCN (Brasil, 1997) com as da BNCC (Brasil, 2018) – porque a BNCC (Brasil, 2018), como norma de cumprimento obrigatório, não poderia contê-las: as decisões sobre os percursos pedagógicos são competência dos sistemas de ensino e dos professores, não do Estado central. O que se pode fazer, e é o que faremos, é examinar o que se perde na transição de um modelo ao outro e o que a ausência de um documento orientador complementar do MEC implica para o professor que precisa implementar a prescrição obrigatória.

Há ainda uma segunda assimetria a considerar: a mudança de status normativo representa também uma mudança na relação entre o Estado e o professor. Os PCN (Brasil, 1997), por terem caráter orientador, precisavam fundamentar suas proposições, apresentar justificativas e oferecer exemplos – o que conferia ao documento uma dimensão pedagógica mais explícita. A BNCC (Brasil, 2018), como documento normativo, opera por uma lógica distinta: define habilidades e anos de referência sem explicitar os critérios que orientaram essas escolhas nem indicar percursos didáticos para desenvolvê-las. Esse deslocamento tem implicações que excedem o campo dos racionais, mas que nele se manifestam de forma particularmente clara, dada a complexidade conceitual do objeto.

Os subconstrutos: o que os documentos prescrevem e o que a teoria revela

O cotejo sistemático entre as prescrições dos dois documentos e os cinco subconstrutos de Kieren (1976, 1988) permite construir um panorama analítico para cada categoria. O Quadro 1 sintetiza a presença, a forma de aparecimento e a ausência de cada subconstruto nos dois documentos.

Quadro 1. Subconstrutos de Kieren nos PCN e na BNCC (anos iniciais)

Subconstruto	PCN (2º ciclo) (presente nas orientações)	BNCC (Anos Iniciais) (presente nas habilidades)
Parte-todo	Explícito e prioritário; reconhecido como dominante na prática	Explícito e prioritário; presente do 3º ao 5º ano
Quociente	Explícito; distinguido do parte-todo com exemplo de partilha	Implícito em EF04MA09; não nomeado como subconstruto
Medida	Ausente; reta numérica mencionada sem articulação ao subconstruto	Tangenciado em EF04MA09; não desenvolvido sistematicamente
Razão	Explícito; exemplificado com proporção, escala e porcentagem	Implícito; presente apenas na porcentagem do 5º ano
Operador	Mencionado e diferido para ciclos posteriores	Ausente nos anos iniciais; não mencionado

Fonte: Elaborado pelos autores

A leitura do Quadro 1 revela mais continuidade do que ruptura. A dominância do subconstruto parte-todo persiste nos dois documentos. O quociente aparece em ambos, mas sempre de forma subordinada, mais explícita nos PCN (Brasil, 1997), mais implícita na BNCC (Brasil, 2018). O subconstruto medida é a ausência mais persistente: nenhum dos dois documentos o desenvolve de forma sistemática, embora a reta numérica seja mencionada nos dois casos. A razão, explicitada nos PCN (Brasil, 1997), recua na BNCC (Brasil, 2018) à condição de subconstruto implícito, visível apenas na porcentagem do 5º ano. O operador, diferido nos PCN (Brasil, 1997) nas orientações didáticas, não está presente na prescrição das habilidades para os anos iniciais da BNCC (Brasil, 2018). Cabe, no entanto, reiterar: os dados dos PCN advêm não apenas da lista de conteúdos – conceitos e procedimentos – mas, sobretudo, das Orientações Didáticas, ao passo que na BNCC apenas pelas Habilidades e Objetos de Conhecimento.

Do ponto de vista do quadro teórico, a persistência dessas ausências tem consequências. O subconstruto medida é aquele que ancora o número racional na reta numérica e torna geometricamente intuitiva a propriedade que mais rompe com o pensamento dos naturais: a densidade. Um aluno que nunca percorreu a reta numérica em busca de racionais entre 0 e 1 tem poucas ferramentas cognitivas para compreender que entre $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$ existe outro número, compreensão que exige precisamente a iteração de subunidades que define o subconstruto medida (Lamon, 2006). A ausência desse subconstruto nos dois documentos não é, portanto, um detalhe: é uma lacuna que incide sobre uma das invariantes mais fundamentais do campo racional.

A antecipação dos racionais para o 3º ano na BNCC (Brasil, 2018) é, nesse contexto, um avanço que não vem acompanhado do aprofundamento necessário. Ampliar o tempo disponível para o trabalho com racionais é relevante e está alinhado com o que Nunes e Bryant (1997) argumentam sobre a necessidade de experiências variadas e prolongadas no campo multiplicativo. Mas ampliar o tempo sem ampliar os subconstrutos convocados significa, em última análise, mais anos de parte-todo.

As representações: traduções prescritas e traduções ausentes

O cotejo com o modelo de Lesh, Post e Behr (1987) revela, nos dois documentos, um padrão convergente: os símbolos escritos dominam, as situações do mundo real funcionam como ponto de partida, as imagens aparecem pontualmente, e os modelos manipuláveis e a linguagem oral ficam

sistematicamente à margem da prescrição. A tradução entre representações – o movimento que os autores identificam como núcleo da proficiência com racionais – é prescrita de forma parcial em ambos os casos: apenas a conversão da representação fracionária para a decimal chega a ser objeto de habilidade explícita, e isso somente no 5º ano da BNCC (Brasil, 2018).

A BNCC (Brasil, 2018) aprofunda, em um ponto, a lacuna dos PCN (Brasil, 1997): a linguagem oral, que nos PCN (Brasil, 1997) ao menos era reconhecida como o veículo privilegiado do uso cotidiano das frações, praticamente desaparece das habilidades prescritas. Essa é uma perda não trivial: pesquisas no campo da Educação Matemática indicam que a verbalização das relações fracionárias, dizer "três de cada quatro" antes de escrever $\frac{3}{4}$, ou descrever oralmente o que muda e o que permanece numa situação de partilha, é um suporte importante para a construção das invariantes do campo multiplicativo. Prescrever habilidades que envolvam exclusivamente símbolos e figuras sem articulação com a linguagem oral tende a produzir um domínio procedimental desacompanhado da compreensão conceitual.

A ausência sistemática dos modelos manipuláveis merece também atenção analítica. Materiais como barras fracionárias, réguas, discos e retas numéricas físicas são os suportes pelos quais o subconstruto medida se torna palpável e é precisamente o subconstruto medida que ambos os documentos deixam subdesenvolvido. Não é difícil perceber a coerência involuntária dessa dupla ausência: sem o subconstruto medida prescrito, os modelos que o sustentam também não são convocados. A fração permanece, assim, um objeto fundamentalmente simbólico e estático, representado em figuras partidas, sem movimento sobre a reta.

O que fica descoberto: a formação docente como herdeira das lacunas curriculares

A análise comparativa permite agora nomear com precisão o que fica estruturalmente descoberto quando a prescrição obrigatória da BNCC (Brasil, 2018) não complementa em outro documento subsequente as orientações didáticas – e quando essa prescrição replica, sem corrigir ou justificar, as possíveis ausências conceituais já presentes nos PCN (Brasil, 1997).

O primeiro ponto descoberto é o subconstruto medida. Nem os PCN (Brasil, 1997) nem a BNCC (Brasil, 2018) o desenvolvem de forma sistemática nos anos iniciais. Isso significa que o professor que quiser

trabalhar a densidade dos racionais, a localização de frações na reta numérica ou a iteração de subunidades terá de fazê-lo a partir de seu próprio conhecimento profissional — sem apoio curricular explícito em nenhum dos dois documentos. A pesquisa de Garcia Silva, Pietropaolo e Pinheiro (2016) demonstrou que professoras dos anos iniciais não reconheciam a necessidade de conservação da unidade de referência, que é a base cognitiva do subconstruto medida. O currículo não convoca o que a formação não construiu, e a formação não constrói o que o currículo não convoca. Esse círculo de invisibilidade conceitual exige intervenção deliberada na formação inicial e continuada.

O segundo ponto descoberto é a tradução sistemática entre representações. Ambos os documentos a mencionam parcialmente, mas nenhum a prescreve como um conjunto de habilidades articuladas. Para o professor, isso significa que a decisão de trabalhar a conversão entre situações reais, materiais, diagramas, linguagem oral e símbolos – em múltiplas direções – fica inteiramente a seu critério. Dada a complexidade dessas traduções e as evidências de que muitos professores dos anos iniciais não as dominam plenamente (Garcia Silva; Campos; Pietropaolo, 2011 e Garcia Silva; Serrazina; Campos, 2016), essa lacuna prescrição tem consequências diretas sobre a aprendizagem dos alunos.

O terceiro ponto descoberto é o mais estrutural: é a ausência de orientação didática sobre como construir as invariantes do campo racional, qual seja: a equivalência entre frações, a relação inversa entre número de partes e tamanho de cada parte, a constância da razão nas situações proporcionais. Os PCN (Brasil, 1997) ao menos nomeavam os obstáculos cognitivos que os alunos inevitavelmente enfrentam. A BNCC (Brasil, 2018) prescreve as habilidades que deveriam resultar de ter atravessado esses obstáculos, mas não diz palavra sobre os obstáculos em si. Para o professor cuja formação inicial não o preparou para reconhecer e trabalhar com esses obstáculos, a habilidade prescrita pela BNCC (Brasil, 2018) pode parecer um ponto de chegada claro, mas sem qualquer indicação do caminho.

É nesse sentido que a formação docente emerge, desta análise, não como um tema periférico ao currículo, mas como a herdeira necessária de suas lacunas. A BNCC (Brasil, 2018) delega ao professor — sem dizê-lo explicitamente — a responsabilidade de conhecer os subconstrutos de Kieren (1976, 1988), de mobilizar os modos de representação de Lesh, Post e Behr (1987), de reconhecer os obstáculos descritos por Nunes e Bryant (1997) e de

cultivar a unitização que Lamon (2006) identifica como preditor robusto da aprendizagem posterior. Trata-se de um conhecimento profissional que, no campo dos racionais, a pesquisa brasileira documentou como sistematicamente frágil (Garcia Silva; Campos; Pietropaolo, 2011; Garcia Silva; Serrazina; Campos, 2016 Garcia Silva; Pietropaolo; Pinheiro, 2016).

Uma política curricular de caráter normativo, quando não acompanhada de documentos orientadores complementares, depende, para ser efetiva, de uma política de formação que preencha o que o currículo, por sua natureza jurídica, não pode dizer. A ausência de articulação explícita entre esses dois planos – o curricular e o formativo – é, talvez, a lacuna mais abrangente que este artigo identificou.

Considerações finais

Este capítulo propôs-se a analisar comparativamente as prescrições dos PCN (Brasil, 1997) e da BNCC (Brasil, 2018) relativas aos números racionais nos anos iniciais do Ensino Fundamental, à luz de um quadro teórico construído a partir de Kieren (1976, 1988), Lesh, Post e Behr (1987), Nunes e Bryant (1997), Vergnaud (1983, 1988, 1994) e Lamon (2006). A análise permitiu identificar continuidades, rupturas e lacunas que merecem ser sintetizadas antes de encaminhar suas implicações.

A continuidade mais saliente é a persistência da dominância do subconstruto parte-todo. Em ambos os documentos, a fração entra no currículo essencialmente como relação entre partes e todo, e os demais subconstrutos – quociente, medida, razão e operador – ocupam posições subordinadas, implícitas ou ausentes. O subconstruto medida é a ausência mais significativa nos dois documentos: sem ele, a densidade dos racionais não tem ancoragem geométrica, e a reta numérica permanece um recurso de localização sem se tornar um instrumento de construção conceitual. O subconstruto operador, apenas adiado nos PCN (Brasil, 1997) para ciclos posteriores, não aparece na prescrição nos anos iniciais da BNCC. A razão, nomeada nos PCN (Brasil, 1997), recua na BNCC (Brasil, 2018) à condição de subconstruto implícito que é visível apenas na porcentagem do 5º ano.

A ruptura mais relevante entre os dois documentos não é de conteúdo, mas de natureza e de alcance. Os PCN (Brasil, 1997) eram um referencial não obrigatório que articulava prescrição e orientação didática; a BNCC (Brasil, 2018) é uma norma obrigatória que, por sua natureza jurídica, não comporta orientações sobre o como ensinar – competência reservada aos sistemas de

ensino e aos professores. Essa mudança de modelo traz, contudo, uma consequência que merece atenção: ao não ser acompanhada de um documento complementar do Ministério da Educação com sugestões didáticas fundamentadas em pesquisa, a BNCC (Brasil, 2018) delega ao professor uma responsabilidade pedagógica que pressupõe um conhecimento profissional robusto sobre os racionais. A antecipação dos racionais para o 3º ano, avanço real da BNCC (Brasil, 2018) em relação aos PCN (Brasil, 1997), amplia o tempo disponível para a construção do conceito, mas não resolve o problema da acanhamento dos subconstrutos convocados nem o da ausência de orientação sobre como atravessar os obstáculos cognitivos que essa construção inevitavelmente implica.

As implicações desse quadro para a formação docente são diretas e urgentes. A pesquisa brasileira documentou, de forma consistente, que professores dos anos iniciais tendem a circunscrever o ensino de frações ao subconstruto parte-todo, não reconhecem a fração como divisão, não dominam as relações de equivalência e de ordem e não percebem a necessidade de conservação da unidade de referência (Garcia Silva; Campos; Pietropaolo, 2011; Garcia Silva; Pietropaolo; Pinheiro, 2016).

Uma política curricular que prescreve sem ser acompanhada de orientação didática complementar deposita sobre esse terreno de formação frágil suas exigências mais ambiciosas. Garcia Silva, Serrazina e Campos (2014), em pesquisa de intervenção desenvolvida ao longo de três anos com dezessete professores dos anos iniciais, demonstraram que a formação continuada estruturada, centrada no aprofundamento do objeto matemático e na prática reflexiva, é capaz de produzir avanços significativos tanto na compreensão dos subconstrutos quanto na análise didática do conteúdo. Esse resultado é relevante precisamente porque aponta uma saída concreta para o impasse identificado neste artigo: se o currículo não orienta, a formação pode e deve fazê-lo.

Para que a formação possa cumprir essa função, contudo, ela precisa conhecer com precisão o que o currículo deixou em aberto. É nesse sentido que análises como a desenvolvida neste artigo têm utilidade prática: ao mapear os subconstrutos ausentes, as representações não convocadas e os obstáculos cognitivos que a prescrição não aborda, oferecem à formação inicial e continuada um mapa das lacunas que precisam ser preenchidas. Em particular, entendemos que três elementos deveriam integrar de forma sistemática os processos formativos de professores dos anos iniciais: o trabalho com os cinco

subconstrutos de Kieren (1976, 1988), com atenção especial ao quociente, à medida e à razão; a exploração dos cinco modos de representação de Lesh, Post e Behr (1987) e dos movimentos de tradução entre eles; e o reconhecimento dos obstáculos cognitivos que marcam a transição do campo aditivo para o multiplicativo, obstáculos que os PCN (Brasil, 1997) nomeavam com precisão e que a BNCC (Brasil, 2018), por sua natureza normativa, não contempla.

Cabe reconhecer os limites deste estudo. A análise documental, por sua própria natureza, não alcança a sala de aula: não é possível inferir, a partir das prescrições curriculares, o que de fato acontece no ensino dos racionais nos anos iniciais brasileiros. Estudos futuros poderiam investigar de que forma professores interpretam e traduzem as habilidades da BNCC (Brasil, 2018) em práticas de ensino, e em que medida os subconstrutos e representações ausentes nas prescrições estão igualmente ausentes das aulas. Seria igualmente relevante ampliar as pesquisas sobre como os livros didáticos aprovados pelo PNLD após a homologação da BNCC (Brasil, 2018) operacionalizam as habilidades prescritas: os materiais didáticos constituem a mediação mais imediata entre o currículo e a sala de aula, e sua análise poderia revelar se as lacunas identificadas neste artigo são amplificadas ou atenuadas pelos recursos disponíveis ao professor.

Concluimos retomando a tensão que atravessa todo este artigo: a BNCC (Brasil, 2018), é um documento que obriga mais e orienta menos do que os PCN (Brasil, 1997). No campo dos números racionais nos anos iniciais, um campo em que a pesquisa documenta dificuldades persistentes de alunos e professores, e em que a complexidade conceitual do objeto exige precisamente o que a prescrição silencia, essa tensão não é apenas acadêmica.

Essa é uma tensão que se manifesta nas salas de aula, nas formações insuficientes e nos resultados de avaliação que décadas de esforço ainda não conseguiram reverter. Nomear essa tensão com precisão, como esperamos ter feito, é uma condição necessária, ainda que não suficiente, para que as políticas curriculares e as políticas de formação comecem a ser pensadas de forma articulada.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <https://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf> Acesso em: 26 maio 2026.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: https://cdn.mec.gov.br/basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 26 maio 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Relatório de resultados do SAEB 2019**: volume 1: 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e séries finais do Ensino Médio. Brasília, DF: INEP, 2022. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2021/resultados/relatorio_de_resultados_do_saeb_2019_volume_1.pdf. Acesso em: 26 maio 2026.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

GARCIA SILVA, Angelica da Fontoura.; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; PIETROPAOLO, Ruy Cesar. O desafio do conhecimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais da educação básica tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações. **UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA**, v. 7, n. 28, 14 dic. 2011. Disponível em: <https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/889> Acesso em: 26 maio 2026.

GARCIA SILVA, Angelica da Fontoura; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; SERRAZINA, Maria de Lurdes. Formação Continuada de Professores que Lecionam Matemática: desenvolvendo a prática reflexiva docente. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 50, p. 757-779, Dez. 2014. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a24> . Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/RmYR6jYYcPVMjnz9yBs8CGt/?lang=pt> Acesso em: 27 maio. 2026.

GARCIA SILVA, Angélica da Fontoura; PIETROPAOLO, Ruy Cesar; CARVALHO PINHEIRO, Maria Gracilene de. Conhecimento matemático para o ensino das frações: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais. **Boletim GEPEM**, [S. l.], n. 69, p. 118 – 140, 2016. DOI: 10.69906/GEPEM.2176-2988.2016.104. Disponível em: <https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/104> Acesso em: 27 maio. 2026.

KIEREN, Thomas E. On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, Richard (org.). **Number and measurement**: papers from a research workshop. Columbus: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education, 1976. p. 101-144.

KIEREN, Thomas E. Personal knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. In: HIEBERT, James; BEHR, Merlyn (org.). **Number concepts and operations in the middle grades**. Reston: NCTM, 1988. p. 162-181.

LAMON, Susan J. **Teaching fractions and ratios for understanding**: essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 2. ed. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 2006.

LESH, Richard; POST, Thomas; BEHR, Merlyn. Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In: JANVIER, Claude (org.). **Problems of representation in the teaching and learning of mathematics**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1987. p. 33-40.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças Fazendo Matemática**. Tradução Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997. xiii, 244 p. Título original: Children doing mathematics. ISBN 8573072695

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative structures. In: LESH, Richard; LANDAU, Marsha (org.). **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983. p. 127-174. Disponível em: https://www.gerard-vergnaud.org/texts/gvergnaud_1983_multiplicative-structures_acquisition-mathematics.pdf Acesso em: 27 maio. 2026.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative structures. In: HIEBERT, James; BEHR, Merlyn (org.). **Number concepts and operations in the middle grades**. Reston: NCTM, 1988. p. 141-161.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative conceptual field: what and why? In: HAREL, Guershon; CONFREY, Jere (org.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. Albany: State University of New York Press, 1994. p. 41-59.

3 - *Lesson Study*: metodologia de formação de educadores que ensinam Matemática

Priscila Bernardo Martins

Suzete de Souza Borelli

Aspectos introdutórios

O objetivo deste capítulo é apresentar a origem e conceituação da metodologia *Lesson Study*, evidenciando as suas etapas para implementação, bem como suas contribuições e desafios, seguindo autores nacionais e internacionais, que se dedicam a pesquisar os princípios da metodologia japonesa de *Lesson Study* e introduzi-los na formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática. Com esse propósito, assumimos a metodologia qualitativa, de tipologia ensaio teórico pautado na literatura internacional e nacional sobre origem, história, etapas e adaptações da *Lesson Study*. A opção pelo Ensaio Teórico se justifica pela sua natureza reflexiva e interpretativa (Meneghetti, 2011).

Sendo assim, para promover a discussão e as proposições acerca da *Lesson Study*, o capítulo é organizado em quatro seções, além da seção introdutória e considerações finais: 1º origem da *Lesson Study*; 2º conceituação; 3º etapas e 4º a *Lesson Study* em Projetos de Pesquisa no âmbito do Grupo de Pesquisa Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que ensinam Matemática.

***Lesson Study*: Origem, história e propagação pelo mundo.**

A metodologia *Lesson Study* tem origem japonesa (Jugyou Kenkyu), concebida em 1872, período no qual o governo Meiji promulgou o Código Educacional e, simultaneamente criou-se, em Tóquio, a Escola Normal destinada a formação de professores. Nessa época, o modelo japonês era centrado em um ensino individualizado, no qual os conteúdos eram ensinados a partir das habilidades do estudante. Diante desse cenário, professores estrangeiros de distintos componentes curriculares foram convidados pelo

governo para propagar o estudo ocidental, cujo objetivo era ensinar aos professores os modos ocidentais de conduzir aulas. Esse movimento ficou conhecido como Revolução Meiji, no qual, os professores aprendiam não somente os conteúdos a serem ensinados, como também as metodologias de ensino, observando o comportamento de seus professores (Isoda e Baldin, 2023).

Conforme Isoda e Baldin (2023), esse movimento implementado na Escola Normal de Tokyo se alastrou para outras escolas de formação de professores do Japão. Tradicionalmente, professores podiam entrar em uma aula para observar, no entanto, em 1873, essa prática foi oficializada a partir da publicação de um documento pela Escola Normal, no qual se legitima a partir de regulamentações, o conhecimento e a profissão do professor, bem como a prescrição de que outros professores, com a permissão do professor que conduziria a aula, poderiam adentrar em uma aula.

A *Lesson Study* atingiu novos níveis em 1880, a partir de missões de estudo, constituída por professores e educadores japoneses que foram delegados ao exterior, para trazer ao país, novos conhecimentos e métodos de ensino, tornando-os em seu retorno, professores da escola primária atrelada a Escola Normal. Em 1983, foi publicado um livro voltado às orientações para a elaboração do material didático, bem como com as orientações didáticas para a condução de aulas, as formas de observação e crítica (Isoda e Baldin, 2023).

Segundo Isoda e Baldin (2023), em 1886, a Escola Normal foi reestruturada e renomeada para Escola Normal Superior (*Kōtō Shihan Gakkō*). Em relação ao foco temático, as autoras pontuam que, inicialmente, o método de Pestalozzi era o único foco abordado pelo *Lesson Study*. Todavia, anos depois, os professores e formadores de professores iniciaram as discussões sobre as questões atuais da reforma ocidental e as ideias inovadoras japonesas para novos temas de LS, atreladas às reformas curriculares, conforme explicitado no quadro 1.

Quadro 1. Tópicos-temas de *Lesson Study*

Período	Tópicos-temas
1880	Método Pestalozzi e Método de Diálogo (incluindo argumentação/discussão/diálogo entre professor e alunos)
1910	Matemática para a Vida (incluindo a formulação de problemas)
1930	Integração Curricular na Matemática (incluindo Problemas Abertos)
1950	Movimento do currículo central baseado em estudos sociais
1960	Pensamento Matemático (estilo japonês da <i>Nova Matemática</i>)
1970	Abordagem Aberta e Abordagem de Resolução de Problemas
1980	Resolução de Problemas

Dados: Isoda e Baldin (2023), baseadas em Baldin (2015).

Conforme se observa-se no quadro 1, inicialmente (décadas de 1880 e 191), os temas da *Lesson Study* não se limitavam à matemática em si. O uso do "Método Pestalozzi" e do "Diálogo" mostra que a preocupação inicial era estabelecer uma base pedagógica de interação (argumentação e discussão). Foi a partir da década de 1930, que houve um maior direcionamento maior a estrutura da própria disciplina e na década de 1960 o foco centrou-se no "Pensamento Matemático". Assim, a matemática deixa de ser apenas uma ferramenta utilitária como a Matemática para a Vida (1910) e passa a ser discutida por suas estruturas cognitivas.

Em relação aos problemas matemáticos, na década de 1910, inicia-se com a "formulação de problemas" (problem posing), articulando a matemática ao cotidiano. Nas décadas de 1930 e 1970 há uma ampliação para "Problemas Abertos" e a "Abordagem Aberta", o que observa-se uma mudança na qual os estudantes são encorajados a encontrar caminhos distintos para uma resposta. Na década de 1980, o conceito avança e se consolida formalmente como "Resolução de Problemas", tornando-se processo central do currículo japonês.

A abordagem de resolução de problemas, conforme pontuam Isoda e Baldin (2023) foi fortalecida a partir do currículo de formação continuada de professores, no qual reconheceu a resolução de problemas como metodologia atraente e significativa para professores iniciantes. Desde

então, a resolução de problemas ficou conhecida como principal modo de ensinar matemática no Japão.

Foi na década de 1980, pesquisadores de diferentes países visitaram o Japão para saber o “porquê e o como” os estudantes japoneses obtiveram a maior média na pesquisa internacional da International Association for the Evaluation of Educational Achievement–IEA realizada em 1964. Com isso, o Ministério da Educação passou a oferecer

o programa de formação de professores para estrangeiros, com a duração de 18 meses, envolvendo cerca de 100 professores por ano. Naquele íterim, a Japan International Cooperation Agency–JICA também começou a encaminhar professores japoneses para o exterior e convidou professores estrangeiros para a formação (Isoda e Baldin, 2023)

Na Educação Matemática, o estudo comparativo Japão-EUA, segundo Isoda e Baldin (2023) para resolução de problemas foi realizado nas décadas de 1980 e 1990, no qual pesquisadores americanos foram convidados a observar aulas de matemática japonesas, mostrando-se um momento oportuno para a melhoria da colaboração existente entre eles. Foi nessa ocasião, que a metodologia japonesa Jugyou Kenkyu foi oficialmente traduzida como *Lesson Study*, à medida que houve o estudo de fitas de vídeo TIMSS comparando as aulas dos EUA, Alemanha e Japão, dando origem a tese de doutorado de Yoshida, em 1999, a partir da qual Fernandez e Yoshida (2004) produziram um livro.

Mundialmente, por influência de Yoshida, a *Lesson Study* ficou conhecida pelo (Isoda e Baldin, 2023, p.17) ciclo do processo de “planejar (aula), realizar e ver”, com colaborações de distintos participantes.

Conceituação de *Lesson Study*

No Brasil e em outros países do mundo, diferentes pesquisadores que se dedicam a *Lesson Study* têm apresentado à comunidade acadêmica as suas experiências na adoção e implementação da metodologia. Por outro lado, nota-se que não há um consenso na sua definição do conceito. Alguns reconhecem como metodologia de formação, outros como processo formativo de professores ou como processo de desenvolvimento profissional. Embora o dissenso entre os termos, há uma indissociabilidade, a de seguir a sua estrutura basilar e adaptar conforme seus propósitos e contextos formativos.

Em Portugal, Ponte et. al (2016) caracteriza a *Lesson Study* (traduz como Estudo de Aula) como um *processo de desenvolvimento profissional de professores que se centra na prática letiva dos mesmos, assumindo uma natureza eminentemente reflexiva e colaborativa* (p.469).

Para Lewis (2002) trata-se de uma abordagem de desenvolvimento profissional que tem sido adotada por professores em diversas instituições da América do Norte.

Huang (2023) reconhece a *Lesson Study* um modelo chinês de aprendizagem, que tem desempenhado um papel importante na melhoria do ensino da matemática.

Estrela e Offos (2023) apresenta *Lesson Study* como um modelo chileno de Estudo de Lições (tradução chilena) que visa promover a colaboração profissional entre os professores no planejamento, implementação, observação e reflexão das aulas investigadas.

No Brasil, Baldin, Neves e Silva (2025) concebem a *Lesson Study* como um *processo formativo de professor inicial ou em desenvolvimento profissional* (p. 3). Richit (2020) caracteriza como um processo de desenvolvimento profissional de professores, centrado na colaboração e na reflexão, com foco na aprendizagem dos estudantes.

Martins, Curi e Borelli (2023) definem a *Lesson Study* como uma metodologia de formação de professores, robustamente centrada na prática do professor (Ponte et al., 2016) e sustentada na colaboração e reflexão (Lewis, 2002), que acarreta o desenvolvimento profissional em Matemática, abrangendo a pluralidade de suas dimensões, como os conhecimentos profissionais, as aprendizagens, as mudanças na Prática e a cultura profissional.

Consoante aos pesquisadores supracitados, neste capítulo, reconhece-se a *Lesson Study* como uma metodologia de formação de educadores que ensinam matemática, voltada ao desenvolvimento profissional e a constituição e mobilização de diferentes domínios de conhecimentos para o ensino, na perspectiva da colaboração profissional.

Como a *Lesson Study* se desenvolve?

No Japão, a *Lesson Study* é uma forma de formação profissional praticada em mais de 98% das escolas públicas e em mais de 94% das escolas

públicas de ensino superior denominada Instituto Nacional de Educação (Lewis e Perry, 2013).

Na *Lesson Study*, os professores realizam ciclos colaborativos de investigação denominados estudar; planejar; executar; refletir, conduzidos com o propósito de aprimorar o ensino em sala de aula (Lewis e Perry, 2013).

Comumente, os professores iniciam o estudo de um conteúdo matemático curricular. Com isso, planejam uma aula de pesquisa que será conduzida por um dos integrantes. Depois, a aula de pesquisa é conduzida, enquanto os outros integrantes observam e produzem dados sobre a aprendizagem dos estudantes. A partir desses dados, os integrantes realizam a reflexão pós-aula, momento no qual, os professores apresentam e discutem os dados produzidos durante a aula de pesquisa, visando implicações para o ensino e a aprendizagem do conteúdo específico (Lewis e Perry, 2013).

Conforme pontuam Lewis e Perry (2013), o estudo do conteúdo acadêmico e dos materiais didáticos denominados no Japão como *kyozaiikenkyu* — é parte integrante da *Lesson Study*, especialmente as duas primeiras etapas do ciclo, conforme praticado no Japão. Durante o *kyozaiikenkyu*, os professores empregam documentos como manuais do professor, referenciais curriculares e relatórios de pesquisa para estudar tanto o conteúdo quanto seu ensino e aprendizagem. Os livros didáticos japoneses e os manuais do professor que os acompanham oferecem suporte ao *kyozaiikenkyu*.

A *Lesson Study* nos Projetos de Pesquisa desenvolvidos pelo Grupo Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que ensinam Matemática (CCPPM).

Em 2011, o Grupo de Pesquisa CCPPM, liderado pela Profa. Dra. Edda Curi, desenvolveu o Projeto longitudinal denominado *Prova Brasil de Matemática: revelações e possibilidades de avanços nos saberes de alunos de 4ª série/5º ano e indicativos para a formação de professores*, que foi financiado pela CAPES no âmbito do Programa Observatório da Educação, resultado da parceria entre a Capes, o INEP e a SECADI. As formações desse projeto foram centradas em uma organização que consistia em analisar o banco de dados da Prova Brasil de Matemática; estudar teoricamente o conteúdo/temática; planejar aulas, conduzir e refletir sobre elas. As aulas planejadas, inclusive, eram conduzidas por duas professoras, sendo uma em início de carreira e a outra com anos de experiência em sala de aula.

Apesar do Grupo ainda não ter tido o contato com a metodologia *Lesson Study*, o Grupo, intuitivamente, já utilizava as suas etapas basilares do ciclo de estudo de um determinado tema. O diferencial é que os observadores em sala de aula, eram os próprios pares desses professores nas escolas que atuavam, isso porque, comumente, os professores ficavam responsáveis por conduzir e gravar a própria aula e trazer as filmagens da aula completa para a reflexão coletiva. Essas constatações podem ser identificadas em algumas produções do Grupo, a partir dos relatos dos professores, publicadas no *Relações espaciais: práticas educativas de professores que ensinam Matemática*.

Oficialmente, o reconhecimento da *Lesson Study* como metodologia de formação se deu a partir de 2014, na concepção do Projeto de Pesquisa *Currículos de Matemática, estudos de aulas e formação de professores*, cujo objetivo era a discussão sobre os enfoques dados nos currículos de matemática, nas suas diferentes instâncias, de acordo com Sacristã; o uso que professores fazem de currículos prescritos e apresentados, as coerências e incoerências entre essas várias instâncias curriculares; o uso da metodologia de estudos de aulas (*Lesson Study*) em pesquisas que analisam o uso de materiais curriculares e livros didáticos por parte de professores e pesquisadores.

Em 2016, foi concebido o Projeto de Pesquisa *Grupos colaborativos: contribuições para a melhoria da qualidade de ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e o desenvolvimento profissional de professores de escolas da diretoria leste 1*, que teve financiamento da Fapesp.

O Projeto foi desenvolvido com dez professoras bolsistas, duas para cada ano de escolaridade dos anos iniciais do Ensino Fundamental da Diretoria de Ensino Leste 1. A organização da formação consistiu em estudar teoricamente acerca dos Eixos do estudo, em subgrupos, e posteriormente, selecionar, planejar e refletir acerca de uma aula do material curricular *Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – EMAI*, utilizado pela Rede Estadual de São Paulo.

Em 2019, o Grupo se dedicou à organização e desenvolvimento do Projeto *Discussões Curriculares: contribuições de um grupo colaborativo para a implementação de um novo currículo de Matemática e o uso de materiais curriculares na rede pública Municipal de São Paulo*. O Projeto foi financiado pela Unesco e desenvolvido com 55 professores da Rede Municipal de São Paulo. No Projeto, os professores foram organizados por

Ciclos de Aprendizagem que a própria Rede estrutura, sendo Alfabetização (1º ao 3º ano) Interdisciplinar (4º ao 6º ano) e Autoral (7º ao 9º ano).

No decorrer dos encontros, as formações se estruturam em dois momentos constituidores: 1. Discussões coletivas com os grupos e 2. Discussões por Ciclos de Aprendizagem.

Nesse Projeto, além das etapas basilares (planejamento, observação e reflexão da aula), foi incorporado mais duas etapas: 1. a formação dos formadores, tendo em vista que estes também eram técnicos da Educação da própria rede, sendo necessário alinhar as perspectivas teóricas e 2. a divulgação dos resultados, que consistia na difusão dos dados produzidos e analisados pelos pesquisadores do Projeto.

Cabe ressaltar que, o Projeto foi desenvolvido em um contexto de implementação curricular dos documentos e materiais produzidos pela própria Rede. Além desse aspecto, ressalta-se que não havia um conteúdo exclusivo para as discussões, pois variavam em conformidade com o ano de escolaridade e com as dificuldades de aprendizagens identificadas pelos professores. No Ciclo Interdisciplinar, por exemplo, as discussões centraram-se em torno da Proporcionalidade; Geometria Espacial e Múltiplos e Divisores.

No ano de 2024 foram desenvolvidos dois Projetos concomitantes, mas em dias alternados. O Projeto *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagem em Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental*, foi financiado pelo CNPq e desenvolvido com educadores oriundos da Diretoria de Ensino Campinas Oeste. O Projeto *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagens dos Números Racionais nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental: um projeto piloto envolvendo Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo*, foi desenvolvido com educadores das Diretorias de Ensino Leste 1 e Campinas leste, sendo financiado pela Fapesp no âmbito do edital PROEDUCA.

Um dos avanços desses dois Projetos em relação aos Projetos anteriores foi a incorporação da tematização de um único tema matemático. No Projeto financiado pelo CNPq focalizou o Pensamento Geométrico em especial e o Projeto da Fapesp as discussões foram centradas para o Ensino dos Números Racionais. Com isso, surgiu a necessidade da incorporação da etapa Estudo e Diagnóstico.

Outro avanço foi em relação a escolha do primeiro tema do Ciclo, visto que a escolha se deu a partir da análise dos resultados da avaliação da

Prova Paulista. Também pode-se destacar como avanço o foco ser um ou dois anos de escolaridade. Diferentemente dos Projetos anteriores, nesses dois Projetos, os professores atuavam no mesmo ano de escolaridade e/ou no ano anterior e muitos eram oriundos de uma mesma escola. Ademais, reconhecemos como avanço a participação de supervisores de ensino, diretores e coordenadores pedagógicos durante todas as etapas do ciclo em *Lesson Study*. Por essa razão, a metodologia de formação de professores passou a ser denominada pelo nosso Grupo como metodologia de formação de educadores que ensinam e formam no âmbito da Educação Matemática.

A partir do desenvolvimento do Projeto financiado pelo CNPq, representantes da Diretoria de Ensino Campinas Oeste, solicitaram ao Grupo a concepção de um Projeto envolvendo os campos Conceituais e a metodologia *Lesson Study*. Com isso, atualmente, estamos desenvolvendo o Projeto *Investigações sobre os conhecimentos profissionais de Matemática de professores dos anos iniciais relativos aos Campos Conceituais em parceria com a Diretoria de Ensino da Rede Estadual Campinas -Oeste*, no âmbito da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Um diferencial desse projeto é que ele está sendo desenvolvido na própria diretoria de ensino, o que pode torná-lo como política pública regional.

Atualmente, estamos em processo de concepção do Projeto de Pesquisa denominado *Campos de Experiências, Funções Executivas e Letramento Matemático na Educação Infantil": um estudo baseado em Lesson Study com Educadores da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo*. O ineditismo do Projeto consiste em articular três temáticas: Campos de Experiências, Funções Executivas e Letramento no âmbito da *Lesson Study* e a explorar um nível de ensino quase que silenciado nas pesquisas brasileiras em LS, segundo Guaribroa (2023).

Conforme pontuamos, uma das etapas utilizadas pelo Grupo de Pesquisa CCPPM consiste na divulgação dos dados produzidos. No decorrer desses anos, muitas pesquisas a nível de mestrado, doutorado e pós-doutorado foram e estão sendo produzidas.

Quadro 2. Pesquisas de Mestrado, Doutorado sobre *Lesson Study*

Referência	Focos
UTIMURA, Grace Zaggia. <i>Docência compartilhada na perspectiva de Estudos de Aula (Lesson Study): um trabalho com as figuras geométricas espaciais no 5º ano</i> . 2015. 191 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2015. Orientação: Profa. Dra. Edda Curi	Matemático: Figuras Geométricas Espaciais
	Pesquisa: Aprendizagem dos estudantes e das professoras
MERICHELLI, Marco Aurelio Jarreta. <i>Desenvolvimento Profissional e Implementação de Material Curricular: contribuições e desafios a serem enfrentados a partir da metodologia Estudo de Aula</i> . 2018. 175 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2018. Orientação: Profa. Dra. Edda Curi	Matemático: medidas de capacidade; campo aditivo; ensino de gráficos; figuras geométricas planas.
	Pesquisa: Desenvolvimento Profissional
UTIMURA, Grace Zaggia. <i>Conhecimento profissional de professoras de 4º ano centrado no ensino dos números racionais positivos no âmbito do Estudo de Aula</i> . 2019. 195 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2019. Orientação: Profa. Dra. Edda Curi	Matemático: Números Racionais
	Pesquisa: Conhecimento Profissional
BORELLI, Suzete de Souza. <i>Estudos de aula na formação de professores de Matemática em turmas de 7º ano do Ensino Fundamental que ensinam Números Inteiros</i> . 2019. 247 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2019. Orientação: Profa. Dra. Edda Curi	Matemático: Números Inteiros
	Pesquisa: Desenvolvimento Profissional
SILVA, Simone Dias da. <i>Contribuições do Estudo de Aula (Lesson Study) para o desenvolvimento</i>	Matemático: Números Naturais

<i>profissional de professores que ensinam matemática no 1º ano do Ensino Fundamental utilizando material curricular.</i> 2020. 210 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2020. Orientação: Profa. Dra. Edda Curi	Pesquisa: Desenvolvimento Profissional
MARTINS, Priscila Bernardo. <i>Potencialidades dos Estudos de Aula para a formação continuada de um grupo de professores que ensinam Matemática na Rede Municipal de São Paulo no contexto de uma pesquisa envolvendo Implementação Curricular.</i> 2020. 252 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2020. Orientação: Profa. Dra. Edda Curi	Matemático: Proporcionalidade, Múltiplos e Divisores, Figuras Geométricas Espaciais Pesquisa: Conhecimentos profissionais e Colaboração Profissional

Fonte: Acervo do Grupo de Pesquisa CCPPM.

Conforme se pode observar no quadro, a Profa. Dra. Edda Curi orientou seis pesquisas, sendo uma dissertação e cinco teses. As pesquisas de Merichelli (2018); Utimura (2019) e Silva (2020) foram financiadas pela Fapesp no âmbito do Projeto Grupos colaborativos: contribuições para a melhoria da qualidade de ensino de Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental e o desenvolvimento profissional de professores de escolas da Diretoria Leste 1. A pesquisa de Martins (2020) foi financiada pela UNESCO no âmbito do Projeto Discussões Curriculares: contribuições de um grupo colaborativo para a implementação de um novo currículo de Matemática e o uso de materiais curriculares na rede pública municipal de São Paulo.

Além dessas pesquisas, foram desenvolvidas mais duas pesquisas de Pós-Doutoramento sob a supervisão da Profa. Edda Curi, a saber: 1. Grace e 2. Subsídios da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagem em Matemática na Educação Básica: um projeto envolvendo professores e a metodologia *Lesson Study* (Martins, 2023).

Após o ano de 2020, foram desenvolvidas mais pesquisas a nível de mestrado e doutorado, mas sob as orientações de outros pesquisadores do Grupo, que defenderam as suas pesquisas sob a orientação da Profa. Dra. Edda:

Quadro 3. Pesquisas de Mestrado e Doutorado sobre *Lesson Study*

Referência	Focos
GUARIBOBA, Laura Alves. <i>Lesson Study</i> na Formação de Professores de e que Ensinam Matemática: dimensões dos conhecimentos profissionais evidenciados nas pesquisas acadêmicas brasileiras. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2025. Orientação: Profa. Dra. Priscila Bernardo Martins	Matemático: não há
	Pesquisa: conhecimentos profissionais
Ribeiro, Renata. Estudo de Aula na Educação Infantil: aprendizagens profissionais de um Grupo de Professoras de Espírito Santo do Pinhal. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2025. Orientação: Profa. Dra. Grace Utimura Zaggia	Matemático: Figuras Geométricas Planas e Espaciais
	Pesquisa: Aprendizagens Profissionais
OLIVEIRA-JUNIOR, Jose Ari de. Dimensões da constituição e desenvolvimento da Identidade Profissional evidenciadas por professores que ensinam Matemática em ações do Projeto de Pesquisa em <i>Lesson Study</i>. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2025. Orientação: Profa. Dra. Priscila Bernardo Martins	Matemático: Pensamento Geométrico
	Pesquisa: Identidade profissional do Professor
OLIVEIRA, Katia Christina de. Estudo de Aula (<i>Lesson Study</i>) e o trabalho colaborativo em investigações desenvolvidas pelo Grupo de Pesquisa CCPPM (Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que ensinam Matemática). Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2025. Orientação: Profa. Dra. Grace Utimura Zaggia	Matemático: não há
	Pesquisa: colaboração profissional

Fonte: Acervo do Grupo de Pesquisa CCPPM.

As pesquisas de Guariroba (2025) e Oliveira-Junior (2025) foram financiadas pelo CNPq no âmbito do Projeto de Pesquisa *Contribuições da*

pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagem em Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental.

A pesquisa de Oliveira (2026), orientada pela Profa. Dra. Grace Zaggia Utimura, foi concebida a partir da sua participação nesse Projeto e no outro denominado *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagens dos Números Racionais nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental: um projeto piloto envolvendo Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo.*

Ribeiro (2025) sob a orientação da Profa. Dra. Grace Zaggia Utimura também teve participação em ambos os projetos (Fapesp e CNPq, mas desenvolveu a sua pesquisa no município que atuava em Santo Antônio do Pinhal. Além de Ribeiro, Silva (2026), sob a orientação da profa. Dra. Priscila Bernardo Martins também defendeu a sua tese de doutorado a partir de sua participação nos Projetos, mas o seu foco foi analisar a identidade profissional das educadoras matemáticas que formam professores.

No Projeto supracitado, financiado pela Fapesp, foram defendidas duas dissertações de mestrado. Ekami (2026) analisou como a representação fracionária está sendo apresentada no material curricular utilizado pelas professoras participantes do Projeto, denominado Currículo em ação do 5º ano. Jesus (2026) analisou livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

Neste mesmo projeto, ainda estão em andamento três teses de doutorado, sob a orientação da Profa. Dra. Edda Curi, a saber: Tiburtino terá como foco o ciclo em *Lesson Study* na perspectiva dos números racionais; Gonçalves centrará a sua tese nos conhecimentos profissionais das professoras participantes; e Barros ficará no processo de aprendizagem dos estudantes em relação às frações, analisando os protocolos produzidos no decorrer do ciclo.

Além dessas pesquisas, há uma tese de doutorado em fase de defesa (Araújo, 2026), que foi desenvolvida com professores que atuam na Educação Infantil, tematizando Relações Espaciais, na Diretoria Regional de Educação de Guaianases.

Além das teses e dissertações, durante os doze anos que oficialmente empregamos a metodologia, foram publicizados artigos científicos em periódicos e eventos nacionais e internacionais da área, capítulos e organização de livros, entre outros. O Quadro X, mostra as produções principais do Grupo CCPPM.

Quadro 4. Acervo do Grupo CCCPM sobre *Lesson Study*

Artigo em Periódico
BORELLI, Suzete de Souza; PACHECO, Débora Reis; PIRES, Célia Maria Carolino. Professores do 1º ano que ensinam Matemática no Ensino Fundamental da rede Estadual de São Paulo: uma possibilidade de mudança da prática a partir da formação. Revista de Ensino de Ciências e Matemática , São Paulo, v. 7, n. 4, p. 49–62, 2016.
MERICHELLI, Marco Aurélio Jarreta; CURI, Edda. Estudos de Aula (“ <i>Lesson Study</i> ”) como metodologia de formação de professores. Revista de Ensino de Ciências e Matemática , São Paulo, v. 7, n. 4, p. 15–27, 2016.
UTIMURA, Grace Zaggia; CURI, Edda. Aprendizagens dos alunos no âmbito do projeto docência compartilhada e de estudos de aula (<i>lesson study</i>): um trabalho com as figuras geométricas espaciais no 5º ano Student’s learning by docência compartilhada project and <i>lesson study</i> : a work with the spatial geometric figures in 5th grade. Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática , São Paulo, v. 18, n. 2, 2016
CURI, Edda; MARTINS, Priscila Bernardo. Contribuições e desafios de um projeto de pesquisa que envolve grupos colaborativos e a metodologia <i>Lesson Study</i> . Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia , Curitiba, v. 11, n. 2, 2018.
UTIMURA, Grace Zaggia; BORELLI, Suzete de Souza; CURI, Edda. Lesson Study (Estudo de Aula) em diferentes países: uso, etapas, potencialidades e desafios. Educação Matemática Debate , Montes Claros, v. 4, n. 10, 2020.
MARTINS, Priscila Bernardo; CURI, Edda. Evidence of professional knowledge of a 4th-grade mathematics teacher from the perspective of a research project involving <i>Lesson Study</i> . Acta Scientiae , Canoas, v. 25, n. 1, 2023.
MARTINS, Priscila Bernardo; CURI, Edda; BORELLI, Suzete de Souza. Estudos de aula: o ensino de grandezas e medidas no 1º ano do ensino fundamental. Ciências em Foco , Campinas, SP, v. 13, p. e020002, 2020.

UTIMURA, Grace Zaggia; CURI, Edda. Índícios de aprendizagens de alunos de 4º ano sobre os números racionais envolvendo o significado quociente. Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v. 23, n. 1, p. 632–654, 2021.
CURI, Edda. <i>Lesson Study</i>: Contribuições para Formação de Professores que Ensinam Matemática. Perspectivas da Educação Matemática, [S. l.], v. 14, n. 34, p. 1–19, 2021.
MARTINS, Priscila Bernardo; CURI, Edda. Conhecimentos e crenças manifestados por professores que ensinam Matemática e fazem uso de materiais manipuláveis em suas práticas. Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Brasília, v. 12, n. 4, p. 1–16, 2022.
CURI, Edda; MARTINS, Priscila Bernardo; BORELLI, Suzete de Souza. Conocimiento profesional de profesores que enseñan Matemáticas en la Red Municipal de Educación de São Paulo a partir de su participación en un Proyecto de Investigación basado en Estudio de Lección. PARADIGMA, Maracay, v. 44, n. 2, p. 268–292, 2023.
MARTINS, Priscila Bernardo; CURI, Edda; SOUZA BORELLI, Suzete. A metodologia de formação <i>Lesson Study</i> em um projeto de pesquisa desenvolvido em um contexto de implementação curricular: : avanços e dificuldades. Revista Paranaense de Educação Matemática, [S. l.], v. 12, n. 29, p. 119–142, 2023.
MARTINS, Priscila Bernardo; BORELLI, Suzete de Souza; CURI, Edda. As dimensões de conhecimentos profissionais e de cultura de colaboração evidenciados por professores que ensinam Matemática no contexto do <i>Lesson Study</i>. PARADIGMA, Maracay, v. 46, n. 1, p. e2025020, 2025.
MARTINS, Priscila Bernardo; BORELLI, Suzete de Souza; CURI, Edda. Análise do desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes de uma turma do quinto ano no âmbito da <i>Lesson Study</i>. Revista Dynamis, Blumenau, v. 31, n. 1, e12382, 2025.
MARTINS, Priscila Bernardo; BORELLI, Suzete de Souza; CURI, Edda; PIETROPAOLO, Ruy César. Evidências do conhecimento especializado dos professores que ensinam Matemática no 5º ano acerca da tematização do

Pensamento Geométrico em <i>Lesson Study</i> . Educação Matemática em Revista-RS , v. 3, p. 108-127, 2025.
MARTINS, Priscila Bernardo; CURI, Edda. Índícios do conhecimento especializado do professor sobre os números racionais evidenciados por professoras do 4º e 5º ano participantes de um projeto de pesquisa em <i>Lesson Study</i> . Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática , Brasília, v. 16, n. 1, p. 1–18, 2026.
Organização de Livros e E-books
CURI, E.; VECE, J. P.; NASCIMENTO, J. C. P. (Org.). Grupos colaborativos e <i>Lesson Study</i> : contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento profissional de professores. 1. ed. Embu das Artes: Alexa Cultural, 2018. v. 1. 187 p.
CURI, Edda; MARTINS, Priscila Bernardo; BORELLI, Suzete de Souza (Org.). Memórias e trajetórias de professores e formadores que participaram de um Projeto de Pesquisa envolvendo a metodologia <i>Lesson Study</i> (Estudos de Aula) no Ensino de Matemática . São Paulo: Casa Letras, 2022.

Fonte: Acervo do Grupo CCPPM

Cabe destacar que, nas produções referentes a livros/e-book, há capítulos de pesquisas desenvolvidas ao longo dos Projetos que variam por ano de escolaridade, ciclo de aprendizagem e conteúdos matemáticos. Há ainda, muitas publicações em anais de eventos nacionais e internacionais da área de Educação Matemática, palestras e mesas redondas, entre outras atividades.

A metodologia *Lesson Study* no Grupo CCPPM e o uso de Materiais Curriculares

Conceitualmente, a expressão material curricular refere-se aos materiais disponibilizados aos professores para promover e mediar situações de aprendizagem. Os materiais curriculares podem ser livros didáticos, apostilas, materiais digitais elaborados por Secretarias de Educação para implementação e desenvolvimento curricular (Januario, 2017).

Nos Projetos em *Lesson Study*, no âmbito do Grupo CCPPM, desde o início, os ciclos de *Estudar, Planejar, Observar e Refletir* foram subsidiados

pelo uso dos materiais curriculares que os professores utilizam. Mas, afinal, porque não elaboramos e planejamos atividades, junto aos professores, para serem propostas aos estudantes?.

Inicialmente, justificamos que em razão dos Projetos de Pesquisa em *Lesson Study*, submetidos a editais de fomento. Muitos desses editais possuem uma parceria com Secretarias de Educação e um dos propósitos centrais é a implementação curricular. Neste sentido, as formações devem ser centradas no uso dos materiais curriculares que a própria rede oferece. A título de exemplo, podemos citar o Projeto de pesquisa *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagens dos Números Racionais nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental: um projeto piloto envolvendo Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo*, que foi concebido por meio do edital PROEDUCA–FAPESP / SEDUC-SP. Assim, o edital prevê como objeto de investigação: **Inovação curricular:** *Aprimorar, na implementação do currículo, métodos, materiais e processos que, ocorrendo nas diversas fases do ciclo da política educacional centrada no currículo.*

Outra justificativa refere-se às relações estabelecidas pelos professores ao fazer uso dos materiais curriculares. Comumente, o compromisso político, leva os professores a ter fidelidade e a reproduzir esse material. No entanto, o uso dos materiais pressupõe interpretações e adaptações pelos professores para que sejam modelados ao seu contexto e situações reais dos estudantes.

Ao interpretar informações contidas no material curricular e planejar situações de aprendizagem, os professores assumem o compromisso com a matemática e os processos de ensino e aprendizagem, identificando lacunas e subvertendo o currículo. Neste sentido, o processo de formação continuada de professores em *Lesson Study* necessita possibilitar o estudo de teorizações relativas à tematização do objeto de conhecimento e a análise de documentos e materiais curriculares empregados pelos professores que nela participam. Os professores são agentes ativos no processo de implementação e desenvolvimento curricular, que, por meio do seu planejamento, adapta o currículo em ação (Brown, 2009).

Além do conhecimento curricular, os materiais curriculares envolvem um repertório de conhecimentos para o ensino: o que se sabe sobre conteúdos e conceitos; o que se sabe sobre os modos de ensinar.

Repertório de conhecimentos base para ensinar Matemática manifestados em Projetos em *Lesson Study*

Em todos os Projetos desenvolvidos no âmbito da *Lesson Study*, observamos que o professor necessita ter o Conhecimento Matemático, que abrange não apenas o saber procedimental, mas compreender os objetos de conhecimentos a serem ensinados, o conceito, as suas propriedades e representações, além da estrutura curricular e as formas de produzir e comunicar a matemática. Do mesmo modo, o professor precisa ter o Conhecimento Didático do Conteúdo, que envolve compreender como os estudantes aprendem, reconhecer seus erros, raciocínios e dificuldades, além de saber escolher e adaptar atividades, recursos.

A articulação desses conhecimentos na metodologia *Lesson Study* materializa-se em suas etapas principais. O ciclo, após o estudo dos conteúdos matemáticos, inicia-se com o planejamento coletivo da aula de pesquisa. Nesta etapa, o conhecimento matemático e estrutural do professor é mobilizado e ampliado. Muitas vezes, os professores enfrentam as suas próprias lacunas conceituais ao analisarem o documento e os materiais curriculares. O planejamento mobiliza o grupo a realizar um aprofundamento teórico, promovendo a aproximação entre teorizações e a prática profissional. Ao mesmo tempo, o conhecimento didático é mobilizado na adaptação de atividades matemáticas, na tentativa de torná-la mais investigativa. O planejamento requer que os professores formulem hipóteses, antecipem as dificuldades, as estratégias e os modos de raciocínio dos estudantes. Na Observação da Aula, um educador conduz a aula planejada enquanto os demais observam e coletam dados sobre o desenvolvimento do educador e aprendizagens dos estudantes. Nesta etapa se revelam os limites do planejamento: o professor, guiado por suas crenças em relação ao ensino de matemática, improvisa de modo a tornar a condução da sua aula mais confortável para ele e, muitas vezes, afasta-se do objetivo da aula; identificar dificuldades matemáticas reais que não foram previstas no planejamento ou lacunas na compreensão de conceitos (como a dificuldade em representar figuras geométricas ou compreender a divisão equitativa em frações, por exemplo). Na etapa de reflexão, que ocorre após a aula observada, utiliza as evidências coletadas (registros em áudio e vídeo e produções dos estudantes) para analisar o planejamento construído coletivamente. Nesta etapa, os educadores exercitam a capacidade de identificar e analisar os erros e as

estratégias dos estudantes. A reflexão coletiva permite confrontar crenças arraigadas e ressignificar a prática.

Fato que, a articulação gerada pela *Lesson Study* supera o trabalho isolado, construindo comunidades de aprendizagem profissional, na confiança, o diálogo e a negociação se fazem presentes. Ao entrelaçar o conhecimento matemático ao conhecimento didático, os professores desenvolvem autonomia, tornam-se pesquisadores de sua própria prática e qualificam os percursos de aprendizagem dos seus estudantes.

Dentre os resultados apresentados em cada Projeto em *Lesson Study*, constatamos a importância de priorizar o domínio *Conhecimento Matemático*, isso porque o professor precisa conhecer o conceito para utilizar a linguagem matemática em sala de aula; os estudantes precisam estar cientes de aspectos importantes no estudo dos objetos de conhecimento

Outro aspecto importante a ser destacado refere-se à constituição e ampliação do *Conhecimento da Estrutura da Matemática*, pois, além de os professores conhecerem como um conteúdo é abordado em diferentes anos de escolaridade, compreendendo a ideia de rede, estes sejam capazes de identificar erros no material curricular.

Outra constatação refere-se à ampliação do Conhecimento Didático do Conteúdo, subdomínio *Conhecimento do Ensino de Matemática*, pois, na etapa de reflexão, as educadoras participantes podem rever estratégias didáticas que nem sempre são compatíveis com o ano de escolaridade, percebendo inclusive que algumas estratégias reverberam nas resoluções dos estudantes, induzindo-os ao erro.

Os dados dos Projetos evidenciam que o ciclo *Lesson Study* mobiliza e transforma o conhecimento dos educadores participantes, especialmente no domínio do *Conhecimento Didático do Conteúdo (PCK)* e no subdomínio *Conhecimento da Estrutura da Matemática*. O principal desafio identificado corresponde ao *Conhecimento do Conteúdo Matemático*, evidenciado pela dependência de técnicas operatórias e pela limitação conceitual.

A metodologia de formação de educadores *Lesson Study* é promissora na constituição, no desenvolvimento e na mobilização de conhecimentos inerentes à docência e reforça a compreensão de que esses conhecimentos estão articulados entre si e que se manifestam, em seus diferentes domínios e subdomínios, em cada uma das etapas de um ciclo.

O papel central do formador na metodologia *Lesson Study* no âmbito do Grupo CCPPM

Nos projetos de pesquisa em *Lesson Study* desenvolvidos pelo Grupo CCPPM a preocupação na condução do ciclo e que os formadores sejam os pesquisadores responsável e associados, devido a experiência na formação de professores. Na *Lesson Study*, o formador

exerce uma função complexa e multidimensional na metodologia, tendo em vista que a sua atuação assume um caráter de mediação, problematização e investigação.

O conhecimento do formador de professores de matemática em *Lesson Study* vai além do conhecimento necessário a um professor da educação básica. Ele precisa de um conhecimento específico. Ele precisa de uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos, seus procedimentos, aplicações e as conexões intra e interconceituais desse componente curricular. O formador deve conhecer diferentes currículos de formação de professores, orientações para a aprendizagens, estratégias de ensino voltadas para educadores.

Ele precisa conhecer as crenças que os professores trazem sobre a matemática e o seu ensino; estar atualizado com os resultados de pesquisas recentes da área de Educação Matemática, sabendo o que é possível abordar em cada nível de ensino e quais são as limitações. Além desses conhecimentos, é preciso ter empatia com as dificuldades que muitos professores enfrentam com a matemática e os seus processos de ensino e aprendizagem.

Coadunamos com a ideia de que a atuação o do formador são consideradas centrais para o sucesso da *Lesson Study*. Sua atuação nas etapas prevê no Estudo e Diagnóstico, que Antes do planejamento, o formador subsidia o grupo a identificar lacunas conceituais e aprofundar a teoria. Ele traz pesquisas recentes da área de Educação Matemática e discute orientações curriculares. É ele quem apoia os participantes a compreenderem os erros dos estudantes e a analisarem criticamente os documentos e materiais curriculares. Na etapa Planejamento, o formador atua como um mediador que contribui com ideias, sugere atividades e recursos, e faz comentários críticos ao planejamento. O formador dá o suporte necessário para assegurar que a atividade seja investigativa. Na Observação da aula, durante a condução da

aula por um dos professores, o formador atua como um observador participante. Ele apoia os demais pesquisadores na coleta de dados, a registrar as reações dos estudantes (por meio de anotações, vídeos e fotografias). Na Reflexão sobre a Prática, após a aula, o formador tem o papel de mediar a etapa de reflexão. Ele seleciona episódios relevantes e apoia o grupo a analisar os protocolos de resolução dos estudantes. A sua atuação direciona os professores a saírem do "senso comum", permitindo que identifiquem os erros e processos de raciocínio dos estudantes que passaram despercebidos durante a aula.

A guisa de conclusão

Ao longo deste capítulo, evidenciamos que a *Lesson Study* transcende a sua origem histórica japonesa para se consolidar, nacional e internacionalmente, como uma metodologia de formação de educadores que ensinam Matemática. Centrada na colaboração profissional e na investigação da própria prática, essa abordagem permite estruturar ciclos de estudo, planejamento, observação e reflexão que podem impactar os processos de ensino e de aprendizagem.

A partir das pesquisas e projetos desenvolvidos ao longo de mais de uma década pelo Grupo de Pesquisa *Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que ensinam Matemática (CCPPM)*, observamos uma evolução metodológica expressiva. As adaptações da *Lesson Study* no âmbito do Grupo englobam a incorporação de novas etapas, como a formação de formadores, a divulgação dos resultados e a fase de estudo e diagnóstico, subsidiada pela análise de resultados de avaliações e temas focais. Destaca-se também o avanço ao incluir diferentes atores educacionais durante todo o ciclo — como coordenadores, diretores e supervisores, consolidando a perspectiva de uma comunidade de aprendizagem profissional.

Constatamos que a metodologia desempenha um papel transformador na mobilização dos conhecimentos docentes. O ciclo de *Lesson Study* articula a teoria e a prática de maneira que permite aos educadores avançar em domínios como o Conhecimento Didático do Conteúdo e o Conhecimento da Estrutura da Matemática, embora evidencie que o Conhecimento do Conteúdo Matemático ainda permaneça como um desafio a ser trabalhado. Neste sentido, a metodologia promoveu uma postura ativa dos professores frente aos materiais curriculares, instrumentalizando-os para interpretar, adaptar e subverter o currículo prescrito na direção das reais necessidades dos estudantes, rompendo com a sua simples reprodução.

Por fim, reafirmamos o papel central e multidimensional do formador como mediador deste processo. É a atuação investigativa, empática e qualificada deste profissional que sustenta cada etapa do ciclo, apoiando o grupo na identificação de lacunas, na análise de erros reais dos estudantes e guiando a reflexão coletiva para além do "senso comum".

Dessa forma, a metodologia de formação *Lesson Study* mostra ser um caminho promissor para a constituição e mobilização dos conhecimentos profissionais inerentes à docência, servindo não apenas à melhoria das trajetórias de aprendizagem dos estudantes, mas como um modelo de formação no âmbito da Educação Matemática, quiçá como política pública.

Referências

BROWN, M. W. The Teacher – Toll Relationship: Theorizing the design and Use of Curriculum Materials. In: REMILLARD, J. T.; HERBEL-EISENMANN, B. A.; LLOYD, G. M. (ed.). **Mathematics Teachers at Work: Connecting Curriculum Materials and Classroom Instruction**. 1. ed. New York: Routledge, 2009. p. 17-36.

CARRILLO, J.; CONTRERAS, L. C.; CLIMENT, N.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; FLORES-MEDRANO, E.; MONTES, M. Á. (ed.). **Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas**. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones, 2014.

CURI, Edda; MARTINS, Priscila Bernardo; BORELLI, Suzete de Souza. Conocimiento profesional de profesores que enseñan Matemáticas en la Red Municipal de Educación de São Paulo a partir de su participación en un Proyecto de Investigación basado en Estudio de Lección. **Paradigma**, Maracay, v. 44, n. 2, p. 268-292, 2023.

CURI, Edda; VECE, Janaina Pinheiro (org.). **Relações espaciais: práticas educativas de professores que ensinam Matemática**. São Paulo: Terracota, 2013.

ESTRELLA, Soledad; OLFOS, Raimundo. Lecciones compartidas: un modelo chileno de *Lesson Study* aplicado con profesores de primaria y con formadoras de profesores de primaria que enseñaran matemáticas. **Paradigma**, Maracay, v. 44, n. 2, p. 110-130, 2023.

HUANG, Rongjin. *Lesson Study* China: su historia, desarrollo e implicaciones. **Paradigma**, Maracay, v. 44, n. 2, p. 61-79, 2023.

ISODA, Masami; BALDIN, Yuriko Yamamoto. Estudio de Clases Japonés, su Naturaleza y su Impacto en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas. **Paradigma**, Maracay, v. 44, n. 2, p. 5-35, 2023.

LEWIS, C. **Lesson study: a handbook of teacher-led instructional change**. Philadelphia, PA: Research for Better Schools, 2002.

MARTINS, Priscila Bernardo; BORELLI, Suzete de Souza; CURI, Edda; PIETROPAOLO, Ruy César. Evidências do conhecimento especializado dos professores que ensinam Matemática no 5º ano acerca da tematização do Pensamento Geométrico em Lesson Study. **Educação Matemática em Revista-RS**, v. 3, p. 108-127, 2025.

MARTINS, Priscila Bernardo; CURI, Edda. Evidence of professional knowledge of a 4th-grade mathematics teacher from the perspective of a research project involving Lesson Study. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 25, n. 1, 2023.

MARTINS, Priscila Bernardo; CURI, Edda. Indícios do conhecimento especializado do professor sobre os números racionais evidenciados por professoras do 4º e 5º ano participantes de um projeto de pesquisa em *Lesson Study*. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Brasília, v. 16, n. 1, p. 1-18, 2026.

MARTINS, Priscila Bernardo; CURI, Edda; BORELLI, Suzete de Souza. A metodologia de formação Lesson Study em um projeto de pesquisa desenvolvido em um contexto de implementação curricular: avanços e dificuldades. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 12, n. 29, p. 119-142, 2023.

MARTINS, Priscila Bernardo; CURI, Edda; SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos. O Estado do Conhecimento sobre as pesquisas brasileiras que focalizam as relações estabelecidas entre professores da Educação básica com os materiais curriculares de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 21, n. 1, 2019.

MENEGHETTI, F. K. O que é um ensaio-teórico? **Revista de Administração Contemporânea**, v. 15, p. 320-332, 2011.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, v. 30, n. 56, p. 868-891, 2016.

4 - A Representação Fracionária e os seus diferentes significados: uma análise no material Currículo em Ação do 5º Ano

Katia Hiromi Okawa Ekami

Priscila Bernardo Martins

Introdução

Este capítulo tem por objetivo apresentar parte dos resultados de uma pesquisa de mestrado em andamento intitulada *A Representação Fracionária e os seus diferentes significados: uma análise no material Currículo em Ação do 5º Ano*. A pesquisa foi realizada sob a orientação da Profa. Dra. Priscila Bernardo Martins e teve como objetivo *analisar os significados da representação fracionária no material Currículo em Ação do 5º ano da Rede Estadual de São Paulo*.

O interesse pela pesquisa surgiu quando a Ekami (2026) participou como observadora participante no Projeto de Pesquisa denominado *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagem dos Números Racionais nos 4º e 5º Anos do Ensino Fundamental: um projeto piloto envolvendo Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo*, financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) no âmbito do Programa de Pesquisa em Educação Básica – PROEDUCA – FAPESP / SEDUC-SP. Especificamente, na etapa de implementação da aula, uma das professoras do projeto realizou a aula planejada, e nesta aula surgiram algumas indagações que nos inquietou acerca do material, assim emergindo a questão: *Como se caracteriza a abordagem da representação fracionária no material Currículo em Ação, de matemática do 5º ano, elaborado pela Rede Estadual de São Paulo?*.

A partir dessa questão norteadora, assumimos uma abordagem qualitativa de cunho documental, na qual foi analisado o material *Currículo em Ação do 5º ano da Rede Estadual de São Paulo*. No processo analítico, utilizamos a técnica de análise de conteúdo segundo Moraes (1999).

Os significados dos números racionais

Nesta seção, inicialmente apresentamos o que os autores trazem sobre a representação dos números racionais e as frações, na sequência trataremos sobre os significados e interpretações dos números racionais, discorreremos sobre os significados de parte-todo, medida, quociente, razão, operador e número.

Segundo Nunes e Bryant (2009) os números racionais, assim como os números naturais, podem representar grandezas. Mas há situações em que não podemos usar os números naturais, por exemplo, quando queremos representar uma quantidade que é menor que uma unidade ou quando envolve uma razão entre duas quantidades. Para estes casos utilizamos os números racionais. O termo frações é utilizado para representar os números racionais, geralmente quando se representa uma grandeza menor que a unidade (Nunes e Bryant, 2009) ou segundo Fonseca (1997) diante da necessidade de representar numericamente uma parte de um todo.

Diferentes conceitos estão relacionados a cada significado, isso implica que uma variedade de estruturas cognitivas está envolvida no seu aprendizado. Por isso, segundo Ciscar e Garcia (1997), o processo de aprendizagem dos números racionais é de longo prazo. E eles acrescentam que mesmo quando a criança entende o contexto de um significado e sabe representá-la, isso não garante a transferência de conhecimento para as outras situações. Por isso, a importância de se planejar o ensino de forma adequada desde os primeiros contatos intuitivos da criança até a compreensão dos aspectos algébricos das frações.

A seguir apresentamos o que os autores trazem sobre cada um dos significados: parte-todo, medida, quociente, razão, operador e número.

Segundo Nunes et al. (2008) as situações denominadas *parte-todo* são quando um todo, uma quantidade contínua, é partido em partes iguais, “o denominador representa o número de partes iguais em que um todo foi dividido e o numerador representa o número de partes tomadas” (Nunes et al., 2008, p.510). Isto é, conforme, Campos et al. (2006), através do procedimento de dupla contagem, é possível encontrar a representação fracionária da parte-todo, a criança verifica em quantas partes o todo foi dividido e depois, conta

quantas partes foram pintadas, assim ela escreve acima do traço da fração o número de partes pintadas e na parte de baixo o número total de partes.

Em relação ao **significado de medida**, Garcia e Ciscar (1997) tratam a reta numérica como uma interpretação de parte-todo, mas concordam que ela é uma boa representação de frações com o significado de medida. Para eles, uma fração a/b que está representando um ponto na reta numérica, indica que cada segmento da reta unitário foi dividido em b partes iguais, e nelas, a partes foram consideradas. Por isso, eles citam que a reta numérica estaria contida no significado de parte-todo.

Neste mesmo sentido, Behr; Lesh; Post; Silver (1983), também considera que os números racionais interpretados como pontos em uma reta numérica estão relacionados à interpretação de medidas de Kieren (1976) e eles nomeiam este subconstruto³ como coordenadas numéricas.

Segundo Kieren (1976) há estruturas cognitivas que devem ser trabalhadas para a interpretação dos números racionais como medida:

- Noção de unidade e sua divisão arbitrária. A criança deve entender que uma unidade pode ser dividida em várias partes, mas elas devem ser iguais (congruentes).
- A criança deve compreender a relação parte-todo no contexto e reconhecer equivalências na partição da unidade.
- A criança deve desenvolver conceitos de ordenação e conservação.

No que tange ao **Significado de quociente**, segundo Campos et al (2006), nas frações com significado quociente estão presentes a ideia de divisão, nelas existem duas variáveis, pode ser um certo número de pizza, dividida em partes iguais entre certo número de crianças, sendo o numerador a variável a ser dividida, neste caso o número de pizza e o denominador o número de receptores desta divisão, as crianças.

Ciscar e Garcia (1997) alerta que as frações como quociente tem uma interpretação diferente das frações como parte-todo: “para uma criança que está aprendendo a trabalhar com frações, dividir uma unidade em cinco partes e ficar com três ($3/5$) é bem diferente de dividir três unidades entre cinco pessoas, mesmo que o resultado seja o mesmo” (Ciscar; Garcia, 1997, p.63).

³ O termo subconstruto é utilizado pelos autores Behr; Lesh; Post; Silver (1983) com o mesmo sentido de significado ou interpretação das frações.

Eles afirmam que nestas situações os números racionais apresentam situações de partilha e aspectos algébricos abstratos.

No que concerne ao significado de razão, segundo Kieren (1976), a capacidade de entendimento da razão não está totalmente definida até a adolescência, ela é baseada no controle simbólico da noção de proporcionalidade. Algoritmicamente, é simples, porém seu conceito é complexo. Por isso, é necessário praticar com as crianças para que sejam capazes de trabalhar com diversas escalas em uma reta numérica ou dividir valores unitários em diversas maneiras e fortalecer os conceitos de “comparação” (valor posicional da razão) entre os valores.

Pois as frações, na interpretação de razão, trata-se da comparação entre duas grandezas, nesta situação não há apenas uma unidade, um todo, mas sim uma relação parte-parte ou todo-todo. É uma relação descrita como par ordenado do tipo a:b. (Ciscar; Garcia, 1997). **Significado de operador**

Uma outra interpretação é quando a fração representa significado de operador, nestes casos, envolvem-se quantidades discretas, uma certa quantidade de coisas idênticas que formam um conjunto, a estes objetos é multiplicada o numerador, e divide pelo denominador, resultando na parte que a fração representa da quantidade apresentada inicialmente (Nunes et al, 2008). “Por exemplo: dei $\frac{3}{4}$ balas de um pacote de 40 balas para meus irmãos. Quantas balas dei a eles?” (Campos et al, 2006, p. 128).

Kieren (1976) diz que os números racionais como operador estão ligados à noção de proporcionalidade e à multiplicação. Há três estruturas cognitivas que são trabalhadas na interpretação dos números racionais como operador. A primeira é a capacidade de “conceber o produto de duas operações como um todo, representável por alguma nova operação” (Kieren, 1976, p.122). A segunda é de desenvolver a noção de reversibilidade e a terceira é a proporcionalidade.

No **significado de fração como número**, segundo Campos et al (2006), as frações não precisam, necessariamente representar uma quantidade específica. E a fração, pode ser representada de forma ordinária e decimal. Por exemplo em exercícios onde é solicitado ao aluno que represente a fração $\frac{1}{2}$ em forma decimal. Ou, segundo Silva (2008), quando a fração indica uma posição na reta numérica.

O material curricular analisado

Segundo Cellard (2012), no processo de uma pesquisa documental, na etapa da análise o pesquisador irá reunir todas as informações coletadas, elementos da problemática, contexto, interesses, natureza do texto, conceitos-chave. Esta análise dos documentos tem abordagem dedutiva quanto indutiva, elas caminham juntas, e suas descobertas fazem com que seus questionamentos sejam respondidos, porém podem ser modificados em um movimento de desconstrução e reconstrução dos fatos. Através destes movimentos o pesquisador encontra ligações entre os problemas da sua pesquisa e as informações coletadas nos documentos com o propósito de formular explicações plausíveis para suas indagações (Cellard, 2012).

É esse encadeamento de ligações entre a problemática do pesquisador e as diversas observações extraídas de sua documentação, o que lhe possibilita formular explicações plausíveis, produzir uma interpretação coerente e realizar uma reconstrução de um aspecto qualquer de uma dada sociedade, neste ou naquele momento. (Cellard, 2012, p. 304).

Neste sentido, seguimos as recomendações de Cellard (2012), estivemos sempre abertos a novas referências, mantendo um olhar crítico e flexível, apesar de apoiar a pesquisa em uma robusta base teórica. Nesta pesquisa procuramos investigar de forma minuciosa os dados contidos no material curricular da rede estadual de São Paulo denominado *Currículo em Ação* do 5º ano do Ensino Fundamental empregado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, com a finalidade de verificar a presença dos significados da fração e de como elas se apresenta, se ela contribui ou não para a aprendizagem das crianças, isto à luz dos referenciais teóricos pesquisados.

Esclarecendo que se entende materiais curriculares como os materiais utilizados pelos professores para mediar e promover situações de aprendizagem. Elas podem ser materiais apostilados, livros didáticos, recursos tecnológicos e/ou digitais, cadernos de atividade ou até sequências de atividades elaboradas pelos próprios professores (Januário, 2017).

Sendo assim, o material curricular tem este objetivo de intermediar o que foi planejado para ser apresentado e trabalhado na aprendizagem dos alunos. Segundo Januário (2017) ele apresenta aos professores e estudantes o que prescrevem os currículos oficiais em forma de situações de aprendizagem.

Conforme afirma Sacristán (2000), o currículo prescrito é o ponto de partida para prescrever o conteúdo que será trabalhado na elaboração de materiais, regulamentar o sistema de ensino e outros aspectos que têm como objetivo a ordenação do sistema curricular, principalmente aqueles que estiverem relacionados à escolaridade obrigatória. Ele é elaborado por diversos agentes, com diversas ações e seus esforços incidem em aspectos distintos, mas que convergem na definição de práticas pedagógicas.

Neste sentido, o material curricular analisado desta pesquisa, *Currículo em Ação*, é composto de quatro livros distribuídos em quatro bimestres. O material foi utilizado no ano de 2025, nas turmas de 5º. Ano. Cada livro é destinado a um bimestre do ano letivo. Neles estão contidos os conteúdos de matemática direcionados a este nível de ensino. Para esta pesquisa **foram analisadas as aulas relacionadas aos conceitos de frações**.

Figura 1. Material curricular, *Currículo em Ação*.





Fonte: Acervo da pesquisadora (2026).

A seguir apresentamos um panorama das aulas com as atividades relacionadas ao ensino de frações. Para cada volume, destacamos o número da aula, o título da aula e a quantidade de atividades que cada uma apresenta. Iniciamos com a contagem a partir do volume 2, direcionado ao 2º. Bimestre, pois no primeiro volume não há aulas sobre frações.

Tabela 1. Panorama das aulas do material curricular.

Volume	Aula	Título	Quantidade de atividades
2	27	Inteiro e parte do inteiro	4
2	28	Lendo frações	2
2	29	Frações	6
3	8	Comparação de frações	6
3	9	Frações equivalentes	6
3	10	Frações	9
3	12	Fração aparente, própria e imprópria	6
3	29	Fração, porcentagem e decimal	5
4	10	Frações	8
4	23	Representações fracionárias e decimal	5
Total de atividades			57

Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2026).

Na tabela 1, podemos verificar que, no total, o material curricular apresenta 57 atividades.

Na sequência apresentaremos um resumo do referencial teórico sobre os significados dos números racionais utilizados na pesquisa.

Análise do material curricular

Nesta seção apresentaremos a análise do material curricular e os resultados. Conforme anunciado no início do capítulo, a análise foi realizada na técnica de análise de conteúdo segundo Moraes (1999).

A análise de conteúdo é utilizada para descrever e interpretar os conteúdos de documentos, ela é executada a partir de procedimentos específicos para processar dados científicos a fim de reinterpretar e chegar a uma compreensão aprofundada dos seus significados, que não poderiam ser alcançados com uma leitura comum (Moraes, 1999).

O processo de análise de conteúdo é constituído de cinco etapas, todas serão descritas a seguir a partir da referência de Moraes (1999):

1. Preparação das informações;
2. Unitarização ou transformação do conteúdo em unidades;
3. Categorização ou classificação das unidades em categorias;
4. Descrição;
5. Interpretação.

Na etapa de *preparação das informações*, realizamos a verificação de todo o material, que corresponde aos quatro volumes que contemplam atividades de matemática para os alunos do 5º ano dos anos iniciais do ensino fundamental. Identificamos as aulas que trabalham com o ensino dos números racionais na forma fracionária e realizamos a codificação.

Quadro 1. Análise de conteúdo: etapa de preparação das informações.

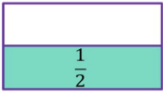
Código	Aula	Título
2.27	27	Inteiro a parte do inteiro
2.28	28	Lendo frações
2.29	29	Frações
3.08	8	Comparação de frações
3.09	9	Frações equivalentes
3.10	10	Frações
3.12	12	Fração aparente, própria e imprópria
3.29	29	Fração, porcentagem e decimal
4.10	10	Frações
4.23	23	Representações fracionárias e decimal

Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2026).

No quadro 1 apresentamos a codificação das aulas, indicando no primeiro nível o número do volume e no segundo nível o número da aula correspondente, sendo que os dois níveis de codificação estão separados por um ponto. E na terceira coluna do quadro, indicamos o título da aula.

Para a segunda etapa, a *unitarização*, as atividades das aulas identificadas na etapa anterior foram unitarizadas, isto é, cada unidade foi registrada em forma de imagem e codificada.

Quadro 2. Análise de conteúdo: etapa de unitarização.

Código	Unidade de atividade
2.27.1	1 Observe as figuras seguintes e responda:    A Em quantas partes iguais cada figura foi dividida? _____ B Em cada figura, quantas partes foram pintadas? _____

Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2026).

No quadro 2, apresentamos um exemplo de unidade. Na codificação foi acrescido mais um nível onde é indicado a numeração da atividade correspondente

Na etapa seguinte, realizamos a *categorização* por significado de fração presente nas atividades. Inicialmente, faríamos a categorização apenas pelos significados de parte-todo, quociente, medida, razão, operador e número, identificando a presença deles ou a sua ausência. Porém, após uma leitura cuidadosa das unidades que compõem o material, notamos que podemos criar categorias mais específicas com a finalidade de tornar os agrupamentos mais coesos para facilitar no momento da descrição.

Para isso, tomamos como base os referenciais teóricos estudados e suas implicações curriculares. No quadro 3 apresentamos as categorias definidas e indicamos quais unidades se agrupam em cada categoria e o seu respectivo código.

Quadro 3. Análise de conteúdo: etapa de categorização.

Código	Categorias	Unidades presentes
PT-1	Compreensão e identificação de numerador e denominador a partir do significado de parte-todo.	2.27.0a 2.27.0b 2.27.1 2.27.2 2.27.3 2.28.2a 3.10.9 3.12.0a 4.10.1 4.23.2 4.23.3a
PT-2	Significado de parte-todo e a utilização de variadas formas de representação.	2.27.4 2.28.0a 2.28.1 2.29.1a 2.29.2 2.29.3 2.29.5 2.29.6 3.12.1 3.12.6 4.23.5
PT-3	Significado de parte-todo na compreensão de equivalência, ordenação e comparação das frações.	2.29.0 2.29.4 3.08.4 3.08.5 3.08.6 3.09.0 3.09.1 3.09.4

		4.10.5
MD-1	Significado de medida	3.08.1 3.08.2 3.08.3 4.10.2 4.23.1
NU-1	Significado de número na leitura e escrita de frações	2.28.0b 2.28.2b 2.29.1b 3.12.2 3.12.3 3.12.4 3.12.5 3.12.0b 4.10.4
NU-2	Significado de número no ensino dos decimais e porcentagem	3.29.0 3.29.1 3.29.2 3.29.3 3.29.4 3.29.5 4.23.4
OP-1	Significado de operador	3.10.0 3.10.1 3.10.2 3.10.3 3.10.4 3.10.5 3.10.6 3.10.7 3.10.8 4.10.3 4.10.8
QT-1	Significado de quociente	4.23.3b
AS-1	Ausência de significado	3.09.3 3.09.4 3.09.5 3.09.6 4.10.0

Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2026).

A seguir, explicamos os fatores que estão implicados em cada categoria.

Compreensão e identificação de numerador e denominador a partir do significado de parte-todo (PT-1) - Neste critério foram consideradas as unidades que se apresentam no intuito de desenvolver a compreensão do significado de numerador e denominador a partir de situações com significado de parte-todo. Segundo Kieren, (1976); Behr et al. (1983); Van de Walle (2009); Ciscar et al. (1997) as situações de significado de parte-todo favorecem a compreensão do significado de numerador e denominador, sendo que nestas atividades deve-se trabalhar a ideia de particionamento e que estas devem ser em partes iguais.

Significado de parte-todo e a utilização de variadas formas de representação (PT-2) – Neste critério foram incluídas as unidades que apresentaram formas diferentes para representar situações com significado de parte-todo para a prática e verificação do entendimento dos alunos. Pois segundo Walle (2009) e Ciscar et al. (1997) o uso de várias formas de representação, como as figuras de área, reta numérica e modelos de conjuntos, favorece a construção dos conceitos de fração nas crianças.

Significado de parte-todo na compreensão de equivalência, ordenação e comparação das frações. (PT-3) – Serão consideradas as unidades que contêm as situações de significado de parte-todo com o intuito de promover a compreensão das propriedades de equivalência, ordenação e comparação das frações. Segundo Kieren, (1976); Behr et al. (1983); Van de Walle (2009); Ciscar et al. (1997) as situações de significado de parte-todo favorecem este aprendizado. Kieren, (1976) e Van de Walle (2009) reforçam que é fundamental a prática de atividades de repartir igualmente, identificar as partes fracionárias e reconhecer as várias formas de representação de frações que possuem equivalência. Temos, também, destacado na BNCC (Brasil, 2018) como um objeto de conhecimento a comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência.

Significado de medida (MD-1) – Incluímos neste critério as unidades que apresentam situações em que o objetivo da atividade está focado no uso das frações para representação de medidas, por exemplo de comprimento de um barbante, os pontos indicados em uma régua ou reta numérica, ou medidas dos ingredientes de uma receita culinária. Segundo Behr; Lesh; Post; Silver (1983), eles consideram que os números racionais interpretados como pontos em uma reta numérica estão relacionados à interpretação de medidas assim

como Kieren (1976), e eles nomeiam este subconstruto como coordenadas numéricas.

Significado de número na leitura e escrita de frações (NU-1) – Este critério foi incluído apesar de não incluirmos o significado de número no objetivo da pesquisa. Porém ao realizar a leitura do material curricular, identificamos unidades que possuem a finalidade de trabalhar a leitura e escrita das frações, além disso, se apresenta apenas como uma representação numérica, não constituindo nenhum significado situacional. Segundo Campos et al (2006), as frações não precisam necessariamente representar uma quantidade específica. Além disso, incluimos também, nesta categoria, as atividades de prática que tem o objetivo de esclarecer aos alunos a diferença entre as diversas formas de representação das frações, como a diferenciação entre a fração própria, imprópria, mista e aparente.

Significado de número no ensino dos decimais e porcentagem (NU-2) – Nesta categoria incluimos as unidades que tratam das frações na forma de porcentagem e decimal. Sendo que a representação decimal corresponde ao número decimal, onde a vírgula separa o valor inteiro da parte decimal. E a representação percentual, que é muito utilizada no cotidiano, indicam os valores divididos por 100. Por exemplo uma fração $\frac{60}{100}$, pode ser representada na forma decimal como 0,60 ou 60% na forma percentual (Fonseca, 1997). Nesta pesquisa, não analisamos atividades específicas de decimais e porcentagem, porém, como algumas atividades estavam relacionadas às frações com conexão às representações decimais e à porcentagem, decidimos incluí-las nesta categoria.

Significado de operador (OP-1) – Segundo Nunes et al. (2008), a fração representa um operador quando uma certa quantidade de coisas idênticas que formam um conjunto, a estes objetos é multiplicada o numerador, e dividida pelo denominador, resultando na parte que a fração representa da quantidade apresentada inicialmente. A aplicação da fração como operador é uma convenção, neste sentido ela está relacionada a uma ação que deve ser realizada e descreve uma situação de transformação (Ciscar e Garcia, 1997).

Significado de quociente (QT-1) – Nesta categoria estão relacionadas as unidades que apresentam atividades com o sentido de partilha. Segundo Ciscar e Garcia (1997), nas frações com significado quociente estão presentes a ideia de divisão. Esta ideia é a base para o entendimento das frações (Kieren, 19976), isso favorece o desenvolvimento da habilidade pré-dedutiva, antes de

construir o seu pensamento dedutivo formal. Os autores citam Leen Streefland que realizou estudos que apontam que atividades com significado de quociente são uma alternativa para a compreensão sobre frações, pois estas são mais ligadas ao cotidiano das crianças, permitindo-as de elaborarem os conceitos informalmente (Ciscar e Garcia, 1997; Nunes, 2003).

Ausência de significado (AS) – As unidades que não estavam relacionados aos significados apontados pelos autores do referencial teórico, foram agrupados nesta categoria.

Destacamos que a definição das categorias obedeceu ao conjunto de critérios da técnica de análise de conteúdo segundo Moraes (1999): validade, exaustividade, homogeneidade, exclusividade e consistência.

As categorias são válidas, pois são adequadas e pertinentes aos objetivos da análise, portanto úteis para a pesquisa. Todas elas dizem respeito à análise das unidades em relação à presença ou não dos significados de fração nas atividades do material curricular. Elas atendem ao critério de exaustividade, pois até este momento elas foram capazes de atender a todas as unidades analisadas. Possuem homogeneidade, pois todas se utilizam de uma única classificação ou dimensão de análise, isto é, todas se referem aos significados da fração. Quanto à exclusividade, tomados o cuidado ao elaborar as categorias para que as unidades fossem incluídas apenas em uma única categoria. E por fim, quanto a consistência, que diz respeito a clareza da inclusão de um dado em uma categoria. Determinamos claramente os critérios para a inclusão nas categorias.

Assim, todas as unidades do material curricular que abordam o ensino das frações foram categorizadas e ficam agrupadas de acordo com os significados de frações correspondentes aos seus objetivos.

Na próxima etapa apresentaremos a *descrição* das unidades que compõem apenas a primeira categoria. E para maior fluidez na leitura, decidimos apresentar para cada unidade analisada a etapa de *descrição* juntamente com a *interpretação*. E como o material curricular apresenta grande quantidade de atividades, neste texto apresentaremos a análise de duas unidades que consideramos significativas para a pesquisa.

Descrição e interpretação da unidade 2.27.3.PT-1

A unidade 2.27.3.PT-1 é uma atividade do segundo volume, aula 27, inteiro e parte do inteiro, atividade 3. Faz parte das unidades da categoria PT-

1, compreensão e identificação de numerador e denominador a partir do significado de parte-todo.

Quadro 4. Atividade 2.27.3.PT-1.

Código	Unidade de atividade
2.27.3.PT-1	3 Observe a pizza e responda:  A Em quantas partes iguais essa pizza foi cortada? _____ B Que fração representa um pedaço dessa pizza? _____

Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2026).

No quadro 4, apresentamos a atividade, ela apresenta a figura de uma pizza de cinco fatias, todas do mesmo tamanho. E contém duas questões.

Segundo Behr et al. (1983); Van de Walle (2009;) Ciscar et al. (1997), devemos reforçar com as crianças, que a fração com significado de parte-todo se refere a relação entre o número de partes e o número de um todo dividido em partes ou pedaços iguais. Portanto, consideramos positiva que na primeira parte da questão contém esta informação de que a pizza está cortada em partes iguais.

Outro ponto importante nesta atividade é a grandeza contínua que representa a pizza. Segundo Ciscar e Garcia (1997), o trabalho com a fração com significado de parte-todo é geralmente realizado com grandezas contínuas e ela é muito importante para a introdução dos conceitos de fração. Segundo as autoras devemos reforçar com as crianças, que a fração com significado de parte-todo se refere a relação entre o número de partes e o número de um todo dividido em partes ou pedaços iguais.

As situações denominadas parte-todo são quando um todo, uma quantidade contínua, que é partido em partes iguais, “o denominador representa o número de partes iguais em que um todo foi dividido e o numerador representa o número de partes tomadas” (Nunes et al., 2008, p.510). Isto é, conforme, Campos et al. (2006), através do procedimento de dupla contagem, é possível encontrar a representação fracionária da parte-todo, a criança verifica em quantas partes o todo foi dividido e depois, conta quantas partes foram pintadas, assim ela escreve acima do traço da fração o número de partes pintadas e na parte de baixo o número total de partes.

Segundo Van de Walle (2009), a representação fracionária é uma convenção, isto é uma das coisas que passamos aos alunos como elas são, que é um número escrito com um número em cima de uma barra e outro em baixo, e não escrito com a barra inclinada. Ele sugere que sejam realizadas atividades de contagem de partes fracionárias, contando e indicando os números na forma fracionária.

Neste sentido, segundo os referenciais citados, interpretamos que esta atividade favorece a compreensão do aluno sobre o numerador e denominador, através da compreensão do significado da fração como parte-todo. Pois o aluno pode compreender que um todo deve ser dividido sempre em partes iguais e que o denominador é determinado a partir da contagem das partes divididas e o numerador, contando as partes tomadas.

Descrição e interpretação da unidade 3.08.1.MD-1

A unidade 3.08.1.MD-1 é uma atividade do terceiro volume, aula 8, atividade 1. E compõe uma das unidades da categoria MD-1, Significado de medida.

Quadro 5. Atividade 3.08.1.MD-1.

Código	Unidade de atividade										
3.08.1.MD-1	1 Pegue um barbante com a medida de 1 metro. Depois, use o barbante e a régua para completar a tabela. Responda em centímetros.  <table><tr><th>1 m em cm</th><th>$\frac{1}{2}$ de 1 m</th><th>$\frac{1}{4}$ de 1 m</th><th>$\frac{1}{5}$ de 1 m</th><th>$\frac{1}{10}$ de 1 m</th></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> 	1 m em cm	$\frac{1}{2}$ de 1 m	$\frac{1}{4}$ de 1 m	$\frac{1}{5}$ de 1 m	$\frac{1}{10}$ de 1 m					
1 m em cm	$\frac{1}{2}$ de 1 m	$\frac{1}{4}$ de 1 m	$\frac{1}{5}$ de 1 m	$\frac{1}{10}$ de 1 m							

Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2026).

No quadro 7 apresentamos a atividade que possui uma tabela, que possui algumas frações em relação a um metro de barbante e solicita ao aluno que preencha a tabela com as medidas correspondente em centímetro.

Garcia e Ciscar (1997) e Behr; Lesh; Post; Silver (1983), concordam que a reta numérica possui o significado de parte-todo, mas é uma boa representação de frações com o significado de medida. Nesta atividade, não é apresentada uma reta numérica, porém ela trabalha com um barbante e solicita

ao aluno que utilize uma régua. Desta forma, consideramos que ela segue o mesmo raciocínio de trabalho com uma reta numérica.

E destacamos as estruturas cognitivas que segundo Kieren (1976) devem ser trabalhadas para a interpretação dos números racionais como medida:

- Noção de unidade e sua divisão arbitrária. A criança deve entender que uma unidade pode ser dividida em várias partes, mas elas devem ser iguais (congruentes).
- A criança deve compreender a relação parte-todo no contexto e reconhecer equivalências na partição da unidade.
- A criança deve desenvolver conceitos de ordenação e conservação.

Identificamos estes detalhes nesta atividade, como a noção de unidade e sua divisão arbitrária, quando a atividade propõe que o aluno utilize um barbante de um metro e permite que ele faça as divisões necessárias para conseguir a parte do todo representada pela fração do enunciado.

E a criança poderá desenvolver o conceito de ordenação ao comparar com os valores correspondentes na régua. Neste sentido, interpretamos que esta atividade apresenta situações favoráveis no objetivo de trabalhar as frações com o significado de medida, pois possibilita que as crianças façam a correspondência entre as frações e as unidades de medida de uma régua.

Além disso, notamos que esta atividade possui um intensão importante de fornecer uma situação prática utilizando barbantes, pois segundo Van de Walle (2009), o uso de modelos e as situações práticas contribuem para o entendimento dos conceitos de fração.

Considerações finais

Nesta pesquisa seguimos o nosso objetivo de analisar os significados da representação fracionária que são privilegiados no material Currículo em Ação do 5º ano da Rede Estadual de São Paulo. E para isso, realizamos inicialmente uma pesquisa cuidadosa dos referenciais teóricos dos significados dos números racionais e analisamos o material curricular.

Durante a análise, verificamos detalhes significativos sobre o conteúdo do material e suas relações com o ensino das frações. Buscamos sempre manter o olhar atento para responder à questão de pesquisa: Como se

caracteriza a abordagem da representação fracionária no material Currículo em Ação, de matemática do 5º ano, elaborado pela Rede Estadual de São Paulo?

Neste sentido verificamos que há uma predominância do uso do significado de parte-todo nas atividades. Das 69 unidades analisadas, 31 correspondiam ao significado de parte-todo (45%). Destacando que, nestas atividades com o significado de parte-todo, todas as representações gráficas das atividades são de grandezas contínuas, representadas em figuras geométricas e de alimentos (laranja, pizza e chocolate). Não foi identificada nenhuma unidade com grandezas discretas. Vale reforçar que Ciscar e Garcia (1997) comentam que o uso de situações com grandezas discretas, amplia a experiência das crianças com o significado de parte-todo nas frações. Pois nestas situações o todo é representado por um conjunto de objetos, diferente da peça simples representada em situações de quantidades contínuas.

Quanto ao significado de quociente, Kieren (1976) recomenda que se trabalhe com as crianças o conceito de subdivisão das partes, o particionamento, tanto de quantidades contínuas, como as discretas, pois isso favorece, futuramente, no desenvolvimento dos conceitos de operações, na adição e multiplicação. Porém, no material curricular há apenas uma atividade de partilha, neste sentido, acreditamos que o material poderia ter favorecido mais este significado.

Dentre os significados que propomos a estudar que foram o parte-todo, quociente, medida, operador, razão e número, não foram encontradas atividades com significado de razão. Esta ausência é desfavorável ao ensino das frações, pois através destas situações, a criança poderá iniciar o entendimento dos conceitos de proporcionalidade (Kieren, 1976). São situações em que se faz comparações entre duas grandezas de naturezas diferentes, favorecendo o trabalho com o raciocínio multiplicativo (Nunes et al., 2009). O desenvolvimento do raciocínio proporcional é muito importante, pois o domínio dela é um forte indicativo de que a criança alcançou a compreensão dos números racionais e dos conceitos multiplicativos relacionados (Kieren, 1976; Lamon, 2020).

Em relação a sequência das apresentações dos conteúdos de ensino, foi notado que a ordenação das frações é tratada antes da equivalência. Consideramos que a inversão desta ordem favorece o entendimento, pois através do reconhecimento das frações equivalentes, a criança poderia identificar a igualdade e a ordenação das frações com mais naturalidade.

Entendemos que inicialmente, ela deve reconhecer a igualdade e desigualdade das frações, pois segundo Caraça (1984) ao comparar frações, elas podem ser iguais mesmo apresentando numeradores e denominadores diferentes.

Além disso, verificamos que na aula sobre a equivalência, há atividades em que se passa as regras de multiplicação e divisão do numerador e denominador pelo mesmo número para gerar frações equivalente. O que é considerado negativo por Van de Walle (2009), segundo o autor, não se deve passar aos alunos, regras de multiplicação ou divisão pelo mesmo número. Ele sugere que se deve trabalhar com modelos para auxiliar o aprendizado dos alunos. Neste ponto, concordamos com o autor, pois como no 5º ano é o início do contato dos alunos com as frações, acreditamos que seria prematuro passar estas regras.

Consideramos que estes foram os principais pontos de interesse relacionados à presença dos significados da representação fracionária analisados no material Currículo em Ação do 5º ano da Rede Estadual de São Paulo. Interpretamos que há atividades que favorecem o aprendizado das crianças através dos significados dos números racionais, porém notamos que o trabalho com alguns significados como o quociente e a razão ficaram ausentes ou outros que necessitam de ajustes para que fossem mais bem aproveitados, como a ausência do uso de grandezas discretas nas atividades com significado de parte-todo.

Concluimos que o estudo realizado nos proporcionou uma importante reflexão sobre a importância das experiências com os significados dos números racionais no ensino das frações e acreditamos que esta pesquisa pode contribuir para fornecer informações para elaboração de futuros materiais curriculares.

Referências

- BEHR, M.; LESH, R.; POST, T.; SILVER, E. Rational Number Concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**, (pp. 91-125). New York: Academic Press, 1983.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- CAMPOS et al. **O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino**. Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v. 8, n. 1, pp. 125-136, 2006.
- CARAÇA. Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

CELLARD, André. **Análise documental**. In: A pesquisa qualitativa: Enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis: Vozes, 2021.

CISCAR, Salvador Llinares; GARCIA. M. Victoria Sánchez. **Fracciones: la relacion parte-todo**. Madri: Editorial Síntesis, 1997.

FONSECA, Solange. **Metodologia de Ensino: Matemática**. Belo Horizonte: Editora Lê: Fundação Helena Antipoff, 1997.

KIEREN, Thomas E. **On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers**. In: LESH, Richard A.; BRADBARD, David A. Number and mensurement: papers from a research workshop. Georgia: ERIC, 1976.

LAMON, S. J. **Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers**. New York: Routledge, 2020.

MORAES, Roque. **Análise de conteúdo**. Revista Educação, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

NIVEN. Ivan. **Números: Racionais e Irracionais**. Tradução de Renata Watanabe. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

NUNES, Terezinha. Criança pode aprender frações. E gosta! In: GROSSI, Esther Pillar (Org.) Por que ainda há quem não aprende? A teoria. Petrópolis: Vozes, 2003.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Undertanding rational numbers and intensive quantities, in: Key understandings in mathematics learning**. Londres: Nuffield Foundation, 2009.

NUNES, Terezinha et al. **Children's Understanding of Fractions**. Contrapontos - volume 8 - n.3 - p. 509-517 - Itajaí, set/dez 2008.

NUNES, Terezinha *et al.* **Educação Matemática: números e operações numéricas**. 2ª. Edição. São Paulo: Cortez, 2009

SÃO PAULO (Estado). **Secretaria da Educação. Currículo Paulista: etapas Educação Infantil e Ensino Fundamental**. São Paulo: SEDUC/SP, 2019. Disponível em: <https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/>. Acesso em: 07.março.2026.

SÃO PAULO (Estado). **Secretaria da Educação. Currículo em Ação: 5º Ano - Matemática**. Volume 1. 1º. Bimestre. São Paulo: SEDUC/SP, s.d.

SÃO PAULO (Estado). **Secretaria da Educação. Currículo em Ação: 5º Ano - Matemática**. Volume 2. 2º. Bimestre. São Paulo: SEDUC/SP, s.d.

SÃO PAULO (Estado). **Secretaria da Educação. Currículo em Ação: 5º Ano - Matemática**. Volume 3. 3º. Bimestre. São Paulo: SEDUC/SP, s.d.

SÃO PAULO (Estado). **Secretaria da Educação. Currículo em Ação: 5º Ano - Matemática**. Volume 4. 4º. Bimestre. São Paulo: SEDUC/SP, s.d.

SACRISTÁN, Gimeno J. **O currículo: uma reflexão sobre a prática**. 3ª edição. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SILVA, Everaldo José da. **Educação de Adultos:** Os Significados das Frações e as Abordagens Docentes. *In:* LOPES, C.E; CURI, E. (org.) Pesquisas em Educação Matemática: um encontro entre a teoria e a prática. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

5 - *Lesson Study* (Estudo de Aula) e o Ensino dos Números Racionais: uma experiência em uma escola Estadual da Zona Leste de São Paulo.

Adriana Ferreira Tiburtino
Edda Curi

Introdução

O presente trabalho integra uma pesquisa de doutorado em desenvolvimento no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul, vinculada ao grupo de pesquisa Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que Ensinam Matemática (CCPPM), sob coordenação da Profa. Dra. Edda Curi. A referida pesquisa, intitulada “*Lesson Study (Estudos de Aula) e o desenvolvimento profissional de professoras que ensinam a representação fracionária no 5º ano em uma escola estadual da zona leste de São Paulo*”, decorre do projeto-piloto denominado “*Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagens dos números racionais nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental: um projeto envolvendo Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo*”.

O projeto está vinculado ao Programa de Pesquisa em Educação Básica (PROEDUCA), iniciativa desenvolvida em parceria entre a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP). O Programa tem como finalidade fomentar pesquisas científicas voltadas ao fortalecimento de políticas públicas educacionais, especialmente aquelas relacionadas à melhoria das aprendizagens e à redução das desigualdades educacionais no contexto da educação básica paulista.

No âmbito deste Programa, o projeto-piloto está organizado em dois eixos estratégicos de pesquisa: 1. O Processo de Ensino e Aprendizagem na Educação Básica Pública; 2. Formação e Desenvolvimento de Professores na Educação Básica Pública. Tem como foco os 4º e o 5º ano dos Anos Iniciais

do Ensino Fundamental, com atenção ao ensino e à aprendizagem dos números racionais (Curi, Martins e Borelli,2023).

Com início no segundo semestre de 2024 e com a duração de 24 meses, o referido projeto piloto envolveu quinze professoras atuantes em três escolas estaduais paulistas, duas delas vinculadas à Diretoria de Ensino Leste 1 e a outra à Diretoria de Ensino Campinas Leste. As participantes integram um curso de extensão voltado à formação continuada, no qual são desenvolvidas ações de estudo, planejamento, acompanhamento da prática e reflexão coletiva sobre o ensino de números racionais nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os elementos constitutivos desse processo formativo serão retomados ao longo deste artigo, especialmente na análise da aula 27, recorte assumido para este artigo.

Cabe destacar a relevância do Projeto supracitado, uma vez que os dados produzidos em seu desenvolvimento têm subsidiado, até o momento, cinco pesquisas no âmbito do Grupo CCPPM, das quais duas dissertações já defendidas e três teses em andamento. Essas investigações voltam-se a aspectos específicos do ensino dos números racionais, contemplando as diferentes representações e significados da fração, os conhecimentos profissionais docentes, os erros dos estudantes e o desenvolvimento profissional de professoras que ensinam Matemática, todas decorrentes do *Lesson Study* utilizado na formação.

Entre essas produções, destaca-se a dissertação “A Representação Fracionária e os seus diferentes significados: uma análise no material Currículo em Ação do 5º Ano”, Ekami (2026), que analisa os significados atribuídos à representação fracionária no material curricular utilizado na rede estadual paulista. Também se insere nesse conjunto a dissertação “Um olhar sobre os números racionais na representação fracionária em livros didáticos de Matemática do 5º ano”, de Jesus (2025), voltada à análise da abordagem dos números racionais, em sua representação fracionária, nos livros didáticos de Matemática do 5º ano mais adotados pelas escolas no âmbito do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Essas investigações permitiram às professoras participantes ampliar seus conhecimentos sobre como analisar materiais curriculares (livros didáticos e materiais produzidos pela SEE).

No âmbito das teses em andamento, a pesquisa “*Conhecimento especializado de professores dos anos iniciais sobre números racionais: Reflexões e evidências em um processo de formação continuada*”, de

Gonçalves, investigam conhecimentos mobilizados por professores no ensino de números racionais no contexto dos Estudos de Aula. A tese de Muller “*O que os professores podem aprender com os erros dos estudantes: uma análise de atividades com números racionais na representação fracionária*”, busca compreender de que modo os erros apresentados pelos estudantes podem contribuir para reflexões pedagógicas e para o desenvolvimento profissional docente. Já a tese “*Lesson Study (Estudos de Aula) e o desenvolvimento profissional de professoras que ensinam a representação fracionária no 5º ano em uma escola estadual da zona leste de São Paulo*,” de Tiburtino, investiga contribuições da metodologia *Lesson Study* para o desenvolvimento profissional de professoras que ensinam a representação fracionária nos anos iniciais.

Essas investigações, embora apresentem diferentes objetos de análises, decorrem dos Estudos de Aulas desenvolvidos na pesquisa citada e articulam-se em torno de um eixo comum: a compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem dos números racionais nos anos iniciais e da formação docente de professores que ensinam Matemática. Nesse sentido, os dados produzidos no âmbito da referida pesquisa têm possibilitado diferentes leituras sobre a prática pedagógica, os materiais curriculares, os conhecimentos docentes e as aprendizagens dos estudantes.

Tal movimento evidencia a potência do trabalho desenvolvido pelo Grupo CCPPM, ao reunir pesquisas que dialogam entre si e que tomam a escola pública, a formação continuada e a prática docente como espaços de produção de conhecimento. A partir dessa contextualização, torna-se pertinente apresentar como o *Lesson Study* tem sido incorporado nas investigações do grupo CCPPM e de que modo suas produções vêm contribuindo para as discussões sobre formação de professores que ensinam Matemática.

Referencial Teórico

O *Lesson Study* (Estudo de Aula), tem sido compreendido, no campo da Educação Matemática, como uma metodologia de formação docente centrada na colaboração, na investigação da prática e na análise das aprendizagens dos estudantes. Originada no Japão, no final do século XIX, essa prática formativa está associada ao termo japonês *Jyugyo Kenkyuu* e insere-se em um movimento histórico de aprimoramento do ensino e da aprendizagem, especialmente no campo da Matemática.

Ao longo do século XX, o *Lesson Study* passou por um processo de consolidação e sistematização no Japão, tornando-se, especialmente a partir da década de 1960, uma prática incorporada ao contexto das escolas japonesas (Isoda; Stephens; Ohara; Miyakawa, 2012). No cenário internacional, essa abordagem ganhou maior visibilidade a partir da publicação de estudos em língua inglesa, especialmente com a obra *The Teaching Gap*, de Stigler e Hiebert (1999), que contribuiu para difundir o Estudo de Aula entre pesquisadores da Educação e da Educação Matemática.

Segundo Martins, Curi e Borelli (2023), o *Lesson Study* é uma metodologia de formação de professores, robustamente centrada na prática do professor (Ponte et al., 2016) e sustentado na colaboração e reflexão (Lewis, 2002), que permite o desenvolvimento profissional do professor para ensinar Matemática, abrangendo a pluralidade de suas dimensões, como os conhecimentos profissionais, as aprendizagens, as mudanças na Prática e a cultura profissional.

De modo geral, a metodologia *Lesson Study* se desdobra em etapas, seguindo os princípios basilares do contexto japonês: 1. O planejamento da aula; 2. O desenvolvimento da aula planejada e 3. Reflexão sobre essa aula baseada nos registros produzidos pelos observadores (Lewis, 2002).

Para Ponte et al. (2016), em um *Lesson Study*, o grupo de professores e pesquisadores envolvidos realizam uma investigação sobre a sua própria prática profissional, em um viés colaborativo, guiados pelas prescrições curriculares e pelos resultados da investigação.

Com base em Murata (2011), Stigler e Hiebert (2016), Lewis e Hurd (2011) e Stepanek et al. (2007), Curi (2021) destaca que o *Lesson Study* tem como características centrais o trabalho colaborativo e o foco na aprendizagem dos estudantes. Nessa perspectiva, os professores atuam como protagonistas do processo formativo, investigando a própria prática, compartilhando decisões e analisando coletivamente situações de ensino. A formação, portanto, não se limita ao que o professor ensina, mas considera principalmente o que os estudantes aprendem, as estratégias que mobilizam e as dificuldades que apresentam durante a aula.

Curi (2021) também ressalta a dimensão investigativa e reflexiva do *Lesson Study*, uma vez que a aula passa a ser tomada como objeto de estudo coletivo. Ao planejar, observar e analisar a prática, os professores produzem conhecimentos sobre o ensino e a aprendizagem, articulando estudo teórico, currículo, conteúdos matemáticos e decisões pedagógicas.

No âmbito do Grupo CCPPM essa perspectiva tem orientado pesquisas que relacionam formação continuada, colaboração docente e análise da prática, considerando as especificidades dos contextos educacionais brasileiros. Desse modo, torna-se pertinente apresentar, no tópico seguinte, algumas contribuições do grupo para a consolidação dos estudos sobre *Lesson Study*, especialmente no campo da formação de professores que ensinam Matemática.

Contribuições do Grupo para estudos sobre Lesson Study

O levantamento das pesquisas relacionadas ao *Lesson Study* (Estudo de Aula) no âmbito do Grupo CCPPM foi identificado por Guariroba (2025), integrante do CCPPM, no trabalho intitulado “*Lesson Study* na Formação de Professores que Ensinam Matemática: Dimensões dos Conhecimentos Profissionais Evidenciados nas Pesquisas Acadêmicas Brasileiras”, onde a autora sistematizou as pesquisas acadêmicas brasileiras que mobilizam o *Lesson Study*, contemplando produções defendidas até 2023.

Ao organizar esse panorama, Guariroba (2025) não apenas reuniu as investigações já desenvolvidas, mas também analisou como o *Lesson Study* tem sido compreendido e operacionalizado no contexto brasileiro. Seu trabalho evidencia recorrências, amplia a compreensão sobre as contribuições da metodologia para o desenvolvimento profissional docente e aponta lacunas ainda existentes no campo, oferecendo um quadro mais consolidado das pesquisas nacionais.

Embora o estudo de Guariroba (2025) apresente um panorama mais amplo das pesquisas nacionais sobre o *Lesson Study*, sua investigação evidencia a atuação do Grupo CCPPM nos estudos sobre formação de professores que ensinam Matemática. Nesse contexto, o Quadro 1 apresenta as produções desenvolvidas no âmbito do Grupo CCPPM, entre 2015 e 2023, que mobilizam o *Lesson Study* como metodologia formativa, contemplando ano, título, autoria, tipo de pesquisa e orientação.

Quadro 1. Investigações no âmbito do Grupo CCPPM que utilizaram o Estudo de Aula no período de 2015 a 2023.

Ano	Título	Autor	Tipo	Orientadora
2015	Docência compartilhada na perspectiva de Estudos de Aula (<i>Lesson Study</i>): um trabalho com as figuras geométricas espaciais no 5º ano.	Utimura, G. Z.	Dissertação	Edda Curi
2018	Desenvolvimento profissional é implantação de material curricular: contribuições e desafios a serem enfrentados a partir da metodologia Estudo de Aula.	Merichelli, M. A. J.	Tese	Edda Curi
2019	Conhecimento Profissional de professoras de 4º ano centrado no ensino dos números racionais positivo	Utimura, G. Z.	Tese	Edda Curi
2020	Contribuições do Estudo de Aula (<i>Lesson Study</i>) para o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática no 1º ano do Ensino Fundamental utilizando material curricular.	Silva, S. S.	Tese	Edda Curi
2020	Potencialidades dos Estudos de Aula para a formação continuada de um grupo de professores que ensinam Matemática na Rede Municipal de São Paulo no contexto de uma pesquisa envolvendo Implementação Curricular.	Martins, P. B.	Tese	Edda Curi

Fonte: Guariroba (2025).

Importante destacar que esse conjunto de pesquisas foi ampliado com as dissertações de Ribeiro (2025) e Oliveira Junior (2025). A dissertação de Ribeiro (2025), intitulada “Estudo de Aula na Educação Infantil: aprendizagens profissionais de um grupo de professoras de Espírito Santo do Pinhal”, volta-se às aprendizagens profissionais de professoras no contexto da Educação Infantil. Já a dissertação de Oliveira Junior (2025), intitulada “Dimensões da constituição e desenvolvimento da identidade profissional evidenciadas por professores que ensinam Matemática em ações do Projeto de Pesquisa em *Lesson Study*”, voltada a constituição e o desenvolvimento da identidade profissional de professores que ensinam Matemática em ações vinculadas ao *Lesson Study*.

Oliveira (2026), a partir das evidências identificadas nas produções de integrantes do Grupo CCPPM, voltou seu olhar para o trabalho colaborativo presente nessas investigações. Em sua dissertação, intitulada “Estudo de Aula (*Lesson Study*) e o trabalho colaborativo em investigações desenvolvidas no Grupo CCPPM”, a autora analisou de que modo a colaboração se manifesta em estudos que mobilizam o *Lesson Study* como metodologia formativa.

A pesquisa evidencia a importância do trabalho colaborativo no desenvolvimento de estudos fundamentados no *Lesson Study*, destacando-o como elemento central para a formação de professores, para a análise compartilhada da prática pedagógica e para a construção coletiva de conhecimentos sobre o ensino de Matemática. Além das pesquisas identificadas, Oliveira (2026) também considerou outras produções vinculadas ao Grupo CCPPM, entre as quais se destacam dois estágios de pós-doutoramento: o estudo de Utimura e Curi (2022), intitulado “Processo formativo envolvendo professoras dos Anos Iniciais que ensinam Matemática e uma coordenadora pedagógica no contexto da pandemia da Covid-19”, e o estudo de Martins e Curi (2022), denominado “Conhecimentos e Crenças manifestados por professores que ensinam Matemática e fazem uso de materiais manipulativos em suas práticas”.

Importante destacar que, no âmbito dessas investigações, um dos diferenciais do Grupo CCPPM no desenvolvimento do *Lesson Study* está na forma como a etapa de planejamento é conduzida. Diferentemente de abordagens em que os objetivos da aula são definidos inicialmente pelo grupo, nas pesquisas do CCPPM o planejamento parte da seleção de uma sequência de ensino utilizada na rede em que os professores atuam e é construído a partir

das experiências dos professores, os conhecimentos que possuem sobre seus estudantes, os estudos sobre o tema matemático envolvido e as discussões estabelecidas com os pesquisadores.

Nesse processo, documentos curriculares, orientações didáticas e pesquisas da área são mobilizados para ampliar a análise das atividades e fundamentar as decisões pedagógicas, aproximando o *Lesson Study* das condições concretas de trabalho nas escolas públicas brasileiras. A partir das pesquisas evidenciadas e do contexto explicitado, a discussão volta-se ao processo formativo analisado neste artigo, desenvolvido com professoras dos anos iniciais em uma escola estadual de São Paulo, com foco no ensino dos números racionais e nas contribuições do *Lesson Study* para o desenvolvimento profissional docente. No âmbito do contexto da pesquisa citada, o material curricular utilizado na rede denomina-se Currículo em Ação que será apresentado no decorrer do artigo.

Ensino dos Números Racionais

Compreender os números racionais exige um deslocamento no modo de pensar: deixa-se de operar apenas com a lógica da contagem para considerar relações entre quantidades. Esse movimento não é imediato e demanda que os estudantes reorganizem suas formas de compreender e representar essas quantidades. Diante dessa complexidade, o *Lesson Study* constitui uma possibilidade formativa pertinente, ao favorecer a análise coletiva da aula, das aprendizagens dos estudantes e das decisões pedagógicas mobilizadas pelas professoras no ensino desse conteúdo.

Os números racionais ocupam um lugar importante no currículo, mas, na prática, costumam gerar dificuldades no processo de aprendizagem dos estudantes. Essas dificuldades não decorrem de um único aspecto. Elas estão relacionadas, por exemplo, à variedade de interpretações que esse conceito envolve, às diferentes formas de representação e às relações que nem sempre são evidentes quando comparadas às ideias mais familiares dos números naturais.

A aprendizagem dos números racionais não ocorre de forma imediata. Enquanto os números naturais se estruturam a partir de experiências mais concretas, associadas à contagem, os números racionais exigem que os estudantes estabeleçam relações entre grandezas, interpretem situações diversas e coordenem diferentes registros de representação. Trata-se, portanto,

de uma reorganização do pensamento matemático, que demanda tempo e mediação adequada

Diversos estudos têm apontado que as dificuldades associadas a esse conteúdo não se restringem ao domínio de procedimentos, mas dizem respeito, sobretudo, à compreensão conceitual (LAMON, 2007; GRAÇA; PONTE, 2023). Nesse contexto, observa-se que, em muitas situações de ensino, há predominância do significado parte-todo, enquanto outros significados — como razão, quociente, operador e medida — aparecem de forma menos explorada (KIEREN, 1976; BEHR et al., 1983). Tal recorte tende a limitar a compreensão dos estudantes, uma vez que reduz a complexidade do conceito a um único tipo de abordagem.

Lamon (2007) chama atenção para esse aspecto ao indicar que os números racionais figuram entre os conteúdos mais complexos do currículo. Tal complexidade está relacionada tanto ao nível de abstração envolvido quanto ao tempo necessário para sua consolidação. A autora também destaca que essas dificuldades nem sempre são reconhecidas no cotidiano escolar, o que pode influenciar as escolhas didáticas e a forma como o conteúdo é abordado em sala de aula. Soma-se a isso a necessidade de articular diferentes tipos de grandeza — como as discretas, ligadas à contagem, e as contínuas, associadas à medida, como comprimento, tempo, massa ou temperatura.

Além dela, diferentes estudos buscaram compreender os significados associados aos números racionais. Kieren (1976) propôs uma das primeiras sistematizações ao identificar quatro ideias fundamentais: razão, quociente, operador e medida. Posteriormente, Behr et al. (1983) ampliaram essa discussão ao incluir o significado parte-todo, que passou a ocupar lugar de destaque nas práticas escolares.

A partir dessas contribuições, Ponte e Quaresma (2011), apoiados em Charalambous e Pitta-Pantazi (2007), organizam esses significados em cinco dimensões inter-relacionadas. O significado parte-todo refere-se à relação entre uma parte e um todo previamente definido; a razão envolve a comparação entre duas quantidades; o operador diz respeito à transformação de uma quantidade; o quociente corresponde ao resultado de uma divisão; e a medida implica a comparação entre grandezas, tomando-se uma delas como unidade.

Ainda que esses significados estejam articulados, sua presença no ensino não ocorre de maneira equilibrada. Em muitas situações, o significado parte-todo tende a prevalecer, sendo frequentemente trabalhado por meio de

representações pictóricas, como figuras geométricas ou situações envolvendo a divisão de alimentos (SCHEFFER; POWELL, 2019). Esse tipo de abordagem, embora relevante, pode restringir a compreensão dos estudantes quando não é acompanhado pela exploração de outros significados.

Charalambous e Pitta-Pantazi (2007) argumentam que a compreensão das frações depende justamente da articulação entre esses diferentes significados. Quando essa articulação não ocorre, os estudantes tendem a limitar o uso do conceito a contextos específicos, o que compromete sua mobilização em situações mais complexas.

Outro aspecto que merece atenção refere-se às representações dos números racionais. Como destacam Ponte e Quaresma (2011), compreender esse conjunto implica transitar entre diferentes formas — fracionária, decimal, percentual, pictórica e em linguagem natural. Post et al. (2012) ressaltam que a capacidade de converter entre essas representações constitui um elemento importante do pensamento matemático. No entanto, essa diversidade também se apresenta como um desafio no contexto escolar, tanto para estudantes quanto para professores.

Considerar os números racionais a partir dessa multiplicidade de significados e representações implica reconhecer sua complexidade e, ao mesmo tempo, apontar a necessidade de abordagens de ensino que ultrapassem tratamentos fragmentados. Nesse sentido, a compreensão desse conteúdo não se limita à aprendizagem dos estudantes, mas também se relaciona diretamente à formação de professores que ensinam Matemática, especialmente em propostas que tomam a prática como objeto de análise e favorecem o desenvolvimento profissional docente.

Metodologia

Esta investigação insere-se no campo das pesquisas qualitativas e assume caráter exploratório, na medida em que busca compreender, em profundidade, processos formativos desenvolvidos no contexto da metodologia *Lesson Study*. O foco recai sobre as práticas e interações estabelecidas entre as professoras participantes, considerando que tais processos não se apresentam de forma linear, mas se constroem ao longo das experiências vividas no grupo.

A opção pela pesquisa exploratória dialoga com o entendimento de Gil (1999), para quem esse tipo de investigação contribui para tornar o

problema mais compreensível, especialmente quando se trata de fenômenos complexos. No campo educacional, essa complexidade se evidencia nas relações que se estabelecem entre sujeitos, contextos e práticas. Nessa mesma direção, Lüdke e André (1986) ressaltam que a compreensão não se dá de imediato, mas resulta de um movimento progressivo de aproximação com o campo, no qual o pesquisador interpreta as situações à medida que elas acontecem.

No que se refere à produção de dados, foram consideradas diferentes fontes ao longo das etapas do *Lesson Study*. Entre elas, destacam-se os registros oriundos da observação participante, os materiais escritos produzidos pelas professoras e os registros audiovisuais. A observação participante, conforme propõe Estrela (1994), possibilitou acompanhar os encontros formativos, atentando para interações, decisões pedagógicas e momentos de reflexão. Já os registros escritos — como questionários, protocolos observacionais e anotações em diário de bordo — contribuíram para identificar concepções, crenças e modos de elaboração das docentes. As gravações em áudio e vídeo, por sua vez, permitiram revisitar episódios específicos, favorecendo uma análise mais detida das práticas e das interações.

A análise dos dados foi conduzida a partir da triangulação, conforme proposta por Denzin (1970) e posteriormente discutida por Denzin e Lincoln (2006). Mais do que reunir diferentes fontes, esse procedimento implicou colocá-las em relação, buscando compreender como os elementos se articulavam entre si — o que era planejado, o que se concretizava na aula e o que emergia nas discussões formativas.

Ao aproximar esses diferentes registros, foi possível observar não apenas pontos de convergência, mas também tensões e deslocamentos ao longo do processo. Esse tipo de análise, como indica Flick (2011), amplia as possibilidades interpretativas justamente por considerar a complexidade dos fenômenos investigados.

Nesse sentido, a triangulação não foi utilizada apenas como estratégia metodológica, mas como eixo organizador da análise. Foi a partir dela que se tornou possível compreender, de forma mais abrangente, aspectos do desenvolvimento profissional docente, especialmente quando se colocam em diálogo o planejamento, a prática e a reflexão sobre a aula.

Análises e Resultados

Como já foi dito, o *Lesson Study* tem sido compreendido como um processo de formação docente que se organiza a partir da análise da prática, tomando a aula como objeto de estudo. Seu foco não está apenas no planejamento, mas na compreensão do ensino e das aprendizagens dos estudantes, a partir de situações concretas. De modo geral, estrutura-se em ciclos que envolvem planejamento, observação e reflexão, permitindo que o professor acompanhe e analise o que acontece na aula. Pesquisas realizadas em diferentes contextos educacionais têm apontado contribuições relevantes desse processo de formação, como indicam Curi (2005), Baldin (2009), Baptista et al. (2012, 2014), Ponte et al. (2014) e Lewis (2002).

No contexto desta investigação, o processo formativo foi organizado em seis etapas que se articulam ao longo do desenvolvimento do trabalho: formação de formadores, estudo, planejamento, acompanhamento da prática, reflexão sobre a prática e divulgação dos resultados. Essa organização não foi pensada como uma sequência rígida, mas como um conjunto de momentos que dialogam entre si, aproximando o estudo teórico das situações vividas na sala de aula.

A *Lesson Study* no contexto investigado

A etapa inicial, denominada formação de formadores, envolveu um movimento diagnóstico, no qual foram analisados itens da Prova Paulista, materiais didáticos e recursos digitais, como a plataforma Matific. Esse momento contribuiu para ajustar as pautas formativas e orientar as discussões posteriores dos formadores participantes. Em seguida, na etapa de estudo, foram analisadas pesquisas e referenciais teóricos relacionados aos objetos de conhecimento trabalhados, além de serem discutidas as concepções e crenças das professoras. Esses encontros ocorreram tanto de forma presencial quanto on-line e incluíram a aplicação de questionários com o objetivo de caracterizar o perfil das participantes e suas relações com a Matemática e seu ensino.

O planejamento da aula selecionada para este artigo ocorreu em três encontros presenciais. Após estudos e discussões teóricas sobre o ensino dos números racionais, elementos, significados e usos frequentes, as professoras analisaram propostas presentes em materiais institucionais, especialmente o Currículo em Ação, que havia sido revisado e implementado na rede estadual em 2025. A partir dessa análise, foi selecionada a aula 27 do segundo bimestre,

intitulada “Inteiro e parte do inteiro”, que passou a orientar o desenvolvimento do ciclo. No encontro seguinte, as professoras elaboraram, de forma coletiva, o planejamento da aula, organizando-a em cinco atividades.

O acompanhamento da prática foi realizado em 16 de junho de 2025, em uma turma do 5º ano da Escola Estadual Joaquim Torres Santiago, no município de São Paulo. Nessa ocasião, a professora responsável desenvolveu a aula planejada, enquanto as formadoras acompanharam o processo por meio de observação sistemática, com base em instrumentos previamente definidos.

A etapa de reflexão ocorreu em agosto de 2025 e teve como foco a análise das produções dos estudantes e de episódios selecionados das aulas. Esse momento permitiu retomar o que foi planejado e observar o que efetivamente ocorreu, especialmente no que diz respeito às aprendizagens dos estudantes e às decisões tomadas durante a aula. Por fim, a etapa de divulgação dos resultados está voltada à sistematização e à socialização dos conhecimentos produzidos ao longo do processo e será divulgada em um e-book em construção.

Ao longo dessas etapas, o *Lesson Study* se constituiu como um espaço de análise da prática, no qual planejamento, ação e reflexão se colocam em diálogo. Esse movimento favorece a produção de conhecimentos sobre o ensino e contribui para o desenvolvimento profissional docente.

O Estudo da Aula 27

O planejamento coletivo da aula 27, intitulada “Inteiro e parte do inteiro”, evidenciou a mobilização de diferentes dimensões do conhecimento profissional docente, articulando aspectos conceituais, curriculares e pedagógicos no ensino dos números racionais.

A análise dos registros produzidos ao longo desse processo indica que o planejamento não se restringiu à organização das atividades propostas no material didático. Embora o Currículo em Ação, elaborado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC -SP), se configure como um material estruturado e de uso obrigatório na rede, as professoras incorporaram outros elementos ao planejamento, buscando ampliar as possibilidades de compreensão dos estudantes e apoiar a construção de significados matemáticos.

Nesse movimento, foram mobilizadas situações contextualizadas, diferentes formas de representação e estratégias de mediação que não se

limitavam ao roteiro original da aula, evidenciando um uso ativo e crítico do material curricular. Tal postura revela que o planejamento se constituiu como um espaço de reelaboração didática, no qual as professoras adaptaram, selecionaram e complementaram as propostas, considerando as necessidades de aprendizagem dos estudantes.

Do ponto de vista conceitual, destacou-se a ênfase na compreensão da fração como relação entre parte e todo e com significado de quociente. As discussões evidenciaram a preocupação em diferenciar a partição em partes iguais de outras formas de divisão, reconhecendo essa distinção como um ponto de dificuldade para os estudantes. Essa atenção ao conceito orientou a seleção das atividades e a definição das intervenções docentes.

O planejamento também contemplou a antecipação de possíveis dificuldades, especialmente relacionadas à compreensão da divisão em partes iguais, à linguagem matemática e às formas de representação da fração. Esse movimento evidencia o conhecimento das professoras sobre o pensamento dos estudantes, orientando decisões didáticas mais intencionais.

Observa-se, ainda, que a habilidade prevista no material para esta aula era uma do 4º ano, a EF04MA09 - Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$ como unidades de medidas menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso. Contudo as professoras observaram que a habilidade do 5º ano, a EF05MA03 - Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou a ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso, era a mais adequada para as atividades propostas. Esse aspecto reforça a preocupação em alinhar o planejamento às orientações curriculares a integração entre o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico e o conhecimento curricular no processo de ensino.

Do ponto de vista didático, a aula foi organizada em três momentos — antes, durante e depois do seu desenvolvimento — contemplando o levantamento de conhecimentos prévios, o desenvolvimento das atividades e a sistematização e ampliação dos conceitos. As situações propostas na aula 27 envolveram apenas o significado parte todo dos racionais e frações unitárias. O grupo percebeu que não havia a exploração do significado quociente, indicado nos estudos teóricos realizados como um dos significados mais próximos das crianças por envolver a operação de divisão já aprendida. Assim, o grupo construiu um conjunto de problemas simples, envolvendo contextos como a divisão de chocolates e balas entre crianças, favorecendo a exploração

da fração como quociente e ampliando a compreensão para além do significado parte-todo. Esse conjunto de problemas seria explorado após o desenvolvimento da aula 27 (no momento “depois” da organização da aula).

Além disso, foram definidas estratégias de organização da turma, como o trabalho em duplas e pequenos grupos, bem como a realização de discussões coletivas, com ênfase na socialização e análise das respostas dos estudantes. O planejamento também previu o uso de diferentes formas de representação, incluindo registros pictóricos e escritos, evidenciando a preocupação com a construção de significados e a comunicação matemática.

Assim, o planejamento coletivo configurou-se como um espaço de reflexão sobre o ensino, no qual as professoras analisaram conceitos, anteciparam dificuldades, tomaram decisões pedagógicas e construíram, de forma colaborativa, possibilidades de abordagem para o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes. Mas revelou também lacunas nos conhecimentos matemáticos sobre os temas desenvolvidos na aula 27 e foi preciso retomar algumas discussões e sistematizações para que as professoras pudessem pensar no “como iriam” propor as atividades da aula.

A seguir, apresentamos o Quadro 2, que sintetiza o planejamento da aula observada.

Quadro 2. Síntese do planejamento da aula observada

Etapas	Descrição
Ampliação dos Conhecimentos Matemáticos	Significados de fração; numerador e denominador; significado parte-todo; significado de quociente; grandezas contínuas; grandezas discretas; reta numérica; frações unitárias.
Antes do uso do material (Planejamento Inicial)	Realizar roda de conversa: perguntar se os alunos já ouviram falar em fração e em quais situações; identificar numerador e denominador em exemplos como $\frac{3}{5}$; discutir leitura de frações unitárias ($\frac{1}{4}, \frac{1}{10}$). Retomar a ideia de parte-todo e propor representações na reta numérica.
Fechamento da roda de conversa	Sintetizar o significado de fração como parte todo, destacando a relação entre uma ou mais partes e o todo; destacar que a fração não representa “tamanho absoluto”, porque depende do “tamanho” do todo; discutir o papel do numerador e denominador no significado de parte todo (denominador denomina em quantas partes o inteiro foi dividido; numerador numera quantas partes foram usadas). Apresentar frações unitárias com exemplos do cotidiano (chocolate, pizza) e ensinar leitura e escrita da fração.

Durante (Execução da Aula)	Acompanhar atividades dos alunos; verificar compreensão dos textos e instruções; retomar a noção da divisão do inteiro em partes iguais; solicitar leitura de frações; identificar fração unitária; introduzir a reta numérica dividida em partes iguais; incentivar registro matemático de frações.
Depois (Síntese e Exemplos de Aplicação)	Socializar as resoluções das crianças e propor situações envolvendo o significado de quociente: 1. Comparar partes ao repartir igualmente um mesmo inteiro entre 2 meninos e entre 3 meninas. 2. Repartir igualmente 2 chocolates entre 5 crianças. 3. Dividir igualmente 3 chocolates entre 4 crianças. 4. Dividir igualmente 7 chocolates entre 3 crianças. Retomar conceitos e discutir estratégias de resolução.

Fonte: Elaborado pelas autoras com base no material desenvolvido pelo grupo do Projeto Fapesp, 2025.

A aula observada: desenvolvimento e decisões em sala

A aula observada foi estruturada a partir do planejamento da aula 27 com base no material dos alunos e orientações para a prática do professor. Como já foi dito, embora os materiais curriculares tenham sido a base, foram realizadas adaptações, como o uso de folhas de papel para representar a ideia do todo quando queriam discutir o significado de parte e todo, a introdução de situações do cotidiano (pizza, chocolate) e uma folha de sulfite com o conjunto de problemas explorando o significado de quociente. Com o planejamento coletivo, aspecto central do *Lesson Study*, as professoras tentaram antecipar as dificuldades dos alunos, refletindo sobre estratégias de ensino e explorando referenciais teóricos para fundamentar as escolhas. No entanto a observação mostrou que as dificuldades dos alunos eram maiores do que elas haviam discutido no planejamento.

O início da aula ocorreu por meio de uma roda de conversa, na qual a professora retomou questões previstas no planejamento e apresentou situações relacionadas à ideia de fração. Nesse momento, foram utilizadas representações visuais, como figuras que indicavam a relação parte-todo, além de exemplos envolvendo frações unitárias como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$. Também foi apresentada uma representação de pizza, utilizada como recurso para apoiar a compreensão dos estudantes.

Observa-se que, embora a professora tenha retomado elementos discutidos no planejamento, algumas definições, como numerador e denominador no significado parte todo das frações, não se mostraram

plenamente claras para os estudantes, indicando limites na explicitação conceitual durante esse momento inicial.

No desenvolvimento da aula, a professora seguiu a estrutura proposta no material Currículo em Ação, respeitando a sequência das atividades previstas. Cada tarefa foi apresentada de forma orientada, com leitura coletiva dos enunciados e acompanhamento próximo das duplas, estratégia que favoreceu a organização da turma e o engajamento dos estudantes.

As atividades propostas contemplaram a identificação e representação de frações, com ênfase no significado parte-todo e no reconhecimento de frações unitárias, o que era proposto no material utilizado.

Durante a realização das tarefas, a professora promoveu momentos de interação entre os estudantes, organizando o trabalho em duplas e definindo papéis, como o estudante responsável pela escrita. Essa organização contribuiu para a participação dos alunos e para a circulação de ideias, evidenciando uma dinâmica colaborativa em sala de aula.

No que se refere às intervenções docentes, estas estiveram majoritariamente voltadas à identificação das partes e à relação ao todo, especialmente em situações que envolviam a representação pictórica, envolvendo a divisão de figuras em partes iguais. Em alguns momentos, no entanto, as dúvidas dos estudantes revelaram dificuldades não plenamente antecipadas no planejamento, como a necessidade de compreender que as partes devem ser iguais na divisão de um inteiro. Também observamos que nas comandas da professora ela não enfatizava que a divisão da folha de papel, por exemplo deveria ser em partes iguais. Ela nunca usava a palavra iguais nas suas comandas, o que pode ter prejudicado a compreensão dos estudantes.

Além disso, foram observadas adaptações realizadas pela professora durante a aula, como o uso de representações não previstas no planejamento, a exemplo das pizzas, indicando ajustes em função das necessidades da turma, mostrando que tinha conhecimento didático sobre o assunto.

Outro aspecto relevante refere-se à gestão do tempo, que ultrapassou o previsto no planejamento inicial, estendendo-se por mais aulas do que o estimado. Apesar disso, a organização da turma manteve-se conforme o planejado, com continuidade do trabalho em duplas e o trabalho com os problemas envolvendo o significado de quociente foi realizado.

Ao final da aula, observou-se que a sistematização dos conceitos não ocorreu de forma estruturada, restringindo-se à correção das atividades. Não

houve um momento explícito de retomada dos objetivos conceituais ou de institucionalização do conhecimento, conforme previsto no planejamento.

Assim, a análise da aula evidencia uma certa aproximação entre o planejamento e a prática, especialmente na organização das atividades e na condução da aula, ao mesmo tempo em que revela deslocamentos importantes, como a predominância do significado parte-todo, a necessidade de maior explicitação conceitual e a ausência de uma sistematização final mais estruturada.

A Reflexão sobre a Prática

A etapa de reflexão foi realizada a partir da apresentação de alguns episódios da aula, registrados em vídeo e selecionados pelas formadoras, para o grupo de professoras participantes do projeto. Esse momento possibilitou a análise coletiva da prática, tomando como referência situações concretas vivenciadas em sala de aula.

A partir desses registros, a professora que desenvolveu a aula planejada destacou que não havia antecipado a extensão das dificuldades apresentadas pelos estudantes, especialmente no que se refere à compreensão do conceito de fração para além de representações pictóricas. Inicialmente, a professora avaliou que o uso de imagens, como a representação da pizza, favoreceu a compreensão dos estudantes, sobretudo no significado parte-todo. No entanto, ao analisar o desenvolvimento das atividades, percebeu que esse entendimento não se estendia à representação pictórica nem à ideia de divisão em partes iguais apresentada nas atividades, indicando que a aprendizagem não estava consolidada. Essa reflexão permitiu que a professora tivesse mais conhecimentos sobre seus alunos, aspecto importante discutido no planejamento da aula.

Outro aspecto evidenciado refere-se à gestão do tempo e à organização das interações em sala. A professora reconheceu que o trabalho em duplas contribuiu para a participação dos estudantes, mas apontou a necessidade de maior intencionalidade na condução das atividades, especialmente na formulação de perguntas que favorecessem a aprendizagem dos estudantes.

Além disso, ao refletir sobre o uso de diferentes representações, como a tentativa de trabalhar com o significado de quociente dividindo folhas em partes iguais para repartir as partes, a professora indicou dificuldades tanto na

condução da proposta quanto na compreensão dos estudantes. Esse aspecto evidenciou limites na transição entre diferentes formas de representação do conceito de fração. Uma dificuldade talvez não percebida pela própria professora foi que no significado de parte todo existe apenas uma variável (o inteiro) e no significado de quociente há duas variáveis de natureza diferentes, no caso a folha de papel e o número de crianças em que aquela folha seria dividida, ou seja, era uma divisão de “papel pelo número de crianças”. Esse fato mostra uma lacuna conceitual que, apesar de ser discutida na formação, não foi interiorizada pela professora e por causa dessa falta de compreensão a condução didática da aula não foi como havia sido planejada.

A análise coletiva, realizada pelas demais professoras e formadoras participantes, contribuiu para ampliar a reflexão, trazendo outros olhares sobre a aula e destacando aspectos relacionados às intervenções docentes, à clareza conceitual e às possibilidades de exploração das atividades. Esse movimento favoreceu a problematização das decisões tomadas e a construção compartilhada de alternativas para o ensino.

Assim, a etapa de reflexão evidenciou um processo de análise fundamentado na prática, no qual a observação de episódios reais possibilitou às professoras reconhecer limites, reavaliar estratégias e ampliar a compreensão sobre o ensino dos números racionais.

Considerações Finais

Ao longo deste artigo foi possível compreender que o trabalho desenvolvido no âmbito do *Lesson Study* permitiu acompanhar de perto como o planejamento, a prática e a reflexão se articulam no processo formativo. Mais do que a organização de uma aula, o que se evidenciou a importância do trabalho colaborativo, o envolvimento das professoras na análise dos conteúdos, na antecipação de possíveis dificuldades dos estudantes e na discussão de estratégias de ensino, mobilizando diferentes dimensões do conhecimento profissional. Mostrou ainda que o *Lesson Study* promoveu o conhecimento matemático e didático das professoras.

O planejamento coletivo mostrou-se um momento particularmente significativo. Ao discutir o ensino dos números racionais — um conteúdo que envolve múltiplos significados e formas de representação — as professoras não se limitaram ao material proposto. Houve um movimento de revisão, adaptação e incorporação de elementos considerados importantes para a aprendizagem dos estudantes, o que indica uma postura ativa diante do

planejamento. A participação da responsável pela formação, segunda autora deste texto foi um fator determinante para o desenvolvimento do conhecimento matemático e didático de forma mais profunda, mas sem se afastar da linguagem das professoras e sempre ouvindo suas práticas, angústias e preocupações.

Quando a aula foi desenvolvida, alguns aspectos que não haviam sido plenamente antecipados tornaram-se mais visíveis. A observação, aliada à análise dos registros em vídeo, permitiu perceber, por exemplo, que muitos estudantes ainda se apoiavam predominantemente no significado parte-todo, encontrando dificuldades em mobilizar outros significados da fração. Esse momento também evidenciou a necessidade de maior intencionalidade nas intervenções docentes ao longo das atividades.

A discussão coletiva desses registros contribuiu para ampliar a compreensão sobre a prática. Ao revisitar a aula, as professoras puderam considerar diferentes pontos de vista, questionar escolhas realizadas e pensar em outras possibilidades de encaminhamento. Esse tipo de movimento reforça o papel do *Lesson Study* como um espaço de análise e problematização do ensino, no qual a prática deixa de ser apenas vivida e passa a ser também examinada. A potencialidade dessa formação em promover a reflexão de professores possibilita o desenvolvimento de uma capacidade fundamental da formação que é a reflexão sobre a prática.

Nesse conjunto de ações, o que se destaca não é apenas o resultado da aula em si, mas o processo formativo que se constrói a partir dela. A articulação entre momentos de estudo, planejamento, observação e reflexão aponta para possibilidades de desenvolvimento profissional que se dão no próprio contexto da prática. Em especial, no caso dos números racionais, esse tipo de abordagem mostra-se relevante, considerando a complexidade conceitual envolvida e os desafios recorrentes no ensino desse conteúdo.

O fato de proporcionar o movimento planejar, lecionar, observar, refletir revela uma potencialidade do *Lesson Study* para formação de professores aliado ao fato de ser um processo formativo flexível e de poder ser adaptado a diferentes contextos, desde que mantenha as características essenciais.

Mas existem alguns desafios que podem ser apontados como a dificuldade das professoras para identificar o conhecimento de seus alunos, principalmente a antecipação de dificuldades e a ideia de que se mostrassem alguns exemplos usando representações de bolos e pizzas, as dificuldades

seriam superadas. Outro desafio é que só a experiência das professoras, mesmo com tempo médio de magistério, não possibilita a profundidade de discussões e de reflexões sobre um tema de difícil abordagem, geralmente não apresentado na formação inicial que é o conjunto dos números racionais, mostrando necessidade de aprofundar lacunas do conhecimento matemático e didático, o que implica em considerar maior tempo para a formação. Apesar da formação estar prevista por dois anos no projeto piloto, um grande desafio foi usar o material da rede conforme o proposto, pois tanto em termos conceituais e didáticos, ele apresenta falhas, como na organização do tempo e no período do ano que aborda os números racionais no 5º ano, apresentando a maioria das atividades para os 3º e 4º bimestres, o que prejudica o trabalho ao longo do ano.

Referências

BEHR, M.; LESH, R.; POST, T.; SILVER, E. A. Rational-number concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed). **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, p. 91-126, 1983.

BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: potencialidades e problemas. In: GTI (Org.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 43-55

CHARALAMBOUS, C. Y.; PITTA-PANTAZI, D. Drawing on a theoretical model to study student's understanding of fractions. **Educational Studies in Mathematics**, v. 64, p. 293-316, 2007.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CURI, Edda. **A Matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa, 2005.

CURI, Edda; MARTINS, Priscila Bernardo; BORELLI, Suzete de Souza.

Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagens dos Números Racionais nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental: um projeto piloto envolvendo Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo. 2023. Projeto de Pesquisa – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2023.

CURI, Edda. *Lesson Study: Contribuições para Formação de Professores que Ensinam Matemática*. **Perspectivas da Educação Matemática**, [S. l.], v. 14, n. 34, p. 1–19, 2021. DOI: [10.46312/pem.v14i34.12509](https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/12509). Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/12509>. Acesso em: 23 maio. 2026.

DAY, Christopher. **Desenvolvimento profissional de professores: os desafios da aprendizagem permanente**. Porto: Porto Editora, 2001.

DENZIN, N. K. e LINCOLN, Y. S. Introdução: a disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: DENZIN, N. K. e LINCOLN, Y. S. (Orgs.). **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-41.

ESTRELA, A (1994) **Teoria e Prática de Observação de Classes – Uma estratégia de Formação de Professores**. Porto: Porto Editora, 1994.

GRAÇA, S. I.; PONTE, J. P.; GUERREIRO, A. A aprendizagem dos números racionais através de uma abordagem integrada das suas diferentes representações. **Quadrante**, [S. l.], v. 32, n. 1, p. 6–25, 2023. DOI: 10.48489/quadrante.27802. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/27802>. Acesso em: 28 abr. 2026.

HARGREAVES, A. **Professores em tempo de mudança: O trabalho e a cultura dos professores na idade pós-moderna**. Alfragide: McGraw-Hill, 1998.

ISODA, M.; STEPHENS, M.; OHARA, Y.; MIYAKAWA, T. (Eds.). **Japanese Lesson Study in mathematics: Its impact, diversity and potential for educational improvement**. Singapore: World Scientific, p. 21-38. 2012.

KIEREN, Thomas E. On the mathematical, cognitive and instructional. In: **Number and measurement**. Papers from a research workshop. Eric, 1976. p. 101- 144.

LAMON, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning** (pp. 629–667). Reston, VA: NCTM.

LEWIS, C. **Lesson study: A handbook of teacher-led instructional change**. Philadelphia, PA: Research for Better Schools, 2002.

LEWIS, Catherine; HURD, Jacqueline. **Lesson study step by step: how teacher learning communities improve instruction**. Heinemann, 2011.

LEWIS, C. How does *lesson study* improve mathematics instruction? **ZDM: the international journal on Mathematics Education**, [S. l.], v. 48, n. 4, p. 571-580, jun. 2016.

MARCELO, Carlos. Desenvolvimento Profissional Docente: passado e futuro. **Sísifo**. Revista de Ciências da Educação, [s. l.], v. 8, p. 7–22, 2009

MARTINS, Priscila Bernardo; CURI, Edda; SOUZA BORELLI, Suzete. A metodologia de formação *Lesson Study* em um projeto de pesquisa desenvolvido em um contexto de implementação curricular: : avanços e dificuldades. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 12, n. 29, p. 119–142, 2023. DOI: 10.33871/22385800.2023.12.29.119-142. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/8227>. Acesso em: 5 jun. 2026.

MINAYO, M. C. S. (org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2009.

MURATA, Aki. Introduction: conceptual overview of *lesson study*. In: HART, Lynn Cecillia; ALSTON, Alice S.; MURATA, Aki. (Eds.). **Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education, Learning Together**. Springer, 2011, p.1-12. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/267987167_Lesson_study_research_and_practice_in_mathematics_education_Learning_together. Acesso em 20 de mai. 2026.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.. Abordagem exploratória com representações múltiplas na aprendizagem dos números racionais: Um estudo de desenvolvimento curricular. **Quadrante**, v. 20, n. 1, p. 55-81, 2011.

PONTE, J. P.; BAPTISTA, M.; VELEZ, I.; COSTA, E. Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, n. 5, p. 7-24, 2012.

PONTE, J. P. DA et al. O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 868–891, dez. 2016.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 93, n. 1, p. 51-66, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9681-z>.

POST, Thomas R. et al. Curriculum implications of research on the learning, teaching and assessing of rational number concepts. In: **Rational numbers**. Routledge, 2012. p. 327-362.

RICHIT, A. Estudos de Aula na perspectiva de professores formadores. **Revista Brasileira de Educação**, [s. l], v. 25, 2020.

RICHIT, A. Desenvolvimento profissional de professores: um quadro teórico. **Research, Society and Development**, [s. l], v. 10, n. 14, p. 1-15, 2021. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v10i14.22247> Acesso em: 8 mai.2026.

SCHEFFER, N. F., POWELL, A. B. Frações nos livros brasileiros do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). **Revemop**, Ouro Preto, v. 1, n. 3, p. 476-503, 2019.

SHULMAN, L. Those who understand knowledge growth in teaching. **Educational Research**, [s. l.], v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, [s. l.], n. 57, 1987, p. 1-22.

STEPANEK, Jennifer et al. **Leading lesson study: a practical guide for teachers and facilitators**. Thousand Oaks: Corwin Press, 2007.

STIGLER, J. W.; HIEBERT, J. **The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom**. New York: Free Press. 1999.

STIGLER, J. W.; HIEBERT, J. *Lesson Study*, improvement, and the importing of cultural routines. **ZDM** Mathematics Education, v. 48, n. 4, p. 581-587. 2016.

6 - Conhecimentos de Conteúdo e Conhecimentos Pedagógicos no Ensino dos Números Racionais: análise de um processo formativo

Renata da Silva Gonçalves

Introdução

O referido capítulo apresenta parte dos resultados da pesquisa intitulada *Conhecimento Especializado de Professores dos Anos Iniciais Sobre Números Racionais: Reflexões e Evidências em um Processo de Formação Continuada*, desenvolvida sob a orientação da Profa. Dra. Edda Curi, no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, vinculada ao *Projeto de Pesquisa Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagens dos Números Racionais nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental: um projeto piloto envolvendo Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo*, financiado pela Fapesp.

Esta pesquisa foi derivada a partir dos pressupostos da metodologia *Lesson Study*, compreendida como uma abordagem colaborativa de formação de professores que envolve planejamento, observação, análise e reflexão sobre a prática docente. Mais do que uma estratégia metodológica, o *Lesson Study* constitui-se como um espaço de investigação coletiva sobre o ensino e a aprendizagem, centrado na compreensão do pensamento dos estudantes e no desenvolvimento profissional dos professores. Nessa perspectiva, a prática docente deixa de ser apenas um espaço de aplicação de conteúdos e passa a ser objeto permanente de estudo, reflexão e transformação.

A pesquisa teve como objetivo identificar e analisar os conhecimentos iniciais mobilizados por professoras dos anos iniciais acerca dos números racionais, considerando tanto o conhecimento do conteúdo matemático quanto o conhecimento pedagógico relacionado aos diferentes significados das frações. Buscou-se compreender como as participantes interpretavam situações envolvendo números racionais, de que maneira articulavam conceitos matemáticos e quais estratégias utilizavam para analisar

pedagogicamente os erros, raciocínios e produções dos estudantes. Além disso, a investigação procurou identificar compreensões, fragilidades conceituais e possibilidades formativas que pudessem contribuir para o desenvolvimento profissional docente no âmbito dos números racionais.

O ensino dos números racionais constitui um dos grandes desafios da Educação Matemática, especialmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Embora as frações estejam presentes no currículo escolar desde os primeiros anos de escolarização, sua aprendizagem envolve diferentes significados, representações e formas de raciocínio que nem sempre são compreendidos de maneira profunda pelos estudantes e, muitas vezes, também pelos próprios professores. Nesse contexto, torna-se fundamental compreender quais conhecimentos docentes são mobilizados no ensino dos números racionais e de que forma esses saberes influenciam as práticas pedagógicas desenvolvidas em sala de aula.

As discussões realizadas ao longo da formação evidenciaram que os números racionais possuem diferentes significados, fundamentais para a construção do pensamento matemático dos estudantes. A compreensão desse conceito ultrapassa a simples memorização de procedimentos operatórios, exigindo que o aluno reconheça as diversas interpretações que uma fração pode assumir em diferentes contextos matemáticos e cotidianos. Segundo Vergnaud (1996), os conceitos matemáticos se constroem a partir de um conjunto de situações, representações e esquemas de pensamento que atribuem significado às ideias matemáticas. Assim, a aprendizagem dos números racionais depende das relações estabelecidas entre os sujeitos, os símbolos e os contextos em que esses conhecimentos são utilizados.

Os estudos de Kieren (1976; 1980) identificam cinco significados principais atribuídos aos números racionais: parte-todo, quociente, medida, razão e operador. Esses significados não são independentes entre si, mas representam diferentes formas de compreender e utilizar as frações em situações variadas. O significado parte-todo, por exemplo, é o mais presente nos livros didáticos e nas práticas escolares. Nele, a fração representa a relação entre uma parte e um inteiro dividido em partes iguais. Situações envolvendo pizzas, chocolates e bolos divididos em partes equivalentes são exemplos clássicos dessa abordagem. Silva (2005) e Charalambous, Pitta-Pantazi (2007) ressaltam que esse significado exige que o estudante e o docente compreendam não apenas a divisão do inteiro, mas também a necessidade de

que as partes sejam equivalentes para que a fração faça sentido matematicamente.

O significado quociente relaciona a fração à ideia de divisão equitativa. Nesse caso, a fração representa o resultado de uma divisão entre duas quantidades, como quando três chocolates são repartidos igualmente entre quatro crianças, resultando em $\frac{3}{4}$ para cada uma. Kieren (1993) destaca que esse significado amplia a compreensão das frações para além da ideia de “parte pintada”, permitindo aos estudantes compreenderem a fração como resultado de uma partilha justa e proporcional. Charalambous e Pitta-Pantazi (2007) acrescentam que esse significado também contribui para o entendimento dos diferentes sentidos da divisão matemática.

No significado medida, a fração passa a ser compreendida como uma quantidade localizada na reta numérica ou como resultado da repetição de uma unidade fracionária. Assim, a fração $\frac{2}{3}$, por exemplo, representa duas repetições da unidade $\frac{1}{3}$. Lamon (2006) destaca que esse significado favorece o desenvolvimento de ideias relacionadas à equivalência, ordenação, comparação e magnitude das frações. O trabalho com a reta numérica torna-se especialmente relevante nesse contexto, pois permite compreender as frações como números que ocupam posições específicas em uma escala contínua.

Já o significado razão envolve a comparação entre duas quantidades. Diferentemente do significado parte-todo, a razão não necessariamente se refere a um inteiro dividido, mas à relação estabelecida entre grandezas. Godino e Batanero (2002) explicam que esse significado aparece em situações envolvendo escalas, velocidade, misturas e proporcionalidade. Um exemplo seria afirmar que “2 de cada 3 habitantes são imigrantes”, situação em que a fração expressa uma relação comparativa entre quantidades. Para Lamon (2006), esse significado está diretamente relacionado ao desenvolvimento do raciocínio proporcional e das relações multiplicativas.

Por fim, o significado operador compreende a fração como um transformador de quantidades. Nesse caso, calcular $\frac{2}{5}$ de uma quantidade significa operar sobre ela, dividindo-a em cinco partes iguais e considerando duas dessas partes. Kieren (1980) explica que o operador fracionário atua como um mecanismo capaz de ampliar ou reduzir grandezas, enquanto Lamon

(2006) destaca que esse significado favorece a compreensão de processos de transformação e proporcionalidade.

Dessa forma, os diferentes significados dos números racionais revelam a complexidade e a riqueza conceitual das frações. Como argumenta Kieren (1988), compreender os números racionais não significa apenas dominar algoritmos e procedimentos, mas ser capaz de articular diferentes interpretações e utilizá-las de maneira flexível em distintas situações matemáticas. Nesse sentido, torna-se essencial que o ensino das frações contemple múltiplos significados, representações e contextos, favorecendo uma aprendizagem mais ampla, significativa e conectada às experiências dos estudantes.

Desse modo, ao discutir os diferentes significados dos números racionais, torna-se essencial considerar não apenas o conhecimento matemático em si, mas também como o professor compreende, interpreta e ensina esses significados em sala de aula. Essa ampliação da discussão permite compreender que o ensino das frações exige do docente um olhar investigativo sobre os processos de aprendizagem dos estudantes, suas dificuldades, estratégias e formas de raciocínio matemático.

A reflexão sobre os conhecimentos necessários à docência evidencia que ensinar matemática vai muito além do domínio de conteúdos e procedimentos operatórios. A partir das contribuições de Shulman (1986; 1987), compreende-se que a prática docente mobiliza diferentes tipos de saberes interdependentes, entre eles o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo, que são considerados fundamentais para promover aprendizagens significativas.

O conhecimento do conteúdo refere-se ao domínio dos conceitos, procedimentos, princípios e estruturas matemáticas próprias da disciplina. No caso dos números racionais, esse conhecimento envolve compreender os diferentes significados das frações, suas representações, propriedades e relações matemáticas. Assim, o professor precisa conhecer, por exemplo, os significados de parte-todo, quociente, razão, medida e operador, bem como compreender as relações entre frações, números decimais e porcentagens. Esse domínio conceitual permite ao docente analisar situações matemáticas, interpretar estratégias de resolução e compreender os fundamentos das operações e propriedades envolvidas.

Já o conhecimento pedagógico do conteúdo corresponde à capacidade de transformar o conhecimento matemático em formas acessíveis aos

estudantes. Trata-se do saber específico da docência, relacionado à escolha de exemplos, analogias, representações e estratégias capazes de favorecer a compreensão dos conceitos matemáticos. Nesse sentido, o professor precisa antecipar possíveis dificuldades dos alunos, interpretar erros, compreender diferentes formas de raciocínio e selecionar intervenções pedagógicas adequadas para promover aprendizagens significativas. Esse conhecimento envolve não apenas “o que ensinar”, mas principalmente “como ensinar” e “por que ensinar” determinados conteúdos.

As contribuições de Ball, Thames e Phelps (2008) aprofundam essa discussão ao propor o modelo Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), evidenciando que o ensino de Matemática exige conhecimentos especializados, próprios da prática docente. Os autores diferenciam o conhecimento matemático comum, utilizado em situações cotidianas do conhecimento especializado do conteúdo, que envolve habilidades específicas do professor, como analisar soluções não convencionais, compreender raciocínios incompletos dos estudantes e explicar conceitualmente procedimentos matemáticos. Além disso, destacam a importância do conhecimento do conteúdo e dos estudantes, que permite ao professor antecipar dificuldades, prever erros e compreender as formas como os alunos pensam matematicamente.

Dessa forma, tanto Shulman quanto Ball, Thames e Phelps evidenciam que a docência é uma atividade complexa, que exige a mobilização articulada de diferentes saberes. Ensinar Matemática não significa apenas transmitir conteúdos, mas compreender os processos de aprendizagem, interpretar os raciocínios dos estudantes e construir estratégias capazes de favorecer a produção de significados matemáticos. Nesse contexto, o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo tornam-se dimensões fundamentais para a construção de práticas pedagógicas mais reflexivas, investigativas e significativas.

Metodologia

A pesquisa contou com a participação de 11 professoras que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, todas envolvidas em um processo formativo voltado à reflexão sobre o ensino dos números racionais. Como instrumento de produção de dados, foi utilizado um questionário, composto por 8 questões, elaborado com o objetivo de investigar os conhecimentos iniciais das participantes, tanto no que se refere ao conteúdo matemático

quanto ao conhecimento pedagógico do conteúdo relacionado aos diferentes significados dos números racionais.

Mais do que identificar respostas corretas ou incorretas, o questionário buscou compreender como as professoras interpretavam situações envolvendo frações, quais conceitos matemáticos mobilizavam e de que maneira analisavam pedagogicamente os raciocínios e dificuldades apresentados pelos estudantes. Nesse sentido, o instrumento permitiu revelar diferentes formas de compreender o ensino dos números racionais, evidenciando conhecimentos já consolidados, fragilidades conceituais e modos distintos de mobilizar estratégias pedagógicas diante das situações propostas.

A análise dos dados foi realizada à luz da Análise de Conteúdo proposta por Bardin (2016), possibilitando uma leitura cuidadosa e aprofundada das respostas produzidas pelas participantes. A partir dos sentidos recorrentes presentes nos registros, foram construídas categorias analíticas que permitiram compreender diferentes aspectos do conhecimento especializado docente mobilizado pelas professoras.

O percurso analítico foi realizado de forma cuidadosa e sistemática, envolvendo as etapas de pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. Inicialmente, realizou-se uma leitura flutuante dos dados coletados, permitindo um primeiro contato mais amplo e sensível com o material produzido pelas participantes. Na etapa de exploração do material, as respostas foram codificadas e organizadas em categorias e unidades de análise construídas a partir das regularidades observadas nos dados. Nesse processo, tornou-se possível compreender como as participantes articulavam conhecimentos matemáticos e pedagógicos, como interpretavam as produções dos estudantes e quais concepções orientavam suas intervenções em sala de aula.

O processo analítico possibilitou a construção de duas categorias centrais (Conhecimento de Conteúdo e Conhecimento Pedagógico), elaboradas a partir das regularidades observadas nos dados e das interpretações produzidas pelas cursistas (P) diante das situações propostas no questionário (Quadro 1).

Quadro 1: Síntese da análise

Questão	Significado/ Representação	Conhecimento de Conteúdo (CK)	Conhecimento Pedagógico (PCK)
Q1	Parte-todo	P1, P4, P7, P8, P10 e P11 demonstraram Conhecimento Comum do Conteúdo ao identificarem corretamente a resposta da aluna. Já P2, P5 e P9 apresentaram erros técnicos na comparação das frações,	Apenas P8 e P11 conseguiram analisar o raciocínio da estudante, identificando o chamado “viés do número natural”, no qual numeradores e denominadores são comparados isoladamente. A maioria limitou-se à validação do resultado.
Q2	Quociente	A maioria realizou corretamente o cálculo ($15 \div 3 = 5$). Entretanto, P7 afirmou que “naturais não têm frações”, revelando uma fragmentação conceitual importante sobre a inclusão dos naturais nos racionais.	As respostas concentraram-se no algoritmo da divisão, sem explorar pedagogicamente a ideia de que uma fração também pode representar um número inteiro.
Q3	Parte-todo	P1, P3, P4, P7 e P8 realizaram corretamente o cálculo. P5 e P6 apresentaram dificuldades em estabelecer a razão correta entre quantidade e pessoas.	P11 destacou-se pelo uso de representações pictóricas e partições, promovendo a conversão entre registros. P3 classificou a questão como “parte-todo”, reforçando a predominância desse significado no ensino das frações.
Q4	Parte-todo	Foi a questão com maior índice de erros técnicos. Muitas participantes demonstraram dificuldade em compreender “maioria” como relação matemática entre votos válidos e total considerado.	Nenhuma professora conseguiu propor uma mediação pedagógica articulada ao contexto de cidadania e matemática crítica, revelando dificuldades na transposição didática do conceito.
Q5	Parte-todo Razão	Embora todas tenham acertado o cálculo de 200 figurinhas, a maioria desconhecia o termo técnico “divisão equitativa”, revelando fragilidade conceitual	Apenas P2, P8 e P9 conseguiram realizar uma análise crítica adequada da situação, identificando corretamente a relação proporcional de $(1/6)$.
Q6	Parte-todo	Quase todas acertaram o resultado. Contudo, P2 e P9 demonstraram insegurança ao recorrerem ao decimal ($0,5 + 0,5$) para validar a soma das frações.	P4 e P11 identificaram corretamente o erro da aluna ao somar denominadores. P11 propôs o uso de discos de frações para favorecer a compreensão visual da unidade.

Q7	Representação decimal / Quociente	P1 a P9 e P11 acertaram a conversão de $(1/5 = 0,2)$. P10 apresentou erro conceitual ao validar a resposta 1,5.	A maioria das intervenções permaneceu mecânica, focada no algoritmo da divisão. P8 diferenciou-se ao utilizar a prova real aditiva.
Q8	Parte-todo	Apenas P1, P3 e P10 identificaram corretamente que as partes da janela não eram equivalentes.	Algumas participantes validaram a resposta incorreta do aluno por considerarem apenas a contagem das partes, desconsiderando a propriedade da equipartição.

Fonte: Elaborado para a pesquisa

Por fim, as categorias construídas foram interpretadas à luz dos referenciais teóricos adotados na pesquisa, estabelecendo um diálogo crítico e reflexivo entre os dados produzidos e o arcabouço teórico que fundamenta o estudo. Essa articulação permitiu atribuir sentido às manifestações das participantes e compreender de maneira mais aprofundada os conhecimentos mobilizados pelas professoras no ensino dos números racionais.

A investigação assumiu caráter qualitativo, uma vez que buscou compreender os significados atribuídos pelas docentes às situações propostas, valorizando os processos de interpretação, argumentação e reflexão evidenciados em suas respostas.

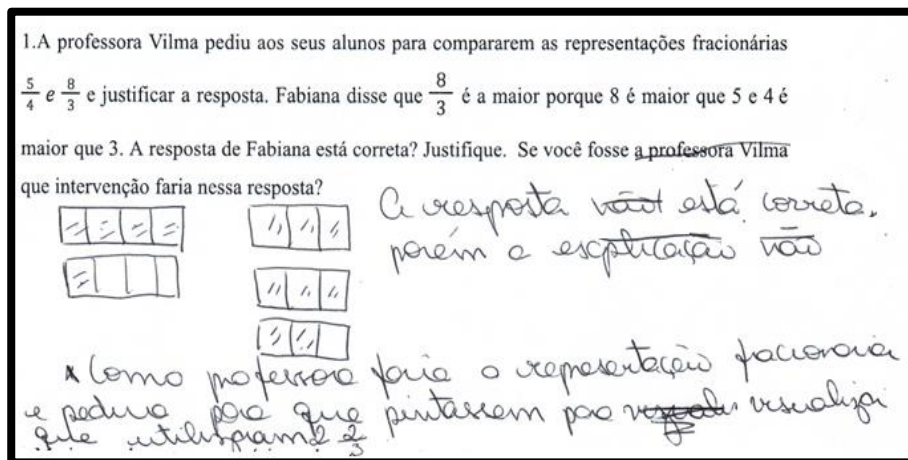
Análise e Discussão dos Resultados

A análise do instrumento evidencia que as professoras participantes, de maneira geral, demonstraram maior domínio do conhecimento de conteúdo (CK) do que do conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK), especialmente nas situações que exigiam interpretação do raciocínio dos estudantes, análise de erros e elaboração de intervenções pedagógicas mais significativas. Observa-se que, em grande parte das questões, as participantes conseguiram realizar corretamente os cálculos e identificar respostas matematicamente adequadas, revelando domínio do Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), conforme discutido por Ball, Thames e Phelps (2008). Entretanto, quando as situações exigiam compreender como o estudante pensou, interpretar equívocos conceituais ou propor mediações pedagógicas, emergiram fragilidades importantes relacionadas ao conhecimento especializado para o ensino.

Na Questão 1, por exemplo, embora várias professoras tenham identificado corretamente a resposta da aluna, apenas P8 e P11 (figura 1)

conseguiram interpretar pedagogicamente o raciocínio da estudante, ainda que parcialmente. Esse resultado revela que muitas participantes ainda concentram sua análise na validação do resultado, sem aprofundar a compreensão dos processos de pensamento mobilizados pelos estudantes.

Figura 1. Resposta de P11



Fonte: Organizado para a pesquisa.

A participante demonstrou sensibilidade pedagógica ao reconhecer que, embora a resposta da aluna estivesse correta, sua justificativa apresentava problemas conceituais. Essa percepção evidencia a capacidade de diferenciar resultado correto de raciocínio matemático adequado, aspecto importante do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo.

Ao propor o uso de representações pictóricas e atividades de pintura das frações, a professora revelou preocupação em favorecer a compreensão visual da relação entre parte e todo, mobilizando estratégias mais significativas para o ensino das frações. Ainda que não tenha considerado inicialmente a necessidade de preservar o mesmo inteiro nas representações, sua proposta evidencia uma tentativa de articular conhecimento matemático e mediação pedagógica voltada às dificuldades dos estudantes na comparação de frações.

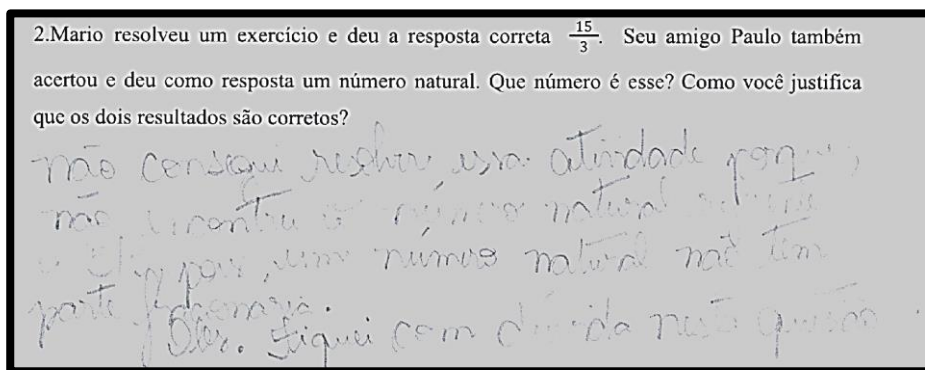
Tal aspecto reforça as discussões de Nunes e Bryant (1997) sobre as dificuldades das crianças em compreenderem frações como relações matemáticas e não apenas como números naturais isolados. Nessa perspectiva Nunes (2003) propõe uma possibilidade interessante para intervir nesta questão, que é usar da Intuição em Situações de Partilha, antes mesmo de

conhecerem os nomes das frações, as crianças conseguem comparar quantidades através de problemas de divisão. Se um grupo de crianças recebesse doces para dividir igualmente, quem acabaria ganhando mais doces: o grupo em que cada criança recebeu $\frac{5}{4}$ ou o grupo em que cada criança recebeu $\frac{8}{3}$? Explique como você pensou. Isso significa 5 pedaços de doce dividido em 4 partes iguais que corresponde a 1 doce inteiro e mais $\frac{1}{4}$ de outro. Já $\frac{8}{3}$ significa 8 pedaços de doce dividido em 3 partes iguais. Isso corresponde a 2 doces inteiros e mais $\frac{2}{3}$ de outro.

Assim, quem comeu $\frac{8}{3}$ comeu uma quantidade maior de doces, porque recebeu mais de dois doces, enquanto quem comeu $\frac{5}{4}$ comeu pouco mais de um doce.

Na Questão 2, relacionada ao significado quociente, a maioria das professoras realizou corretamente o cálculo da divisão, demonstrando domínio comum. Contudo, a fala de P7 — ao afirmar que “*um número natural não tem parte fracionária*” — evidencia uma fragilidade conceitual importante sobre a inclusão dos números naturais no conjunto dos racionais.

Figura 2. Resposta de P7



Fonte: Organizado para a pesquisa.

Além disso, as intervenções pedagógicas permaneceram centradas predominantemente no algoritmo da divisão, sem explorar conceitualmente a ideia de que uma fração também pode representar um número natural. Esse resultado evidencia uma tendência recorrente de valorização dos procedimentos em detrimento da construção de significados matemáticos mais amplos.

As Questões 3 e 6 revelaram resultados mais positivos em relação ao conhecimento pedagógico do conteúdo. P4, por exemplo, utilizou a representação decimal como estratégia para justificar a resposta apresentada, demonstrando buscar diferentes formas de representação para apoiar a compreensão matemática. Entretanto, sua análise pouco avançou na discussão conceitual sobre por que a resposta correta era igual a 1, permanecendo mais centrada na validação do resultado do que na exploração do significado matemático envolvido na composição da unidade.

Figura 3. Resposta de P4

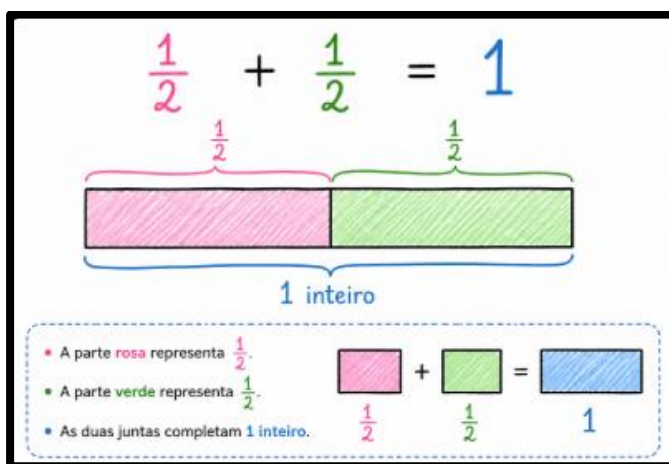
6. Na prova de matemática Vitoria resolveu a operação $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ e Juliano resolveu a mesma operação obtendo como resposta 1. Se você fosse professora dessa turma como explicaria as duas resoluções, justificando porque apenas uma delas é correta.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ $\begin{array}{r} 20 \cancel{1} 4 \\ 0 \quad 0,5 \end{array}$ R: Vitoria somou os numeradores e denominadores. Juliano somou meio + meio = 1. Então Juliano está correto.

Fonte: Organizado para a pesquisa.

As operações com frações precisam ser trabalhadas a partir de situações matemáticas significativas e contextualizadas, de modo que os estudantes possam construir sentidos para os procedimentos antes de chegar às técnicas operatórias formais. Nesse processo, as regras e algoritmos não devem constituir o ponto de partida da aprendizagem, mas sim um ponto de chegada, construído gradualmente a partir da compreensão conceitual das relações matemáticas envolvidas. Inicialmente, torna-se fundamental explorar situações do cotidiano e frações mais usuais, favorecendo experiências de divisão, comparação, medida e partilha, para que, posteriormente, os alunos consigam generalizar esses conhecimentos e compreender as regras operatórias de maneira mais consciente e significativa.

Figura 4. Exemplo de resposta



Fonte: Organizado para a pesquisa.

Nessa perspectiva, o grande desafio do ensino está justamente na transposição didática, ou seja, na capacidade de transformar o conhecimento matemático formal em algo acessível aos estudantes, sem perder sua essência conceitual. Ensinar Matemática implica criar caminhos que conduzam os alunos, de forma compreensiva, ao pensamento matemático mais elaborado, permitindo que as técnicas operatórias façam sentido dentro de um processo de construção do conhecimento. Miguel (2015), ao discutir o ensino das frações, destaca a importância das representações pictóricas como recurso pedagógico capaz de favorecer essa compreensão, especialmente em situações que envolvem relações parte-todo, equivalência e comparação de frações.

Entretanto, apesar da relevância dessas abordagens, observou-se que parte das participantes ainda priorizava estratégias centradas predominantemente na correção mecânica dos procedimentos. Em muitos casos, as intervenções permaneceram voltadas à aplicação de regras e algoritmos, sem aprofundar os significados matemáticos envolvidos nas situações propostas. Essa tendência evidencia o quanto o ensino das frações ainda é fortemente influenciado por práticas mais operatórias e menos investigativas.

Nesse sentido, as contribuições de Duval (2003; 2004) tornam-se fundamentais ao defender que a construção dos conceitos matemáticos ocorre por meio da coordenação entre diferentes registros de representação. Para o autor, o conhecimento matemático necessita de representações para ser

compreendido e desenvolvido, uma vez que sua natureza abstrata exige processos de visualização, interpretação e generalização. Assim, atividades que articulam desenhos, linguagem verbal, símbolos matemáticos, reta numérica e materiais manipuláveis favorecem a ampliação e o refinamento progressivo dos conceitos, permitindo que os estudantes avancem em direção a formas mais elaboradas e formalizadas de pensamento matemático.

A Questão 4 apresentou o maior índice de dificuldades conceituais e pedagógicas. Muitas professoras demonstraram dificuldade em compreender a ideia de “maioria” como uma relação matemática entre votos válidos e total considerado.

Figura 5. Resposta de P4

4. Leia a sentença:

Nas eleições brasileiras em dois turnos, ganha no primeiro turno quem tiver $\frac{1}{2}$ do total de votos mais um e no segundo turno a maioria simples.

a) A maioria simples indica $\frac{1}{2}$ do total de votos? Justifique

$$\frac{1}{2} = 0,5 + 1,0 = 1,5$$

b) Indique qual é o significado da fração $\frac{1}{2}$? Justifique

$$\frac{1}{2} = \frac{10}{20} \text{ ou } \frac{1}{2} = 0,5 \rightarrow \text{meio}$$

Fonte: Organizado para a pesquisa.

Além disso, nenhuma participante conseguiu propor uma mediação pedagógica articulada ao contexto de cidadania e matemática crítica, evidenciando fragilidades na transposição didática do conceito matemático para situações sociais mais amplas. Esse resultado aproxima-se das discussões de Skovsmose (2001), ao destacar a importância de relacionar o ensino da Matemática às práticas sociais e à formação crítica dos estudantes.

Na Questão 5, embora todas as professoras tenham acertado o cálculo matemático, observou-se desconhecimento do termo “divisão equitativa”, revelando fragilidades conceituais relacionadas à linguagem matemática e

pedagógica. Apenas P2, P8 e P9 conseguiram realizar uma análise mais consistente da situação, identificando corretamente a relação proporcional envolvida. Esse aspecto reforça as contribuições de Shulman (1986), ao evidenciar que dominar procedimentos não garante, necessariamente, um conhecimento pedagógico capaz de interpretar e ensinar conceitualmente os conteúdos.

Figura 6. Resposta de P2

5. A professora Juliana colocou o seguinte problema a seus alunos: João tinha 240 figurinhas e deu a seu primo 40 delas. Com quantas ele ficou? *doe*

a) Esse problema indica uma divisão equitativa? Justifique.

240
- 200

040

*não, pois é uma subtração 240 figurinhas
ele apenas deu 40 para seu primo e
não dividiu.*

b) Poderia representar com frações? Se sim, indique a representação fracionária da quantidade de figurinhas que o primo de João ganhou. Justifique.

*$\frac{1}{6}$, pois 240, então a João ganhou 40 figurinhas
240 representa 6 partes de 40 e João ganhou
1 parte do total de 6.*

c) Indique o significado dessa fração no problema.

*$\frac{1}{6} = 6$ partes de 40 = 240 e João
recebeu apenas 1 parte do total.*

Fonte: Organizado para a pesquisa.

A participante demonstra compreender corretamente que a situação não envolve uma divisão equitativa, justificando que houve apenas uma retirada de 40 figurinhas de um total de 240, e não uma repartição em partes iguais. Essa resposta revela domínio conceitual sobre a diferença entre subtração e divisão equitativa, aspecto importante do conhecimento matemático para o ensino.

Ao representar a fração correspondente à quantidade recebida pelo primo como $\frac{1}{6}$, a professora demonstra compreender a relação parte-todo presente na situação. Sua justificativa evidencia que ela reconhece que 240 pode ser pensado como composto por seis grupos de 40, dos quais o primo

recebeu uma dessas partes. Esse raciocínio mostra uma compreensão relacional da fração, indo além da simples manipulação numérica e aproximando-se do significado parte-todo discutido por Kieren (1980), para quem os números racionais representam relações entre quantidades e não apenas números isolados.

Do ponto de vista do conhecimento especializado para ensinar Matemática, a resolução evidencia aspectos importantes do que Ball, Thames e Phelps (2008) denominam de conhecimento especializado do conteúdo. A professora não apenas resolve corretamente a situação proposta, mas também consegue justificar matematicamente a relação entre o inteiro e a parte considerada, demonstrando compreender os significados envolvidos na construção da fração. Ao explicar que “240 representa 6 partes de 40”, a participante mobiliza uma interpretação proporcional relevante para o ensino dos números racionais, evidenciando que compreende a fração como uma relação entre quantidades e não apenas como uma escrita numérica.

A análise também revela elementos do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, discutido por Shulman (1986; 1987). A professora demonstra preocupação em construir uma justificativa conceitual para sua resposta, buscando explicar o significado da fração dentro do contexto da situação apresentada. Essa postura evidencia um movimento que ultrapassa a simples aplicação de procedimentos, pois a participante procura atribuir sentido matemático à resolução, articulando o conceito de fração à ideia de parte-todo e à relação proporcional envolvida no problema.

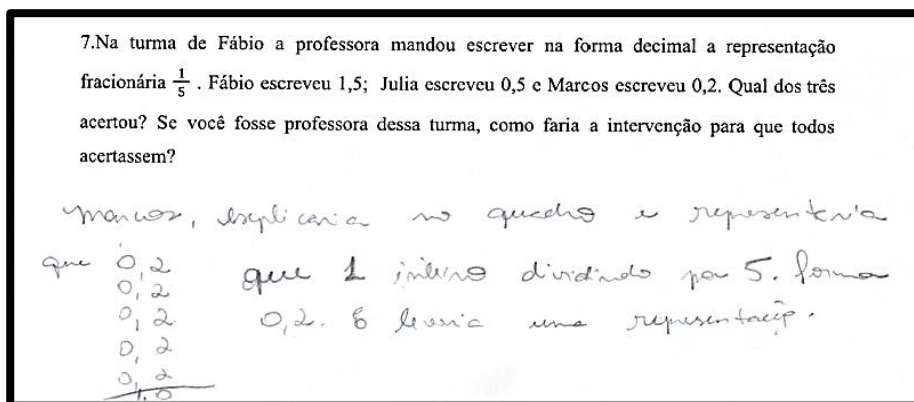
As contribuições de Nunes e Bryant (1997) também ajudam a compreender essa situação, ao defenderem que a aprendizagem das frações deve partir de experiências de divisão, comparação e proporcionalidade. Para os autores, o ensino das frações precisa favorecer a construção de significados, permitindo que os estudantes compreendam as relações entre parte, todo e unidade de referência. Nesse sentido, embora a professora demonstre domínio conceitual da situação, a ausência de estratégias pedagógicas mais diversificadas sugere que ainda há espaço para ampliar o conhecimento especializado relacionado ao ensino dos números racionais.

De maneira geral, a imagem evidencia que a participante possui um conhecimento matemático consistente sobre o significado parte-todo das frações e consegue interpretar corretamente a situação proposta. Contudo, também revela a importância de fortalecer conhecimentos pedagógicos relacionados às diferentes formas de representação e mediação didática,

aspectos fundamentais para promover aprendizagens mais significativas no ensino dos números racionais.

Na Questão 7, relacionada à conversão entre fração e número decimal, a maioria das participantes demonstrou domínio operacional da relação entre diferentes representações dos números racionais. Entretanto, as intervenções pedagógicas permaneceram majoritariamente mecânicas, centradas no algoritmo da divisão. Apenas P8 apresentou uma estratégia diferenciada ao utilizar a prova real aditiva para validar a magnitude do número racional, evidenciando maior preocupação com a compreensão conceitual do estudante. Esse resultado reforça as discussões de Ponte (2014) sobre a predominância de práticas voltadas à aplicação de regras e algoritmos no ensino da Matemática.

Figura 7. Resposta de P8



Fonte: Organizado para a pesquisa.

Em sua explicação, a professora escreve sucessivas representações de 0,2 até chegar ao total de 1, indicando a compreensão de que cinco grupos de 0,2 compõem uma unidade inteira. Essa estratégia revela uma tentativa de atribuir significado ao número decimal para além da simples aplicação mecânica do algoritmo da divisão.

Do ponto de vista do conhecimento do conteúdo, a resolução demonstra que a participante compreende a relação entre fração e número decimal, reconhecendo que $\frac{1}{5}$ corresponde a uma das cinco partes iguais da unidade. Além disso, sua justificativa sugere entendimento da ideia de composição da unidade, aspecto fundamental na aprendizagem dos números racionais. Esse conhecimento aproxima-se das discussões de Kieren (1980),

que compreende os números racionais como relações multiplicativas construídas a partir de diferentes significados, entre eles o quociente e a medida.

A estratégia utilizada pela professora também evidencia aspectos do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. Ao propor uma explicação no quadro utilizando repetições de 0,2 até completar o inteiro, a participante demonstra preocupação em tornar o conceito mais compreensível aos estudantes, buscando estabelecer relações entre a representação decimal e a ideia de unidade. Sua intervenção sugere uma tentativa de articular o procedimento matemático com uma interpretação conceitual da fração.

Além disso, a resposta revela elementos do conhecimento especializado discutido por Ball, Thames e Phelps (2008), especialmente no que se refere à capacidade de interpretar erros e compreender diferentes formas de representação dos números racionais. A professora identifica corretamente que 1,5 e 0,5 não representam $\frac{1}{5}$, reconhecendo que muitos estudantes ainda apresentam dificuldades na compreensão da magnitude dos números decimais e na relação entre fração e divisão.

Entretanto, embora a intervenção apresente potencial pedagógico, observa-se que ela permanece relativamente restrita à repetição numérica, sem explorar outras possibilidades de representação que poderiam favorecer ainda mais a compreensão conceitual dos estudantes.

As discussões de Ponte (2014) também contribuem para a análise dessa situação ao destacar que muitos professores possuem domínio operacional dos procedimentos, mas encontram dificuldades em interpretar pedagogicamente os raciocínios dos estudantes e em construir intervenções mais investigativas. No caso analisado, a professora demonstra um movimento importante em direção à compreensão conceitual, mas ainda limitado pela predominância da representação algorítmica.

As contribuições de Nunes e Bryant (1997) reforçam que a aprendizagem dos números racionais depende da construção de significados relacionados à divisão, proporcionalidade e medida. A estratégia utilizada pela participante aproxima-se dessa perspectiva ao tentar mostrar que cinco grupos de 0,2 formam a unidade, favorecendo a percepção da relação entre parte e todo.

Por fim, a Questão 8 evidenciou dificuldades importantes relacionadas ao conceito de equipartição. Apenas três professoras

conseguiram identificar corretamente que as partes da janela não eram equivalentes. Algumas participantes validaram respostas incorretas dos estudantes por considerarem apenas a contagem das partes, desconsiderando a necessidade de que as divisões fossem equivalentes para representar corretamente uma fração.

Figura 8: Resposta de P2

FAPESP  **FUNDAÇÃO DE AMPARO À PESQUISA DO ESTADO DE SÃO PAULO**

Universidade  **Cruzeiro do Sul**

8. A professora Edda propôs a seguinte atividade a sua turma:

1 Pedro está limpando uma janela de vidro e já limpou $\frac{2}{3}$ da janela. Pinte a parte que ele não limpou ainda.



Escreva como se lê as seguintes partes.

▲ Parte da janela que Pedro já limpou: dois terços - mas eles responderam: limpa

■ Parte da janela que Pedro não limpou: um terço - e ficou

106

Um dos alunos representou a parte pintada como um sexto do inteiro. Observe:



Você concorda com essa resposta? justifique a sua resposta.

Não, é bom que uma janela tá confusa
para se fazer as partes tem que ser iguais

Fonte: Organizado para a pesquisa.

A participante discorda da resposta do aluno e justifica que “para que sejam frações as partes têm que ser iguais”, demonstrando reconhecer um dos princípios fundamentais do significado parte-todo: a necessidade de equipartição da unidade.

Do ponto de vista do conhecimento do conteúdo matemático, a resposta da professora evidencia compreensão conceitual importante sobre a construção das frações. Ao identificar que as divisões da janela não representam partes equivalentes, a participante demonstra entender que uma fração não depende apenas da quantidade de partes destacadas, mas da relação proporcional entre a parte considerada e o todo. Esse entendimento aproxima-se das discussões de Kieren (1980), que define os números racionais como relações estabelecidas entre partes equivalentes de uma unidade.

A professora não apenas identifica que a resposta do aluno está incorreta, mas compreende conceitualmente a origem do erro, percebendo que o estudante realizou apenas uma contagem visual das divisões sem considerar a equivalência das partes. Esse tipo de interpretação exige um conhecimento matemático específico da docência, relacionado à capacidade de analisar erros, compreender raciocínios não convencionais e identificar obstáculos conceituais frequentes na aprendizagem das frações.

As contribuições de Nunes e Bryant (1997) também ajudam a compreender a dificuldade apresentada pelo estudante. Para os autores, muitas crianças interpretam frações inicialmente apenas pela contagem de partes, sem compreender a relação proporcional entre parte e todo. Isso faz com que associem fração apenas ao número de divisões aparentes da figura, ignorando a necessidade de equivalência entre as partes.

Além disso, a situação revela um aspecto importante discutido por Artigue (1990): os obstáculos didáticos relacionados ao ensino das frações frequentemente surgem quando as representações visuais induzem interpretações baseadas apenas na percepção imediata. Nesse caso, a janela aparenta estar dividida em várias partes, mas essas partes não possuem o mesmo tamanho, exigindo do professor um olhar conceitual mais refinado para conduzir a discussão matemática.

Considerações Finais

Os resultados da pesquisa evidenciam que as professoras participantes possuem um conhecimento matemático funcional, especialmente no que se

refere à realização de procedimentos operatórios envolvendo frações e números decimais, como soma de frações homogêneas e conversão entre diferentes registros numéricos. Contudo, as análises revelam que esse domínio operacional nem sempre está acompanhado de uma compreensão conceitual mais aprofundada acerca dos significados dos números racionais e das possibilidades de ensiná-los de maneira significativa aos estudantes.

Nesse sentido, a pesquisa reforça que o ensino dos números racionais constitui um campo complexo da prática docente, exigindo muito mais do que o simples domínio de regras, algoritmos e técnicas operatórias. As respostas produzidas pelas participantes mostram que, embora a maioria consiga identificar resultados corretos e resolver cálculos matemáticos, ainda persistem fragilidades importantes relacionadas ao conhecimento pedagógico do conteúdo, sobretudo em situações que demandam interpretar o pensamento dos estudantes, compreender erros conceituais e elaborar intervenções pedagógicas capazes de favorecer a construção de significados matemáticos.

Os dados evidenciam, portanto, que ensinar números racionais implica mobilizar conhecimentos especializados que articulem domínio conceitual, compreensão dos processos de aprendizagem e capacidade de transformar o conhecimento matemático em experiências acessíveis e significativas para os alunos. Mais do que validar respostas corretas, torna-se necessário compreender os caminhos percorridos pelos estudantes, suas estratégias, dúvidas e formas de raciocínio, favorecendo práticas pedagógicas mais investigativas, reflexivas e centradas na aprendizagem matemática.

As análises mostraram que o significado parte-todo continua sendo predominante nas compreensões e práticas das participantes. Em muitas situações, as frações foram compreendidas prioritariamente como “partes pintadas” ou associadas exclusivamente à ideia de divisão, o que limita a exploração de outros significados fundamentais dos números racionais, como quociente, medida, razão e operador. Essa predominância contribui para a construção de compreensões mais operatórias e menos conceituais acerca das frações.

Outro aspecto importante evidenciado pela pesquisa refere-se à dificuldade das participantes em interpretar pedagogicamente os raciocínios dos estudantes. Em diversas questões, observou-se uma tendência de validação mecânica das respostas, centrada predominantemente na identificação do acerto ou erro, sem aprofundar a análise dos processos de pensamento mobilizados pelos alunos. Esse movimento evidencia a

necessidade de fortalecer processos formativos que favoreçam o desenvolvimento do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, conforme discutido por Shulman (1986; 1987), e do Conhecimento Especializado para o Ensino da Matemática, proposto por Ball, Thames e Phelps (2008).

De maneira geral, os resultados evidenciam que ensinar números racionais exige muito mais do que dominar algoritmos e procedimentos. Torna-se necessário desenvolver um conhecimento especializado capaz de articular conceitos matemáticos, interpretação dos raciocínios dos estudantes e estratégias pedagógicas que favoreçam a construção de significados. Mais do que ensinar técnicas operatórias, formar professores para o ensino dos números racionais implica ajudá-los a compreender os caminhos percorridos pelos alunos, seus erros, estratégias e formas de pensar matematicamente.

Referências

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, Thousand Oaks, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat**, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 266-297, 2011.

MIGUEL, José Carlos. Sobre o ensino de números racionais em sua representação fracionária: uma proposta de tratamento metodológico. In: MIGUEL, José Carlos; REIS, Marta dos. **Formação docente: perspectivas teóricas e práticas pedagógicas**. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2015. p. 97-116. DOI: <https://doi.org/10.36311/2015.978-85-7983-649-7.p97-116>

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PONTE, João Pedro da. Conhecimento didático e desenvolvimento profissional do professor de Matemática. In: PONTE, João Pedro da. **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014.

SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

7 - Possibilidades e Potencialidades da *Lesson Study* na Formação continuada de professores: reflexões sobre o ensino e a aprendizagem dos Números Racionais nos 4º e 5º anos.

Loise Tarouquela Medeiros

Introdução

A formação continuada de professores constitui uma temática amplamente discutida nas pesquisas educacionais contemporâneas, especialmente diante dos desafios impostos às escolas e aos sistemas de ensino. Embora diferentes políticas públicas tenham sido implementadas ao longo das últimas décadas, ainda são frequentes as críticas a modelos formativos caracterizados por ações pontuais, descontextualizadas das necessidades reais dos professores e pouco articuladas às práticas desenvolvidas em sala de aula. Em suas pesquisas, Nóvoa (2009) argumenta que a formação docente deve ser construída a partir da profissão, reconhecendo os professores como sujeitos ativos na produção de conhecimentos sobre o ensino. Nessa perspectiva, os processos formativos tornam-se mais significativos quando possibilitam aos docentes analisar suas experiências, compartilhar saberes e refletir coletivamente sobre os desafios encontrados em seu cotidiano profissional.

No campo da Educação Matemática, esse debate é especialmente importante devido às dificuldades históricas no ensino e na aprendizagem de alguns conteúdos. Entre eles, destacam-se os números racionais, já que diversas pesquisas apontam desafios persistentes na compreensão de conceitos como frações, razão, proporção e porcentagem. Estudos nacionais e internacionais mostram que muitos estudantes chegam aos anos finais do Ensino Fundamental com dificuldades relevantes para interpretar e usar números racionais em diferentes situações. Essas dificuldades não decorrem apenas das limitações dos estudantes, mas também das oportunidades de

aprendizagem oferecidas ao longo da escolarização e dos conhecimentos que os professores mobilizam em suas práticas pedagógicas.

Nesse sentido, diversos autores destacam que o ensino dos números racionais exige dos professores conhecimentos matemáticos e pedagógicos específicos, capazes de favorecer a compreensão dos múltiplos significados associados às frações e às diferentes formas de representação desses conceitos. Entretanto, pesquisas apontam que muitos docentes relatam inseguranças em relação a esses conteúdos, frequentemente associadas a lacunas presentes em suas formações iniciais.

Diante desse cenário, torna-se necessário investir em propostas formativas que possibilitem aos professores aprofundar seus conhecimentos matemáticos, refletir sobre suas práticas e construir coletivamente estratégias de ensino capazes de promover aprendizagens mais significativas para os estudantes.

Entre as metodologias que têm se destacado internacionalmente para esse propósito encontra-se o *Lesson Study*, conhecido no Brasil como Estudos de Aula. Originado no Japão, o *Lesson Study* caracteriza-se pela constituição de grupos colaborativos nos quais professores estudam conteúdos, planejam aulas, observam sua implementação e refletem coletivamente sobre os resultados obtidos. Diferentemente de modelos tradicionais de formação continuada, nos quais especialistas apresentam conhecimentos previamente elaborados para serem posteriormente aplicados pelos professores, o *Lesson Study* toma a própria prática docente como objeto de investigação. Nesse processo, a aula transforma-se em um espaço privilegiado de aprendizagem profissional, permitindo que os participantes produzam conhecimentos a partir da análise das aprendizagens dos estudantes e das decisões pedagógicas tomadas durante o ensino.

Segundo Lewis e Hurd (2011), a principal contribuição dos Estudos de Aula consiste na possibilidade de construir uma cultura profissional baseada na investigação coletiva da prática. Ao participar dos ciclos de planejamento, observação e reflexão, os professores desenvolvem uma compreensão mais profunda dos conteúdos matemáticos, das estratégias utilizadas pelos estudantes e das intervenções pedagógicas necessárias para favorecer a aprendizagem.

No contexto brasileiro, pesquisas desenvolvidas por Curi (2021), Ponte et al. (2016) e Fiorentini (2013) têm evidenciado o potencial do *Lesson Study* para promover processos significativos de desenvolvimento profissional

docente. Esses estudos destacam que a metodologia favorece a constituição de grupos colaborativos, fortalece a reflexão sobre a prática e amplia os conhecimentos matemáticos e pedagógicos dos participantes.

As reflexões apresentadas neste artigo foram produzidas no âmbito do projeto “Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagem dos Números Racionais nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental”, financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP). O projeto reuniu pesquisadoras, formadoras e professoras da rede estadual paulista em um processo colaborativo voltado ao estudo dos números racionais e à implementação de ciclos de *Lesson Study*. As autoras participaram do projeto, acompanhando os encontros presenciais e on-line, os momentos de estudo, os planejamentos colaborativos, as observações das aulas e as discussões reflexivas realizadas ao longo do percurso formativo. Dessa forma, o objetivo deste artigo é analisar as possibilidades e potencialidades do *Lesson Study* como estratégia de formação continuada de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, discutindo de que maneira a participação em ciclos de estudo, planejamento, observação e reflexão contribuiu para a ampliação dos conhecimentos matemáticos, para o fortalecimento da reflexão sobre a prática e para o desenvolvimento profissional das participantes.

***Lesson Study* e Desenvolvimento Profissional Docente**

O *Lesson Study*, conhecido no Japão como *Jugyō Kenkyū*, constitui uma das mais tradicionais estratégias de desenvolvimento profissional docente utilizadas naquele país. Sua origem remonta ao final do século XIX e está associada à construção de uma cultura profissional baseada no estudo colaborativo das práticas de ensino. O interesse internacional por essa metodologia intensificou-se a partir da publicação da obra *The Teaching Gap*, de Stigler e Hiebert (1999), na qual os autores destacam o papel dos Estudos de Aula no aperfeiçoamento das práticas pedagógicas e na melhoria da aprendizagem dos estudantes.

Segundo Lewis e Hurd (2011), o *Lesson Study* organiza-se em ciclos compostos por quatro etapas principais: estudo do conteúdo, planejamento colaborativo, observação da aula e reflexão coletiva. Essas etapas não devem ser compreendidas como momentos isolados, mas como componentes interdependentes de um processo contínuo de investigação da prática docente. O estudo do conteúdo permite aprofundar conhecimentos matemáticos e

curriculares relacionados aos objetivos de aprendizagem. O planejamento colaborativo favorece a análise de estratégias didáticas e a antecipação de possíveis respostas dos estudantes. A observação da aula possibilita coletar evidências sobre os processos de aprendizagem. Por fim, a reflexão coletiva promove a análise dos resultados obtidos e a construção de novos conhecimentos profissionais.

Ao discutir o *Lesson Study* como estratégia de formação, torna-se necessário situá-lo no campo mais amplo do desenvolvimento profissional docente. As discussões contemporâneas sobre formação de professores têm ampliado a compreensão desse desenvolvimento, superando perspectivas que o associavam exclusivamente à participação em cursos ou programas de atualização. Atualmente, entende-se que o desenvolvimento profissional constitui um processo contínuo de aprendizagem que acompanha toda a trajetória do professor e envolve a construção permanente de conhecimentos, crenças, valores e práticas relacionados ao ensino.

Day (2001) define o desenvolvimento profissional docente como o conjunto de experiências formais e informais que contribuem para a renovação e a ampliação dos conhecimentos profissionais dos professores ao longo da carreira. Essa perspectiva reconhece que a aprendizagem docente ocorre em múltiplos espaços e situações, sendo fortemente influenciada pelas experiências vividas na prática e pelas interações estabelecidas com outros profissionais.

Em consonância com essa perspectiva, Nóvoa (2009) reforça a defesa de que a formação deve ser construída “dentro da profissão”. Para o autor, os professores aprendem quando analisam suas experiências, compartilham saberes e participam de comunidades profissionais comprometidas com a reflexão e a investigação da prática. Nessa perspectiva, a escola deixa de ser apenas o local onde o professor trabalha e passa a constituir-se também como espaço de formação e produção de conhecimento.

O *Lesson Study* aproxima-se diretamente dessas concepções ao promover processos de aprendizagem profissional baseados na colaboração, na reflexão e na investigação das práticas de ensino. Em vez de receber orientações prontas, os professores assumem papel ativo na construção de conhecimentos, analisando situações concretas vivenciadas em suas salas de aula e produzindo coletivamente novas compreensões sobre o ensino e a aprendizagem.

Nesse cenário, as contribuições de Schön (2000) oferecem importantes fundamentos para compreender os processos formativos desenvolvidos por meio dos Estudos de Aula. Segundo o autor, os profissionais constroem conhecimentos a partir da reflexão sobre suas ações. Essa reflexão pode ocorrer durante a própria atividade profissional, quando o sujeito analisa situações inesperadas e toma decisões diante dos desafios encontrados, ou posteriormente, ao revisitar suas experiências e refletir sobre as escolhas realizadas. Schön denomina esses processos de reflexão-na-ação e reflexão-sobre-a-ação. Ambos desempenham papel fundamental na aprendizagem profissional, pois permitem que os professores interpretem situações complexas, analisem resultados e reconstruam suas práticas.

No contexto do *Lesson Study*, a reflexão encontra-se presente em todas as etapas do processo. Durante o planejamento, os participantes discutem objetivos de aprendizagem, analisam conteúdos e antecipam possíveis respostas dos estudantes. Durante a observação da aula, registram evidências relacionadas aos processos de aprendizagem. Posteriormente, nos momentos de discussão coletiva, refletem sobre os resultados obtidos e sobre as decisões pedagógicas adotadas.

Essa dinâmica favorece a construção de professores investigadores de sua própria prática, capazes de analisar criticamente suas ações e produzir conhecimentos a partir das experiências vivenciadas em sala de aula.

Entretanto, embora Schön enfatize a importância da reflexão, Zeichner (2008) chama atenção para os limites de uma perspectiva centrada exclusivamente na dimensão individual do trabalho docente. Para o autor, a reflexão torna-se mais potente quando realizada em contextos colaborativos, nos quais diferentes sujeitos podem compartilhar experiências, confrontar interpretações e construir novas compreensões sobre os problemas enfrentados na prática.

Essa perspectiva encontra forte correspondência nos princípios do *Lesson Study*. Durante os ciclos de estudo, planejamento, observação e reflexão, professores, pesquisadores e formadores discutem coletivamente conteúdos matemáticos, estratégias de ensino e evidências de aprendizagem dos estudantes. As interpretações produzidas deixam de ser exclusivamente individuais e passam a ser construídas de forma compartilhada, favorecendo análises mais amplas e consistentes dos processos de ensino e aprendizagem.

Hargreaves (1998) também destaca a colaboração como elemento essencial para o desenvolvimento profissional docente. Segundo o autor, o

isolamento profissional constitui uma das características históricas do trabalho docente e representa um obstáculo significativo à aprendizagem profissional. Ao promover espaços permanentes de diálogo, compartilhamento e reflexão coletiva, os Estudos de Aula contribuem para a construção de culturas colaborativas e para o fortalecimento da aprendizagem profissional dos professores.

Além da reflexão e da colaboração, outro referencial importante para compreender as contribuições do *Lesson Study* é apresentado por Shulman (1986), ao discutir o conceito de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Pedagogical Content Knowledge – PCK). Segundo o autor, ensinar não significa apenas dominar determinado conteúdo, mas compreender as formas mais adequadas de representá-lo para os estudantes. Isso envolve conhecer dificuldades frequentes, possíveis erros, estratégias didáticas e recursos capazes de favorecer a aprendizagem.

No caso dos números racionais, esse conhecimento assume particular relevância. Conceitos como fração, razão e proporção envolvem diferentes significados e formas de representação, exigindo dos professores não apenas domínio matemático, mas também compreensão das dificuldades que os estudantes podem apresentar ao longo do processo de aprendizagem.

Durante os ciclos de *Lesson Study*, os participantes analisam conceitos matemáticos, discutem estratégias de ensino e refletem sobre as produções dos estudantes. Esse processo favorece o desenvolvimento do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo e amplia a capacidade dos professores de tomar decisões pedagógicas fundamentadas.

Nessa mesma direção, as discussões sobre materiais curriculares também assumem papel importante na formação de professores. Brown (2009) argumenta que os materiais curriculares não devem ser compreendidos como instrumentos neutros ou prescrições a serem executadas mecanicamente pelos professores. Sua utilização envolve processos de interpretação, adaptação e tomada de decisões pedagógicas.

Nessa perspectiva, os professores atuam como intérpretes do currículo, mobilizando conhecimentos matemáticos, pedagógicos e contextuais para adequar as propostas às necessidades de seus estudantes. O *Lesson Study* favorece esse processo ao criar oportunidades para que os participantes analisem criticamente materiais curriculares, discutam objetivos de aprendizagem e reflitam sobre diferentes possibilidades de implementação das atividades.

Esse movimento contribui para o fortalecimento da autonomia profissional e para o desenvolvimento de uma postura investigativa diante do currículo e das práticas pedagógicas.

No contexto brasileiro, o interesse pelo *Lesson Study* tem crescido significativamente nas últimas décadas, especialmente no campo da Educação Matemática. Pesquisadores como Ponte, Nacarato, Fiorentini e Curi têm desenvolvido investigações que evidenciam as potencialidades dessa metodologia para a formação continuada de professores.

Entre essas contribuições, destacam-se os estudos reunidos em Curi (2021), nos quais os princípios dos Estudos de Aula são adaptados ao contexto educacional brasileiro. Nessas análises, assinala-se que a implementação do *Lesson Study* exige considerar características específicas das escolas, das redes de ensino e das culturas profissionais presentes no país.

Ainda nessa direção, Curi (2021) destaca que os Estudos de Aula favorecem a constituição de grupos colaborativos, a análise crítica de materiais curriculares, o desenvolvimento da autonomia docente e a construção de práticas investigativas voltadas à melhoria do ensino. Entre os elementos centrais dessa metodologia, destaca-se o planejamento colaborativo, que deixa de ser apenas uma preparação para a aula e passa a constituir um objeto de estudo do grupo. Além disso, os Estudos de Aula promovem uma aproximação entre pesquisa e prática escolar, permitindo que conhecimentos acadêmicos dialoguem com os desafios concretos enfrentados pelos professores em suas salas de aula.

Metodologia

A presente pesquisa possui abordagem qualitativa e foi desenvolvida no âmbito do projeto financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), intitulado *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagem dos Números Racionais nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental*, coordenado por Edda Curi. O projeto reuniu pesquisadoras, formadoras e professoras da rede estadual paulista em uma proposta de formação continuada fundamentada nos pressupostos do *Lesson Study*, ou Estudos de Aula, buscando promover o desenvolvimento profissional docente por meio de processos colaborativos de estudo, planejamento, observação e reflexão sobre a prática pedagógica.

A investigação insere-se no campo das pesquisas colaborativas em Educação, uma vez que foi construída em estreita articulação entre universidade e escola, reconhecendo os professores como participantes ativos na produção de conhecimentos sobre o ensino e a aprendizagem. Nessa perspectiva, a formação não foi concebida como um espaço de transmissão de conhecimentos produzidos externamente à escola, mas como um ambiente de diálogo e construção coletiva, no qual as experiências docentes, os resultados de pesquisas acadêmicas e os desafios cotidianos da prática pedagógica constituíram elementos centrais das discussões desenvolvidas pelo grupo.

As ações formativas ocorreram ao longo dos anos de 2024 e 2025 por meio de encontros presenciais e on-line realizados de forma alternada. Os encontros presenciais aconteciam aos sábados e os encontros síncronos on-line eram realizados nas noites de terça-feira, mantendo-se aproximadamente quinze dias de intervalo entre uma atividade e outra. Essa dinâmica permitiu que as discussões desenvolvidas nos encontros fossem continuamente articuladas às experiências vivenciadas pelas professoras em suas salas de aula, favorecendo a reflexão sobre situações reais de ensino e aprendizagem.

A organização dos encontros seguiu os princípios dos ciclos de Estudos de Aula descritos por Curi e colaboradores, envolvendo momentos de estudo de conteúdos matemáticos, análise curricular, discussão de tarefas, planejamento colaborativo, análise das aprendizagens dos estudantes e reflexão coletiva sobre as práticas desenvolvidas. Ao longo do processo formativo, foram discutidos temas relacionados ao ensino dos números racionais, incluindo os significados de parte-todo, quociente, razão e medida, bem como a distinção entre grandezas discretas e contínuas. Também foram realizadas análises de atividades matemáticas, habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e questões provenientes de avaliações externas, como a Prova Paulista, buscando compreender os conhecimentos matemáticos envolvidos nas tarefas e as possíveis dificuldades apresentadas pelos estudantes.

Um aspecto central dos ciclos formativos consistiu na análise coletiva das produções dos estudantes. Conforme destacam Utimura e Curi (2021), a compreensão das estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas envolvendo números racionais permite aos professores identificar conhecimentos mobilizados, dificuldades conceituais e formas de raciocínio construídas durante o processo de aprendizagem. Nessa perspectiva, os encontros formativos incluíam momentos dedicados à análise de resoluções

produzidas por estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, discutindo-se estratégias de resolução, erros recorrentes, diferentes formas de representação dos números racionais e possibilidades de intervenção pedagógica.

O foco dessas discussões não se restringia à identificação de respostas corretas ou incorretas, mas à compreensão dos processos de pensamento dos estudantes. Tal perspectiva encontra-se alinhada aos pressupostos dos Estudos de Aula, nos quais a aprendizagem dos alunos constitui o principal objeto de investigação dos professores. Assim, a análise das produções dos estudantes tornou-se elemento fundamental para o planejamento das aulas, para a reformulação de tarefas e para a reflexão sobre práticas pedagógicas voltadas à construção dos significados dos números racionais.

A participação das autoras no projeto envolveu o acompanhamento dos encontros presenciais e on-line, a análise dos relatórios produzidos ao longo do percurso formativo, bem como o acompanhamento dos momentos de planejamento da aula, observação da aula e reflexão coletiva. Essa inserção permitiu uma aproximação com os processos de aprendizagem profissional das participantes e favoreceu a compreensão das contribuições dos Estudos de Aula para a formação continuada de professores.

Para a presente investigação foram analisados, principalmente, os relatos reflexivos produzidos por duas professoras participantes do projeto, ambas atuantes no 5º ano do Ensino Fundamental. Com o objetivo de preservar suas identidades e atender aos princípios éticos da pesquisa em Educação, as participantes foram identificadas ao longo do texto como Professora A e Professora B. A escolha desses registros decorreu da riqueza das reflexões produzidas pelas docentes acerca de suas aprendizagens, dificuldades, desafios e transformações profissionais ao longo do percurso formativo.

A produção de dados envolveu diferentes fontes de informação, incluindo registros dos encontros presenciais e on-line, planejamentos colaborativos, materiais utilizados durante as formações, relatos reflexivos elaborados pelas professoras, registros produzidos pela pesquisadora-formadora e documentos analisados pelo grupo ao longo dos ciclos formativos. A utilização de múltiplas fontes permitiu ampliar a compreensão do fenômeno investigado e possibilitou a triangulação dos dados produzidos.

A análise foi realizada à luz dos pressupostos da pesquisa qualitativa, buscando compreender os significados atribuídos pelas participantes às

experiências vivenciadas no contexto dos Estudos de Aula. Inicialmente, procedeu-se à leitura integral dos materiais produzidos durante a pesquisa. Em seguida, foram identificadas unidades de significado relacionadas ao desenvolvimento profissional docente e às contribuições do *Lesson Study* para a formação continuada. Posteriormente, os dados foram organizados em categorias analíticas construídas a partir do diálogo entre os referenciais teóricos adotados e os elementos emergentes dos relatos das participantes. Esse processo possibilitou identificar aspectos relacionados à ampliação dos conhecimentos matemáticos, ao planejamento colaborativo, à reflexão sobre a prática, à análise curricular, ao desenvolvimento da autonomia docente e à constituição de grupos colaborativos de aprendizagem profissional.

Dessa forma, a metodologia adotada permitiu acompanhar os processos de aprendizagem profissional desenvolvidos pelas participantes ao longo dos ciclos formativos, evidenciando como a participação em um grupo colaborativo fundamentado nos Estudos de Aula pode contribuir para a construção de conhecimentos profissionais, para a reflexão sobre a prática pedagógica e para o fortalecimento do desenvolvimento profissional docente.

Resultados e discussão

Os relatos reflexivos produzidos pelas professoras participantes constituíram o principal corpus de análise desta pesquisa. A leitura dos registros permitiu identificar evidências de desenvolvimento profissional docente relacionadas à ampliação dos conhecimentos matemáticos, ao planejamento colaborativo, à reflexão sobre a prática, às discussões curriculares, ao fortalecimento da autonomia docente e à constituição de grupos colaborativos de aprendizagem profissional.

Ampliação dos conhecimentos matemáticos

Uma das contribuições mais evidentes do processo formativo refere-se à ampliação dos conhecimentos matemáticos relacionados aos números racionais. Os relatos revelam que a participação nos ciclos de Estudos de Aula possibilitou revisitar conceitos pouco explorados durante a formação inicial e aprofundar compreensões necessárias para o ensino desse conteúdo.

A Professora A reconhece limitações em sua formação matemática ao afirmar que “acreditava que teríamos aprofundamento na disciplina de Matemática, mas infelizmente isso não aconteceu”. De forma semelhante, a

Professora B relata que, ao iniciar sua participação na pesquisa, percebeu “quantas lacunas ficaram no meu aprendizado e formação pedagógica”, reconhecendo que muitas vezes reproduzia práticas semelhantes às que havia vivenciado como estudante. Essas reflexões evidenciam a importância dos espaços formativos voltados ao aprofundamento dos conhecimentos matemáticos para o ensino.

Ao longo dos encontros, as participantes passaram a discutir diferentes significados dos números racionais, como parte-todo, quociente, razão e medida, além das diversas formas de representação desses conceitos. A Professora B afirma que “teve um choque de realidade” ao perceber que seu conhecimento sobre números racionais era “muito raso” e que não compreendia vários de seus significados. Da mesma forma, a Professora A destaca a necessidade de compreender conceitos como grandezas discretas e contínuas para organizar situações de ensino mais significativas.

Esses resultados aproximam-se das contribuições de Shulman (1986), ao evidenciar que o conhecimento necessário para o ensino envolve não apenas o domínio do conteúdo, mas também a compreensão de suas representações, significados e dificuldades de aprendizagem.

Além disso, a ampliação dos conhecimentos matemáticos esteve diretamente relacionada à análise das aprendizagens dos estudantes. As professoras passaram a observar e interpretar as estratégias utilizadas pelos alunos, buscando compreender os raciocínios mobilizados durante a resolução das tarefas. Tal movimento aproxima-se dos achados de Utimura e Curi (2021), que destacam a importância da análise das produções dos estudantes para a construção do conhecimento profissional docente.

Planejamento colaborativo como espaço de aprendizagem profissional

Outra categoria fortemente evidenciada nos dados refere-se ao papel do planejamento colaborativo no desenvolvimento profissional das participantes. Nos ciclos de Estudos de Aula, o planejamento deixou de ser uma atividade individual para tornar-se um espaço de investigação, estudo e produção coletiva de conhecimentos.

Os relatos indicam que as professoras passaram a considerar aspectos que anteriormente não faziam parte de seu planejamento cotidiano, como a antecipação das possíveis estratégias dos estudantes, a análise das dificuldades conceituais e a elaboração de perguntas capazes de favorecer a construção dos conhecimentos matemáticos.

A Professora B afirma que “um bom planejamento é essencial para o desenvolvimento da aula”, pois permite antecipar dúvidas, buscar estratégias mais adequadas e refletir sobre a prática pedagógica. Já a Professora A destaca a importância de pensar “o que os estudantes precisarão para realizar a tarefa”, demonstrando preocupação com as condições de aprendizagem oferecidas aos alunos.

Tais resultados corroboram as contribuições de Curi (2021), que identifica o planejamento colaborativo como um dos elementos centrais dos Estudos de Aula, favorecendo a ampliação dos conhecimentos matemáticos, curriculares e pedagógicos dos participantes.

Reflexão sobre a prática e aprendizagem profissional

A reflexão coletiva constitui uma das características mais marcantes dos Estudos de Aula e aparece de forma recorrente nos relatos analisados. Ao longo do processo formativo, as professoras tiveram oportunidades de discutir produções dos estudantes, analisar aulas observadas e refletir sobre diferentes possibilidades de intervenção pedagógica.

A Professora B destaca que “a socialização pedagógica faz toda a diferença”, pois possibilita refletir sobre erros e acertos e promover melhorias contínuas na prática docente. Da mesma forma, ambas as participantes evidenciam que as discussões coletivas favoreceram novas formas de compreender as dificuldades dos estudantes e de organizar situações de ensino.

Esses resultados dialogam diretamente com Schön (2000) e Zeichner (2008), ao evidenciar que a aprendizagem profissional ocorre por meio da reflexão sistemática sobre a ação e da construção coletiva de conhecimentos profissionais.

Discussões curriculares e análise de materiais didáticos

Os dados também evidenciam a relevância das discussões curriculares realizadas durante os encontros. As professoras passaram a analisar habilidades curriculares, objetivos de aprendizagem e materiais didáticos relacionados ao ensino dos números racionais.

A Professora A destaca que o estudo das habilidades permitiu compreender aspectos fundamentais do planejamento, sintetizados nas questões: “O que vou ensinar? Como ensinar? Para quem vou ensinar?”. Já a

Professora B enfatiza a necessidade de analisar criticamente as atividades propostas nos materiais curriculares, verificando sua adequação às habilidades previstas.

Esses resultados aproximam-se das contribuições de Brown (2009), segundo as quais os materiais curriculares não devem ser compreendidos como instrumentos neutros, mas como recursos que exigem interpretação, adaptação e tomada de decisões pedagógicas.

Desenvolvimento da autonomia docente

Uma das contribuições mais significativas identificadas nos dados refere-se ao fortalecimento da autonomia profissional das participantes. Ao longo dos ciclos formativos, observou-se uma mudança gradual na forma como as professoras se relacionavam com os conteúdos matemáticos, os materiais curriculares e as decisões pedagógicas.

Os relatos mostram que as participantes passaram a compreender o currículo como um documento que exige análise crítica e adequação às necessidades dos estudantes. A Professora B afirma a importância de “planejar sempre as aulas com antecedência e fazer as adequações que achar necessárias”, evidenciando uma postura mais ativa diante das propostas curriculares.

Nessa perspectiva, a autonomia docente não se limita à liberdade de escolha de atividades, mas envolve a capacidade de tomar decisões fundamentadas a partir da análise dos conteúdos, dos materiais curriculares e das aprendizagens dos estudantes.

Constituição de grupos colaborativos de aprendizagem profissional

Outra potencialidade evidenciada refere-se à constituição de grupos colaborativos de aprendizagem profissional. Em oposição ao isolamento historicamente presente na docência, os Estudos de Aula criaram espaços permanentes de troca de experiências, reflexão e construção coletiva de conhecimentos.

A Professora B destaca a importância de “compartilhar mais experiências e dificuldades com outros profissionais”, enquanto a Professora A ressalta a necessidade de estar “alinhado com a sua equipe” para promover melhores resultados na aprendizagem dos estudantes.

Esses resultados corroboram as contribuições de Hargreaves (1998), que identifica a colaboração como elemento fundamental para a construção de culturas profissionais voltadas à aprendizagem. De forma semelhante, aproximam-se das discussões de Curi (2021), que compreende a constituição de grupos colaborativos como uma das principais potencialidades dos Estudos de Aula.

Considerando os diferentes aspectos evidenciados ao longo da análise, observa-se que a participação nos ciclos de Estudos de Aula favoreceu processos significativos de desenvolvimento profissional docente. As evidências produzidas indicam avanços relacionados aos conhecimentos matemáticos, ao planejamento colaborativo, à reflexão sobre a prática, à análise curricular, à autonomia docente e à constituição de comunidades colaborativas de aprendizagem. O Quadro 1 sintetiza as principais potencialidades identificadas nesta pesquisa.

Quadro 1. Síntese das aprendizagens e reflexões das professoras participantes nos ciclos de Estudos de Aula

Categoria de análise	Evidências dos relatos das professoras	Interpretação
Ampliação dos conhecimentos matemáticos	“Percebi quantas lacunas ficaram no meu aprendizado e formação pedagógica” (Professora B). “Acreditava que teríamos aprofundamento na disciplina de Matemática, mas infelizmente isso não aconteceu” (Professora A).	Os Estudos de Aula favoreceram a revisão e o aprofundamento de conceitos relacionados aos números racionais e seus diferentes significados.
Compreensão dos significados dos números racionais	“Percebi que o meu aprendizado sobre os números racionais era muito raso e que não compreendia muitos de seus significados” (Professora B).	As participantes ampliaram a compreensão sobre parte-todo, quociente, razão, medida e diferentes representações dos números racionais.
Planejamento colaborativo	“Um bom planejamento é essencial para o desenvolvimento da aula” (Professora B). “Encontrar a melhor forma que o professor ensinará e o que os estudantes precisarão para realizar a tarefa” (Professora A).	O planejamento tornou-se um espaço de estudo, investigação e antecipação das estratégias e dificuldades dos estudantes.
Reflexão sobre a prática	“A socialização pedagógica faz toda a diferença, pois nos ajuda a evoluir continuamente” (Professora B).	A reflexão coletiva favoreceu a revisão de concepções, estratégias de ensino e formas de compreender as aprendizagens dos estudantes.
Análise das aprendizagens dos estudantes	“Refletir sobre o que os estudantes já sabem e possíveis causas que os	A observação das produções dos estudantes passou a orientar as

	levaram a não conseguir responder corretamente” (Professora B).	decisões pedagógicas e a construção de novas estratégias de ensino.
Discussões curriculares	“Ao conhecer bem as habilidades, o professor consegue planejar suas aulas com mais clareza” (Professora A).	A análise das habilidades curriculares favoreceu maior compreensão dos objetivos de aprendizagem e dos conteúdos matemáticos.
Desenvolvimento da autonomia docente	“Planejar sempre as aulas com antecedência e fazer as adequações que achar necessárias” (Professora B).	As professoras passaram a assumir uma postura mais crítica e ativa diante dos materiais curriculares e das decisões pedagógicas.
Constituição de grupos colaborativos	“Buscar novas estratégias e compartilhar mais experiências e dificuldades com outros profissionais” (Professora B). “Para melhor ajuda, estar alinhado com a sua equipe” (Professora A).	O trabalho colaborativo fortaleceu a troca de experiências, a produção coletiva de conhecimentos e o desenvolvimento profissional.
Desenvolvimento profissional docente	“Concluimos o primeiro ano do projeto enriquecidos com as aprendizagens adquiridas” (Professora A).	A participação nos Estudos de Aula promoveu mudanças nas concepções e práticas das participantes, articulando conhecimentos matemáticos, pedagógicos e curriculares.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Considerações finais

O presente estudo teve como objetivo analisar as possibilidades e potencialidades do *Lesson Study* como estratégia de formação continuada de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, tomando como referência as experiências desenvolvidas no âmbito de um projeto financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

As análises realizadas permitem afirmar que a participação nos ciclos de Estudos de Aula favoreceu processos significativos de desenvolvimento profissional docente. A articulação entre estudo, planejamento, observação e reflexão sobre a prática possibilitou às professoras ampliar conhecimentos matemáticos e pedagógicos, analisar criticamente materiais curriculares e construir novas compreensões acerca dos processos de ensino e aprendizagem. Nesse contexto, o planejamento colaborativo e os momentos de reflexão coletiva constituíram-se como elementos centrais para a construção de conhecimentos profissionais e para a ressignificação das práticas pedagógicas.

Outro aspecto que merece destaque refere-se à constituição de grupos colaborativos de aprendizagem profissional. A interação entre pesquisadoras,

formadoras e professoras favoreceu a produção coletiva de conhecimentos e a construção de um ambiente formativo pautado no diálogo, na problematização da prática e na reflexão compartilhada, contrapondo-se a modelos de formação marcados pela transmissão de conteúdos e pelo trabalho docente isolado.

Os resultados também indicam que a participação nos Estudos de Aula contribuiu para o fortalecimento da autonomia profissional das professoras. Ao analisar, adaptar e justificar pedagogicamente suas escolhas curriculares e metodológicas, as participantes assumiram uma postura mais investigativa e reflexiva diante dos desafios do ensino de Matemática, especialmente no que se refere ao trabalho com números racionais nos Anos Iniciais.

Dessa forma, conclui-se que o *Lesson Study* apresenta potencial para constituir-se como uma abordagem formativa capaz de promover o desenvolvimento profissional docente de maneira contextualizada e colaborativa. Mais do que uma metodologia de formação, configura-se como um processo de investigação da prática que possibilita aos professores produzir conhecimentos sobre o ensino a partir dos problemas reais vivenciados em sala de aula.

As contribuições desta pesquisa também apontam para a importância de políticas e programas de formação continuada que valorizem espaços coletivos de estudo, planejamento e reflexão, favorecendo a aproximação entre universidade e escola. Além disso, evidenciam a necessidade de fortalecer oportunidades formativas que articulem o aprofundamento dos conhecimentos matemáticos ao desenvolvimento de competências profissionais relacionadas à análise curricular, à tomada de decisões pedagógicas e à compreensão das aprendizagens dos estudantes.

Por fim, considera-se que futuras pesquisas poderão ampliar a compreensão sobre as contribuições do *Lesson Study* em diferentes contextos educacionais, investigando seus desdobramentos tanto no desenvolvimento profissional docente quanto nas aprendizagens dos estudantes. Estudos dessa natureza poderão contribuir para consolidar evidências sobre o potencial dessa abordagem na formação de professores que ensinam matemática na Educação Básica.

Referências

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BROWN, Margaret. The teacher-tool relationship: theorizing the design and use of curriculum materials. In: REMILLARD, J.; HERBEL-EISENMANN, B.; LLOYD, G. (Org.). **Mathematics teachers at work: connecting curriculum materials and classroom instruction**. New York: Routledge, 2009.

COCHRAN-SMITH, Marilyn; LYTLER, Susan. Relationships of knowledge and practice: teacher learning in communities. **Review of Research in Education**, v. 24, p. 249-305, 1999.

CURI, Edda. **Estudos de Aula na formação de professores que ensinam matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

DAY, Christopher. **Desenvolvimento profissional de professores: os desafios da aprendizagem permanente**. Porto: Porto Editora, 2001.

FIORENTINI, Dario. **Desenvolvimento profissional e comunidades investigativas**. Campinas: Mercado de Letras, 2013.

HARGREAVES, Andy. **Os professores em tempos de mudança**. Lisboa: McGraw-Hill, 1998.

LEWIS, Catherine; HURD, Jacqueline. **Lesson Study step by step: how teacher learning communities improve instruction**. Portsmouth: Heinemann, 2011.

NÓVOA, António. **Professores: imagens do futuro presente**. Lisboa: Educa, 2009.

PONTE, João Pedro et al. Estudos de Aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 868-891, 2016.

SCHÖN, Donald. **Educando o profissional reflexivo**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SHULMAN, Lee. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

STIGLER, James; HIEBERT, James. **The Teaching Gap**. New York: Free Press, 1999.

UTIMURA, Grace Z.; CURI, Edda. Índícios de aprendizagens de alunos de 4º ano sobre os números racionais envolvendo o significado quociente. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 23, n. 1, p. 632-654, 2021. DOI: 10.23925/1983-3156.2021v23i1p632-654.

ZEICHNER, Kenneth. Uma análise crítica sobre a reflexão como conceito estruturante na formação docente. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 29, n. 103, p. 535-554, 2008.

8 - O Ensino de Números Racionais no 5º Ano: Narrativa Docente de uma educadora no Contexto da Lesson Study

Simone Oliveira dos Santos

Adriana Ferreira Tiburtino

Fernanda Barros Müller

Introdução

Este capítulo apresenta reflexões narrativas iniciais de uma professora do 5º ano do Ensino Fundamental, em relação a sua participação no Projeto de Pesquisa em *Lesson Study* (Estudos de Aula) com foco no ensino e aprendizagem dos Números Racionais. Essas reflexões foram desenvolvidas no âmbito de um Projeto de Pesquisa mais amplo intitulado *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagens dos Números Racionais nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental: um projeto piloto envolvendo Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo*, que está alocado na linha de pesquisa =Currículo, Avaliação e Formação de Professores no Ensino de Ciências e Matemática, e se articula com as pesquisas que estão em andamento no Grupo de Pesquisa CCPPM - "Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que Ensinam Matemática"- do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul.

Ressaltamos que o Projeto de pesquisa está em andamento e terá duração de 24 meses, no qual iniciou-se no segundo semestre de 2024 e nesse sentido o texto expõe as percepções iniciais de uma das professoras participantes que atua no 5º ano *em uma escola* pertencente a diretoria Leste 1.

Refletindo sobre isso, os formadores envolvidos no Projeto compreenderam que a metodologia de formação *Lesson Study* seria a adotada, tendo como premissa nos encontros a promoção de uma dinâmica de atitude de reflexão colaborativa, a partir de um espaço no qual possibilita aos professores escrutinar suas práticas, suas crenças e apresentação de suas demandas nas narrativas orais e/ ou escritas de suas experiências.

Ancorados nos estudos de Passegi (2021) acreditamos que as narrativas dos professores em seus relatórios, possibilitam ao professor uma reflexão sobre a sua prática mais aprofundada do que a simples constatação oral. Ao registrar sobre o desenvolvimento das atividades planejadas, suas práticas, as dificuldades e avanços de seus estudantes sobre o Ensino dos Números Racionais, o professor constrói uma experiência de reflexão organizada, produzindo, para ele mesmo, um conhecimento novo mais aprofundado sobre o seu desenvolvimento docente, sobre o que sabe e o que não sabe a respeito desse tema da Matemática e seu ensino.

O *Lesson Study* é uma metodologia de formação, que teve origem no Japão e tem como referência o estudo de uma ou mais aulas, possibilitando aprofundar questões relativas ao ensino e a aprendizagem, a partir de temas que os professores indicam que os estudantes tenham dificuldade em aprender ou mesmo que consideram difíceis de serem ensinados. A metodologia envolve etapas de planejamento, observação e reflexão da aula. Desse modo, objetiva-se melhorar as aprendizagens dos estudantes e o desenvolvimento profissional de professores.

Segundo Martins, Curi e Borelli (2023), o *Lesson Study* é uma metodologia de formação de professores, robustamente centrado na prática do professor (Ponte *et al*, 2016) e sustentado na colaboração e reflexão (Lewis, 2002), que acarreta o desenvolvimento profissional em Matemática, abrangendo uma das pluralidades de suas dimensões como os conhecimentos profissionais, as aprendizagens, as mudanças na Prática e a cultura profissional. Assim, a metodologia se desdobra em etapas, seguindo os princípios basilares do contexto japonês —1. O planejamento da aula; 2. O desenvolvimento da aula planejada e 3. reflexão sobre essa aula baseados nos registros produzidos pelos observadores (Lewis, 2002).

Convém destacar que, neste grupo de formadores, o processo formativo *Lesson Study* tem como pressuposto utilizarem materiais didáticos curriculares da Rede de Ensino a qual os professores trabalham, esse é, sem dúvida, um diferencial da metodologia usada em outros países.

Consoante ao exposto, o objetivo deste estudo é identificar alguns aspectos da constituição e desenvolvimento da identidade profissional de uma professora, que atua no 5º ano do Ensino Fundamental participante do processo formativo *Lesson Study*, com foco nos Números Racionais. Com esse objetivo, apoiados em uma abordagem qualitativa, empregamos a reflexividade narrativa como tipologia de pesquisa à medida que

compreendemos que ao narrar a sua trajetória, o professor, tomado de consciência reflexiva, (re)constrói outra versão de si e tem uma consciência mais ampla do seu processo de desenvolvimento profissional.

Identidade profissional do professor e desenvolvimento profissional

O conceito de Identidade Docente é um conceito complexo e multifacetado, que se constrói ao longo de sua trajetória profissional. O que afirma Gatti, (1996) dizendo que o professor é um ser em movimento, constituído por múltiplos elementos que determinam o seu modo de ser profissional: seus valores, suas crenças, suas atitudes, suas expectativas e seus interesses.

De acordo com Cyrino (2017), a Identidade Profissional de Professores que ensinam matemática é construída a partir de um conjunto de crenças e concepções que o professor em formação possui. Essas crenças estão ligadas a quatro elementos: ao seu autoconhecimento, às suas emoções e aos conhecimentos sobre a própria profissão, além de sua autonomia e compromisso político. Esses elementos são apresentados de forma descritivas cada um no quadro 1, que subsidiará nossas análises.

Pontuamos que esses elementos não existem isoladamente; eles estão interconectados de forma indissociável. Além disso, essa identidade é influenciada por uma série de fatores pessoais, culturais, psicológicos, sociais, contextuais e políticos (Rodrigues; Cyrino, 2024).

Opção Metodológica

Nosso estudo adota uma abordagem qualitativa, focando especificamente na reflexividade narrativa. De acordo com Passeggi (2021), a reflexividade narrativa é o ato único de narrar e refletir sobre experiências vividas. Esse processo oferece uma poderosa oportunidade de atribuir significado a eventos que antes não o tinham. Ao organizar esses acontecimentos, a pessoa que narra pode construir uma nova versão de si mesma, de sua formação e de seu potencial de auto(trans)formação. Isso ocorre porque o narrador assume simultaneamente os papéis de contador da história, protagonista e autor de sua própria narrativa.

De acordo com Moraes (1999), a análise de conteúdo, na perspectiva qualitativa — como é o caso do nosso estudo — pode ter diferentes enfoques. Dentre as possibilidades, citaremos duas: (i) o sentido da reflexividade

narrativa pode variar para cada leitor; (ii) um mesmo autor pode poderá emitir uma mensagem, sendo que diferentes leitores poderão captá-la com sentidos diferentes.

Atendendo ao método escolhido, empregamos a análise de conteúdo como técnica do processo analítico. Segundo Moraes (1999), essa técnica é uma busca teórica e prática que representa uma abordagem metodológica com características e perspectivas próprias.

Moraes (1999) enfatiza a necessidade de se estabelecer uma unidade de análise, que é o elemento de conteúdo a ser categorizado. Para o autor, essas unidades podem ser palavras, frases, temas ou até mesmo documentos completos. Em nosso estudo, para atender aos objetivos propostos, escolhemos como unidades de análise os aspectos identificados nas teorias que abordam a Identidade Profissional docente.

Quadro 1. Unidades de Análise

Unidade de análise	Componente
Dimensão autoconhecimento: Compreensão que se tem de si mesmo, num determinado momento do tempo.	Autoimagem: Representa o modo como o professor se descreve e o que os outros dizem sobre ele. Autoestima: Refere-se à apreciação do professor em relação ao seu trabalho. Motivação para o trabalho: São as razões e os motivos para ingressar na profissão e permanecer nela. Reconhecimento de tarefas: Retrata os deveres e as tarefas que o professor julga que precisam ser cumpridos, para que desempenhe seu papel satisfatoriamente, segundo sua visão. Perspectivas futuras: Remete às questões: como me vejo profissionalmente daqui a alguns anos? Qual é o meu sentimento em relação a isso?
Dimensão autonomia: A forma como o indivíduo se administra, a partir de seus princípios, sendo	Sentido de agência: a agência se evidencia quando o professor, engajado em sua prática profissional e ancorado em suas ideias, motivações, interesses e objetivos, faz escolhas e toma decisões que afetam seu trabalho e revelam seu compromisso profissional e ético (Cyrino,

constituída também a partir das suas experiências em ser quem é no mundo.	2021. p.279-278). Vulnerabilidade: a vulnerabilidade que permite ao professor reconhecer suas limitações e erros. Todavia, segundo a autora, não se trata de uma vulnerabilidade que fragiliza e paralisa, mas sim, aquela que nos permite bloquear por alguns instantes, as nossas certezas e concepções. Aquela que nos faz questionar a nós próprios. Também a vulnerabilidade no sentido de nos expormos aos outros e, como tal, podemos tornar-nos “alvo de crítica, de contestação” (Oliveira e Cyrino (2011).
Dimensão compromisso político: Ações que visam à transformação social; reconhecimento das relações de poder e interesse; motivos que o levam a ensinar; propósitos morais do professor; sua responsabilidade com as gerações futuras, dentre outros (Rodrigues e Cyrino, 2020).	Percepção a respeito do papel da matemática: compreensão de como a matemática pode servir para compreender e transformar o mundo e como pode ser utilizada para proporcionar qualidade de vida e dignidade para as pessoas, preservando a diversidade e eliminando a desigualdade discriminatória. Percepção a respeito do trabalho: compreensão sobre os deveres e as responsabilidades do professor de matemática e sobre o que deve fazer para ser um bom professor de matemática. Responsabilidade: compreensão do papel do professor de matemática na (re)criação de gerações futuras e a percepção de quem se beneficia com o que o professor faz.
Dimensão crenças e conhecimentos: As crenças são intrínsecas do indivíduo, relacionadas às concepções, idiossincráticas e constituídas a partir de suas experiências. Os conhecimentos referem-se aos insights e compreensões, que podem ser mais ou menos formais, e que são	Interação do indivíduo com o conhecimento profissional: os conhecimentos necessários ao professor estão relacionados à disciplina que atua, às necessidades dos estudantes, às estratégias de ensino e às escolhas didáticas. Crenças sobre as experiências pessoais: incorporam aspectos da vida que indicam uma visão do mundo, as crenças em torno de si mesmo e em relação aos outros, as ideias sobre as relações entre a escola e a sociedade, a família e a cultura. Crenças sobre as experiências com o conhecimento formal: estão relacionadas ao conhecimento que deve ser aprendido nas escolas e as crenças dizem respeito à disciplina que se ensina,

constituídos a partir de leituras, experiências, contextos formativos, dentre outros (Rodrigues e Cyrino, 2020, p. 75).	como também a forma de ensiná-la. Crenças sobre a experiência escolar e de aula: inclui as vivências como estudante, que contribuem para conceber uma ideia acerca do que é ensinar e qual é o trabalho do professor.
---	---

Fonte: Elaborado por Oliveira-Junior (2025)

O contexto e a participante de nossa pesquisa é a professora Patrícia que narra seus insights iniciais como participante do processo formativo *Lesson Study*.

A narrativa da professora Patrícia

Meu nome é Patrícia, tenho atualmente 38 anos. Tive a oportunidade de concluir o ensino básico participando da última turma do curso de Magistério da Escola Estadual Condessa Filomena Matarazzo, em 2005, na zona leste da cidade de São Paulo. Alguns anos depois, iniciei a graduação em Pedagogia por meio de um projeto do governo, intitulado “Projeto Ensino Colaborativo”, no Centro Universitário Sumaré (conhecido na época como Faculdade Sumaré).

Ocupo o cargo de professora efetiva na rede pública estadual desde 2016, mas comecei a atuar na rede no segundo semestre de 2006.

No início da minha trajetória como estudante, tive algumas dificuldades com os conteúdos de matemática, especialmente quando o foco era nos números racionais. Acabava realizando as atividades, mas sem compreender os seus significados ou os porquês. No entanto, passei a desenvolver um maior apreço pela disciplina graças ao professor do primeiro ano do ensino médio. Ele compreendeu as dificuldades que não eram somente minhas, mas de toda a turma e conseguiu sanar o básico de nossas dificuldades.

Ao iniciar os estudos com minha participação no Projeto de pesquisa no segundo semestre de 2024, percebi quantas lacunas ficaram no meu aprendizado e formação pedagógica, quanto ainda reproduzia da mesma maneira em que fui ensinada e como em alguns conteúdos deixei de aprofundar por não ter segurança no que estava ensinando.

A participação no projeto tem sido bastante significativa, não apenas no que diz respeito à abordagem dos números racionais em minha prática pedagógica, mas também por ter me levado a refletir sobre diversas lacunas presentes na minha formação principalmente no ensino dos números racionais.

Tenho a vantagem de participar do projeto junto a duas professoras da minha unidade escolar, que também são minhas amigas, o que facilita a troca de ideias e experiências. Por convivermos diariamente, há mais facilidade para expormos nossas dificuldades. Muitas vezes, continuamos refletindo sobre os assuntos tratados até mesmo durante o trajeto de volta dos encontros e dentro da própria unidade escolar. Infelizmente, não conseguimos estender essa troca de experiências aos demais professores da escola, devido às demandas e à falta de tempo para socialização. Algumas vezes, percebo uma curiosidade de alguns professores da unidade escolar, daí relato sobre o que se refere o projeto, mas quando digo que é realizado fora do horário de serviço percebo que há uma rejeição deles.

Ao longo da minha vida profissional, já participei de algumas formações oferecidas pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP). No entanto, eram formações que abrangiam toda a disciplina de Matemática, o que tornava o tempo insuficiente para o aprofundamento em conteúdos específicos. Lembro-me de ter tido mais contato com os números racionais nas formações realizadas dentro da própria unidade escolar, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC) nas quais as coordenadoras abordavam o conteúdo por meio das questões presentes nas avaliações externas e dos materiais propostos pela SEDUC para os estudantes, mas ainda percebia a existência de lacunas conceituais e procedimentais em minha prática pedagógica.

A experiência de participar do processo formativo *Lesson Study* tem sido muito positiva. Em destaque para o momento do Planejamento da aula que seria gravada, e desse momento destaco três pontos: (i) aprendi muito com o grupo na elaboração e escolha de boas perguntas para realizar o levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos e para a realização das atividades propostas; (ii) ponderei se o planejamento como foi elaborado seria suficiente para o aprendizado dos alunos, na verdade creio que era um misto de ansiedade pelo fato que a aula seria gravada e (iii) e constatei que um bom planejamento é essencial para o desenvolvimento da aula, pois este possibilita um aperfeiçoamento de sua prática, com ele o professor consegue antecipar

possíveis dúvidas dos alunos, buscar melhores estratégias e refletir sobre suas práticas pedagógicas.

Confesso que gostaria de ter me preparado melhor para a aula que foi gravada. Acredito que o nervosismo e a ansiedade acabaram me atrapalhando, ou talvez tenham gerado essa sensação de que poderia ter sido diferente. Acreditei que, em alguns itens, certos alunos não apresentariam dificuldades (identificar o numerador e o denominador), o que não aconteceu. Mas, depois que se encerraram as gravações, os alunos também relataram que estavam muito nervosos, pois não estão acostumados a serem gravados. Um desses alunos me disse: “Professora, estou até com dor de barriga... estava muito nervoso.”

A disposição do espaço físico seria algo que modificaria, pois achei que ficou difícil acompanhar algumas duplas mais efetivamente. O tempo destinado a essa aula também foi longo, o que ocasionou no final uma certa inquietação em algumas duplas, atrapalhando, assim, outras que ainda não tinham terminado de realizar as atividades. Mesmo com essas reflexões ainda considero que foi muito positivo, valeu muito a pena participar e oferecer aos alunos essa experiência. Estou muito ansiosa para o momento de reflexão com o grupo sobre a aula gravada.

Indícios identitários evidenciados na reflexividade narrativa da professora Patrícia

Na narrativa da professora Patrícia foi possível identificar a dimensão autoconhecimento, à medida que a professora expressa a necessidade de constituir e aprofundar os seus conhecimentos acerca dos números racionais, tendo em vista que, em sua trajetória como estudante da educação básica, teve algumas dificuldades com os conteúdos de matemática, especialmente quando o foco era nos números racionais. E durante a sua formação continuada, a ênfase estava relacionada aos conteúdos de outras Unidades Temáticas. Neste sentido, a narrativa da professora revela a sua autoimagem, ou seja, a compreensão que ela tem de si mesma, acerca dos ensinamentos dos números racionais, bem como expressa o reconhecimento de tarefas. Os trechos a seguir ilustram essa constatação:

Lembro-me de ter tido mais contato com os números racionais nas formações realizadas dentro da própria unidade escolar, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC) nas quais as coordenadoras abordavam o conteúdo por meio das questões presentes nas avaliações externas e dos materiais propostos

pela SEDUC para os estudantes, mas ainda percebia a existência de lacunas conceituais e procedimentais em minha prática pedagógica. (Narrativa professora Patrícia, 2025).

Confesso que gostaria de ter me preparado melhor para a aula que foi gravada. Acredito que o nervosismo e a ansiedade acabaram me atrapalhando, ou talvez tenham gerado essa sensação de que poderia ter sido diferente. (Narrativa da professora Patrícia, 2025).

O compromisso político da professora Patrícia é evidenciado à medida que ela revela a sua compreensão a respeito sobre os deveres e as responsabilidades do professor de matemática no planejamento das aulas, conforme podemos observar em sua narrativa:

constatei que um bom planejamento é essencial para o desenvolvimento da aula, pois este possibilita um aperfeiçoamento de sua prática, com ele o professor consegue antecipar possíveis dúvidas dos alunos, buscar melhores estratégias e refletir sobre suas práticas pedagógicas. (Narrativa da professora Patrícia, 2025).

A dimensão da autonomia fica evidenciada na narrativa da professora Patrícia, à medida que ela expressa sua preparação para a aula que seria gravada pelo grupo de estudos e nesse ponto precisamos deixar claro que é a professora que se dispõe em ter sua aula gravada e assistida no processo formativo da *Lesson Study*, observamos seu sentido de agência, ancorados em suas tomadas de decisões que afetam seu trabalho e destacamos no trecho a seguir:

A experiência de participar do processo formativo *Lesson Study* tem sido muito positiva. Em destaque para o momento do Planejamento da aula que seria gravada, e desse momento destaco três pontos: (i) aprendi muito com o grupo na elaboração e escolha de boas perguntas para realizar o levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos e para a realização das atividades propostas; (ii) ponderei se o planejamento como foi elaborado seria suficiente para o aprendizado dos alunos... (Narrativa professora Patrícia, 2025).

Considerações finais

A narrativa da professora Patrícia nos revela insights valiosos sobre a rede complexa que forma a prática docente.

Identificamos alguns pontos pertinentes quando nos debruçamos em analisar a dimensão do *autoconhecimento* da professora, ela reconhece

lacunas em sua formação, especialmente no ensino de números racionais. Essa autocritica é um motor para a busca por aprofundamento e aprimoramento, revelando sua *autoimagem* como educadora e a compreensão de suas responsabilidades.

A professora deixa claro em sua escrita que a identidade docente é um movimento contínuo, o que se alinha com a perspectiva de Cyrino (2021). No seu relato a professora deixa evidente que essa identidade é moldada por uma série de fatores, incluindo as experiências vividas, as interações com alunos e colegas, e o próprio ambiente escolar.

Ademais, ao analisarmos a iniciativa e capacidade da professora de estabelecer parcerias colaborativas de confiança com as colegas da escola, estar totalmente comprometida no processo formativo do *Lesson Study*, apresentando expectativas para a discussão da aula gravada evidencia um esforço concreto para a ampliação dos conhecimentos em ensino dos números racionais, seu desenvolvimento profissional beneficiando diretamente os alunos.

Referências

CYRINO, M. C. C. T. Identidade Profissional de (futuros) Professores que Ensinam Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 10, n. 24, p. 699-712, 31 dez. 2017.

CYRINO, M. C. C. T. Ações de formação de professores de Matemática e o movimento de construção de sua identidade profissional. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 14, n. 35, p. 1-26, 2021.

GATTI, B. A. Os professores e suas identidades: o desenvolvimento da heterogeneidade. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 98, p. 85-90, ago. 1996.

MARTINS, P. B.; CURI, E.; BORELLI, S. S. A metodologia de formação *Lesson Study* em um projeto de pesquisa desenvolvido em um contexto de implementação curricular: avanços e dificuldades. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 12, n. 29, p. 119-142, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.29.119-142>. Acesso em: 14 jun. 2026.

MORAES, R. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

PASSEGGI, M. C. Reflexividade narrativa e poder auto(trans)formador. **Práxis Educacional**, Vitória da Conquista, v. 17, n. 44, p. 1-21, 1 jan./mar. 2021.

PONTE, J. P. D.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA J.; BAPTISTA, M. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de

matemática. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 868-891, dez. 2016.

RODRIGUES, A. L.; CYRINO, M. C. C. T. Movimento de constituição da identidade profissional de futuros professores de Matemática no âmbito do Pibid e do Estágio Curricular Supervisionado. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v. 26, n. 1, p. 237-258, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2024v26i1p237-258>. Acesso em: 14 jun. 2026.

A obra **O Ensino dos Números Racionais no Contexto da *Lesson Study*: teorizações, pesquisas e práticas**, que é resultado das ações do Projeto *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagens dos Números Racionais nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental: um projeto piloto envolvendo Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo*, apresenta, de forma crítica e propositiva, discussões mais amplas sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática na Educação Básica, analisando também aspectos relacionados ao conhecimento e ao desenvolvimento profissional dos professores.

O presente posfácio se propõe a destacar a relevância da presente obra para as discussões sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática na Educação Básica e, especialmente, sobre as possibilidades constituídas a partir do *lesson study* – predominantemente denominado estudo de aula em países lusófonos – para melhorar os processos educativos, bem como para promover a formação e o desenvolvimento profissional de professores. Para tanto, dedica-se a retomar algumas das principais contribuições do livro, destacando as perspectivas propostas para a abordagem dos números racionais na Educação Básica e as possibilidades de modificar as práticas dos professores que ensinam Matemática.

Mediante as contribuições dos autores dos capítulos – Edda Curi, Ruy Pietropaolo, Angélica da Silva, Priscila Martins, Suzete Borelli, Katia Ekami, Adriana Tiburtino, Renata da Silva, Loise Medeiros, Simone dos Santos e Fernanda Müller –, a obra sistematiza os resultados do referido projeto, pela perspectiva dos envolvidos e aponta perspectivas futuras.

Os resultados apresentados nos oito capítulos evidenciam uma perspectiva integrada sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais nos anos iniciais do Ensino Fundamental, articulando o conhecimento matemático, o conhecimento pedagógico do conteúdo, os documentos curriculares e os processos de formação continuada de professores. No primeiro capítulo, Edda Curi contribui para ampliar e aprofundar a compreensão dos conceitos matemáticos, especialmente ao discutir o “como

ensinar” por meio de exemplos e comentários, favorecendo o desenvolvimento do conhecimento pedagógico do conteúdo. A seguir, mediante uma análise comparada entre as prescrições dos PCN (1997) e da BNCC (2018), Ruy Cesar Pietropaolo e Angelica da Fontoura Garcia Silva destacam mudanças e permanências nas orientações para a abordagem dos números racionais, reafirmando a necessidade de uma abordagem que contemple seus diferentes significados e representações. No capítulo 3, Priscila Bernardo Martins e Suzete de Souza Borelli apresentam o *lesson study* como um processo colaborativo e reflexivo de formação e desenvolvimento profissional, destacando suas etapas, contribuições e desafios para a prática docente. Essa perspectiva é aprofundada no capítulo de Katia Hiromi Okawa Ekami e Priscila Bernardo Martins, que analisa os significados da representação fracionária privilegiados no material *Currículo em Ação do 5º ano*, da rede de ensino de São Paulo, evidenciando possibilidades e limites das propostas curriculares para uma compreensão mais ampla das frações. O quinto capítulo, de Adriana Ferreira Tiburtino e Edda Curi, discute o potencial do *lesson study* para promover a reflexão sistemática sobre a prática, a colaboração entre professores e a ampliação dos conhecimentos basilares ao ensino dos números racionais. Em uma perspectiva complementar, o capítulo de Renata Gonçalves da Silva identifica e analisa os conhecimentos profissionais mobilizados por professoras, destacando a articulação entre o domínio do conteúdo matemático e o conhecimento pedagógico relacionado aos diferentes significados das frações. Além desses aspectos, o sétimo capítulo, de Loise Tarouquela Medeiros, reafirma e amplia a compreensão sobre as contribuições do *lesson study* para a formação e o desenvolvimento profissional de professores, especialmente por promover espaços de estudo, planejamento, observação, análise e modificação da prática docente. O capítulo de Simone Oliveira dos Santos, Adriana Tiburtino e Fernanda Barros Müller, que fecha a obra, apresenta as narrativas de uma professora do 5º ano participante do projeto de pesquisa, evidenciando a dimensão reflexiva, colaborativa e experiencial do *lesson study*.

Em conjunto, os resultados indicam que o ensino dos números racionais exige mais do que o domínio de procedimentos e regras: requer a compreensão de seus diferentes significados, representações e relações, bem como a capacidade do professor de selecionar e organizar situações de aprendizagem que favoreçam a construção de sentidos pelos alunos. Nesse contexto, a formação continuada baseada na colaboração, na reflexão sobre a prática e no aprofundamento dos conhecimentos profissionais – conhecimento

da matemática, pedagógico do conteúdo, do currículo, dos alunos – mostra-se fundamental para a superação de práticas centradas no paradigma do exercício, contribuindo para favorecer mudanças no ensino e articulando-o à realidade e às necessidades dos alunos.

A partir desse conjunto de capítulos são desenvolvidas, de maneira ampla e articulada, discussões sobre os desafios de ensinar números racionais, sobre a especificidade desse tópico por envolver diferentes significados e representações, bem como sobre estratégias promissoras para abordá-lo nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Outro aspecto destacado é a mudança de perspectiva relativamente ao erro do aluno, que deixa de ser um estigma e passa a ser compreendido como um obstáculo epistemológico a ser valorizado e ressignificado no processo de aprendizagem. Ao aproximar essa temática do *lesson study*, a obra evidencia que tais desafios podem se transformar em oportunidades de investigação, aprimoramento das práticas de sala de aula e desenvolvimento profissional docente.

Relativamente ao ensino de números racionais, a obra destaca que a compreensão dos diferentes significados e representações de frações é fundamental para a aprendizagem matemática dos alunos. Para tanto, ressalta a importância de explorar os números racionais em diferentes situações, como frações, números decimais, porcentagens, razões e medidas, estabelecendo relações entre suas diversas representações. Tais abordagens contribuem para a superação da aprendizagem baseada no exercício, favorecendo a construção de estratégias próprias, a argumentação e a compreensão de conceitos matemáticos.

Além disso, ao articular perspectivas teóricas estabelecidas na educação matemática, pesquisa e prática, a obra promove a articulação entre conhecimento acadêmico e o contexto escolar. As discussões teóricas oferecem fundamentos para compreender a complexidade dos números racionais; os resultados evidenciam a centralidade dos conhecimentos profissionais do professor para o aperfeiçoamento dos processos educativos; as análises das experiências formativas desenvolvidas no projeto evidenciam as possibilidades do *lesson study* para promover mudanças no ensino da Matemática; e as práticas mostram como o planejamento colaborativo, a observação sistemática da aprendizagem dos alunos e a reflexão fundamentada podem favorecer mudanças graduais no ensino. Nesse movimento, a prática deixa de ser compreendida como uma dimensão independente da docência e passa a constituir um contexto de aprendizagem

profissional, bem como um objeto compartilhado de estudo, análise e aperfeiçoamento.

A obra, em sua totalidade, destaca a importância da formação de professores e do desenvolvimento profissional como princípio basilar para a efetivação de mudanças na prática, destacando o trabalho em colaboração em torno do planejamento, realização do ensino e reflexão sobre a prática. Os resultados evidenciam que o *lesson study* oportunizou aos professores experimentar uma abordagem de formação centrada na colaboração. A superação da tradição formativa tornou-se possível na medida em que os professores experimentaram formas de comunicação, trabalho e discussão num processo de formação docente centrado na prática profissional.

Da mesma forma, ao valorizar as narrativas dos professores e dar voz as distintas experiências, a obra mobiliza reflexões sobre as incertezas, os desafios profissionais e, sobretudo, o potencial da reflexão partilhada concretizada em *lesson study*. Quando professores se reúnem para estudar, planejar, observar e analisar juntos as aprendizagens dos alunos, as dinâmicas e as culturas escolares são estremecidas, questionadas e reacomodadas. Nessa perspectiva, a obra reafirma o *lesson study* como um processo que articula teoria e prática, e favorece o desenvolvimento profissional.

Para além dessas contribuições, as experiências e resultados apresentados evidenciam o potencial do *lesson study* para consolidar uma perspectiva de formação docente em que os professores, trabalhando em colaboração, investigam a aprendizagem dos alunos, desenvolvem abordagens e estratégias didáticas sensíveis às especificidades dos contextos educativos, refletem sobre a prática e produzem conhecimento sobre a docência. Além disso, os resultados corroboram o potencial do *lesson study* para promover mudanças graduais na prática, avançando ao esclarecer a natureza dessas mudanças, com destaque para a possibilidade de professores e alunos experimentarem novas abordagens matemáticas.

Portanto, a obra amplia o debate sobre o tema, ao mesmo tempo em que mobiliza novas reflexões, a partir das quais outras discussões podem ser desenvolvidas, assim como podem instigar outros pesquisadores, formadores e professores a se envolver nesse debate. Temas sobre o modo pelo qual o *lesson study* reverbera nos contextos escolares e na aprendizagem dos alunos precisam constituir-se em pauta de novos debates, assim como sobre as condições que podem favorecer a apropriação do *lesson study* nas redes de ensino.

Espera-se, assim, que as discussões e resultados destacados pela obra contribuam para abrir perspectivas para um ensino de matemática mais justo, conceitualmente denso e profundamente conectado com as especificidades dos contextos e dos alunos.

Profa. Dra. Adriana Richter

Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Campus Erechim.

Índice remissivo

Representação Fracionária– 11, 13, 19, 21, 32, 43, 44, 48, 53, 72, 83, 84, 97, 99, 100, 103, 104, 105, 146, 176.

Estudos de Aula – 66, 68, 69, 73, 75, 103, 105, 107, 108, 124, 125, 148, 149, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164.

Desenvolvimento Profissional –63, 64, 66, 69, 70 75, 82, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 110, 112, 113, 115, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 146, 148, 149, 150, 151, 153, 156, 157, 160, 161, 162, 163, 165, 166, 173, 175, 176, 1717, 178.

Conhecimentos Profissionais – 64, 68, 70, 71, 72, 74, 81, 104, 106, 107, 150, 156, 161, 165, 176. 177.

Colaboração –63, 64, 70, 71, 74, 80, 105, 106, 107, 109, 150, 151, 152, 160, 165, 176, 178, 180.

Sobre os Autores

Adriana Ferreira Tiburtino



Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (2026), Mestra em Ensino de Ciências pela Universidade Cruzeiro do Sul (2021). Formada em Administração de Empresas e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. Docente na Universidade Cruzeiro do Sul, ministrando conteúdos para os cursos de Matemática, Engenharia, Recursos Humanos e Administração de Empresas. Formadora de Matemática de professores e coordenadores das Redes Municipais: São Roque, Santo André, Mogi mirim, Ribeirão Preto, Pinhal, Roseira, Vargem Grande Paulista pela Parceiros da Educação no âmbito do Projeto "Construindo Saberes". (2021 - atual). Atuou como professora de Matemática na Rede Pública e Privada (regular, EJA e EJATEC). Atuou como docente no ensino técnico profissionalizante no Centro de Integração Empresa Escola. Autora de materiais didáticos para Somos Educação, Seja Mais Editora, entre outras. Conteudista de materiais de Graduação e Pós-Graduação da Universidade Cruzeiro do Sul. Professora de Tecnologia e Inovação (Anos Finais e Ensino Médio). Atuou como consultora e curadora de materiais didáticos para a

Universidade Cruzeiro do Sul, Faber Castell, Somos Educação e Seja Mais Editora. E-mail: adrianatiburtino.prof@gmail.com

Angelica da Fontoura Garcia Silva



Doutora em Educação Matemática pelo Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP, mestre em Educação pelo Programa Educação: História Política e Sociedade da PUC-SP . Fez estágio de doutoramento Sandwich em 2006, na Escola Superior de Educação de Lisboa sob a supervisão da professora Maria de Lurdes Serrazina. De 2008 a 2022 foi professora contratada pelo Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo . Hoje é professora do Programa de Pós-graduação em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias na Universidade Norte do Paraná. Desenvolve atividade de pesquisa sobre o Formação de Professores. e-mail: angelicafontoura@gmail.com

Edda Curi



Membro da comissão de assessoramento Técnico-Pedagógico em Matemática e suas tecnologias para exames e avaliações da DAEB/ INEP. Professora (desde 2007) e Coordenadora (desde 2012) do Programa de Ensino de Ciências e Professora do Programa de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, desde 2005. Atua como formadora de professores que ensinam Matemática na linha de pesquisa Elementos e Metodologia do Ensino de Matemática. É líder do Grupo de Pesquisa CCPPM registrado no CNPq, desde 2007 que desenvolve pesquisas longitudinais e participa de ações e projetos de formação de professores que ensinam Matemática. Tem experiência na área de Educação Matemática, tanto em sua atuação profissional como na pesquisa com ênfase em Formação de Professores, Ensino e Aprendizagem de Matemática, Currículo e Avaliação. Nos últimos anos atuou como assessora para equipes técnicas da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo (SEE) e Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (SME) na elaboração de Currículo de Matemática (SME) e de materiais curriculares (SME, SEE). É assessora da equipe de Matemática do INEP/MEC na elaboração e revisão de itens de avaliação para anos 249 iniciais do Ensino Fundamental, revisão da Matriz de Avaliação de Matemática e na análise pedagógica dos resultados do SAEB para anos iniciais. Coordenou a reformulação para atualização do Currículo de Matemática da EJA na SME. Foi leitora crítica do Currículo de Matemática do Ensino Médio da referida Secretaria em 2020. Em 2018 passou a ser consultora da UNESCO em um projeto piloto de pesquisa e formação de

professores para implementação curricular em parceria com a SME, desenvolvido em 2019, no âmbito do Edital Pro. Doc. que originou vários relatórios de pesquisa. Atuou em 2018 e 2019 como assessora no Instituto Ayrton Senna na elaboração e revisão e na análise pedagógica de itens de avaliação e em 2018 na Secretaria Municipal de Teresina, Piauí para reformulação do currículo da referida cidade. A partir de junho de 2020 pertence ao CONSU- Conselho Superior Universitário como representante de coordenadores dos Programas de Pós-graduação da Universidade. Aprovada em Editais da UNESCO em 2020 para elaboração de itens de avaliação do 2o ano do Ensino Fundamental para a Secretaria de Alfabetização do MEC. Aprovada em Edital da SBEM em 2020 para realizar curso de formação de professores de anos iniciais, sócios da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. O curso foi realizado em 2021. Aprovada em Edital da SME em 2020 como assessora da Diretoria de Educação de Jovens e Adultos - DIEJA, para realização de cursos de formação de professores e elaboração de atividades para esse segmento de ensino. Os cursos foram realizados em 2021. Membro da Diretoria Nacional Executiva DNE da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. E-mail: edda.curi@gmail.com

Fernanda Barros Müller



Licenciada em História e Pedagogia pela USP. Mestre em Ensino de Matemática e Ciências (UNICSUL). Professora dos Anos iniciais na rede pública e particular. Coordenadora Pedagógica aposentada da Rede Municipal de São Paulo. Formadora de professores, coordenadores pedagógicos e

diretores de escola. Atualmente, trabalha na autoria de material didático para os anos iniciais e cursa o Doutorado em Ensino de Matemática e Ciências (UNICSUL).

Katia Hiromi Okawa Ekami:



Mestra em Ensino de Ciências e Licenciada em Pedagogia pela Universidade Cruzeiro do Sul. Tutora educacional na Universidade Cidade de São Paulo (UNICID). E-mail: katia.hidesign@gmail.com

Loise Tarouquela Medeiros



Doutora em Ensino de Ciências pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul (2024). Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal Fluminense (2001) e mestre em Engenharia Mecânica pelo Instituto Militar de Engenharia (2004). É membro do Grupo de Pesquisa GT01 – Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, e do grupo de pesquisa "Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que Ensinam Matemática" (CCPPM), da Universidade Cruzeiro do Sul. Atuou como coordenadora de Extensão do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (2020–2021) e, desde 2016, é docente da instituição. Sua experiência na área de Educação concentra-se em temas como educação matemática, currículo, educação estatística, saberes docentes, formação continuada e atividades lúdicas. e-mail: loise.medeiros@ifrj.edu.br

Priscila Bernardo Martins



Pesquisadora CNPQ. Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul e dos cursos de Graduação. Coordenadora geral do Grupo de Trabalho GT1 referente a Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Atua em Projetos de Pesquisa financiados pela FAPESP, CNPQ e Itaú Social. Atua na avaliação do Programa Escola de Gestão da Fundação Getúlio Vargas. Atuou na produção de itens de avaliação de matemática Anos iniciais e Finais do Ensino Fundamental para 8 Redes Municipais no âmbito do Programa Redes Municipais da Parceiros da Educação. Atua como Ponto

focal da Equipe Multidisciplinar da Reitoria presencial e EAD do Grupo Educacional Cruzeiro do Sul. Atuou pedagogicamente na Plataforma Virtual de Aprendizagem do Programa de Redes Municipais 259 da Parceiros da Educação (formação de professores, coordenadores e diretores nos componentes curriculares de Matemática e Língua Portuguesa). Avaliadora ad hoc INEP/MEC (Instrumento de Avaliação Externa - Ato Autorizativo Cursos de Graduação). Atuou como formadora de Matemática de professores e coordenadores das Redes Municipais: São Roque, Santo André, Mogi Mirim, Ribeirão preto, Pinhal, Roseira, Vargem Grande Paulista pela Parceiros da Educação no âmbito do Projeto "Construindo Saberes". Atuou como Formadora em Ensino de Matemática e Ciências da Natureza no nível Educação de Jovens e Adultos pela Secretaria Municipal de Educação da Cidade de São Paulo. Pós-doutorado em Ensino de Ciências e Matemática. Doutora no ensino de Ciências e Matemática. Mestra no ensino de Ciências e Matemática. Graduada em Pedagogia, Matemática e Gestão de Recursos Humanos pela Universidade Cruzeiro do Sul. Especialista em Educação a distância e elaboração de materiais didáticos e Pedagogia Empresarial. Foi orientadora de trabalhos de conclusão de curso da Universidade Cruzeiro do Sul e atua como tutora do Grupo Educacional Cruzeiro do Sul. Leitora crítica do Currículo da Cidade (2017). Autora do Material Curricular do 8 ano de Matemática e do Material Curricular do Professor 4, 8 e 9 de Matemática da Secretaria Municipal de São Paulo. Participei de Projetos de Pesquisa financiados pela FAPESP e UNESCO. e-mail: priscila.bmartins11@gmail.com

Renata Gonçalves da Silva



Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, possui graduação e pós-graduação em Matemática e em Pedagogia. Atua como Coordenadora Pedagógica na Rede Municipal de Ensino de São Paulo, desenvolvendo ações voltadas à formação continuada de professores e ao acompanhamento de práticas pedagógicas. É formadora de docentes e autora de materiais didáticos e pedagógicos, com experiência nas áreas de Educação Matemática, currículo, formação de professores e gestão pedagógica. e-mail: renataprofnat1@gmail.com

Ruy Cesar Pietropaolo



Licenciado em Matemática e Pedagogia. Possui mestrado em Educação (Currículo) e doutorado em Educação Matemática pela PUC/SP. Prêmio CAPES de Teses em 2006 de melhor tese de 2005 da área de Ensino. Recebeu o título de Cavaleiro da Ordem Nacional do Mérito Educativo, Ministério da Educação do Brasil (2018). Orienta doutorado e é docente do corpo permanente e coordenador do programa de Pós-graduação em Educação Matemática, stricto sensu, da Universidade Anhanguera de São Paulo e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade de São Paulo. Desenvolve pesquisas sobre currículos de Matemática na Educação Básica. Faz também pesquisas sobre a formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática, sobre o ensino de Probabilidade e Estatística e sobre História da Educação Matemática. Organizou e coordenou cursos em Programas de Formação de Professores na rede pública de São Paulo. Foi Professor assistente do Departamento de Matemática da PUC/SP.

Coordenou projeto financiado pela Capes relativo ao Programa Observatório da Educação (dois projetos). Presta assessoria a Fundações para elaboração de Matrizes de Referências e análise de resultados de Avaliações Externas. Participou como elaborador dos PCN para o Ensino Fundamental. Participou como elaborador da Proposta Curricular de Matemática do Estado de São Paulo de 1987/1988 e da Proposta em 2010. Membro da equipe de elaboração da Base Nacional Comum Curricular da área Matemática (BNCC) 1 e 2 versões (preliminares) e redator da 3 versão do ensino Fundamental e da BNCC do Ensino Médio. e-mail: rpietropaolo@gmail.com

Simone Oliveira dos Santos



Mestrado em Ensino de Ciências. Graduada em Pedagogia e em Letras-Português- Inglês. Especialista em Neurociências aplicada à Educação. Professora de Educação Infantil e Ensino Fundamental 1 da Secretaria Municipal da Cidade de São Paulo. Formadora da EMFORPEF- Escola Municipal de Formação dos Profissionais da Educação do Futuro “Prof.^a Marli Eliza Dalmazo Afonso de André” - SME/SP. Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Participou de Projeto de Pesquisa financiado pela FAPESP. Foi professora efetiva dos Anos Iniciais da Secretaria Estadual de São Paulo. Estudante pesquisadora no grupo de pesquisa CCPPM - Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que ensinam Matemática, da Universidade Cruzeiro do Sul. Participante do Grupo de Trabalho GT1 referente a Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental da SBEM. Participante do Grupo PSIEM-

GEPEMAI- Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores, da UNICAMP. Participante (formadora) do Projeto de Pesquisa intitulado Contribuições da Pesquisa para o processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental: um projeto piloto envolvendo duas diretorias de ensino da Rede Estadual de São Paulo, registrado no CNPQ pelo processo 407574/2023-9.

Suzete de Souza Borelli



Possui graduação em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1982), graduação em Pedagogia pela Universidade do Grande ABC (1998), mestrado em Educação Matemática pela Universidade Bandeirante de São Paulo (2011) e doutorado em ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (2019). Atuou como professora de matemática na Rede Municipal e Estadual de São Paulo. Foi Diretora de divisão do Ensino Fundamental e coordenadora Pedagógica da Rede Municipal de Educação de São Paulo. Coordenou o Projeto de Recuperação e Aprofundamento da Rede Estadual de São Paulo entre 2021 - 2022. Atua como formadora de professores e gestores pela Parceiros da Educação no Programa Minha Escola é Nota 10 da Rede Estadual de São Paulo (2023). Assessorou a elaboração do Currículo da Cidade na área de Matemática do Ensino Fundamental (2017) e do Currículo da Cidade da Educação de Jovens e Adultos - Matemática (2018) na Rede Municipal de São Paulo. Elaborou e assessorou a elaboração de materiais curriculares da Rede Municipal de São Paulo (2018). Pesquisadora do CNPQ (2023-2025), Pesquisadora FAPES (2024-2025). Assessora da Prefeitura de Porto Alegre

para a elaboração de currículo para Ensino Fundamental e Educação Infantil pela UNESCO. Assessora de matemática da Escola de Ensino Fundamental Tarsila do Amaral. Atua na formação de professores com os seguintes temas: ensino e aprendizagem de Matemática, currículo, educação de jovens e adultos. e-mail: suzeteborelli@gmail.com.

